Metodologia de Pesquisa

Simulação

Ricardo Rosal

June 7, 2022

1. Simulação como método de pesquisa
   - Tipos de simulação
     - Eventos discretos
     - Sistemas dinâmicos
     - Simulação baseada em agentes

2. Métodos de simulação
   - Sistemas dinâmicos
   - Monte Carlo
   - Automatos Celulares
   - Simulação de eventos discretos
   - Elementos Finitos

Simulação como método de pesquisa

Simulação como método de pesquisa

- O principal valor da simulação como método de pesquisa é a flexibilidade dada ao pesquisar de "abraçar" a complexidade do sistema e do modelo em um estudo e fazer perguntas do tipo **"e se?"** ao ínves de perguntas como **"o que aconteceu? como? e por que?"**.
- outros métodos de pesquisa, em contra-partida, requer que seja **estabelescida algumas preposições sobre causalidade do fenômeno estudado**, já a simulação nos permite, desde a dinâmica estabelescida do modelo, **"criar/descobrir"** tais efeitos e demostrar causalidades.
- A simulação permite o estudo de **fenômenos mais complexos**, uma vez que as observações são feitas para **"avançando"** no tempo (ou em outro dimensão em que o sistema tem uma dinâmica definida).[2]

Simulação como método de pesquisa

- O principal valor da simulação como método de pesquisa é a flexibilidade dada ao pesquisar de "abraçar" a complexidade do sistema e do modelo em um estudo e fazer perguntas do tipo **"e se?"** ao ínves de perguntas como **"o que aconteceu? como? e por que?"**.
- outros métodos de pesquisa, em contra-partida, requer que seja **estabelescida algumas preposições sobre causalidade do fenômeno estudado**, já a simulação nos permite, desde a dinâmica estabelescida do modelo, **"criar/descobrir"** tais efeitos e demostrar causalidades.
- A simulação permite o estudo de **fenômenos mais complexos**, uma vez que as observações são feitas para **"avançando"** no tempo (ou em outro dimensão em que o sistema tem uma dinâmica definida).[2]

Simulação como método de pesquisa

- O principal valor da simulação como método de pesquisa é a flexibilidade dada ao pesquisar de "abraçar" a complexidade do sistema e do modelo em um estudo e fazer perguntas do tipo **"e se?"** ao ínves de perguntas como **"o que aconteceu? como? e por que?"**.
- outros métodos de pesquisa, em contra-partida, requer que seja **estabelescida algumas preposições sobre causalidade do fenômeno estudado**, já a simulação nos permite, desde a dinâmica estabelescida do modelo, **"criar/descobrir"** tais efeitos e demostrar causalidades.
- A simulação permite o estudo de **fenômenos mais complexos**, uma vez que as observações são feitas para **"avançando"** no tempo (ou em outro dimensão em que o sistema tem uma dinâmica definida).[2]

Tipos de simulação

Principais familias de simulação

- **Simulação de eventos discretos:** envolve um modelo onde a dinâmica (*governing equations*) na dimensão ζ (tempo, por exemplo) evolui de forma discreta, normalmente os eventos são disparados por um gatilho, que pode ser implementado com uma **callback** ou um **intervalo pré-definido**.[1]
- usalmente, metódos como **maquinas de estados-finitos**, e **teoria das filas** são utilizados para simulação de eventos discretos.

- exemplo:

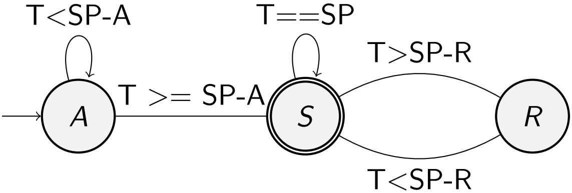
Principais familias de simulação

- **Simulação de eventos discretos:** envolve um modelo onde a dinâmica (*governing equations*) na dimensão ζ (tempo, por exemplo) evolui de forma discreta, normalmente os eventos são disparados por um gatilho, que pode ser implementado com uma **callback** ou um **intervalo pré-definido**.[1]
- usalmente, metódos como **maquinas de estados-finitos**, e **teoria das filas** são utilizados para simulação de eventos discretos.

