

UAS MATEMATIKA DISKRIT



Oleh :

Nama : Rosi Arif Mulyadi

NRP : 3121522021

Prodi : D3 Teknik Informatika PENS PSDKU Sumenep

Kelas : 1 ITA D3 Sumenep

Dosen :

Irma Wulandari S.Si.,M.Sc.

POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

1. Buktikan melalui induksi matematik bahwa $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$ untuk semua $n \geq 1$

Jawab :

1. Buktikan melalui induksi matematik bahwa $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$ untuk semua $n \geq 1$

↳ Pers. $\rightarrow \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$, $n=1$ maka $\frac{1(2(1)-1)(2(1)+1)}{3} = 1$

↳ $2n=k$, $n=k+1$

① $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2k-1)^2 + [2(k+1)-1]^2 = \frac{1}{3}k(2k-1)(2k+1) + [2(k+1)-1]^2$

② $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2k-1)^2 + [2(k+1)-1]^2 = \frac{1}{3}k(2k-1)(2k+1) + (2k+1)^2$

③ $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2k-1)^2 + [2(k+1)-1]^2 = \frac{1}{3}k(k+1)(2k+1) + (2k+1)^2$

④ $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2k-1)^2 + [2(k+1)-1]^2 = \frac{1}{3}k(k+1)(2k+1) + (2k+1)^2$

↳ $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2k-1)^2 + [2(k+1)-1]^2 = \frac{1}{3}n(2n-1)(2n+1)$

$P(n) = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n}{3}(2n-1)(2n+1)$, $n=1 \rightarrow 1^2 = \frac{1}{3}(2(1)-1)(2(1)+1) = 1$

$P(k) = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2k-1)^2 = \frac{k}{3}(2k-1)(2k+1)$, $n=k+1$

$1^2 + \dots + (2k-1)^2 + (2(k+1)-1)^2 = \frac{k+1}{3}(2(k+1)-1)(2(k+1)+1)$

$\frac{k}{3}(2k-1)(2k+1) + (2k+1)^2 = \frac{k+1}{3}(2k+1)(2k+3)$

$\frac{k}{3}(4k^2-1) + 4k^2 + 4k + 1 = \frac{k+1}{3}(2k+1)(2k+3)$

$\frac{k}{3}(4k^2-1) + \frac{k(2k+1)+3(2k+1)^2}{3} = \frac{k+1}{3}(2k+1)(2k+3)$

$\frac{k}{3}(2k+1)(2k+3) + \frac{8k^2+4k+12k^2+12k+3}{3} = \frac{k+1}{3}(2k+1)(2k+3)$

$\frac{k}{3}(2k+1)(2k+3) + \frac{(2k+1)(2k+3)}{3} = \frac{k+1}{3}(2k+1)(2k+3)$

$\frac{k+1}{3}(2k+1)(2k+3) = \frac{k+1}{3}(2k+1)(2k+3) \quad ||$

2. Di antara bilangan 1 sampai 300 (termasuk 1 dan 300 sendiri), berapa banyak yang tidak habis dibagi 3 atau 5?

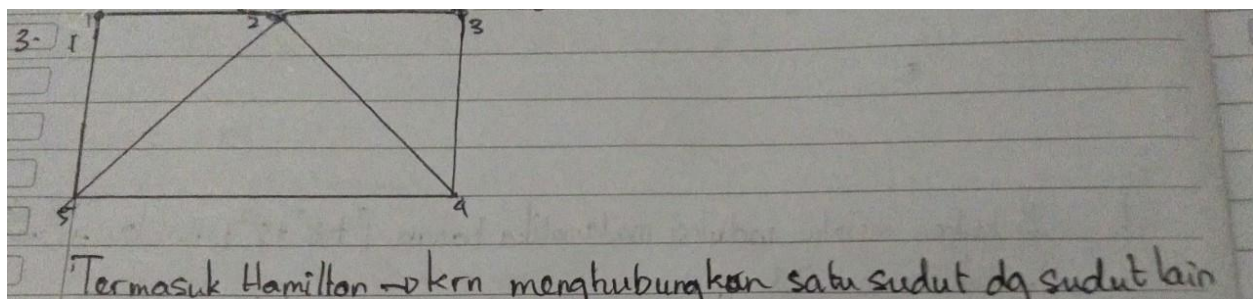
Jawab :

2. Jumlah bil: 300

- Habis dibagi 3 (kel 3): $300/3 = 100$
- Habis dibagi 5 (kel 5): $300/5 = 60$
- Habis dibagi 15 (kPK): $300/15 = 20$
- Habis dibagi 3/5: kel. 3 + kel. 5 - kPK
- $: 100 + 60 - 20 = 140$
- Yg tdk habis dibagi 3/5: $300 - 140$
- $: 160$

3. Gambar Graf berdasarkan matriks $[0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0]$ Dan tentukan apakah termasuk Graf Euler atau Hamilton? Berikan alasannya!

Jawab :



4. Tentukan fungsi mana yang invertible, berikan alasannya!

- a. $f(n) = n + 2$
- b. $f(n) = n^3$
- c. $f(n) = \lceil n/2 \rceil$

Jawab :

4. Tentukan fungsi mana yg invertible, berikan absannya!

☐ a. $f(n) = n+2$

☐ b. \hookrightarrow misal $f(n) = m$, shg $m = n+2$, maka $n = m-2$.

☐ c. jadi: $f'(m) = m-2$ // (Invertible)

☐ b. $f(n) = n^3$

☐ $\hookrightarrow f(n) = n^3$ (not Invertible)

☐ c. $f(n) = \lfloor n/2 \rfloor$

☐ \hookrightarrow misal $f(n) = m$, shg $m = \lfloor n/2 \rfloor$, maka $n = 2 \cdot m$

☐ jadi $f'(m) = 2 \cdot m$ // (Invertible)