



中国人民大学
RENMIN UNIVERSITY OF CHINA

统计学院
SCHOOL OF STATISTICS

收益率

孟生旺

Presenter name
www.officeplus.cn

主要内容

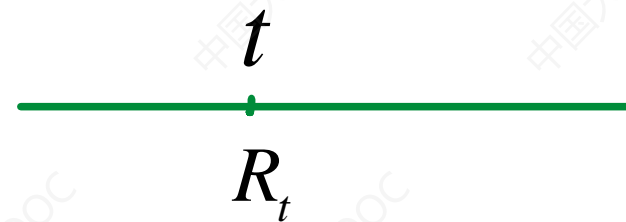
- 净现值与收益率
- 再投资与修正收益率
- 基金的收益率
 - 币值加权收益率
 - 时间加权收益率
- 基金的收益分配
 - 投资组合法
 - 投资年度法

净现值

- 净现值 (net present value, NPV)

$$\text{NPV}(i) = \sum_{t=0}^n (1+i)^{-t} R_t$$

= 资金流入的现值 - 资金流出的现值



$$\begin{cases} R_t > 0 & \text{资金流入} \\ R_t < 0 & \text{资金流出} \end{cases}$$

- 净现值越大，表示获得的收益越多。

- 与本金大小有关，没有可比性

收益率

- **收益率**：使得资金流入的现值与资金流出的现值相等时的利率。
- 也称为内涵报酬率（internal rate of return, IRR）
- **收益率**：使得净现值等于零的利率：

$$NPV(i) = \sum_{t=0}^n (1+i)^{-t} R_t = 0$$

例（收益率的定义）：时间零点投资100元，年末收回110元，计算收益率。

解：三种方法

(1) 价值方程： $100(1 + i) = 110$ ，故收益率 $i = 10\%$

(2) 资金流入的现值 $= 110 / (1 + i)$ ，资金流出的现值 $= 100$

令上述两者相等： $110 / (1 + i) = 100$ ，等价于前述价值方程。

(3) 令净现值 $= 110 / (1 + i) - 100 = 0$ ，

也等价于前述价值方程。

例：期初投资20万元，在今后的5年内每年末可以获得5万元。

计算：（1）在5%和10%利率水平下的净现值；（2）收益率。

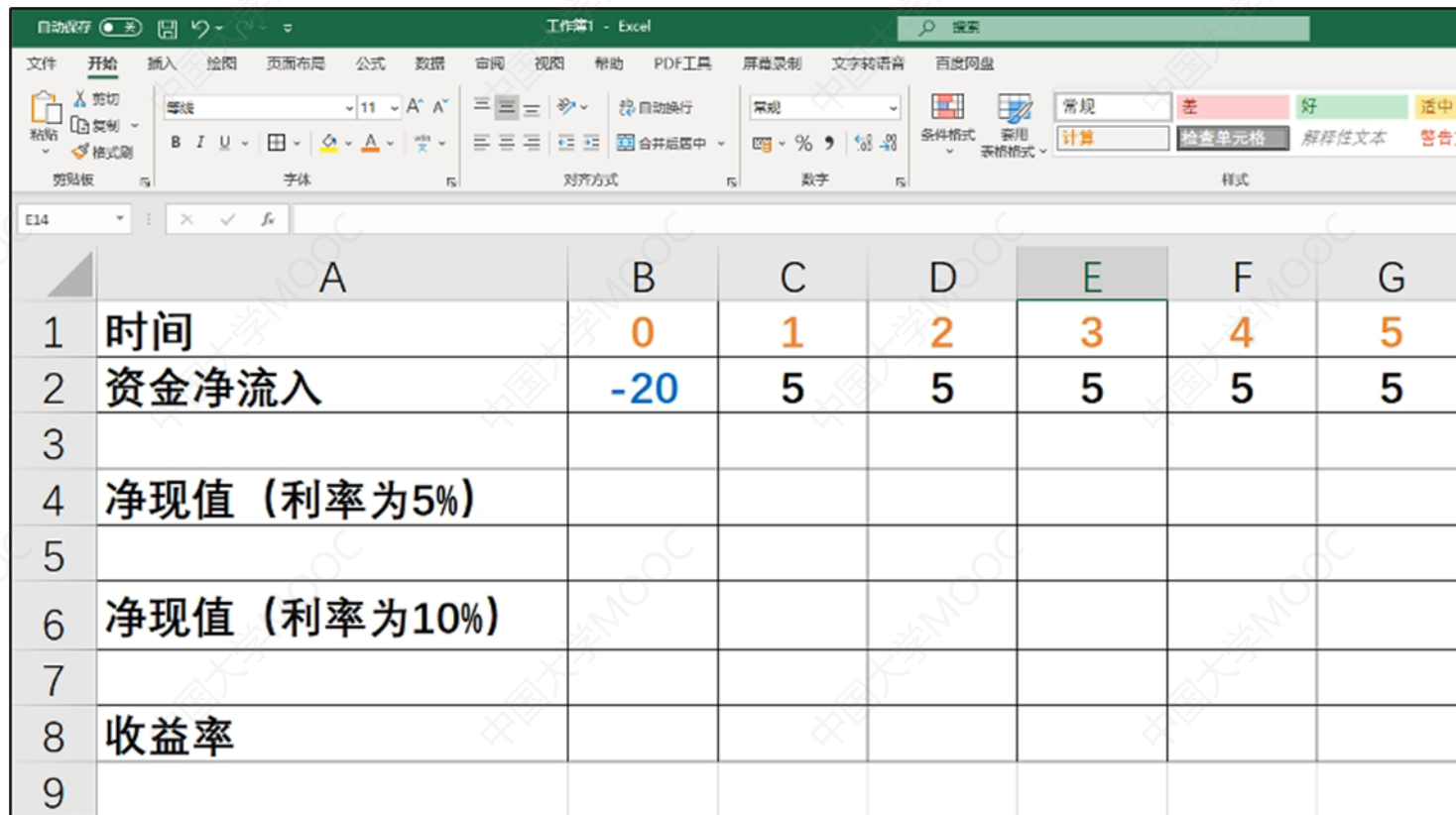


$$(1) \text{ 净现值: } 5 \cdot a_{\overline{5}|i} - 20 = \begin{cases} 1.65, & \text{if } i = 5\% \\ -1.05 & \text{if } i = 10\% \end{cases}$$

(2) 收益率：令净现值等于零

$$5 \cdot a_{\overline{5}|i} - 20 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 5 \cdot \frac{1 - (1+i)^{-5}}{i} - 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad i = 7.93\%$$

例：应用EXCEL计算净现值NPV和收益率IRR（参见MOOC）



	A	B	C	D	E	F	G
1	时间	0	1	2	3	4	5
2	资金净流入	-20	5	5	5	5	5
3							
4	净现值（利率为5%）						
5							
6	净现值（利率为10%）						
7							
8	收益率						
9							

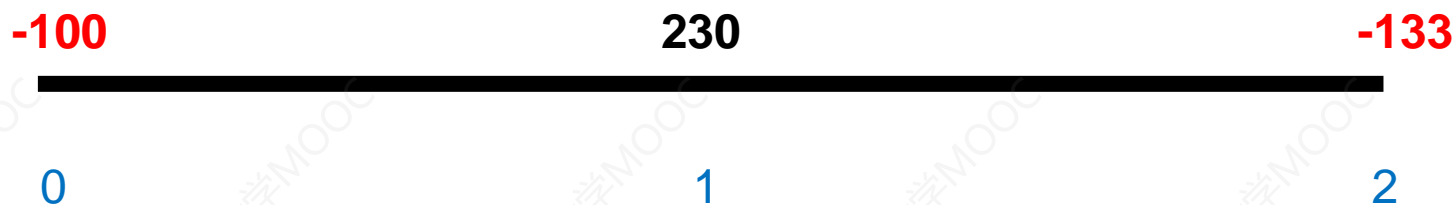
注：NPV函数中不含0点的现金流。

求解收益率可能出现的三种情况

$$\text{NPV}(i) = \sum_{t=0}^n (1+i)^{-t} R_t = 0$$

- 无解
- 多重解
- 唯一解，例： $5 \cdot a_{\overline{5}|i} - 20 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 5 \cdot \frac{1 - (1+i)^{-5}}{i} - 20 = 0$