- exemplo:

Principais familias de simulação

- **Simulação de eventos discretos:** envolve um modelo onde a dinâmica (*governing equations*) na dimensão ζ (tempo, por exemplo) evolui de forma discreta, normalmente os eventos são disparados por um gatilho, que pode ser implementado com uma **callback** ou um **intervalo pré-definido**.[1]
- usalmente, metódos como **maquinas de estados-finitos**, e **teoria das filas** são utilizados para simulação de eventos discretos.



- exemplo:

Principais familias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.[3]
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - f = 0 \tag{2}$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

Principais familias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.[3]
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - f = 0 \tag{2}$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

Principais familias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.[3]
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - f = 0 \tag{2}$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

Principais familias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.[3]
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - f = 0 \tag{2}$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

Principais familias de simulação

- **Simulaçãos baseadas em agentes:** são um grupo de metodos que de simulação que tem como objetivo a iteração de agentes que tendem a otimizar suas **funções de utilidade**. [2]
- Um dos metodos mais utilizados para esse tipo de simulação a **teoria dos jogos**.

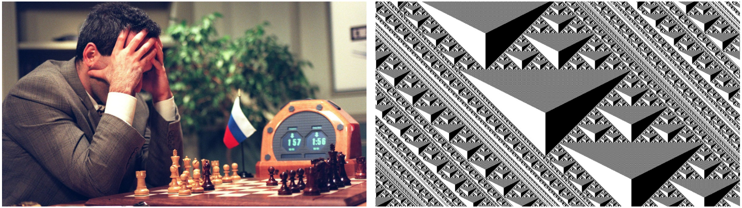


Figure: Kasparov vs Deep Blue e automato celular

Principais familias de simulação

- **Simulaçãos baseadas em agentes:** são um grupo de metodos que de simulação que tem como objetivo a iteração de agentes que tendem a otimizar suas **funções de utilidade**. [2]
- Um dos metodos mais utilizados para esse tipo de simulação a **teoria dos jogos**.

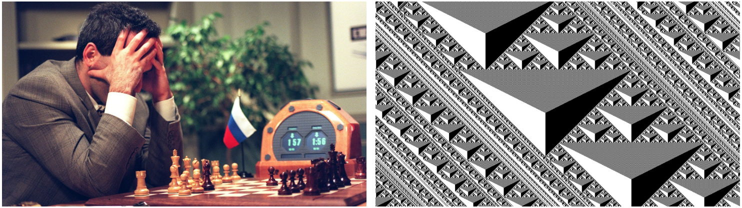


Figure: Kasparov vs Deep Blue e automato celular

Principais familias de simulação

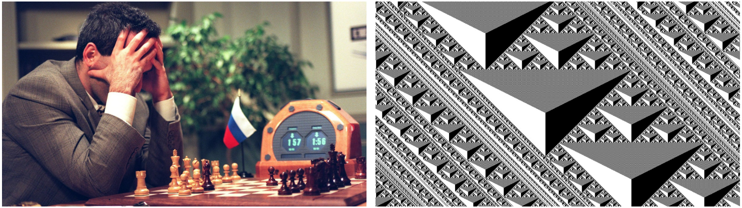
- **Simulaçãos baseadas em agentes:** são um grupo de metodos que de simulação que tem como objetivo a iteração de agentes que tendem a otimizar suas **funções de utilidade**. [2]
- Um dos metodos mais utilizados para esse tipo de simulação a **teoria dos jogos**.
- 

Figure: Kasparov vs Deep Blue e automato celular

Métodos de simulação

Sistemas dinâmicos

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

Representações de sistemas dinâmicos

Temos geralmente duas formas de representar o tempo em sistemas dinâmicos, e isso normalmente depende da dinâmica do sistema e como isso será definido.

