虚拟现实书面1

1. 通过课上所讲缩放，得

$$S=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 代入 $R_y(90^\circ)$ 得

$$R=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. 代入平移矩阵公式有

$$T=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

该三维空间点可用 $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -6 \\ 1 \end{bmatrix}$ 表式，可知

变换后 $P=TRS\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -6 \\ 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

2. 朝向 $g=\begin{bmatrix}0\\4\\-3\end{bmatrix}$

代入公式得坐标轴 $z^c=\frac{-g}{\|g\|}=\begin{bmatrix}0\\-\frac{4}{5}\\\frac{3}{5}\end{bmatrix}$

$x^c=\frac{u\times z^c}{\|u\times z^c\|}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$

$y^c=z^c\times x^c=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\\frac{3}{5}\\\frac{4}{5}\end{bmatrix}$

视角变换矩阵

$$\begin{bmatrix}x_x^c & x_y^c & x_z^c & -x\cdot e\\ y_x^c & y_y^c & y_z^c & -y\cdot e\\ z_x^c & z_y^c & z_z^c & -z\cdot e\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & 0\\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} & -5\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$p_2=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & 0\\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} & -5\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\2\\-1\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\\frac{2}{5}\\\frac{36}{5}\\1\end{bmatrix}\frac{-36}{5}$$

3. 代入公式，$\cot\left(\frac{fovy}{2}\right)=1$

透视投影矩阵

$$M_{proj}=\begin{bmatrix} \frac{1}{aspect} & & & \\ & 1 & & \\ & & -\frac{zFar+zNear}{zFar-zNear} & -\frac{2\,zFar\,zNear}{zFar-zNear} \\ & & -1 & \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{4} & -\frac{9}{4} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

裁剪空间坐标 $M_{proj}\begin{bmatrix} -\frac{1}{5} \\ \frac{27}{5} \\ -\frac{36}{5} \\ 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\frac{1}{5} \\ \frac{27}{5} \\ \frac{23}{4} \\ \frac{36}{5} \end{bmatrix}$

NDC坐标即为裁剪空间坐标第四项归一化为

$$\begin{bmatrix} -\frac{5}{36} \\ -\frac{1}{18} \\ \frac{21}{16} \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\frac{5}{14} \\ \frac{15}{56} \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\frac{5}{36} \\ \frac{1}{18} \\ \frac{15}{16} \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. 视口变换时：

$x_{window} = \frac{width}{2}(x_{NDC}+1)+X = \frac{2660}{3}$

$y_{window} = \frac{height}{2}(y_{NDC}+1)+y = 530$

~~$z_{window} = \frac{1}{2}z_{NDC}+\frac{1}{2} = \frac{41}{32}$~~

∴ 在屏幕空间坐标 $(x_{window}, y_{window}) = (\frac{2660}{3}, 530)$