

Relazione dell'esperimento di misura della velocità della luce

Lorenzo Ramella, Alessandro Matteo Rossi, Marco Tambini

18 dicembre 2020

Abstract

L'esperimento si propone di misurare la velocità della luce usando il metodo di Focault.

Dopo l'analisi di un totale di 110 misure (di cui una rigettata), provenienti da due esperienze di laboratorio diverse, abbiamo ottenuto un valore per la velocità della luce pari

a $c_{BEST} = 2,982 \cdot 10^8 \pm 8,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$, compatibile entro una σ con il valore vero

$c_{vero} = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Indice

1 Introduzione teorica

Il metodo di Focault per la misura della velocità della luce consiste nell'uso di uno specchio rotante, che riflette la luce emessa da una sorgente su di uno specchio concavo.

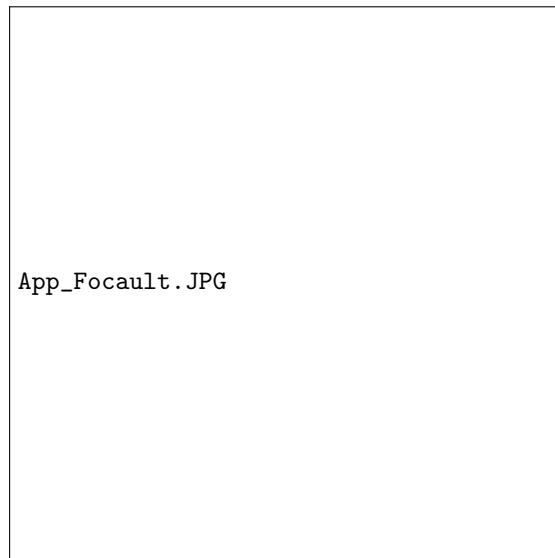


Figura 1: Apparato di Focault con specchio piano e lente a occhio di gatto (in questo esperimento è stato adoperato uno specchio concavo)

Una sorgente luminosa S emette una luce che, diaframmata da una lente L_1 , attraversa una lastra semiriflettente angolata di 45° rispetto alla direzione del fascio. Una lente L_2 focalizza il fascio nel punto S' sullo specchio concavo, dopo essere stata deflessa dallo specchio rotante. La luce riflessa dallo specchio concavo viene deflessa nuovamente dallo specchio rotante, che nel frattempo ha ruotato di un angolo

$$\alpha = \omega \frac{2D}{c} \quad (1)$$

dove ω è la velocità angolare dello specchio e D è la distanza tra lo specchio rotante e lo specchio concavo.

Il fascio luminoso di ritorno sulla lente L_2 viene focalizzato come se provenisse da una sorgente S'' spostata da S' di una quantità

$$\Delta = 2\alpha D \quad (2)$$

Sapendo che il fattore di amplificazione G della lente L_2 è esprimibile come:

$$G = \frac{b}{D+a} \quad (3)$$

dove b è la distanza tra L_2 e la sorgente luminosa e a la distanza tra L_2 e lo specchio rotante. Lo spostamento laterale δ dell'immagine si ottiene quindi combinando le equazioni (??) e (??)

$$\delta = G\Delta = \frac{2\alpha bD}{D+a} = \frac{4D^2 b\omega}{c(D+a)} \quad (4)$$

Moltiplicando entrambi i membri dell'equazione (??) per $\frac{c}{\delta}$ otteniamo:

$$c = \frac{4D^2b\omega}{(D+a)} \quad (5)$$

È possibile ricavare b dalla legge dei punti coniugati. Sapendo che:

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{D+a} = \frac{1}{f_2} \quad (6)$$

Si deduce che:

$$b = \frac{f_2(D+a)}{D+a-f_2} \quad (7)$$

E quindi, conoscendo l'espressione di c dalla equazione (??) e avendo esplicitato b nell'equazione (??), si ottiene:

$$c = \frac{4f_2D^2\omega}{[(D+a-f_2)\delta]} \quad (8)$$

Poichè, come vedremo nella sezione ??, non è possibile determinare la posizione dell'immagine quando lo specchio rotante è fermo, è più pratico raccogliere una misura δ_0 di riferimento a una velocità di prova ω_0 e valutare lo spostamento dell'immagine $\Delta\delta = \delta - \delta_0$ corrispondente alla variazione di velocità $\Delta\omega = \omega - \omega_0$.

