

Metodologia de Pesquisa

Simulação

Ricardo Rosal

June 4, 2022

1 Simulação como método de pesquisa

- O que é simulação?
- Porque fazer uma simulação?
- Vantagens da simulação
- Tipos de simulação
 - Eventos discretos
 - Sistemas dinâmicos
 - Simulação baseada em agentes

2 Os objetivos de uma simulação

- Predição

3 Métodos de simulação

- Sistemas dinâmicos
- Monte Carlo
- Elementos Finitos
- CPS (Cyber-Physical System)
- Automatos Celulares
- Lattice Boltzmann
- Point-like object

4 Abordagens de simulação

5 Implementação de uma simulação

Simulação como método de pesquisa

- O principal valor da simulação como método de pesquisa é a flexibilidade dada ao pesquisar de focar na complexidade do sistema e do modelo em estudo e fazer perguntas do tipo **"e se?"** ao invés de perguntas como **"o que aconteceu? como? e por que?"**.
- outros métodos de pesquisa, em contra-partida, requer que seja **estabelecida algumas preposições sobre causalidade do fenômeno estudado**, já a simulação nos permite, desde a dinâmica estabelecida do modelo, **"criar/descobrir"** tais efeitos e demonstrar causalidades.
- A simulação permite o estudo de **fenômenos mais complexos**, uma vez que as observações são feitas para **"avancando"** no tempo (ou em outra dimensão em que o sistema tem uma dinâmica definida).

Simulação como método de pesquisa

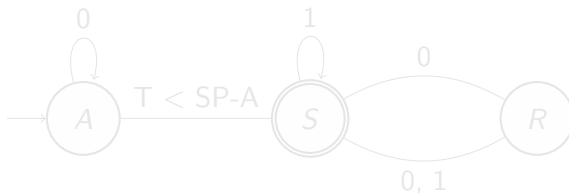
- O principal valor da simulação como método de pesquisa é a flexibilidade dada ao pesquisador de focar na complexidade do sistema e do modelo em estudo e fazer perguntas do tipo **"e se?"** ao invés de perguntas como **"o que aconteceu? como? e por que?"**.
- outros métodos de pesquisa, em contra-partida, requer que seja **estabelecida algumas preposições sobre causalidade do fenômeno estudado**, já a simulação nos permite, desde a dinâmica estabelecida do modelo, **"criar/descobrir"** tais efeitos e demonstrar causalidades.
- A simulação permite o estudo de **fenômenos mais complexos**, uma vez que as observações são feitas para **"avanchando"** no tempo (ou em outra dimensão em que o sistema tem uma dinâmica definida).

Simulação como método de pesquisa

- O principal valor da simulação como método de pesquisa é a flexibilidade dada ao pesquisador de focar na complexidade do sistema e do modelo em estudo e fazer perguntas do tipo **"e se?"** ao invés de perguntas como **"o que aconteceu? como? e por que?"**.
- outros métodos de pesquisa, em contra-partida, requer que seja **estabelecida algumas preposições sobre causalidade do fenômeno estudado**, já a simulação nos permite, desde a dinâmica estabelecida do modelo, **"criar/descobrir"** tais efeitos e demonstrar causalidades.
- A simulação permite o estudo de **fenômenos mais complexos**, uma vez que as observações são feitas para **"avanchando"** no tempo (ou em outra dimensão em que o sistema tem uma dinâmica definida).

Principais famílias de simulação

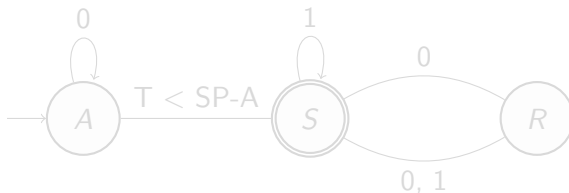
- **Simulação de eventos discretos:** envolve um modelo onde a dinâmica (*governing equations*) na dimensão ζ (tempo, por exemplo) evolui de forma discreta, normalmente os eventos são disparados por um gatilho, que pode ser implementado com uma **callback** ou um **intervalo pré-definido**.
- usualmente, métodos como maquinas de **estados-finitos**, e **teoria das filas** são utilizados para simulação de eventos discretos.



- exemplo:

Principais famílias de simulação

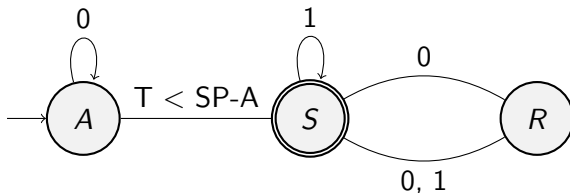
- **Simulação de eventos discretos:** envolve um modelo onde a dinâmica (*governing equations*) na dimensão ζ (tempo, por exemplo) evolui de forma discreta, normalmente os eventos são disparados por um gatilho, que pode ser implementado com uma **callback** ou um **intervalo pré-definido**.
- usualmente, métodos como maquinas de **estados-finitos**, e **teoria das filas** são utilizados para simulação de eventos discretos.