例（收益率不存在）： $R_0 = -100$, $R_1 = 230$, $R_2 = -133$ ，求收益率。



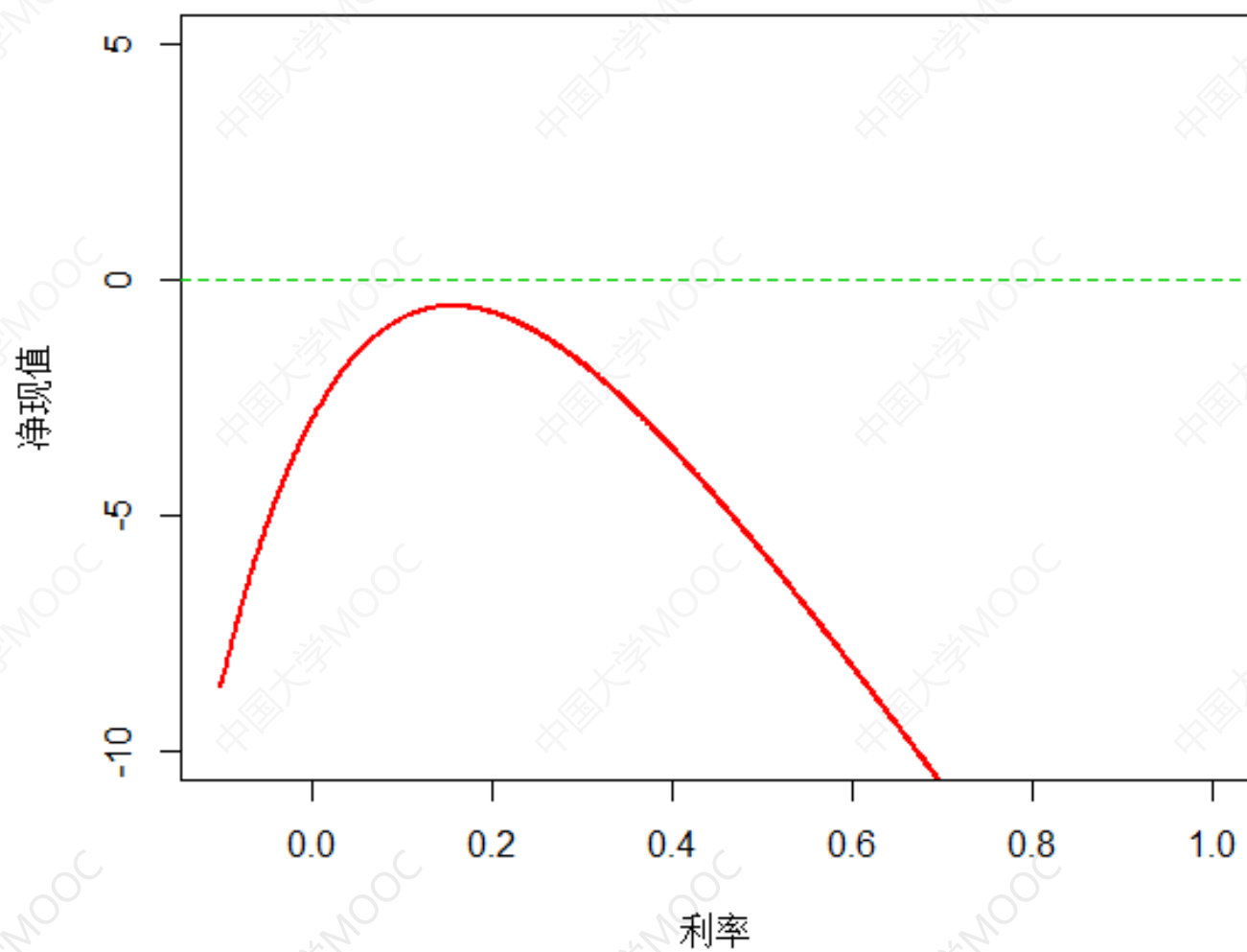
解：净现值为

$$NPV(i) = -100 + \frac{230}{1+i} - \frac{133}{(1+i)^2}$$
$$(1+i)^2 - 2.3(1+i) + 1.33 = 0$$

由于 $2.3^2 - 4 \times 1.33 = -0.03$ ，方程无实数解，不存在收益率。



收益率不存在



例（多重收益率）：在时间零点和第2年末分别投资100和132，在第1年末可以获得230，求收益率。

$$100 + \frac{132}{(1+i)^2} = \frac{230}{1+i}$$

$$\Rightarrow [(1+i) - 1.1][(1+i) - 1.2] = 0$$

$$\Rightarrow i = 10\% \quad \text{or} \quad i = 20\%$$

-100

230

-132

0

1

2

例（唯一收益率）：项目 P 在时间零点投资4000，在第1年和第2年末分别可以获得1000 和 4000。项目 Q 在第2年末投资 x ，在时间零点和第1年末分别可以获得2000和4000。如果年利率为10%，则两个项目的**净现值相等**。计算项目 Q 的**收益率**。

t	0	1	2
P	- 4000	1000	4000
Q	2000	4000	- x

$$1000 \times (1 + 10\%)^{-1} + 4000 \times (1 + 10\%)^{-2} - 4000 = 2000 + 4000 \times (1 + 10\%)^{-1} - x \times (1 + 10\%)^{-2} \Rightarrow x = 6560$$

