Metodologia de Pesquisa

Simulação

Ricardo Rosal

June 5, 2022

Simulação como método de pesquisa

- O principal valor da simulação como método de pesquisa é a flexibilidade dada ao pesquisar de focar na complexidade do sistema e do modelo em estudo e fazer perguntas do tipo **"e se?"** ao ínves de perguntas como **"o que aconteceu? como? e por que?"**.
- outros métodos de pesquisa, em contra-partida, requer que seja **estabelescida algumas preposições sobre causalidade do fenômeno estudado**, já a simulação nos permite, desde a dinâmica estabelescida do modelo, **"criar/descobrir"** tais efeitos e demostrar causalidades.
- A simulação permite o estudo de **fenômenos mais complexos**, uma vez que as observações são feitas para **"avançando"** no tempo (ou em outro dimensão em que o sistema tem uma dinâmica definida).

Simulação como método de pesquisa

- O principal valor da simulação como método de pesquisa é a flexibilidade dada ao pesquisar de focar na complexidade do sistema e do modelo em estudo e fazer perguntas do tipo **"e se?"** ao ínves de perguntas como **"o que aconteceu? como? e por que?"**.
- outros métodos de pesquisa, em contra-partida, requer que seja **estabelescida algumas preposições sobre causalidade do fenômeno estudado**, já a simulação nos permite, desde a dinâmica estabelescida do modelo, **"criar/descobrir"** tais efeitos e demostrar causalidades.
- A simulação permite o estudo de **fenômenos mais complexos**, uma vez que as observações são feitas para **"avançando"** no tempo (ou em outro dimensão em que o sistema tem uma dinâmica definida).

Simulação como método de pesquisa

- O principal valor da simulação como método de pesquisa é a flexibilidade dada ao pesquisar de focar na complexidade do sistema e do modelo em estudo e fazer perguntas do tipo **"e se?"** ao ínves de perguntas como **"o que aconteceu? como? e por que?"**.
- outros métodos de pesquisa, em contra-partida, requer que seja **estabelescida algumas preposições sobre causalidade do fenômeno estudado**, já a simulação nos permite, desde a dinâmica estabelescida do modelo, **"criar/descobrir"** tais efeitos e demostrar causalidades.
- A simulação permite o estudo de **fenômenos mais complexos**, uma vez que as observações são feitas para **"avançando"** no tempo (ou em outro dimensão em que o sistema tem uma dinâmica definida).

Principais familias de simulação

- **Simulação de eventos discretos:** envolve um modelo onde a dinâmica (*governing equations*) na dimensão ζ (tempo, por exemplo) evolui de forma discreta, normalmente os eventos são disparados por um gatilho, que pode ser implementado com uma **callback** ou um **intervalo pré-definido**.
- usalmente, metódos como maquinas de **estados-finitos**, e **teoria das filas** são utilizados para simulação de eventos discretos.

- exemplo:

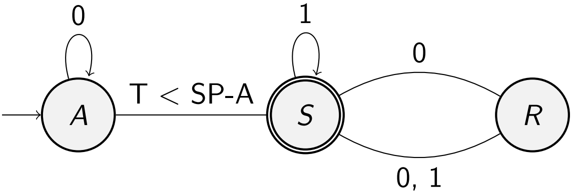
Principais familias de simulação

- **Simulação de eventos discretos:** envolve um modelo onde a dinâmica (*governing equations*) na dimensão ζ (tempo, por exemplo) evolui de forma discreta, normalmente os eventos são disparados por um gatilho, que pode ser implementado com uma **callback** ou um **intervalo pré-definido**.
- usalmente, metódos como maquinas de **estados-finitos**, e **teoria das filas** são utilizados para simulação de eventos discretos.

- exemplo:

Principais familias de simulação

- **Simulação de eventos discretos:** envolve um modelo onde a dinâmica (*governing equations*) na dimensão ζ (tempo, por exemplo) evolui de forma discreta, normalmente os eventos são disparados por um gatilho, que pode ser implementado com uma **callback** ou um **intervalo pré-definido**.
- usalmente, metódos como maquinas de **estados-finitos**, e **teoria das filas** são utilizados para simulação de eventos discretos.
- exemplo:



Principais familias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - f = 0 \tag{2}$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

Principais familias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - f = 0 \tag{2}$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

Principais familias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - f = 0 \tag{2}$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

Principais familias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - f = 0 \tag{2}$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

Principais familias de simulação

- **Simulaçãos baseadas em agentes:** são um grupo de metodos que de simulação que tem como objetivo a iteração de agentes que tendem a otimizar suas **funções de utilidade**.
- Um dos metodos mais utilizados para esse tipo de simulação a **teoria dos jogos**.