Pertanto la formula di c diventa:

$$c = \frac{4f_2D^2(\omega - \omega_0)}{[(D+a-f_2)\Delta\delta]} \quad (9)$$

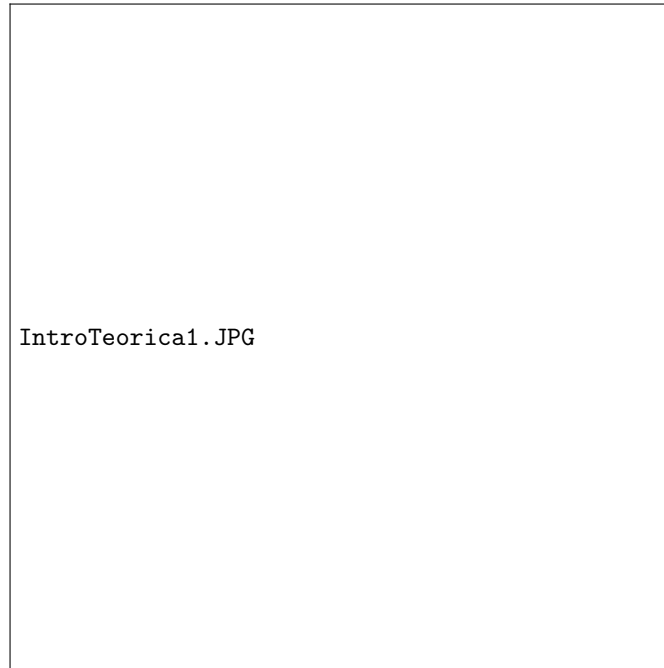


Figura 2: Schema apparato - intorno del beam-splitter

2 Progettazione dell'esperimento

Il banco ottico di laboratorio è composto da un binario magnetico dove sono presenti una sorgente luminosa e uno specchio rotante fissati magneticamente. Il binario magnetico è anche dotato di una scala graduata sensibile al millimetro che permette di conoscere la posizione di ogni singolo componente dell'apparato. Sul banco ottico è inoltre presente un sistema di specchi ancorato saldamente al tavolo mediante morse. Sul binario magnetico è possibile aggiungere lenti, squadrette (strumenti per la regolazione del fascio luminoso) e lamine polaroid. Tutto l'apparato è rappresentato in Figura ?? e ??.

Prima di cominciare le misure di c è necessario assicurarsi che gli elementi del banco ottico siano correttamente posizionati.

Per fare ciò abbiamo per prima cosa misurato la lunghezza del cammino ottico D del raggio luminoso dallo specchio rotante allo specchio concavo, raccogliendo 4 misure per le distanze tra specchio rotante e specchio 1 $d_{rot,1}$, tra specchio 1 e specchio 2 $d_{1,2}$ e tra specchio 2 e specchio concavo $d_{2,conc}$, per poi sommarle e ottenere il valore di D . Gli strumenti utilizzati in questa fase sono due rotelle metriche di portata 15 m e 3 m entrambe sensibili al centimetro.