- **Tempo discreto:** os tempo nos sistemas dinâmicos são representados **relações recorrentes** tambem chamado de **equações de diferenças**.

$$s(t + \Delta t) = f(s(t)) \tag{7}$$

- **Tempo continuo:** já nos sistemas contínuos são representados por **equações diferenciais**, ordinárias (ODE) ou parciais (PDE).

$$\dot{s} = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{8}$$

Representações de sistemas dinâmicos

Temos geralmente duas formas de representar o tempo em sistemas dinâmicos, e isso normalmente depende da dinâmica do sistema e como isso será definido.

- **Tempo discreto:** os tempo nos sistemas dinâmicos são representados **relações recorrentes** tambem chamado de **equações de diferenças**.

$$s(t + \Delta t) = f(s(t)) \tag{7}$$

- **Tempo continuo:** já nos sistemas contínuos são representados por **equações diferenciais**, ordinárias (ODE) ou parciais (PDE).

$$\dot{s} = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{8}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Podemos simplificar esse problema da seguinte forma:

$$\dot{P} = rP(t) \text{ onde } r = rb - rd \tag{12}$$

- E, por ser um modelo **muito** simples, podemos resolve-lo analiticamente.

$$P(t) = P_0 e^{rt} \tag{13}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Podemos simplificar esse problema da seguinte forma:

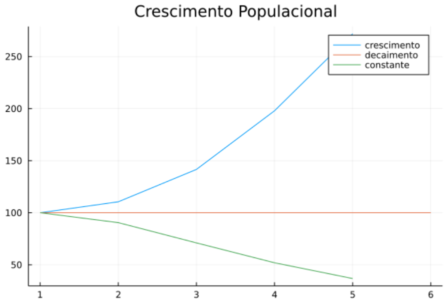
$$\dot{P} = rP(t) \text{ onde } r = rb - rd \tag{12}$$

- E, por ser um modelo **muito** simples, podemos resolve-lo analiticamente.

$$P(t) = P_0 e^{rt} \tag{13}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- $r > 0$: crescimento exponencial
- $r < 0$: decaimento exponencial
- $r = 0$: população constante



Exemplo: Lotka-Volterra

- Expandindo a simulação aplicada a dinâmica populações, um modelo mais completo seria o modelo de **Lotka-Volterra**, tambem conhecido como *presa-predador*.
- Suponha que você queira modelar as populações de gatos e ratos em uma ilha, com suas respectivas dinâmicas no tempos definidas pelas funções $g(t)$ em $r(t)$, respectivamente. Os gatos se alimentam de ratos e morrerão de fome sem eles.
- Portanto, qualquer equação diferencial que descreva a taxa de variação de $g(t)$ também deve envolver $r(t)$. Da mesma forma, a taxa de variação de $r(t)$ depende do número atual de $g(t)$.

Exemplo: Lotka-Volterra

- Expandindo a simulação aplicada a dinâmica populações, um modelo mais completo seria o modelo de **Lotka-Volterra**, tambem conhecido como *presa-predador*.
- Suponha que você queira modelar as populações de gatos e ratos em uma ilha, com suas respectivas dinâmicas no tempos definidas pelas funções $g(t)$ em $r(t)$, respectivamente. Os gatos se alimentam de ratos e morrerão de fome sem eles.
- Portanto, qualquer equação diferencial que descreva a taxa de variação de $g(t)$ também deve envolver $r(t)$. Da mesma forma, a taxa de variação de $r(t)$ depende do número atual de $g(t)$.

