# Metodologia de Pesquisa

## Simulação

Ricardo Rosal

June 5, 2022

1. Simulação como método de pesquisa
    - O que é simulação?
    - Porque fazer uma simulação?
    - Vantagens da simulação
    - Tipos de simulação
        - Eventos discretos
        - Sistemas dinâmicos
        - Simulação baseada em agentes

2. Os objetivos de uma simulação
    - Predição

3. Métodos de simulação
    - Sistemas dinâmicos
    - Monte Carlo
    - Automatos Celulares

# Simulação como método de pesquisa

- O principal valor da simulação como método de pesquisa é a flexibilidade dada ao pesquisar de focar na complexidade do sistema e do modelo em estudo e fazer perguntas do tipo **"e se?"** ao ínves de perguntas como **"o que aconteceu? como? e por que?"**.
- outros métodos de pesquisa, em contra-partida, requer que seja **estabelescida algumas preposições sobre causalidade do fenômeno estudado**, já a simulação nos permite, desde a dinâmica estabelescida do modelo, **"criar/descobrir"** tais efeitos e demostrar causalidades.
- A simulação permite o estudo de **fenômenos mais complexos**, uma vez que as observações são feitas para **"avançando"** no tempo (ou em outro dimensão em que o sistema tem uma dinâmica definida).

# Simulação como método de pesquisa

- O principal valor da simulação como método de pesquisa é a flexibilidade dada ao pesquisar de focar na complexidade do sistema e do modelo em estudo e fazer perguntas do tipo **"e se?"** ao ínves de perguntas como **"o que aconteceu? como? e por que?"**.
- outros métodos de pesquisa, em contra-partida, requer que seja **estabelescida algumas preposições sobre causalidade do fenômeno estudado**, já a simulação nos permite, desde a dinâmica estabelescida do modelo, **"criar/descobrir"** tais efeitos e demostrar causalidades.
- A simulação permite o estudo de **fenômenos mais complexos**, uma vez que as observações são feitas para **"avançando"** no tempo (ou em outro dimensão em que o sistema tem uma dinâmica definida).

# Simulação como método de pesquisa

- O principal valor da simulação como método de pesquisa é a flexibilidade dada ao pesquisar de focar na complexidade do sistema e do modelo em estudo e fazer perguntas do tipo **"e se?"** ao ínves de perguntas como **"o que aconteceu? como? e por que?"**.
- outros métodos de pesquisa, em contra-partida, requer que seja **estabelescida algumas preposições sobre causalidade do fenômeno estudado**, já a simulação nos permite, desde a dinâmica estabelescida do modelo, **"criar/descobrir"** tais efeitos e demostrar causalidades.
- A simulação permite o estudo de **fenômenos mais complexos**, uma vez que as observações são feitas para **"avançando"** no tempo (ou em outro dimensão em que o sistema tem uma dinâmica definida).

- **Simulação de eventos discretos:** envolve um modelo onde a dinâmica (*governing equations*) na dimensão $\zeta$ (tempo, por exemplo) evolui de forma discreta, normalmente os eventos são disparados por um gatilho, que pode ser implementado com uma **callback** ou um **intervalo pré-definido**.
- usalmente, metódos como maquinas de **estados-finitos**, e **teoria das filas** são utilizados para simulação de eventos discretos.




- exemplo:

# Principais familias de simulação

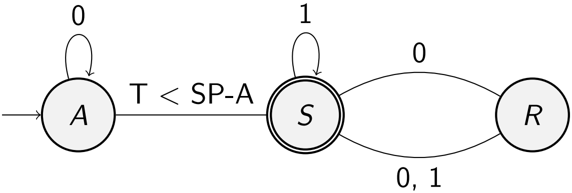
- **Simulação de eventos discretos:** envolve um modelo onde a dinâmica (*governing equations*) na dimensão $\zeta$ (tempo, por exemplo) evolui de forma discreta, normalmente os eventos são disparados por um gatilho, que pode ser implementado com uma **callback** ou um **intervalo pré-definido**.
- usalmente, metódos como maquinas de **estados-finitos**, e **teoria das filas** são utilizados para simulação de eventos discretos.