La sorgente luminosa coerente è un laser di potenza 0,35 W ai vapori di neon, che nonostante la bassa potenza ha richiesto l'utilizzo di una coppia di lamine polaroid per evitare danni agli occhi; sono state apposte magneticamente sul binario subito dopo il laser. Per permettere alla luce di percorrere il sistema di specchi che va dallo specchio rotante, allo specchio S_1 , quindi allo specchio S_2 e infine allo specchio concavo ci siamo inizialmente accertati che la luce incidesse sul centro dello specchio rotante, posizionando una squadretta forata con base magnetica sul binario. Confermata la centratura del laser con lo specchio rotante, abbiamo quindi posto una

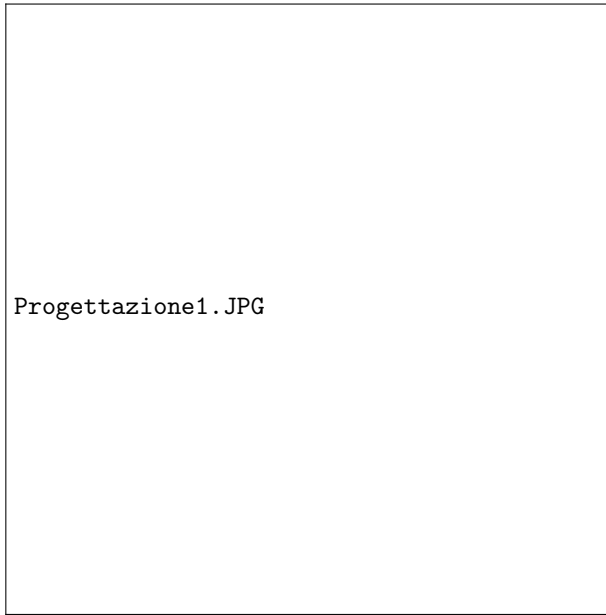


Figura 3: Schema dell'apparato di laboratorio

prima lente L_1 a 70 mm seguendo la scala graduata con la sensibilità del millimetro presente sul binario per poter fare convergere la luce proveniente "dall'infinito" nel suo fuoco, che il produttore della lente dichiara essere a una distanza $f_1 = 0,048\text{ m}$. Abbiamo provveduto a regolare la posizione della lente per continuare ad avere il raggio centrato nel foro della squadretta (e pertanto nel centro dello specchio rotante). A una distanza di 180 mm dall'inizio della scala graduata abbiamo posizionato il beam-splitter, un elemento dotato di uno specchio semiriflettente orientabile rispetto alla luce incidente, che, quando angolato di 45° , permette di trasmettere la luce in arrivo alla lente L_2 , e di riflettere quella in arrivo da L_2 verso l'alto, dove posizioneremo il microscopio. La lente L_2 , con focale dichiarata dal produttore di $f_2 = 0,252\text{ m}$, è stata da noi apposta a circa $b = 370\text{ mm}$ della scala graduata per ottenere un puntino sullo specchio concavo.

Ultimato il posizionamento delle lenti, abbiamo agito sulla cinghia dello specchio rotante per permettere al raggio proveniente da L_2 di raggiungere la parte riflettente dello specchio e quindi subire una riflessione verso il centro (approssimativamente) di S_1 . Fatto questo abbiamo regolato l'inclinazione di S_1 per riflettere il raggio proveniente dallo specchio rotante approssimativamente nel centro di S_2 , attraverso due viti micrometriche poste dietro lo specchio. Abbiamo ripetuto quest'ultima manovra per portare il raggio dal centro di S_2 al centro dello specchio concavo.

Specifichiamo che a causa della complessità della misura della focale di una lente, le focali e le posizioni corrette per lenti e beam-splitter vengono fornite dai docenti.

Raggiunta la condizione di raggio che percorre tutta la lunghezza D , era necessario agire nuovamente sulle viti micrometriche degli specchi per fare tornare il raggio luminoso indietro fino al beam-splitter, ripercorrendo il suo cammino di andata. È stato utile utilizzare un foglio di carta millimetrata da posizionare a mezz'aria dove supponevamo che i raggi passassero, per verificare, spostando il foglio verso lo "specchio di destinazione", che i raggi coincidessero e che il puntino luminoso del raggio di andata non si discostasse da quello del raggio di ritorno.