$$2000 + 4000 / (1 + i) - 6560 / (1 + i)^2 = 0 \Rightarrow i = 6.88\%$$

收益率唯一性的条件

- 满足下述两个准则之一即可：

- 准则1：资金净流入只改变过一次符号（正负号）。

- 准则2：用收益率计算资金净流入的累积值，始终为负，最后一年末等于零。



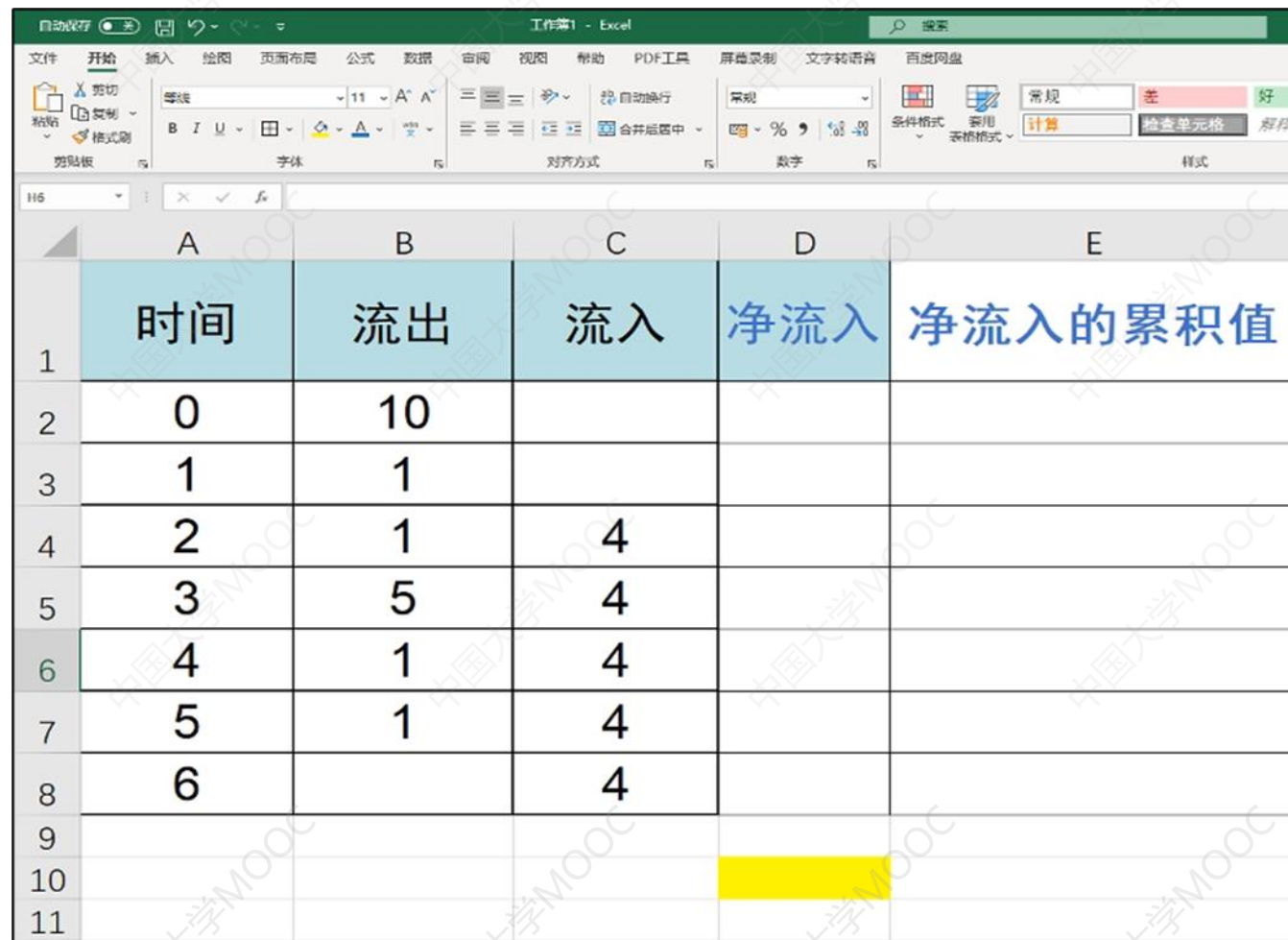
例：从资金**净流入**的符号判断，收益率是唯一的（9.98%）

时间	流出	流入	净流入
0	10		-10
1	1		-1
2	1	4	3
3	1	4	3
4	1	4	3
5	1	4	3
6		4	4

例：净流入改变了三次符号，但符合准则2，故收益率（ $i = 2.003\%$ ）是唯一的

年度	流出	流入	净流入	净流入的累积值
0	10		-10	-10
1	1		-1	$-10*(1 + i) - 1 = -11.20$
2	1	4	3	$-11.20*(1 + i) + 3 = -8.42$
3	5	4	-1	$-8.42*(1 + i) - 1 = -9.59$
4	1	4	3	$-9.59*(1 + i) + 3 = -6.79$
5	1	4	3	$-6.79*(1 + i) + 3 = -3.92$
6		4	4	$-3.92*(1 + i) + 4 = 0$

应用EXCEL计算资金净流入的累积值（参见MOOC）



	A	B	C	D	E
	时间	流出	流入	净流入	净流入的累积值
1					
2	0	10			
3	1	1			
4	2	1	4		
5	3	5	4		
6	4	1	4		
7	5	1	4		
8	6		4		
9					
10					
11					

例：多重收益率 $i = 10\%$, $i = 20\%$ 条件下的净流入及其累积值

100

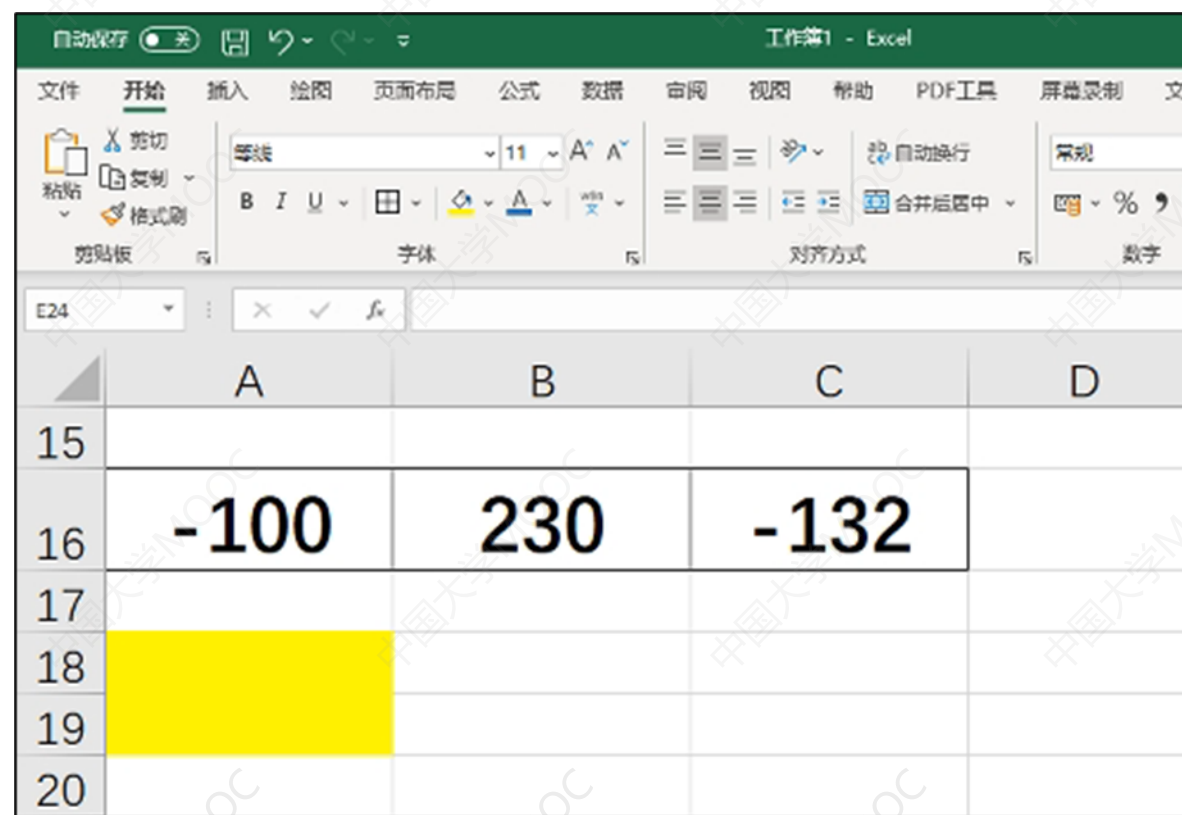
230

132

时间	净流入	按10%计算累积值
0	-100	-100
1	230	$-100 \times (1 + 10\%) + 230 = 120$
2	-132	$120 \times (1 + 10\%) - 132 = 0$

时间	净流入	按20%计算累积值
0	-100	-100
1	230	$-100(1 + 20\%) + 230 = 110$
2	-132	$110(1 + 20\%) - 132 = 0$

应用IRR函数计算收益率（参见MOOC）



The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D
15				
16	-100	230	-132	
17				
18				
19				
20				

The formula bar shows the formula $=IRR(B6:B10)$ entered in cell E24. The cell E24 is highlighted in yellow.

修正收益率

- 当收益率不存在或不唯一时，考虑使用修正收益率。

	0	1	2
不存在	-100	230	-133
不唯一 (10%和20%)	-100	230	-132

- 如何计算修正收益率？

- 资金流出（成本）：用**筹资利率**计算现值
- 资金流入（收益）：用**再投资利率**计算累积值

0

t

流出的现值

流入的累积值

$$\text{流出的现值} \times (1+i)^t = \text{流入的累积值}$$

例：假设筹资利率为8%，再投资利率为6%，计算修正收益率。

	0	1	2
收益率不存在	-100	230	-133

资金流出的现值： $100 + 133/(1 + 8\%)^2 = 214$

资金流入的累积值： $230 \times (1 + 6\%) = 244$

修正收益率： $214(1+i)^2 = 244 \Rightarrow i = 6.73\%$



应用MIRR函数计算修正收益率（参见MOOC）

	A	B	C	D	E	F	G
1	-100	230	-133				
2							
3							
4							
5							

例：假设筹资利率为8%，再投资利率为6%，计算修正收益率。

	0	1	2
收益率不唯一 (10%和20%)	-100	230	-132

资金流出的现值： $100 + 132/(1 + 8\%)^2 = 213$

资金流入的累积值： $230 \times (1 + 6\%) = 244$

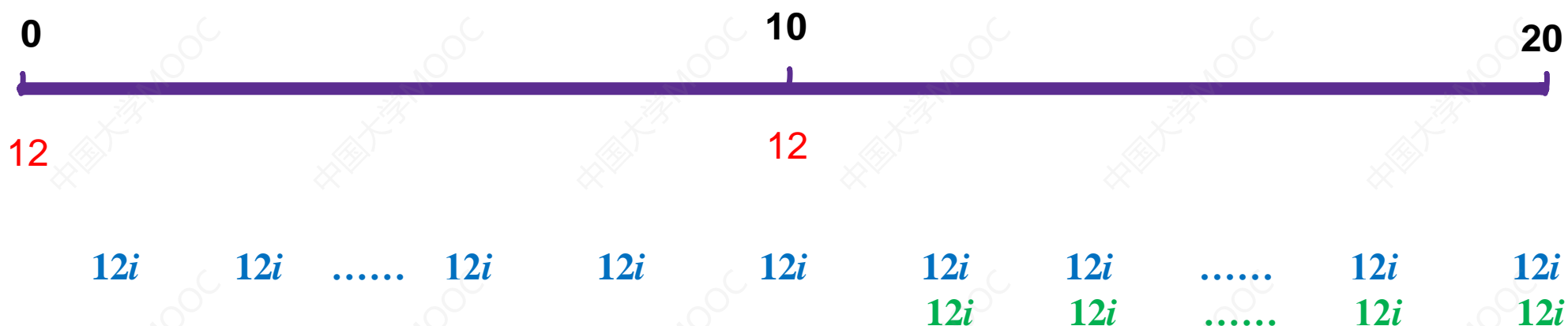
修正收益率： $213(1+i)^2 = 244 \Rightarrow i = 6.94\%$