Exemplo: Lotka-Volterra

- Expandindo a simulação aplicada a dinâmica populações, um modelo mais completo seria o modelo de **Lotka-Volterra**, tambem conhecido como *presa-predador*.
- Suponha que você queira modelar as populações de gatos e ratos em uma ilha, com suas respectivas dinâmicas no tempos definidas pelas funções $g(t)$ em $r(t)$, respectivamente. Os gatos se alimentam de ratos e morrerão de fome sem eles.
- Portanto, qualquer equação diferencial que descreva a taxa de variação de $g(t)$ também deve envolver $r(t)$. Da mesma forma, a taxa de variação de $r(t)$ depende do número atual de $g(t)$.

Exemplo: Lotka-Volterra

- Isso apresenta algumas novas características do modelo para simulação, agora precisamos represetar dois **estados do sistema**, a população de gatos $g(t)$ e de ratos $r(t)$.
- Podemos modelar esse sistema como um **sistema de equações diferenciais**.
- E chegamos no **modelo de Lotka-Volterra**.

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{14}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{15}$$

Exemplo: Lotka-Volterra

- Isso apresenta algumas novas características do modelo para simulação, agora precisamos represetar dois **estados do sistema**, a população de gatos $g(t)$ e de ratos $r(t)$.
- Podemos modelar esse sistema como um **sistema de equações diferenciais**.
- E chegamos no **modelo de Lotka-Volterra**.

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{14}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{15}$$

Exemplo: Lotka-Volterra

- Isso apresenta algumas novas características do modelo para simulação, agora precisamos represetar dois **estados do sistema**, a população de gatos $g(t)$ e de ratos $r(t)$.
- Podemos modelar esse sistema como um **sistema de equações diferenciais**.
- E chegamos no **modelo de Lotka-Volterra**.

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{14}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{15}$$

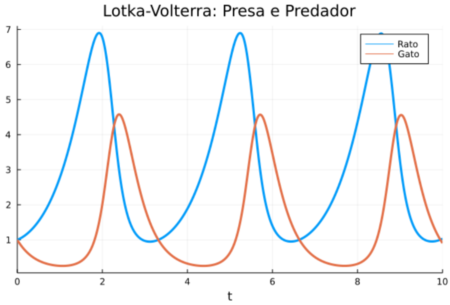
Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- α : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- β : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- δ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- γ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t) g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t) g(t) - \gamma g(t)$$



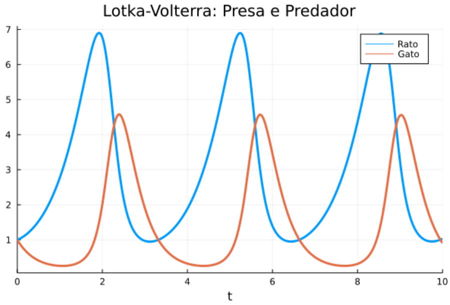
Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- α : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- β : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- δ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- γ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{17}$$



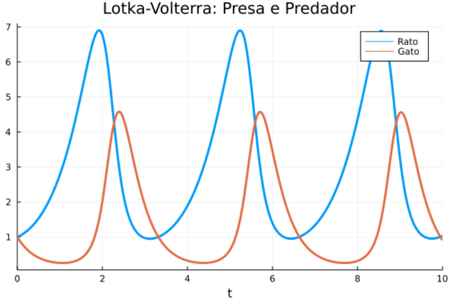
Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- α : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- β : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- δ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- γ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{17}$$



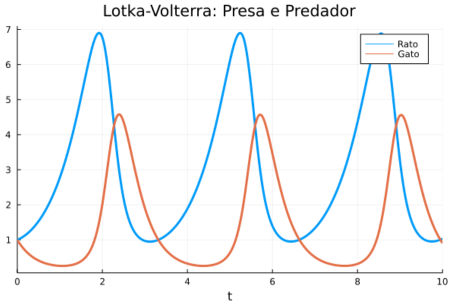
Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- α : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- β : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- δ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- γ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{17}$$