Principais familias de simulação

- **Simulaçãos baseadas em agentes:** são um grupo de metodos que de simulação que tem como objetivo a iteração de agentes que tendem a otimizar suas **funções de utilidade**.
- Um dos metodos mais utilizados para esse tipo de simulação a **teoria dos jogos**.

Simulação como previsão

- As simulações partem de um modelo composto por **governing rules** e **constitutive relations** e produz **saídas** dessas regras.
- Comparando as diferentes saidas de diferentes modelos e parâmetros que constituem os modelos, os pesquisadores podem inferir a relação de dado parâmetro no comportamento da saída.
- A validade dessas dependem intrísicamente da validade do modelo.

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

Representações de sistemas dinâmicos

Temos geralmente duas formas de representar o tempo em sistemas dinâmicos, e isso normalmente depende da dinâmica do sistema e como isso será definido.

- **Tempo discreto:** os tempo nos sistemas dinâmicos são representados **relações recorrentes** tambem chamado de **equações de diferenças**.

$$s(t + \Delta t) = f(s(t)) \tag{7}$$

- **Tempo continuo:** já nos sistemas contínuos são representados por **equações diferenciais**, ordinárias (ODE) ou parciais (PDE).

$$\dot{s} = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{8}$$

Representações de sistemas dinâmicos

Temos geralmente duas formas de representar o tempo em sistemas dinâmicos, e isso normalmente depende da dinâmica do sistema e como isso será definido.

- **Tempo discreto:** os tempo nos sistemas dinâmicos são representados **relações recorrentes** tambem chamado de **equações de diferenças**.

$$s(t + \Delta t) = f(s(t)) \tag{7}$$

- **Tempo continuo:** já nos sistemas contínuos são representados por **equações diferenciais**, ordinárias (ODE) ou parciais (PDE).

$$\dot{s} = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{8}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Podemos simplificar esse problema da seguinte forma:

$$\dot{P} = rP(t) \text{ onde } r = rb - rd \tag{12}$$

- E, por ser um modelo **muito** simples, podemos resolve-lo analiticamente.

$$P(t) = P_0 e^{rt} \tag{13}$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Podemos simplificar esse problema da seguinte forma:

$$\dot{P} = rP(t) \text{ onde } r = rb - rd \tag{12}$$

- E, por ser um modelo **muito** simples, podemos resolve-lo analiticamente.

$$P(t) = P_0 e^{rt} \tag{13}$$

Exemplo: Lotka-Volterra

- Expandindo a simulação aplicada a dinâmica populações, um modelo mais completo seria o modelo de **Lotka-Volterra**, tambem conhecido como *presa-predador*.
- Suponha que você queira modelar as populações de gatos e ratos em uma ilha, com suas respectivas dinâmicas no tempos definidas pelas funções $g(t)$ em $r(t)$, respectivamente. Os gatos se alimentam de ratos e morrerão de fome sem eles.
- Portanto, qualquer equação diferencial que descreva a taxa de variação de $g(t)$ também deve envolver $r(t)$. Da mesma forma, a taxa de variação de $r(t)$ depende do número atual de $g(t)$.

Exemplo: Lotka-Volterra

- Expandindo a simulação aplicada a dinâmica populações, um modelo mais completo seria o modelo de **Lotka-Volterra**, tambem conhecido como *presa-predador*.
- Suponha que você queira modelar as populações de gatos e ratos em uma ilha, com suas respectivas dinâmicas no tempos definidas pelas funções $g(t)$ em $r(t)$, respectivamente. Os gatos se alimentam de ratos e morrerão de fome sem eles.
- Portanto, qualquer equação diferencial que descreva a taxa de variação de $g(t)$ também deve envolver $r(t)$. Da mesma forma, a taxa de variação de $r(t)$ depende do número atual de $g(t)$.

Exemplo: Lotka-Volterra

- Expandindo a simulação aplicada a dinâmica populações, um modelo mais completo seria o modelo de **Lotka-Volterra**, tambem conhecido como *presa-predador*.
- Suponha que você queira modelar as populações de gatos e ratos em uma ilha, com suas respectivas dinâmicas no tempos definidas pelas funções $g(t)$ em $r(t)$, respectivamente. Os gatos se alimentam de ratos e morrerão de fome sem eles.
- Portanto, qualquer equação diferencial que descreva a taxa de variação de $g(t)$ também deve envolver $r(t)$. Da mesma forma, a taxa de variação de $r(t)$ depende do número atual de $g(t)$.

Exemplo: Lotka-Volterra

- Isso apresenta algumas novas características do modelo para simulação, agora precisamos represetar dois **estados do sistema**, a população de gatos $g(t)$ e de ratos $r(t)$.
- Podemos modelar esse sistema como um **sistema de equações diferenciais**.
- E chegamos no **modelo de Lotka-Volterra**.