再投资

- 再投资：前期投资产生的收入，按新的利率再次进行投资。
- 例：考虑两种可选的投资项目
 - A) 投资5年，年利率为9%
 - B) 投资10年，年利率为8%
- 如果两种投资在10年期间的收益相同，A在后5年的再投资收益率应为多少？

$$(1 + 0.09)^5 (1 + i)^5 = (1 + 0.08)^{10} \Rightarrow i = 7.01\%$$

例：投资者在时间零点存入 12，在第10年末存入 12，年利率为 i 。利息每年末支付一次，并按 $0.75i$ 的利率再投资。在第20年末，**利息**再投资形成的累积值为64。计算 i 。



利息在 $t = 20$ 时的累积值（**不含本金**）：

$$12i \times s_{\overline{20}|0.75i} + 12i \times s_{\overline{10}|0.75i} = 64 \quad \Rightarrow i = 9.57\%$$

例：投资者每年初投资1000，投资5年，年收益率为10%。每年获得的收益按8%进行再投资。计算5年期间的总平均收益率。

时间	0	1	2	3	4	5
投资的本金	1000	1000	1000	1000	1000	
本金余额	1000	2000	3000	4000	5000	5000
本金产生的收益		100	200	300	400	500

5年末的余额

$$1000\ddot{s}_{\overline{5}|i}$$

||

$$5000$$

+

$$100(Is)_{\overline{5}|8\%}$$

$$100(Is)_{\overline{5}|8\%} + 5000 = 1000\ddot{s}_{\overline{5}|i}$$



参考答案：

利息收入在第5年末的累积值： $100(Is)_{\overline{5}|8\%}$

$$= 100 \times 1.08^5 (Ia)_{\overline{5}|8\%} = 100 \times 1.08^5 \frac{\ddot{a}_{\overline{5}|0.08} - 5(1.08)^{-5}}{0.05} = 1669.91$$

第5年末的总价值：**6669.91**

平均收益率： $1000\ddot{s}_{\overline{5}|i} = 6669.91 \Rightarrow i = 9.7643\%$

例：一笔资金按年利率 10% 投资，刚好可以在未来 20 年的每年末领取 1 元。第一年的收益率为 10%，投资者在年末领取了 1 元。在第 2 年，收益率为 12%。如果从第 3 年开始收益率回到了原来的水平 10%。计算在第 2 年末到第 20 年末，投资者可以领取的等额收益是多少。

时间零点的投资额为： $a_{\overline{20}|10\%}$

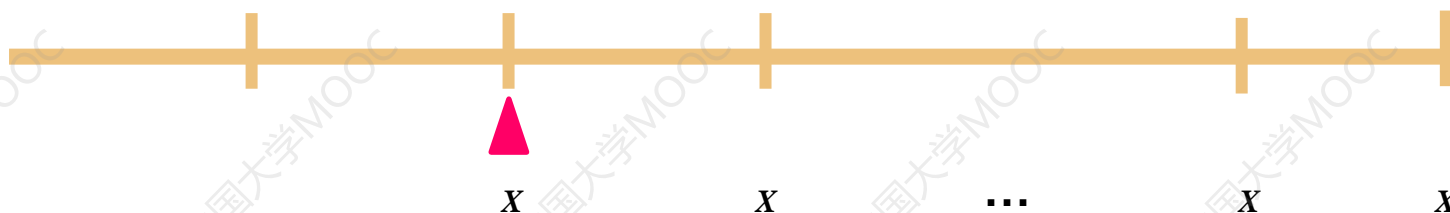
计算第 2 年末的价值：

将来法：未来 19 次领取金额的现值

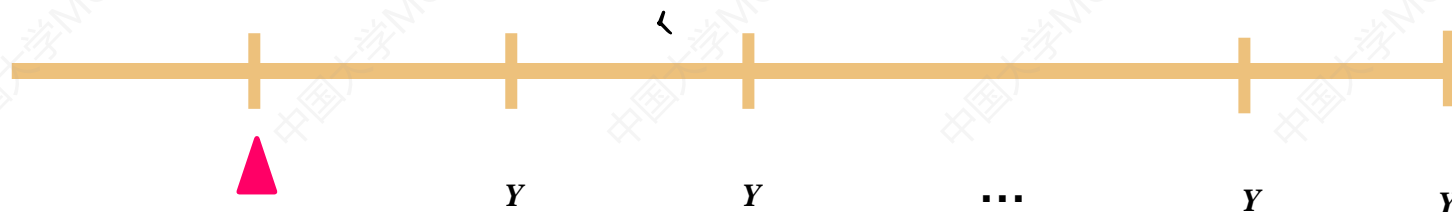
$$x \ddot{a}_{\overline{19}|10\%}$$

过去法：第 1 年末的价值按 12% 累积 1 年

$$= \left[a_{\overline{20}|10\%} \times (1 + 10\%) - 1 \right] \times (1 + 12\%)$$



练习：一笔资金按年利率 10% 投资，刚好可以在未来 20 年的每年末领取 1 元。在第一年，收益率为 10%，投资者在年末领取了 1 元。假设从第 2 年开始，每年的收益率均为 12%。计算在第 2 年末到第 20 年末投资者可以领取的等额收益是多少。



解：计算第 1 年末的价值

$$Y \times a_{\overline{19}|12\%}$$

将来法

=

$$a_{\overline{20}|10\%} \times (1 + 10\%) - 1$$

过去法



练习：在 $t = 0$ ，投资者在**账户A**中投资10000，每年赚取**10%**的收益率。

账户A每年产生的利息收入投资于**账户B**，账户B的年收益率为**10%**

帐户B每年产生的利息收入投资于**账户C**，账户C的年收益率为**10%**

帐户C每年产生的利息收入投资于**账户D**，账户D的年收益率为**10%**

帐户D每年产生的利息收入投资于**账户E**，账户E的年收益率为**10%**

帐户E每年产生的利息收入投资于**账户F**，账户F的年收益率为**10%**

计算 $t = 5$ 时每个账户的累积值，以及投资者在这5年期间的年收益率。

[illegible]

例： 在 $t = 0$ ，投资者在**账户A**中投资2000，每年赚取5%的收益率。

账户A每年产生的利息收入投资于**账户B**，账户B的年收益率为10%。

帐户B每年产生的利息收入投资于**账户C**，账户C的年收益率为7%。

计算 $t = 5$ 时，所有投资的累积值，以及这5年期间的年平均收益率。

时间 (t)	0	1	2	3	4	5
账户A 的收入	2000					
账户B的收入		100	100	100	100	100
账户B的余额		100	200	300	400	500
账户C 的收入			10	20	30	40

时间	0	1	2	3	4	5	第5年末的余额
账户A 的收入	2000						2000
账户B 的收入		100	100	100	100	100	$100 \times 5 = 500$
账户C 的收入			10	20	30	40	$10(Is)_{\overline{4} 7\%} = 107.25$

$$10(Is)_{\overline{4}|7\%} = 10 \times \frac{\ddot{a}_{\overline{4}|7\%} - 4 \times (1 + 7\%)^{-4}}{7\%} = 107.25$$

$$2000(1 + i)^5 = 2000 + 500 + 107.25 \quad \Rightarrow \quad i = 5.45\%$$

基金的收益率

- 币值加权收益率 (dollar-weighted yield rate):
 - 度量投资者个人的收益水平
- 时间加权收益率 (time-weighted yield rate):
 - 度量基金经理人的业绩