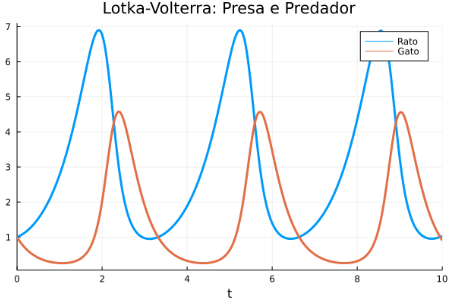
Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- α : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- β : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- δ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- γ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{17}$$



Monte Carlo

O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3} \frac{1}{2}^{2} (1 - \frac{1}{2})^{1} = \frac{1}{4} \tag{18}$$

O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3}\frac{1}{2}^2(1-\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{4} \tag{18}$$

O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3}\frac{1}{2}^2(1-\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{4} \quad (18)$$

O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3}\frac{1}{2}^2(1-\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{4} \tag{18}$$

O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3}\frac{1}{2}^2(1-\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{4} \tag{18}$$

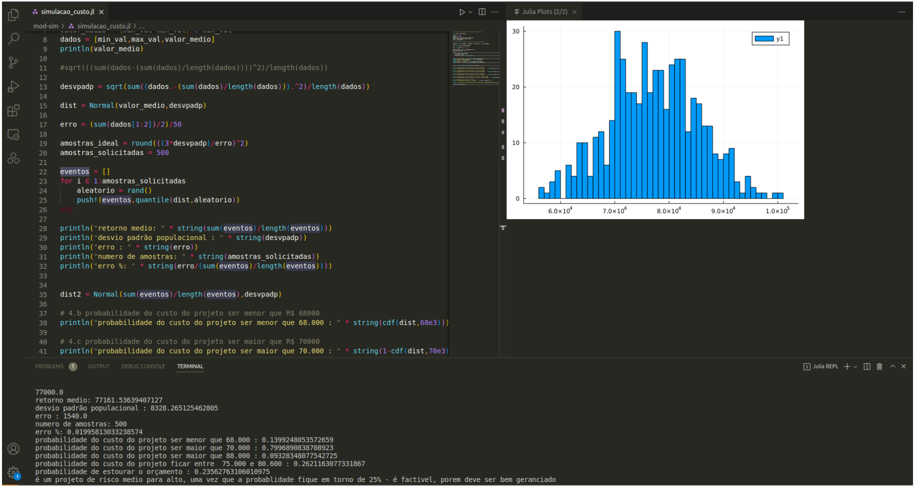
Simulação probabilidade Cara ou Coroa

```
julia> begin
       tentativas = 10000
       sucesso = 0

       for i in 1:tentativas
           if round(rand())+round(rand())+round(rand())+round(rand())==3
               sucesso += 1
           end
       end

       println("tentativas: " * string(tentativas))
       println("sucesso: " * string(sucesso))
       end
tentativas: 10000
sucesso: 2491
```

Exemplo: Monte Carlo para análise de custo



Automatos Celulares

Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto Ω, um reticulado de celulas de dimensões n.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo n.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados (S) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** Φ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto Ω, um reticulado de celulas de dimensões n.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo n.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados (S) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** Φ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto Ω, um reticulado de celulas de dimensões n.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo n.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados (S) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** Φ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto Ω, um reticulado de celulas de dimensões n.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo n.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados (S) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** Φ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto Ω, um reticulado de celulas de dimensões n.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo n.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados (S) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** Φ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto Ω, um reticulado de celulas de dimensões n.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo n.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados (S) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** Φ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

- Vizinhança de Von Neumann;
- Vizinhança de Moore;

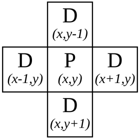


Figure: Von Neumann $\mathcal{N}$

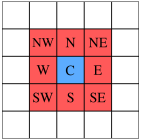


Figure: Moore $\mathcal{N}$

Exemplo: Jogo da Vida de Conway

Um exemplo classico de um automato celular é o *Conway's game of life*, onde cada celula tem 2 estados, ou seja $S =< vivo, morto >$;
O espaço Ω é um **reticulado infinito 2D**.
Poder ser aplicado tanto em Neumann $\mathcal{N}$ ou Moore $\mathcal{N}$.
e a regra de evolução Φ é definda por:

- qualquer célula com menos de 2 vizinhos vivos **morre** (subpopulação);
- qualquer célula com 2 ou mais vizinho vivos **vive** na proxima geração;
- qualquer célula viva com mais de 3 vizinhos vivos **morre** (sobrepopulação);
- qualquer célula morta com exatamente 3 vizinhos vira uma célula **viva** (reprodução);

GIF do jogo da vida...