- exemplo:

Principais famílias de simulação

- **Simulação de eventos discretos:** envolve um modelo onde a dinâmica (*governing equations*) na dimensão ζ (tempo, por exemplo) evolui de forma discreta, normalmente os eventos são disparados por um gatilho, que pode ser implementado com uma **callback** ou um **intervalo pré-definido**.
- usualmente, métodos como máquinas de **estados-finitos**, e **teoria das filas** são utilizados para simulação de eventos discretos.



- exemplo:

Principais famílias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \quad (1)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} - f = 0 \quad (2)$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (3)$$

Principais famílias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.

- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \quad (1)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} - f = 0 \quad (2)$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (3)$$

Principais famílias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \quad (1)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} - f = 0 \quad (2)$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (3)$$

Principais famílias de simulação

- **Simulação de sistemas dinâmicos:** nesse tipo de simulação é definido o **estado** ou **estados** do sistema, que normalmente é a variável dependente de uma função, onde é conhecido a dinâmica do mesmo.
- essa dinâmica normalmente é definida por uma **equação diferencial ODE** ou **PDE**, dependendo do número de **dimensões** no espaço onde ocorre a dinâmica do sistema, e a função que define o **estado** é a solução da equação diferencial.
- Por exemplo:

$$F = m \cdot a \quad (1)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} - f = 0 \quad (2)$$

- ou:

$$\nabla^2 = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (3)$$

- **Simulações baseadas em agentes:** são um grupo de metodos que de simulação que tem como objetivo a iteração de agentes que tendem a otimizar suas **funções de utilidade**.
- Um dos metodos mais utilizados para esse tipo de simulação a **teoria dos jogos**.

Principais famílias de simulação

- **Simulações baseadas em agentes:** são um grupo de metodos que de simulação que tem como objetivo a iteração de agentes que tendem a otimizar suas **funções de utilidade**.
- Um dos metodos mais utilizados para esse tipo de simulação a **teoria dos jogos**.

- As simulações partem de um modelo composto por **governing rules** e **constitutive relations** e produz **saídas** dessas regras.
- Comparando as diferentes saídas de diferentes modelos e parâmetros que constituem os modelos, os pesquisadores podem inferir a relação de dado parâmetro no comportamento da saída.
- A validade dessas dependem intrínsecamente da validade do modelo.

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variável que define o estado do sistema;

$$s(t) \quad (4)$$

- o estado pode ser um vetor (multivariável);

$$s(t) = (s(t), \dots, s_n(t))^T \quad (5)$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \quad (6)$$

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variável que define o estado do sistema;

$$s(t) \quad (4)$$

- o estado pode ser um vetor (multivariável);

$$s(t) = (s(t), \dots, s_n(t))^T \quad (5)$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \quad (6)$$

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variável que define o estado do sistema;

$$s(t) \quad (4)$$

- o estado pode ser um vetor (multivariável);

$$s(t) = (s(t), \dots, s_n(t))^T \quad (5)$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \quad (6)$$

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variável que define o estado do sistema;

$$s(t) \quad (4)$$

- o estado pode ser um vetor (multivariável);

$$s(t) = (s(t), \dots, s_n(t))^T \quad (5)$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \quad (6)$$

O que é um sistema dinâmico?

- Em resumo, um **sistema dinâmico** é um sistema que varia no tempo;
- o sistema é descrito uma variável que define o estado do sistema;

$$s(t) \quad (4)$$

- o estado pode ser um vetor (multivariável);

$$s(t) = (s(t), \dots, s_n(t))^T \quad (5)$$

- e para adicionar a *dinâmica* no sistema, é necessário definir como o **estado** varia no tempo.
- qual a forma mais convencional de fazer isso matematicamente?

$$\dot{s}(t) = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \quad (6)$$

Representações de sistemas dinâmicos

Temos geralmente duas formas de representar o tempo em sistemas dinâmicos, e isso normalmente depende da dinâmica do sistema e como isso será definido.