币值加权收益率

- 假设：年初本金为 A_0 ，在时刻 t 的新增投资为 C_t ，收益率为 i ，在年末累积值为

$$A_0(1+i) + \sum_t C_t(1+i)^{(1-t)}$$

注： $C_t > 0$ 增加投资； $C_t < 0$ 减少投资。

用 A_1 表示年末的累积值，则有

$$A_0(1+i) + \sum_t C_t(1+i)^{(1-t)} = A_1$$

由此可以求得收益率 i

币值加权收益率的近似计算公式

$$A_0(1+i) + \sum_t C_t(1+i)^{(1-t)} = A_1$$

$$A_0(1+i) + \sum_t C_t[1 + (1-t)i] \approx A_1$$

$$i \left[A_0 + \sum_t C_t(1-t) \right] + \left(A_0 + \sum_t C_t \right) \approx A_1$$

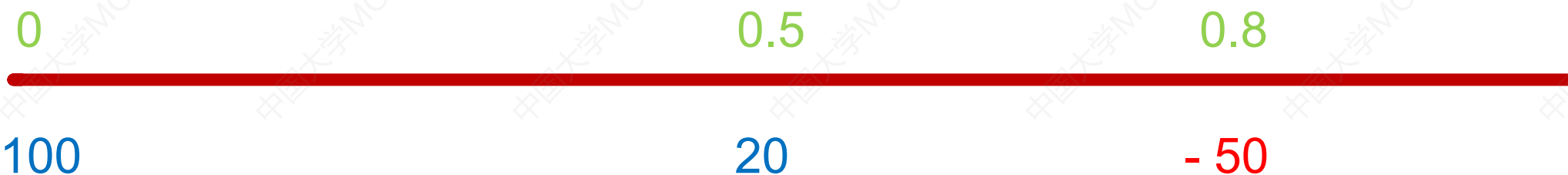
$$i \approx \frac{A_1 - \left(A_0 + \sum_t C_t \right)}{A_0 + \sum_t C_t(1-t)} = \frac{I}{A_0 + \sum_t C_t(1-t)}$$

分母：日均资金占用额

例：年初存入100万， $t = 0.5$ 时存入20万， $t = 0.8$ 时提取50万。

(1) 计算日均资金占用额（平均本金余额）

(2) 如果年末账户余额为80万，账户当年的币值加权收益率是多少？

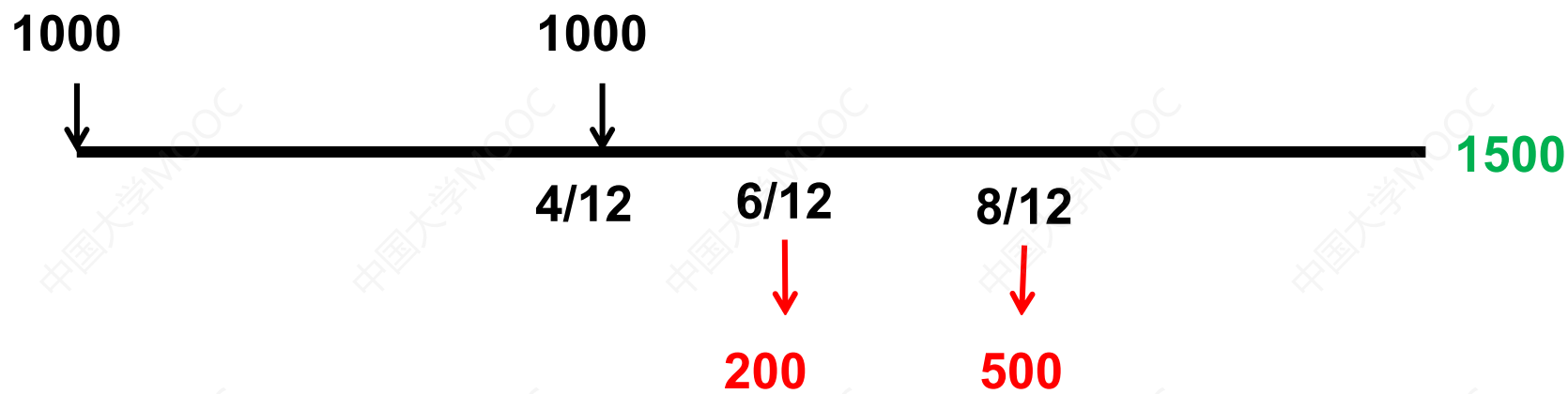


$$(1) \quad 100 \times 1 + 20 \times 0.5 - 50 \times 0.2 = 100$$

$$(2) \quad 80 - (100 + 20 - 50) = 10$$

$$i = 10/100 = 10\%$$

例：在年初存入1000，在4个月末存入1000，在6月和8月末分别提取200和500。
在年末时，基金余额为1500。计算基金的币值加权收益率。



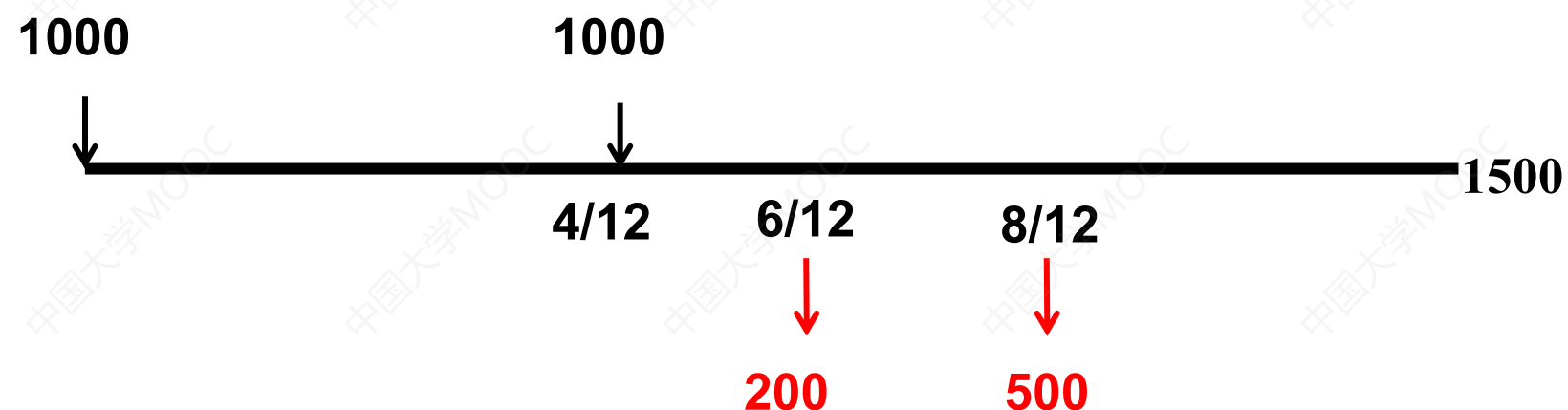
利息： $1500 - (1000 + 1000 - 200 - 500) = 200$

日均资金占用额： $1000 + 1000 \left(1 - \frac{4}{12}\right) - 200 \left(1 - \frac{6}{12}\right) - 500 \left(1 - \frac{8}{12}\right) = 1400$

$$i = \frac{200}{1400} = 14.29\%$$

近似效果如何？受哪些因素影响？

近似值14.29%



$$1000(1+i) + 1000(1+i)^{(1-4/12)} - 200(1+i)^{(1-6/12)} - 500(1+i)^{(1-8/12)} = 1500$$