- exemplo:

# Principais familias de simulação

- **Simulação de eventos discretos:** envolve um modelo onde a dinâmica (*governing equations*) na dimensão $\zeta$ (tempo, por exemplo) evolui de forma discreta, normalmente os eventos são disparados por um gatilho, que pode ser implementado com uma **callback** ou um **intervalo pré-definido**.
- usalmente, metódos como maquinas de **estados-finitos**, e **teoria das filas** são utilizados para simulação de eventos discretos.
- exemplo:



# Principais familias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - f = 0 \tag{2}$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

# Principais familias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - f = 0 \tag{2}$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

# Principais familias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - f = 0 \tag{2}$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

# Principais familias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - f = 0 \tag{2}$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3}$$

# Principais familias de simulação

- **Simulaçãos baseadas em agentes:** são um grupo de metodos que de simulação que tem como objetivo a iteração de agentes que tendem a otimizar suas **funções de utilidade**.
- Um dos metodos mais utilizados para esse tipo de simulação a **teoria dos jogos**.

# Principais familias de simulação

- **Simulaçãos baseadas em agentes:** são um grupo de metodos que de simulação que tem como objetivo a iteração de agentes que tendem a otimizar suas **funções de utilidade**.
- Um dos metodos mais utilizados para esse tipo de simulação a **teoria dos jogos**.

# Simulação como previsão

- As simulações partem de um modelo composto por **governing rules** e **constitutive relations** e produz **saídas** dessas regras.
- Comparando as diferentes saidas de diferentes modelos e parâmetros que constituem os modelos, os pesquisadores podem inferir a relação de dado parâmetro no comportamento da saída.
- A validade dessas dependem intrísicamente da validade do modelo.

# O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

# O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

# O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

# O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

# O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variavel que define o estado do sistema;

$$s(t) \tag{4}$$

- o estado pode ser um vetor (multivariavel);

$$s(t) = (s(t), ..., s_n(t))^T \tag{5}$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{6}$$

# Representações de sistemas dinâmicos

Temos geralmente duas formas de representar o tempo em sistemas dinâmicos, e isso normalmente depende da dinâmica do sistema e como isso será definido.

- **Tempo discreto:** os tempo nos sistemas dinâmicos são representados **relações recorrentes** tambem chamado de **equações de diferenças**.

$$s(t + \Delta t) = f(s(t)) \tag{7}$$

- **Tempo continuo:** já nos sistemas contínuos são representados por **equações diferenciais**, ordinárias (ODE) ou parciais (PDE).

$$\dot{s} = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{8}$$

# Representações de sistemas dinâmicos

Temos geralmente duas formas de representar o tempo em sistemas dinâmicos, e isso normalmente depende da dinâmica do sistema e como isso será definido.

- **Tempo discreto:** os tempo nos sistemas dinâmicos são representados **relações recorrentes** tambem chamado de **equações de diferenças**.

$$s(t + \Delta t) = f(s(t)) \tag{7}$$

- **Tempo continuo:** já nos sistemas contínuos são representados por **equações diferenciais**, ordinárias (ODE) ou parciais (PDE).

$$\dot{s} = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \tag{8}$$

# Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

# Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

# Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

# Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

# Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

# Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os unicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \tag{9}$$

- Possiveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \tag{10}$$

$$B(t) = r_d P(t) \tag{11}$$

# Exemplo: Crescimento Populacional

- Podemos simplificar esse problema da seguinte forma:

$$\dot{P} = rP(t) \text{ onde } r = rb - rd \tag{12}$$

- E, por ser um modelo **muito** simples, podemos resolve-lo analiticamente.

$$P(t) = P_0 e^{rt} \tag{13}$$

# Exemplo: Crescimento Populacional

- Podemos simplificar esse problema da seguinte forma:

$$\dot{P} = rP(t) \text{ onde } r = rb - rd \tag{12}$$

- E, por ser um modelo **muito** simples, podemos resolve-lo analiticamente.

$$P(t) = P_0 e^{rt} \tag{13}$$

# Exemplo: Lotka-Volterra

- Expandindo a simulação aplicada a dinâmica populações, um modelo mais completo seria o modelo de **Lotka-Volterra**, tambem conhecido como *presa-predador*.
- Suponha que você queira modelar as populações de gatos e ratos em uma ilha, com suas respectivas dinâmicas no tempos definidas pelas funções $g(t)$ em $r(t)$, respectivamente. Os gatos se alimentam de ratos e morrerão de fome sem eles.
- Portanto, qualquer equação diferencial que descreva a taxa de variação de $g(t)$ também deve envolver $r(t)$. Da mesma forma, a taxa de variação de $r(t)$ depende do número atual de $g(t)$.