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{14}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{15}$$

Exemplo: Lotka-Volterra

- Isso apresenta algumas novas características do modelo para simulação, agora precisamos represetar dois **estados do sistema**, a população de gatos $g(t)$ e de ratos $r(t)$.
- Podemos modelar esse sistema como um **sistema de equações diferenciais**.
- E chegamos no **modelo de Lotka-Volterra**.

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{14}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{15}$$

Exemplo: Lotka-Volterra

- Isso apresenta algumas novas características do modelo para simulação, agora precisamos represetar dois **estados do sistema**, a população de gatos $g(t)$ e de ratos $r(t)$.
- Podemos modelar esse sistema como um **sistema de equações diferenciais**.
- E chegamos no **modelo de Lotka-Volterra**.

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{14}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{15}$$

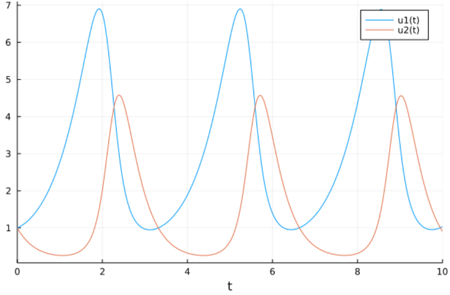
Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- α : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- β : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- δ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- γ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t)$$



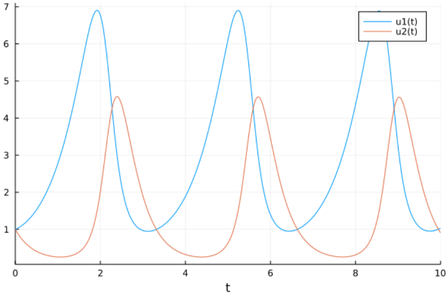
Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- α : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- β : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- δ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- γ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t) g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t) g(t) - \gamma g(t)$$



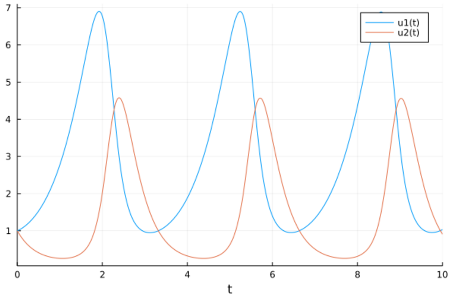
Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- α : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- β : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- δ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- γ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t) g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t) g(t) - \gamma g(t)$$



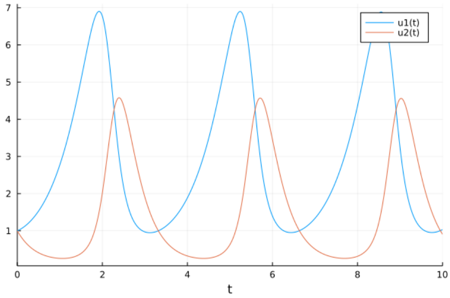
Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- α : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- β : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- δ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- γ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{17}$$



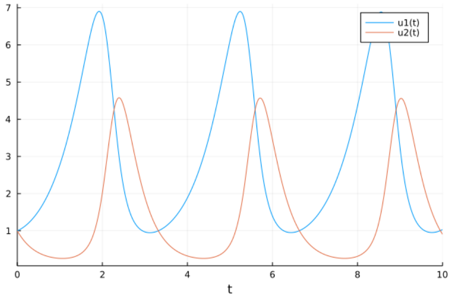
Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- α : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- β : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- δ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- γ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{17}$$



O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3}\frac{1}{2}^2(1-\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{4} \quad (18)$$

O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3}\frac{1}{2}^2(1-\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{4} \quad (18)$$

O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3}\frac{1}{2}^2(1-\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{4} \quad (18)$$

O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3}\frac{1}{2}^2(1-\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{4} \tag{18}$$

O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3}\frac{1}{2}^2(1-\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{4} \tag{18}$$

Simulação probabilidade Cara ou Coroa

```
julia> begin
       tentativas = 10000
       sucesso = 0

       for i in 1:tentativas
           if round(rand())+round(rand())+round(rand())+round(rand())==3
               sucesso += 1
           end
       end

       println("tentativas: " * string(tentativas))
       println("sucesso: " * string(sucesso))
       end
tentativas: 10000
sucesso: 2491
```

Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto Ω, um reticulado de celulas de dimensões n.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo n.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados (S) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** Φ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto Ω, um reticulado de celulas de dimensões n.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo n.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados (S) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** Φ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto Ω, um reticulado de celulas de dimensões n.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo n.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados (S) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** Φ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto Ω, um reticulado de celulas de dimensões n.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo n.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados (S) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** Φ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto Ω, um reticulado de celulas de dimensões n.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo n.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados (S) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** Φ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto Ω, um reticulado de celulas de dimensões n.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo n.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados (S) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** Φ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