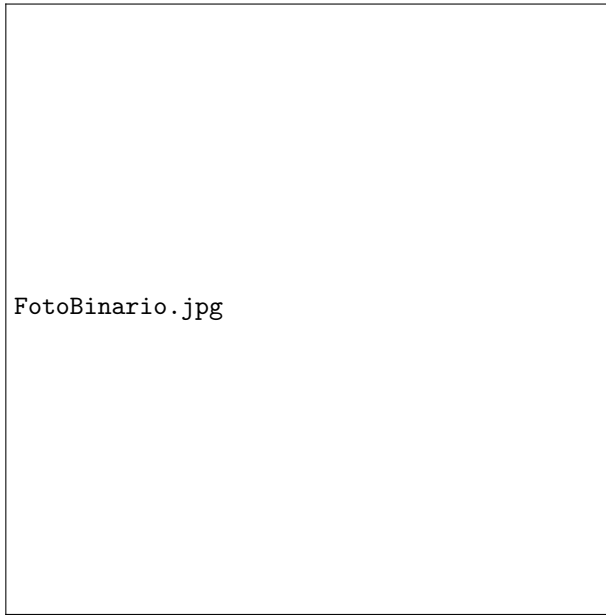


Figura 4: Foto del binario magnetico

Verificato che il raggio di ritorno incidesse nel foro superiore del beam splitter, abbiamo inserito e messo a fuoco il microscopio (regolando l'altezza di fissaggio) nel foro superiore del beam-splitter. Il microscopio è utile per osservare il raggio di "ritorno" del laser poichè in questo secondo passaggio per lo specchio del beam-splitter angolato di 45° , il raggio urta la parte riflettente e viene deviato verso il microscopio dotato di crocifilo. È possibile leggere la posizione di questo punto riflesso agendo su una vite micrometrica posta sul beam-splitter che permette di centrare il puntino luminoso con il crocifilo con precisione di $\sigma = 10 \mu m$.

Problemi riscontrati:

Sebbene sia stato abbastanza agevole misurare le distanze tra specchi, posizionare le lenti e il beam-splitter è stato fondamentale già da questa prima fase prestare la massima attenzione a non toccare i tavoli di lavoro per evitare di compromettere gravemente la taratura dell'apparato. È invece complicato e dispendioso a livello di tempo correggere la posizione degli specchi. Infatti mentre uno dei due sperimentatori lavorava sulle viti micrometriche, l'altro aveva il compito di tracciare il percorso del raggio o osservandone la posizione sulle pareti (se e quando possibile) o aiutandosi con la carta millimetrata quando esso era prossimo a raggiungere il centro dello specchio. Il compito certamente più arduo è stato fare ritornare il raggio di ritorno su quello di andata, poichè la carta millimetrata era l'unico strumento valido. Durante il suo utilizzo il rischio di coprire il raggio di andata (facendo scomparire quello di ritorno) nel tentativo di vederli entrambi sul bordo del foglio era alto.

3 Misure

3.1 Raccolta dati

L'esperienza è stata svolta da Rossi in collaborazione con Tambini e Ramella in collaborazione con Francesco Redaelli, uno studente di un altro gruppo. Abbiamo deciso di analizzare i due set di misure separatamente fino al calcolo della miglior stima della velocità della luce c_{best} . Questo perchè le due misure si sono svolte su apparati diversi. In particolare i motorini degli specchi rotanti erano differenti, come spiegato nelle sezioni successive.

In ogni caso i dati raccolti seguono una numerazione progressiva che inizia con la prima misura di Rossi-Tambini e termina con l'ultima di Ramella-Redaelli.