Simulação de eventos discretos

Simulação de Eventos Discretos

- Contrasta com simulações *time-driven*;
- Deve existir **eventos no tempo** que causam alterações significantes no comportamento do sistema;
- O sistema é simulado por **saltos entre eventos** no tempo.

Simulação de Eventos Discretos

- Contrasta com simulações *time-driven*;
- Deve existir **eventos no tempo** que causam alterações significantes no comportamento do sistema;
- O sistema é simulado por **saltos entre eventos** no tempo.

Simulação de Eventos Discretos

- Contrasta com simulações *time-driven*;
- Deve existir **eventos no tempo** que causam alterações significantes no comportamento do sistema;
- O sistema é simulado por **saltos entre eventos** no tempo.

Requisitos para executar uma DES

- deve ser possivel **calcular analiticamente** o estado do sistema, em qualquer valor no tempo, entre dois eventos.
- Os eventos devem ocorrer em uma posição no tempo $t \in \mathbb{R}^+$.
- Apenas 1 evento pode ocorrer de cada vez.

Requisitos para executar uma DES

- deve ser possivel **calcular analiticamente** o estado do sistema, em qualquer valor no tempo, entre dois eventos.
- Os eventos devem ocorrer em uma posição no tempo $t \in \mathbb{R}^+$.
- Apenas 1 evento pode ocorrer de cada vez.

Requisitos para executar uma DES

- deve ser possivel **calcular analiticamente** o estado do sistema, em qualquer valor no tempo, entre dois eventos.
- Os eventos devem ocorrer em uma posição no tempo $t \in \mathbb{R}^+$.
- Apenas 1 evento pode ocorrer de cada vez.

Descrição de uma simulação por eventos discretos

- O sistema é composto de varias entidades i, que representam os *passos* da simulação.
- Cada passo é descrito pelo seu conjunto de estados $(s_i(t))$.
- Onde $S(t)$ é o conjunto $\{s_i(t)\}$ no instante de tempo t.

Descrição de uma simulação por eventos discretos

- O sistema é composto de varias entidades i, que representam os *passos* da simulação.
- Cada passo é descrito pelo seu conjunto de estados $(s_i(t))$.
- Onde $S(t)$ é o conjunto $\{s_i(t)\}$ no instante de tempo t.

Descrição de uma simulação por eventos discretos

- O sistema é composto de varias entidades i, que representam os *passos* da simulação.
- Cada passo é descrito pelo seu conjunto de estados $(s_i(t))$.
- Onde $S(t)$ é o conjunto $\{s_i(t)\}$ no instante de tempo t.

Descrição dos eventos

- Cada evento j é associado com uma ação a_j.
- Cada ação a_j muda o estado do sistema:

$$a_j : S(t_i) \rightarrow S(t_{i+1}) \tag{20}$$

- O evento é a **causa**, a ação é o **efeito**.

Descrição dos eventos

- Cada evento j é associado com uma ação a_j.
- Cada ação a_j muda o estado do sistema:

$$a_j : S(t_i) \rightarrow S(t_{i+1}) \tag{20}$$

- O evento é a **causa**, a ação é o **efeito**.

Descrição dos eventos

- Cada evento j é associado com uma ação a_j.
- Cada ação a_j muda o estado do sistema:

$$a_j : S(t_i) \to S(t_{i+1}) \tag{20}$$

- O evento é a **causa**, a ação é o **efeito**.