CA: Vizinhanças $\mathcal{N}$

- Vizinhança de Von Neumann;
- Vizinhança de Moore;

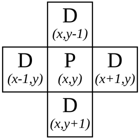


Figure: Von Neumann $\mathcal{N}$

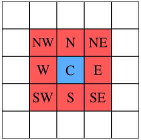


Figure: Moore $\mathcal{N}$

Exemplo: Jogo da Vida de Conway

Um exemplo classico de um automato celular é o *Conway's game of life*, onde cada celula tem 2 estados, ou seja $S = < vivo, morto >$;
O espaço Ω é um **reticulado infinito 2D**.
Poder ser aplicado tanto em Neumann $\mathcal{N}$ ou Moore $\mathcal{N}$.
e a regra de evolução Φ é definda por:

- qualquer célula com menos de 2 vizinhos vivos **morre** (subpopulação);
- qualquer célula com 2 ou mais vizinho vivos **vive** na proxima geração;
- qualquer célula viva com mais de 3 vizinhos vivos **morre** (sobrepopulação);
- qualquer célula morta com exatamente 3 vizinhos vira uma célula **viva** (reprodução);

GIF do jogo da vida...

Simulação de Eventos Discretos

- Contrasta com simulações *time-driven*;
- Deve existir **eventos no tempo** que causam alterações significantes no comportamento do sistema;
- O sistema é simulado por **saltos entre eventos** no tempo.

Simulação de Eventos Discretos

- Contrasta com simulações *time-driven*;
- Deve existir **eventos no tempo** que causam alterações significantes no comportamento do sistema;
- O sistema é simulado por **saltos entre eventos** no tempo.

Simulação de Eventos Discretos

- Contrasta com simulações *time-driven*;
- Deve existir **eventos no tempo** que causam alterações significantes no comportamento do sistema;
- O sistema é simulado por **saltos entre eventos** no tempo.

Requisitos para executar uma DES

- deve ser possivel **calcular analiticamente** o estado do sistema, em qualquer valor no tempo, entre dois eventos.
- Os eventos devem ocorrer em uma posição no tempo $t \in \mathbb{R}^+$.
- Apenas 1 evento pode ocorrer de cada vez.

Requisitos para executar uma DES

- deve ser possivel **calcular analiticamente** o estado do sistema, em qualquer valor no tempo, entre dois eventos.
- Os eventos devem ocorrer em uma posição no tempo $t \in \mathbb{R}^+$.
- Apenas 1 evento pode ocorrer de cada vez.

Requisitos para executar uma DES

- deve ser possivel **calcular analiticamente** o estado do sistema, em qualquer valor no tempo, entre dois eventos.
- Os eventos devem ocorrer em uma posição no tempo $t \in \mathbb{R}^+$.
- Apenas 1 evento pode ocorrer de cada vez.

Descrição de uma simulação por eventos discretos

- O sistema é composto de varias entidades i, que representam os *passos* da simulação.
- Cada passo é descrito pelo seu conjunto de estados $(s_i(t))$.
- Onde $S(t)$ é o conjunto $\{s_i(t)\}$ no instante de tempo t.

Descrição de uma simulação por eventos discretos

- O sistema é composto de varias entidades i, que representam os *passos* da simulação.
- Cada passo é descrito pelo seu conjunto de estados $(s_i(t))$.
- Onde $S(t)$ é o conjunto $\{s_i(t)\}$ no instante de tempo t.

Descrição de uma simulação por eventos discretos

- O sistema é composto de varias entidades i, que representam os *passos* da simulação.
- Cada passo é descrito pelo seu conjunto de estados $(s_i(t))$.
- Onde $S(t)$ é o conjunto $\{s_i(t)\}$ no instante de tempo t.

Descrição dos eventos

- Cada evento j é associado com uma ação a_j.
- Cada ação a_j muda o estado do sistema:

$$a_j : S(t_i) \rightarrow S(t_{i+1}) \quad (20)$$

- O evento é a **causa**, a ação é o **efeito**.

Descrição dos eventos

- Cada evento j é associado com uma ação a_j.
- Cada ação a_j muda o estado do sistema:

$$a_j : S(t_i) \rightarrow S(t_{i+1}) \tag{20}$$

- O evento é a **causa**, a ação é o **efeito**.

Descrição dos eventos

- Cada evento j é associado com uma ação a_j.
- Cada ação a_j muda o estado do sistema:

$$a_j : S(t_i) \rightarrow S(t_{i+1}) \tag{20}$$

- O evento é a **causa**, a ação é o **efeito**.