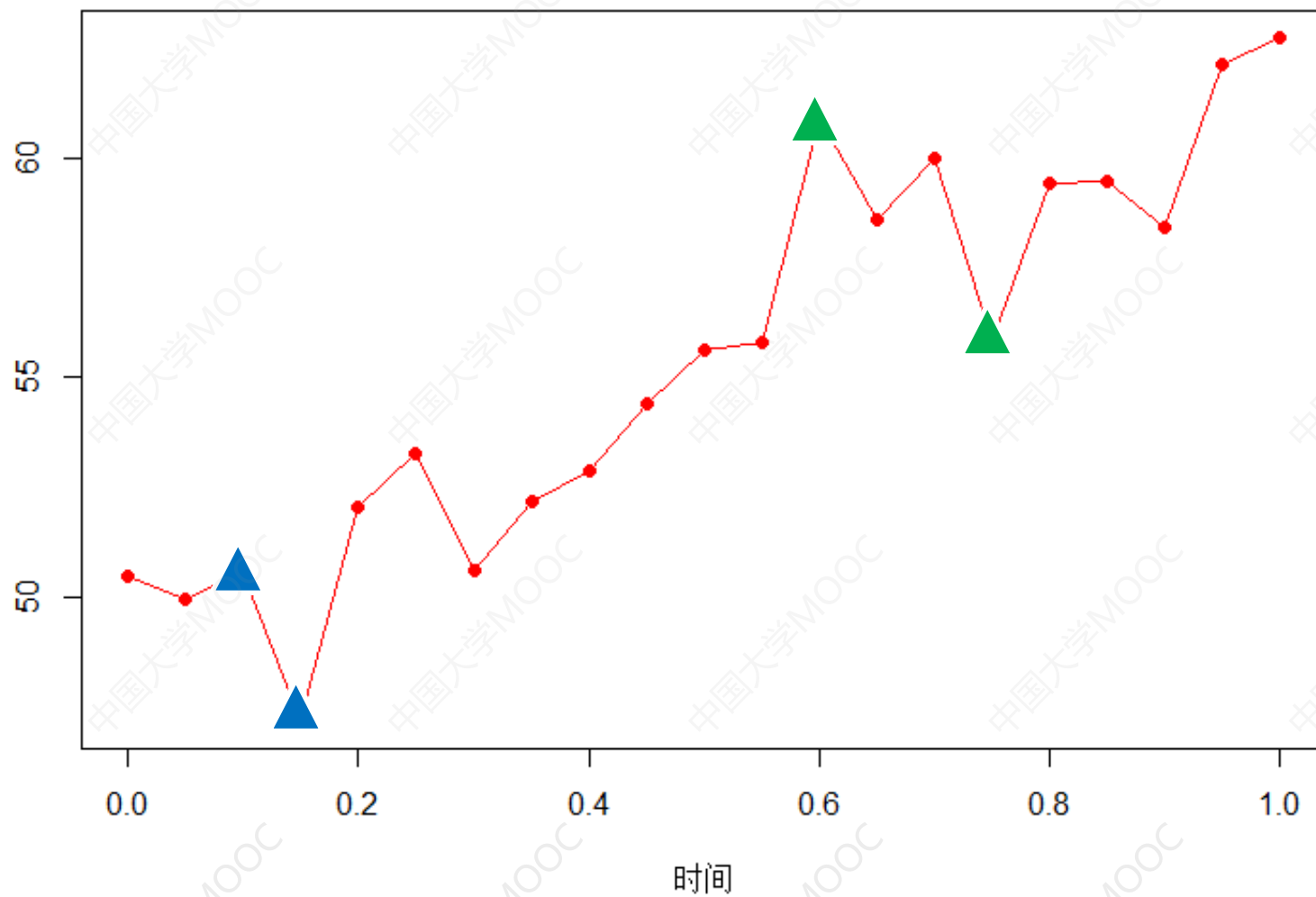
精确值14.33%

时间加权收益率

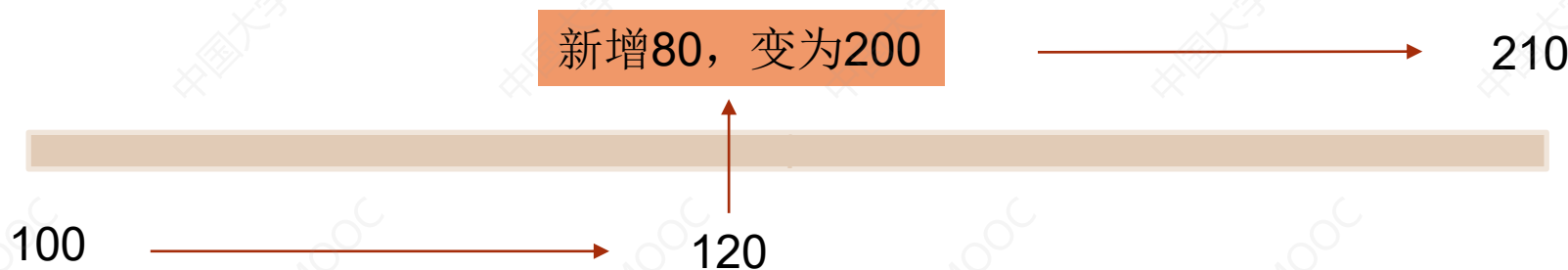
- **币值**加权收益率：
 - 受本金增减变化的影响。本金增减由投资者决定。
 - 衡量投资者的收益，不能衡量经理人的业绩。
- **时间**加权收益率：
 - 剔除本金增减变化的影响。
 - 衡量经理人的业绩。



stat.ans(11)
plot(x=1:n, y=y, type='n', col='red', lty=1)
plot(x=1:n, y=y, type='n', col='red', lty=1)
plot(x=1:n, y=y, type='n', col='red', lty=1)