Specifichiamo che la media degli insiemi di dati Rossi-Tambini e Ramella-Redaelli sia stata fatta tramite una media aritmetica. Per l'errore abbiamo voluto tenere conto non solo di una componente casuale, calcolando la loro deviazione standard σ , ma anche di una componente sistematica aggiungendovi il maggiore degli errori presenti sulle misure, calcolati con la propagazione degli errori. Questo perchè l'errore sulla singola misura di c tiene conto solo della componente sistematica generata dalle incertezze di D , f_2 e a , essendo calcolato come

$$\sigma c = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial a} \cdot \sigma a\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial f_2} \cdot \sigma f_2\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial D} \cdot \sigma D\right)^2} \quad (10)$$

Pertanto l'errore sulla media dei valori raccolti da Rossi-Tambini $\sigma c_{1,avg}$ (o da Ramella-Redaelli $\sigma c_{2,avg}$) è espresso come:

$$\sigma c_{n,avg} = \sqrt{(\max(\sigma_i))^2 + \sigma^2} \quad (11)$$

dove $n = 1, 2$ e identifica l'insieme di misure, σ_i è l'errore sistematico della singola misura calcolato come (??) e σ è la deviazione standard dell'insieme di misure.

3.2 Analisi dati - Misure Rossi e Tambini

L'apparato utilizzato da Rossi e Tambini era provvisto di motorino con frequenza di rotazione non regolabile con continuità, ma solo a $\nu = 750 \text{ Hz}$ e $\nu = 1500 \text{ Hz}$ in senso orario e antiorario. Dopo avere raccolto i dati relativi alla lunghezza del cammino ottico abbiamo adoperato il foglio di calcolo per ricavarne un valore pari a $D = 13,34 \pm 0,01 \text{ m}$ (Sezione ?? - Figura ??). Per potere calcolare il valore di c (??) abbiamo anche raccolto i valori di f_2 e a , indicati in Sezione ?? - Figura ??.

Si specifica che durante la trattazione di questo insieme di misure si indicheranno nel testo e nelle tabelle le rotazioni in senso orario con segno positivo, mentre quelle antiorarie con segno negativo. Questo non inficia i calcoli di quantità ricavate in maniera indiretta poichè le frequenze di rotazione sono state trattate in modulo.

Siccome l'equazione (??) è risolubile inserendo dei valori di partenza ω_0 e δ_0 e dei valori finali ω e δ , abbiamo proceduto raccogliendo coppie di misure (rispettivamente per valori iniziali e finali) per poi calcolare da ogni coppia un valore della velocità della luce c . I dati raccolti sono riportati in Sezione ?? - Figura ??.

Abbiamo misurato il valore δ_0 mettendo lo specchio in rotazione a una certa ν e aspettando che l'immagine del laser riflessa visibile nel microscopio si fermasse. Abbiamo quindi agito sulla vite micrometrica per centrare il puntino luminoso e leggerne la posizione con la precisione di $10 \text{ } \mu\text{m}$. Analogamente è stato fatto per il valore δ :

Segnaliamo che durante l'esperienza in laboratorio abbiamo accidentalmente urtato per due volte il beam-splitter. È infatti possibile notare, osservando i dati raccolti (Sezione ?? - Figura ??), come i valori di δ_0 e δ raccolti per uguali frequenze di rotazione presentino valori molto differenti tra loro durante le varie misure.

Pertanto abbiamo suddiviso i valori δ_0 e δ raccolti in base alla frequenza di rotazione ($\nu = -750 \text{ Hz}$, $\nu = 750 \text{ Hz}$, $\nu = -1500 \text{ Hz}$, $\nu = 1500 \text{ Hz}$) e ne abbiamo fatto un grafico, come riportato in Sezione ?? - Figure ??, ??, ??, ??, ??, ??). Già da un primo confronto qualitativo, osservando i grafici, era possibile osservare come le misure di δ_0 e δ fossero divise in tre insiemi. Un'analisi quantitativa fatta applicando una distribuzione normale a ogni insieme per ogni ν (Sezione ?? - Figura ??) mostra come questi tre insiemi siano altamente incompatibili (probabilità inferiore a 1%), con $z \gtrsim 3$. È risultato che il confine tra questi gruppi di misure sono proprio quei dati raccolti prima e dopo l'urto contro il beam splitter, ovvero le misure 22 e 38.