# Exemplo: Lotka-Volterra

- Expandindo a simulação aplicada a dinâmica populações, um modelo mais completo seria o modelo de **Lotka-Volterra**, tambem conhecido como *presa-predador*.
- Suponha que você queira modelar as populações de gatos e ratos em uma ilha, com suas respectivas dinâmicas no tempos definidas pelas funções $g(t)$ em $r(t)$, respectivamente. Os gatos se alimentam de ratos e morrerão de fome sem eles.
- Portanto, qualquer equação diferencial que descreva a taxa de variação de $g(t)$ também deve envolver $r(t)$. Da mesma forma, a taxa de variação de $r(t)$ depende do número atual de $g(t)$.

# Exemplo: Lotka-Volterra

- Expandindo a simulação aplicada a dinâmica populações, um modelo mais completo seria o modelo de **Lotka-Volterra**, tambem conhecido como *presa-predador*.
- Suponha que você queira modelar as populações de gatos e ratos em uma ilha, com suas respectivas dinâmicas no tempos definidas pelas funções $g(t)$ em $r(t)$, respectivamente. Os gatos se alimentam de ratos e morrerão de fome sem eles.
- Portanto, qualquer equação diferencial que descreva a taxa de variação de $g(t)$ também deve envolver $r(t)$. Da mesma forma, a taxa de variação de $r(t)$ depende do número atual de $g(t)$.

# Exemplo: Lotka-Volterra

- Isso apresenta algumas novas características do modelo para simulação, agora precisamos represetar dois **estados do sistema**, a população de gatos $g(t)$ e de ratos $r(t)$.
- Podemos modelar esse sistema como um **sistema de equações diferenciais**.
- E chegamos no **modelo de Lotka-Volterra**.

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{14}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{15}$$

# Exemplo: Lotka-Volterra

- Isso apresenta algumas novas características do modelo para simulação, agora precisamos represetar dois **estados do sistema**, a população de gatos $g(t)$ e de ratos $r(t)$.
- Podemos modelar esse sistema como um **sistema de equações diferenciais**.
- E chegamos no **modelo de Lotka-Volterra**.

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t) g(t) \tag{14}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t) g(t) - \gamma g(t) \tag{15}$$

# Exemplo: Lotka-Volterra

- Isso apresenta algumas novas características do modelo para simulação, agora precisamos represetar dois **estados do sistema**, a população de gatos $g(t)$ e de ratos $r(t)$.
- Podemos modelar esse sistema como um **sistema de equações diferenciais**.
- E chegamos no **modelo de Lotka-Volterra**.

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t) g(t) \tag{14}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t) g(t) - \gamma g(t) \tag{15}$$

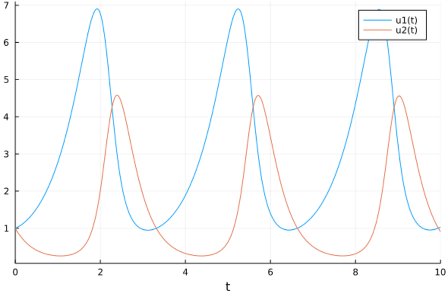
# Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- $\alpha$ : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- $\beta$ : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- $\delta$ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- $\gamma$ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{17}$$



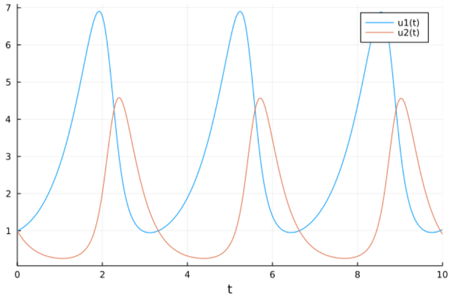
# Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- $\alpha$ : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- $\beta$ : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- $\delta$ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- $\gamma$ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t) g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t) g(t) - \gamma g(t)$$



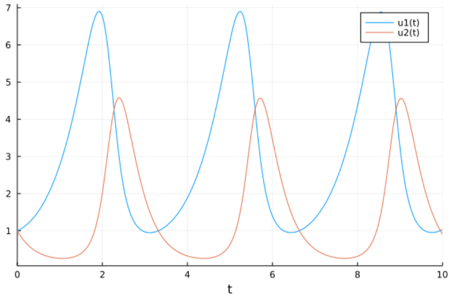
# Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- $\alpha$ : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- $\beta$ : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- $\delta$ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- $\gamma$ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{16}$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{17}$$