如何剔除本金变化的影响？



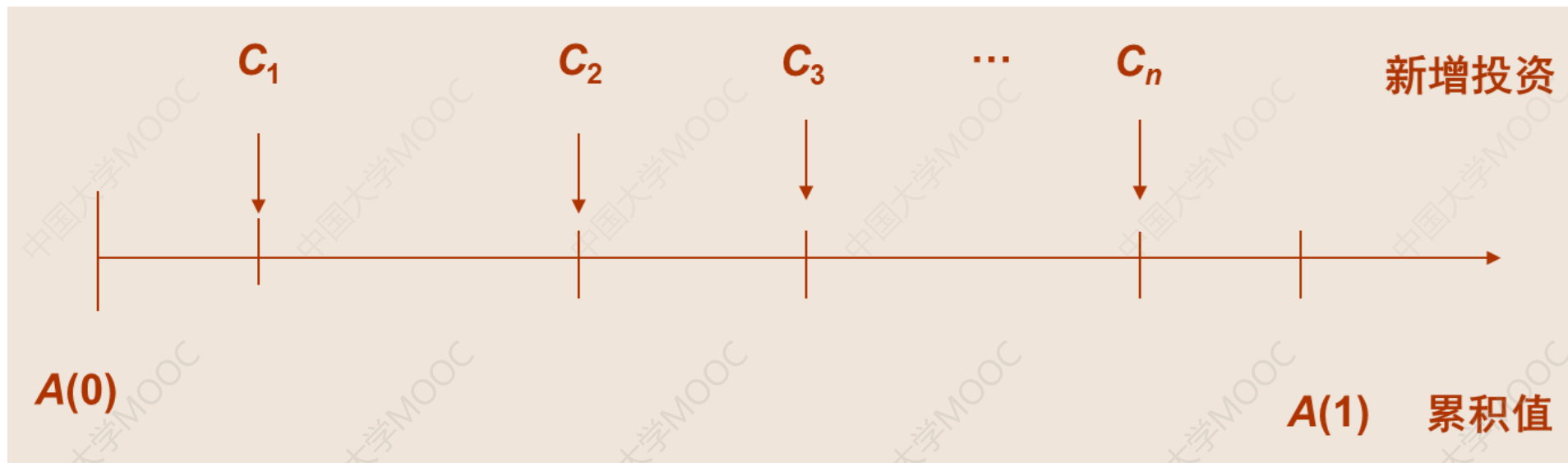
上半年： $\frac{120}{100} - 1 = 20\%$

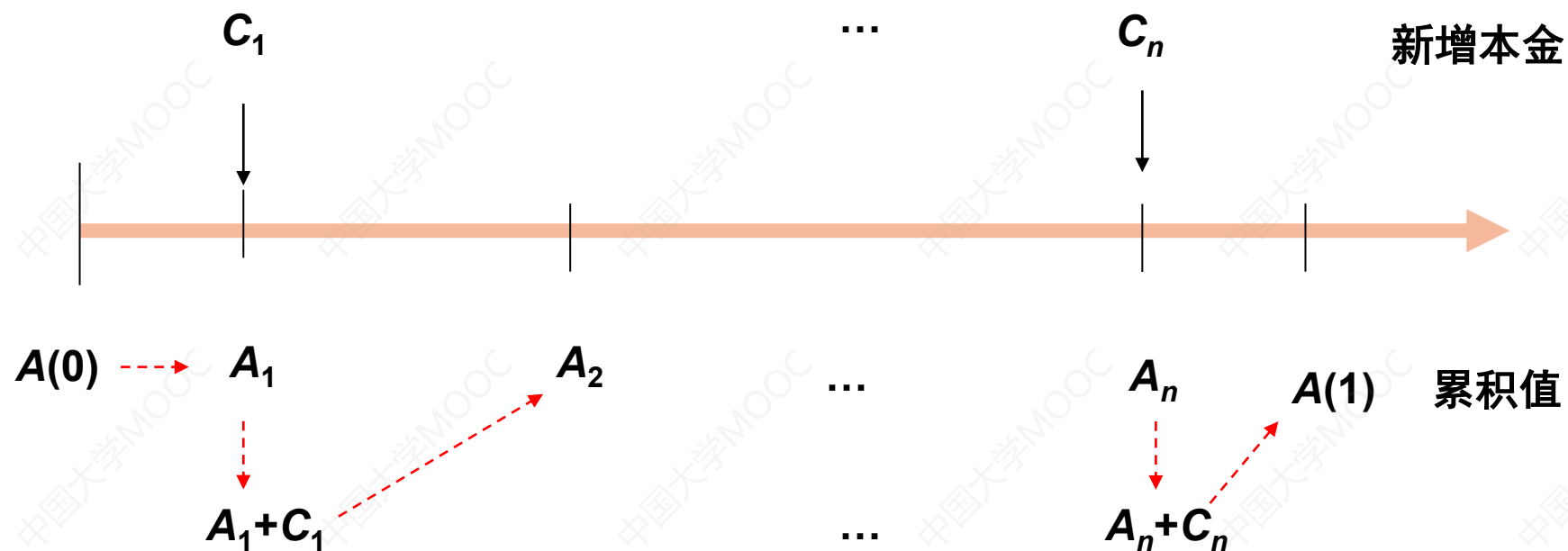
下半年： $\frac{210}{120 + 80} - 1 = 5\%$

全年： $(1 + 20\%)(1 + 5\%) - 1 = \frac{120}{100} \cdot \frac{210}{200} - 1 = 26\%$

时间加权收益率的计算

- 年初的本金为 $A(0)$
- 在第 k 个时间区间末的累积值为 A_k
- 在第 k 个时间区间末的新增投资为 C_k ($k = 1, 2, \dots, n$)
- 在年末的累积值为 $A(1)$





$$j_1 = \frac{A_1}{A(0)} - 1$$

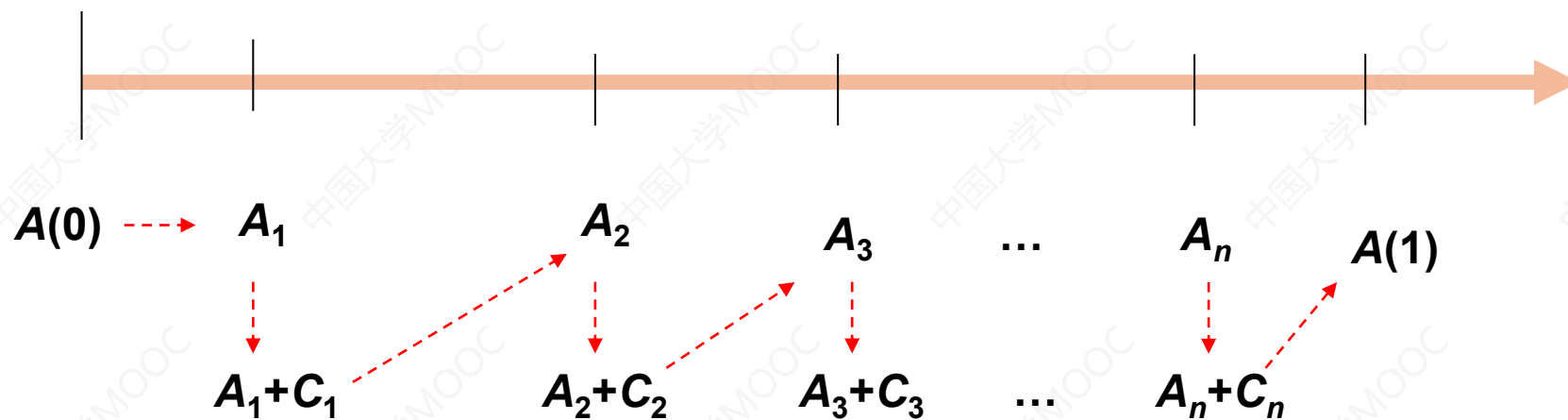
$$j_2 = \frac{A_2}{A_1 + C_1} - 1$$

$$j_{n+1} = \frac{A(1)}{A_n + C_n} - 1$$

区间的收益率

$$1 + j = (1 + j_1)(1 + j_2) \cdots (1 + j_{n+1})$$

$$= \frac{A_1}{A(0)} \times \frac{A_2}{A_1 + C_1} \times \frac{A_3}{A_2 + C_2} \times \cdots \times \frac{A(1)}{A_n + C_n}$$



$$\text{时间加权收益率} = \left(\prod \frac{\text{区间末的价值}}{\text{区间初的价值}} \right) - 1$$

$$j = \frac{A_1}{A(0)} \times \frac{A_2}{A_1 + C_1} \times \frac{A_3}{A_2 + C_2} \times \cdots \times \frac{A(1)}{A_n + C_n} - 1$$

例：1月1日，账户余额为100，在5月1日，余额增长到112，当天增加投资30。
在11月1日，账户余额为125，当天提取42。在次年1月1日，账户余额为100。
计算账户的币值加权收益率和时间加权收益率。





解： (1) 币值加权收益率

$$I = 100 - (100 + 30 - 42) = 12$$

$$i = \frac{12}{100 + 30 \times \frac{8}{12} - 42 \times \frac{2}{12}} = 10.62\%$$

(2) 时间加权收益率

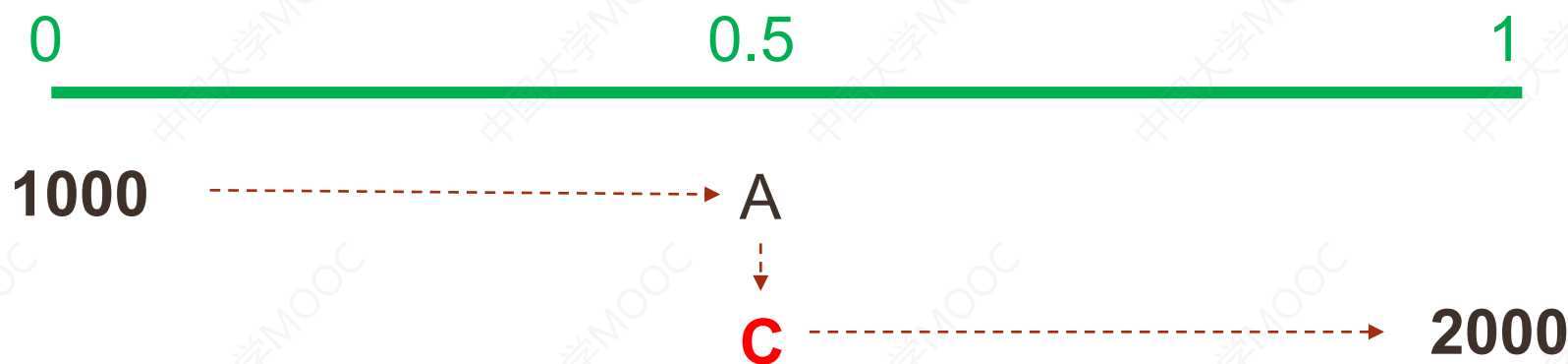
$$j = \left(\frac{112}{100} \right) \left(\frac{125}{112 + 30} \right) \left(\frac{100}{125 - 42} \right) - 1 = 18.79\%$$