3.3 Analisi dati - Misure Ramella e Redaelli

Si precisa che durante la trattazione di questo insieme di misure verranno indicate nel testo e nelle tabelle le rotazioni dello specchio in senso orario (clockwise) come CW e in senso antiorario (counterclockwise) come CCW .

8

Per la seconda misura di c abbiamo fatto ruotare lo specchio in senso antiorario (CCW, counterclockwise). Come descritto sopra abbiamo collezionato un insieme di misure composto da valori di andata, con frequenza di rotazione dello specchio crescente, e valori di ritorno, con frequenza di rotazione decrescente. È un totale di 21 misure, riportate in Sezione ?? - Figura ??.

La terza ed ultima misura della velocità della luce ha prodotto 20 misure, tutte raccolte alla massima frequenza raggiungibile dal motore dello specchio in ambo i sensi di rotazione, di circa 1500 Hz . Inizialmente abbiamo misurato due ω_0 , una per $\nu = 1500\ Hz$ (positiva, quindi rotazione CW, come già indicato in sezione ??) e una per $\nu = -1500\ Hz$ (rotazione CCW). Come già esplicitato in Sezione ??, la trattazione in modulo delle grandezze negative non compromette i risultati dei calcoli. Abbiamo scelto di raccogliere questo terzo insieme di misure poiché la stima più accurata della velocità della luce si ottiene con $\Delta\delta$ elevati, e pertanto è necessario avere $\Delta\nu$ elevati. L'accuratezza aumenta perché l'errore relativo su entrambe le grandezze si riduce all'aumentare del loro valore. Per i dati raccolti si veda Sezione ?? - Figura ??.

4 Calcolo c_{BEST}

Per il calcolo di un valore definitivo c_{BEST} si sono uniti la totalità dei dati misurati da Rossi-Tambini e Ramella-Redaelli (Sezione ?? - Figura ??). Si è calcolata una media aritmetica per l'insieme di dati Rossi-Tambini e una per l'insieme Ramella-Redaelli, aventi come errore una quantità calcolata come indicato in Sezione ?? dall'equazione (??). Come riportato in ?? - Figura ??, abbiamo ottenuto una miglior stima della velocità della luce per Rossi-Tambini di $c_{1,BEST} = 2,984 \cdot 10^8 \pm 1,05 \cdot 10^7\ m/s$ e per Ramella-Redaelli di $c_{2,BEST} = 2,979 \cdot 10^8 \pm 1,54 \cdot 10^7\ m/s$. Tramite una media ponderata di questi due valori, tra loro compatibili entro una σ , si è ottenuta la miglior stima della velocità della luce pari a

$$c_{BEST} = 2,982 \cdot 10^8 \pm 8,6 \cdot 10^6\ m/s$$

che dista $z = 0,18\sigma$ dal valore vero della velocità della luce $c_{vero} = 2,998 \cdot 10^8\ m/s$.

Osservando in sezione ?? le Figure ?? e ?? è possibile notare come i valori $c_{1,BEST}$ e $c_{2,BEST}$ siano entrambi inferiori al c_{vero} , e pertanto è possibile supporre in entrambi gli esperimenti la presenza di un errore sistematico che sottostimi il valore di c , ma che riusciamo a compensare con la nostra trattazione dell'errore per la singola misura di c .

5 Conclusioni

L'esperienza laboratoriale si è conclusa con un risultato compatibile entro una σ con il valore vero della velocità della luce, pari a $c_{BEST} = 2,982 \cdot 10^8 \pm 8,6 \cdot 10^6\ m/s$.