Elementos Finitos

Método dos elementos finitos

- Embora o método dos elementos finitos seja um metodo númerico para solução de PDE, ele é amplamente utilizado para simulação fenômenos físicos na fisica e na engenharia.
- A principal vantagem do metodo dos elementos finitos é a possibilidade de solução númerica para PDEs que descrevem a dinâmica espaco-temporal em geometrias complexas. problemas que dificilmente possuem solução analitica.

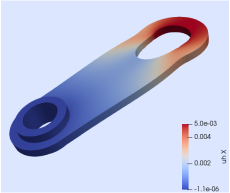


Figure: Elasticidade Linear

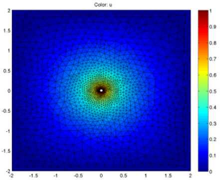


Figure: Campo Elétrico

Método dos elementos finitos

- Embora o método dos elementos finitos seja um metodo númerico para solução de PDE, ele é amplamente utilizado para simulação fenômenos físicos na fisica e na engenharia.
- A principal vantagem do metodo dos elementos finitos é a possibilidade de solução númerica para PDEs que descrevem a dinâmica espaco-temporal em geometrias complexas. problemas que dificilmente possuem solução analitica.

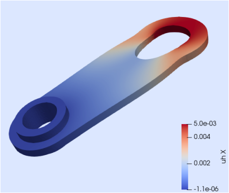


Figure: Elasticidade Linear

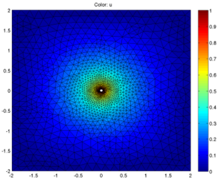


Figure: Campo Elétrico

Metodo dos Elementos Finitos

- O **metodo dos elementos finitos** consiste na criação de uma **malha** que representa a geometria do espaço onde o campo escalar ou vetorial ocorre. esse passo é conhecido como **discretização do domínio** é comum para metodos númericos.
- O proximo passo é aproximação da solução por uma **interpolação polinomial** em cada elemento.
- Definição de matrizez compostas das **interpolações polinomiais** para representar o sistema global para o dominio de solução.
- Aplicar algoritmo de solução do sistema global. (variais opções disponiveis), mas normalmente é utilizado livrarias de algebra linear de **HPC** como **LAPACK** e **BLAS**.

Exemplos: Elementos finitos

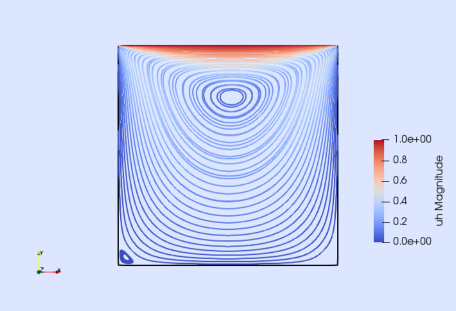


Figure: Navier-stokes para fluídos imcompressíveis

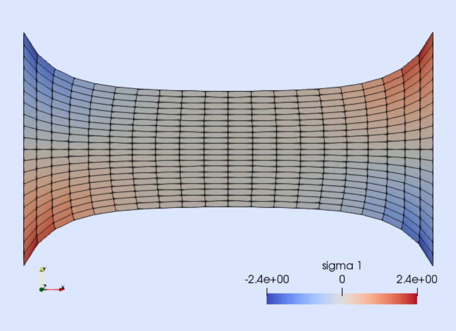


Figure: Deformação de material hiperelástico

Referências

Referências:

J. Banks, J. S. II Carson, and B. L. Nelson.
Discrete-Event System Simulation: Discre Event System Simula _5.
Prentice Hall, Upper Saddle River, 5th ed. edição edition, June 2009.

K. Dooley.
Simulation research methods.
pages 829–848, Jan. 2002.

A. Quarteroni, R. Sacco, and F. Saleri.
Numerical Mathematics.
Springer, Berlin ; New York, 2nd edition edition, Oct. 2006.