- **Tempo discreto:** os tempo nos sistemas dinâmicos são representados **relações recorrentes** também chamado de **equações de diferenças**.

$$s(t + \Delta t) = f(s(t)) \quad (7)$$

- **Tempo contínuo:** já nos sistemas contínuos são representados por **equações diferenciais**, ordinárias (ODE) ou parciais (PDE).

$$\dot{s} = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \quad (8)$$

Representações de sistemas dinâmicos

Temos geralmente duas formas de representar o tempo em sistemas dinâmicos, e isso normalmente depende da dinâmica do sistema e como isso será definido.

- **Tempo discreto:** os tempo nos sistemas dinâmicos são representados **relações recorrentes** também chamado de **equações de diferenças**.

$$s(t + \Delta t) = f(s(t)) \quad (7)$$

- **Tempo contínuo:** já nos sistemas contínuos são representados por **equações diferenciais**, ordinárias (ODE) ou parciais (PDE).

$$\dot{s} = \frac{ds(t)}{dt} = f(s(t)) \quad (8)$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o **"crescimento"** de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os únicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \quad (9)$$

- Possíveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \quad (10)$$

$$B(t) = r_d P(t) \quad (11)$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o "**crescimento**" de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os únicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \quad (9)$$

- Possíveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \quad (10)$$

$$B(t) = r_d P(t) \quad (11)$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o "**crescimento**" de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os únicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \quad (9)$$

- Possíveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \quad (10)$$

$$B(t) = r_d P(t) \quad (11)$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o "**crescimento**" de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os únicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \quad (9)$$

- Possíveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \quad (10)$$

$$B(t) = r_d P(t) \quad (11)$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o "**crescimento**" de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os únicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \quad (9)$$

- Possíveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \quad (10)$$

$$B(t) = r_d P(t) \quad (11)$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Vamos abordar um problema onde aplicação onde o objeto é simular o "**crescimento**" de uma população em um dado sistema.
- podemos começar modelando esse sistema, definindo a variável estado do sistema, que no caso é a população $P(t)$.
- Considerando que sabemos o estado atual da população $P(0) = P_0$, temos um IVP.
- De forma bastante resumida, podemos falar que os únicos processos que influenciam o estado da população é a $M(t)$ e o nascimento $N(t)$.
- então podemos definir que:

$$\dot{P} = \frac{P(t)}{dt} = N(t) - M(t) \quad (9)$$

- Possíveis funções para modelar os nascimentos e mortes poderiam ser:

$$B(t) = r_b P(t) \quad (10)$$

$$B(t) = r_d P(t) \quad (11)$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Podemos simplificar esse problema da seguinte forma:

$$\dot{P} = rP(t) \text{ onde } r = rb - rd \quad (12)$$

- E, por ser um modelo **muito** simples, podemos resolvê-lo analiticamente.

$$P(t) = P_0 e^{rt} \quad (13)$$

Exemplo: Crescimento Populacional

- Podemos simplificar esse problema da seguinte forma:

$$\dot{P} = rP(t) \text{ onde } r = rb - rd \quad (12)$$

- E, por ser um modelo **muito** simples, podemos resolvê-lo analiticamente.

$$P(t) = P_0 e^{rt} \quad (13)$$

O que é método de Monte Carlo?

- O objetivo do método de Monte Carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenómeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do método de Monte Carlo foi utilizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de números aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3\text{caras}) = \binom{4}{3} \frac{1}{2}^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{4} \quad (14)$$

O que é método de Monte Carlo?

- O objetivo do método de Monte Carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenómeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do método de Monte Carlo foi utilizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de números aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3\text{caras}) = \binom{4}{3} \frac{1}{2}^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{4} \quad (14)$$

O que é método de Monte Carlo?

- O objetivo do método de Monte Carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenómeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do método de Monte Carlo foi utilizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de números aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3\text{caras}) = \binom{4}{3} \frac{1}{2}^3 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{4} \quad (14)$$

O que é método de Monte Carlo?

- O objetivo do método de Monte Carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenómeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do método de Monte Carlo foi utilizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de números aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3\text{caras}) = \binom{4}{3} \frac{1}{2}^3 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{4} \quad (14)$$

O que é método de Monte Carlo?

- O objetivo do método de Monte Carlo é amostrar um processo estocástico e a partir disso, determinar propriedades estatísticas do fenómeno.
- no entanto, como é amostrado os eventos aleatórios?
- A principal sacada do método de Monte Carlo foi utilizar a função inversa de uma CDF (cumulative distribution function) para, a partir de um gerador de números aleatórios, definir o estado do evento gerado.
- Por exemplo, se jogarmos uma moeda 4 vezes, qual é a probabilidade de obtermos 3 caras e 1 coroa?
- podemos definir isso analiticamente pelo seguinte processo (distribuição binomial):

$$P(3\text{caras}) = \binom{4}{3} \frac{1}{2}^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{4} \quad (14)$$