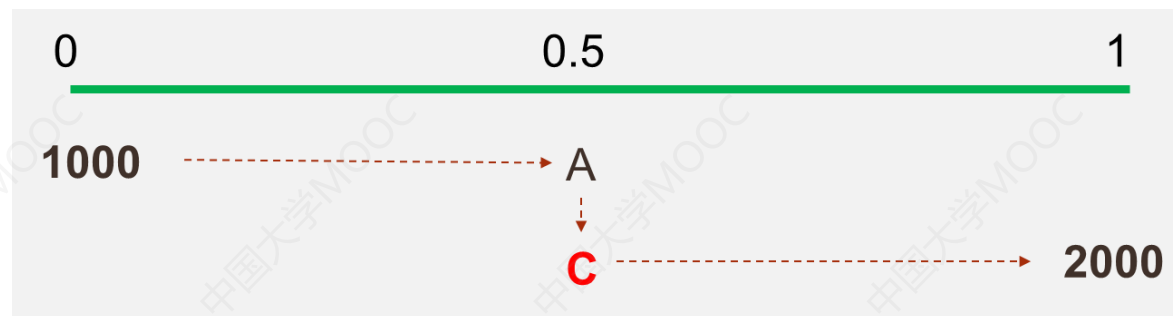
12%

-12%

20%

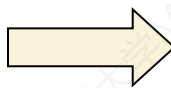
例：2021年1月1日在基金中存入1000，在7月1日存入C。在2022年1月1日，基金余额为2000。基金的时间加权收益率和币值加权收益率分别为 10% 和 9%。
计算基金在前6个月的年有效利率。





解： 币值加权收益率9%

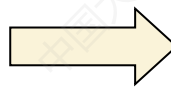
$$\frac{2000 - 1000 - C}{1000 + 0.5 \times C} = 9\%$$



$$C = 870.81$$

时间加权收益率10%

$$\frac{A}{1000} \cdot \frac{2000}{A + C} - 1 = 10\%$$



$$A = 1064.32$$

故 $1000(1+i)^{0.5} = 1064.32$

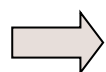


$$i = 13.27\%.$$

例：基金**A**的币值加权收益率等于基金**B**的时间加权收益率，都等于*i*，计算*i*

A			
	基金余额		
		追加	提取
1月1日	100		
7月1日	125		x
10月1日	110	2x	
12月31日	125		

$$\text{A: } i = \frac{125 - (100 - x + 2x)}{100 - x \left(\frac{6}{12} \right) + 2x \left(\frac{3}{12} \right)}$$



$$x = 10$$

$$i = 15\%$$

B			
	基金余额		
		追加	提取
1月1日	100		
7月1日	125		x
12月31日	105.8		

$$\text{B: } i = \frac{125}{100} \times \frac{105.8}{125 - x} - 1$$

例：时刻 t 的利息力为 $0.05t$ 。计算从 $t = 2$ 到 $t = 2.5$ 的年收益率。

$$a(t) = e^{\int_0^t 0.05s ds}$$



$$a(2) = e^{\int_0^2 0.05s ds}$$

$$a(2.5) = e^{\int_0^{2.5} 0.05s ds}$$

$$1 \quad \frac{a(2.5)}{a(2)}$$

$$1 \quad (1+i)^{0.5}$$

$$(1+i)^{0.5} = \frac{a(2.5)}{a(2)} \Rightarrow (1+i)^{0.5} = e^{\int_2^{2.5} 0.05s ds} \Rightarrow i = 11.9\%$$

基金的收益分配

- **问题：**

- 基金包括不同时期的投资。
- 如何把基金的收益分配给不同时期的投资？

- **分配方法：**

- 投资组合法
- 投资年度法

投资组合法

方法：对所有投资都按照平均收益率进行分配。

适用情况：收益率水平保持稳定。

例：投资额10000元，投资期限9个月，年收益率为6%，则分配的利息是

- **复利法：** $10000(1 + 0.06)^{9/12} - 10000 = 446.71$
- **单利法：** $10000 \times 6\% \times 9/12 = 450$

- 投资组合合法的问题：
 - 当各个年度的收益率不同时，组合法可能不公平。
- 例：
 - 2020年发生的投资，收益率8%；
 - 2021年发生的投资，收益率10%；
 - 2020-2021平均收益率9%。
 - 如果对2021年的新投资按9%分配收益，不利于吸引新投资。
 - 如何解决？投资年度法

投资年度法

- 发生在最近几年（如近三年）的投资：
 - 考虑投资发生的年度，即按**投资年度利率**分配收益
- 发生在以前年度（如三年以前）的投资：
 - 不考虑投资发生的年度，都按**组合利率**（平均利率）分配收益。

投资年度法：投资年度利率和组合利率

投资发生的 日历年度	投资年度利率(%)					组合利率 (%)	组合利率的 日历年度
x	i_0^x	i_1^x	i_2^x	i_3^x	i_4^x	i_{x+5}	$x+5$
2010	6.50	6.53	6.56	6.62	6.72	7.45	2015
2011	7.00	7.00	7.03	7.09	7.24	7.47	2016
2012	7.00	7.01	7.06	7.18	7.12	7.47	2017
2013	7.20	7.22	7.30	7.26	7.22		
2014	7.50	7.53	7.50	7.46			
2015	8.00	7.96	7.90				
2016	7.50	7.49					
2017	7.30						

例：2017年如何分配收益？2014年的投资在2017年如何分配收益？2010年呢？
2011年的投资在2016年如何分配收益？
2013年的投资在2016年如何分配收益？

例：投资者A在2016年初向基金投入100，每年的利息收入在当年末全部取出。计算投资者A在2021年末可以分配到的利息是多少？

投资者B在2020年初向基金投入100，每年的利息收入在当年末全部取出。计算投资者B在2021年末可以分配到的利息是多少？

$$A: 100 \times 7\% = 7$$

$$B: 100 \times 11\% = 11$$

投资年度	投资年度利率			组合利率	组合利率的年度
	i_1	i_2	i_3		
2017	10%	10%	7%	8%	2020
2018	12%	5%	10%	7%	2021
2019	8%	9%	12%		
2020	9%	11%			
2021	8%				

例：投资者在2017年初向基金投入100，每年末的利息收入全部投入该基金。计算投资者在2021年可以分配到的利息是多少？

$100(1+10\%)(1+9\%)(1+7\%)(1+8\%)(7\%) = 9.7$

投资年度	投资年度利率			组合利率	组合利率的年度
	i_1	i_2	i_3		
2017	10%	9%	7%	8%	2020
2018	12%	5%	10%	7%	2021
2019	8%	9%	12%		
2020	9%	11%			
2021	7%				

例: 2010, 2011和2012的年初分别投资100, 在2013年分配的总收益为28.40. 计算 r

投资年度	投资年度利率			组合利率	组合利率的年度
	i_1	i_2	i_3		
2010	10%	10%	r	8%	2013
2011	12%	5%	10%	7%	2014
2012	8%	$r - 0.02$	12%		
2013	9%	11%			
2014	7%				

- 2010年初的投资: $100(1.10)(1.10)(1+r)(0.08)$
- 2011年初的投资: $100(1.12)(1.05)(0.1)$
- 2012年初的投资: $100(1.08)(r - 0.02)$
- 三年的总收益 = 28.4, 故 $r = 7.75\%$

- **练习：**一个投资账户的有关信息如下：

- (1) 1月1日的价值为10

- (2) 7月1日的价值为12（追加投资前）

- (3) 7月1日追加投资 X

- (4) 12月31日的价值为 X

当年的时间加权收益率为0%，币值加权收益率为 Y 。计算 Y 。

参考答案：

时间加权收益率：

$$1 + 0 = \frac{12}{10} \frac{X}{12 + X}$$

$$\Rightarrow 120 + 10X = 12X$$

$$\Rightarrow 120 = 2X$$

$$\Rightarrow X = 60$$

币值加权收益率：

$$\text{利息} = 60 - 60 - 10 = -10$$

$$Y = \frac{-10}{10 \times 1 + 60 \times 0.5} = -25\%$$

- **练习：**1月1日，投资账户的余额为50000。5月1日，账户的价值增加到52000，当日又追加投资8000。在时间 t ，账户的价值增加到6200，当日从账户中提取10000。在次年1月1日，账户的价值为55000。账户的时间加权收益率等于币值加权收益率。计算 t 。

参考答案：

$$\text{利息} = 55,000 - 50,000 - 8,000 + 10,000 = 7,000$$

两种收益率相等：

$$\frac{7,000}{50,000 + (16,000/3) - 10,000(1 - t)} = \frac{52}{50} \frac{62}{60} \frac{55}{52} - 1 = 0.13667$$

$$7,000 = 0.13667(55,333.33 - 10,000 + 10,000t)$$

$$t = [7,000 - 0.13667(45,333.33)]/1,366.7 = 0.5885.$$