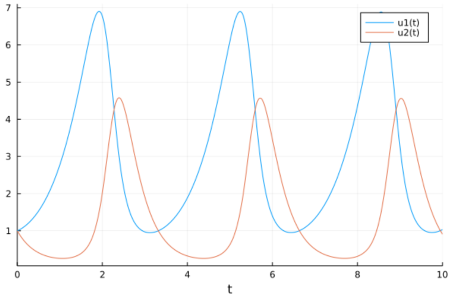


Parâmetros:

- $\alpha$ : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- $\beta$ : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- $\delta$ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- $\gamma$ : é a "conversão" de ratos em gatos.
-

$$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{16}$$

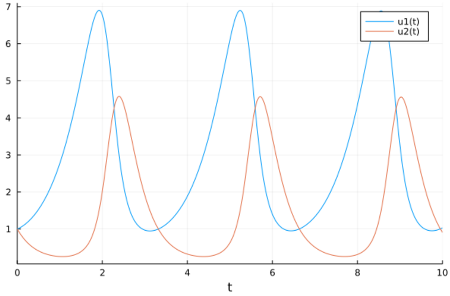
$$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t)$$



# Exemplo: Lotka-Volterra (Solução)

Parâmetros:

- $\alpha$ : é a taxa de crescimento da população de ratos na ausencia de gatos.
- $\beta$ : é a taxa de morte natural de gatos na ausencia de ratos.
- $\delta$ : é a taxa de mortalidade por encontro de gatos com ratos.
- $\gamma$ : é a "conversão" de ratos em gatos.
- $$\frac{dr(t)}{dt} = \alpha r(t) - \beta r(t)g(t) \tag{16}$$
  $$\frac{dg(t)}{dt} = \delta r(t)g(t) - \gamma g(t) \tag{17}$$



# O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3} \frac{1}{2}^2 (1 - \frac{1}{2})^1 = \frac{1}{4} \tag{18}$$

# O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3}\frac{1}{2}^2(1-\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{4} \tag{18}$$

# O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3}\frac{1}{2}^2(1-\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{4} \tag{18}$$

# O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3} \frac{1}{2}^{2} (1 - \frac{1}{2})^{1} = \frac{1}{4} \tag{18}$$

# O que é metodo de Monte Carlo?

- O objetivo do metodo de monte de carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenomeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do metodo de Monte Carlo foi utlizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de numeros aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3caras) = \binom{4}{3}\frac{1}{2}^{2}(1-\frac{1}{2})^{1} = \frac{1}{4} \tag{18}$$

# Simulação probabilidade Cara ou Coroa

```
julia> begin
       tentativas = 10000
       sucesso = 0

       for i in 1:tentativas
           if round(rand())+round(rand())+round(rand())+round(rand())==3
               sucesso += 1
           end
       end

       println("tentativas: " * string(tentativas))
       println("sucesso: " * string(sucesso))
       end
tentativas: 10000
sucesso: 2491
```

# Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto $\Omega$, um reticulado de celulas de dimensões $n$.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo $n$.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados $(S)$ possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** $\Phi$ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

# Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto $\Omega$, um reticulado de celulas de dimensões $n$.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo $n$.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados $(S)$ possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** $\Phi$ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

# Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto $\Omega$, um reticulado de celulas de dimensões $n$.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo $n$.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados ($S$) possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** $\Phi$ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

# Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto $\Omega$, um reticulado de celulas de dimensões $n$.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo $n$.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados $(S)$ possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** $\Phi$ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

# Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto $\Omega$, um reticulado de celulas de dimensões $n$.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo $n$.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados $(S)$ possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** $\Phi$ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

# Definição de Automatos Celulares

- Definindo a partir de um espaço discreto $\Omega$, um reticulado de celulas de dimensões $n$.
- Realiza simulação em tempos discretos, calculado o **estado** de cada célula em cada passo no tempo $n$.
- Deve ser definido um conjunto discreto de estados $(S)$ possíveis por celula.
- Deve ser definido uma **regra de evolução** $\Phi$ que define como ocorre a dinâmica do estado das células, na vizinhança $\mathcal{N}$
- a atualização do estado das celulas ocorre **paralelamente!**.
- Então para definir completamente um automato ceular precisamos da seguinte tupla:

$$< \Omega, S, \mathcal{N}, \Phi > \tag{19}$$

# CA: Vizinhanças $\mathcal{N}$

- Vizinhança de Von Neumann;
- Vizinhança de Moore;

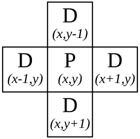



Figure: Von Neumann $\mathcal{N}$

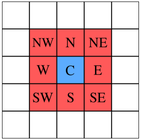



Figure: Moore $\mathcal{N}$