6 Appendice

6.1 Grafici e Tabelle - Rossi e Tambini

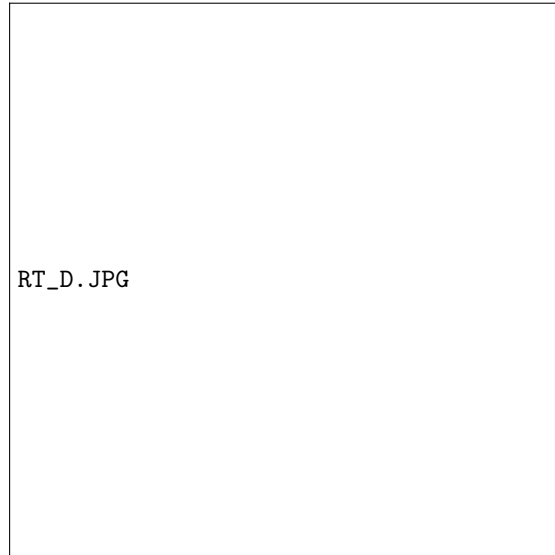


Figura 5: Misura del cammino ottico D per Rossi-Tambini

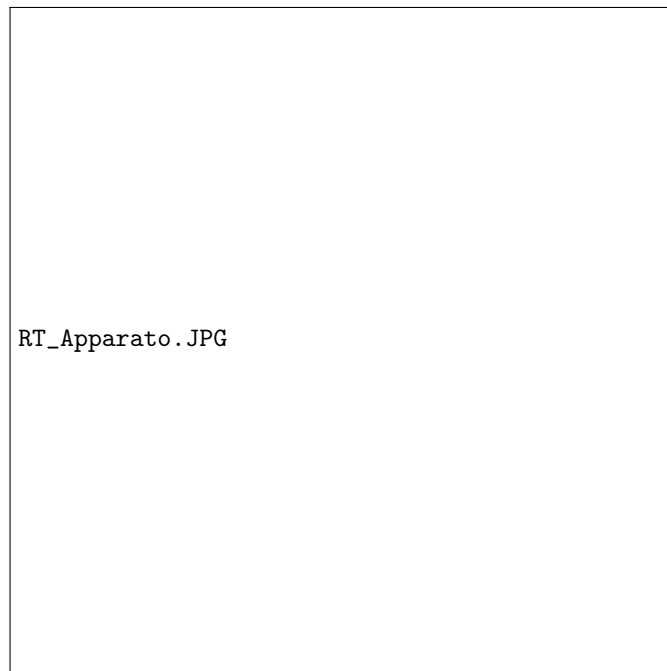


Figura 6: Dati dell'apparato di Rossi e Tambini, comprensivi della focale f_2 della lente L_2 e della distanza tra L_2 e lo specchio rotante a



Figura 7: Dati Raccolti da Rossi-Tambini. I valori di δ e δ_0 misurati per una stessa frequenza di rotazione sono evidenziati col medesimo colore.

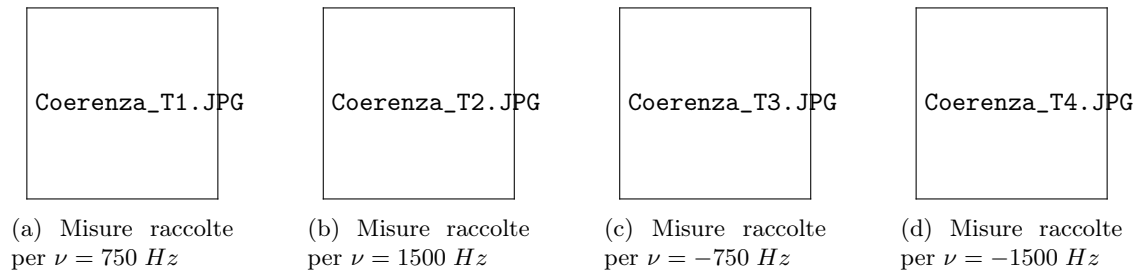


Figura 8: Dati divisi in tabelle secondo la ν dello specchio rotante

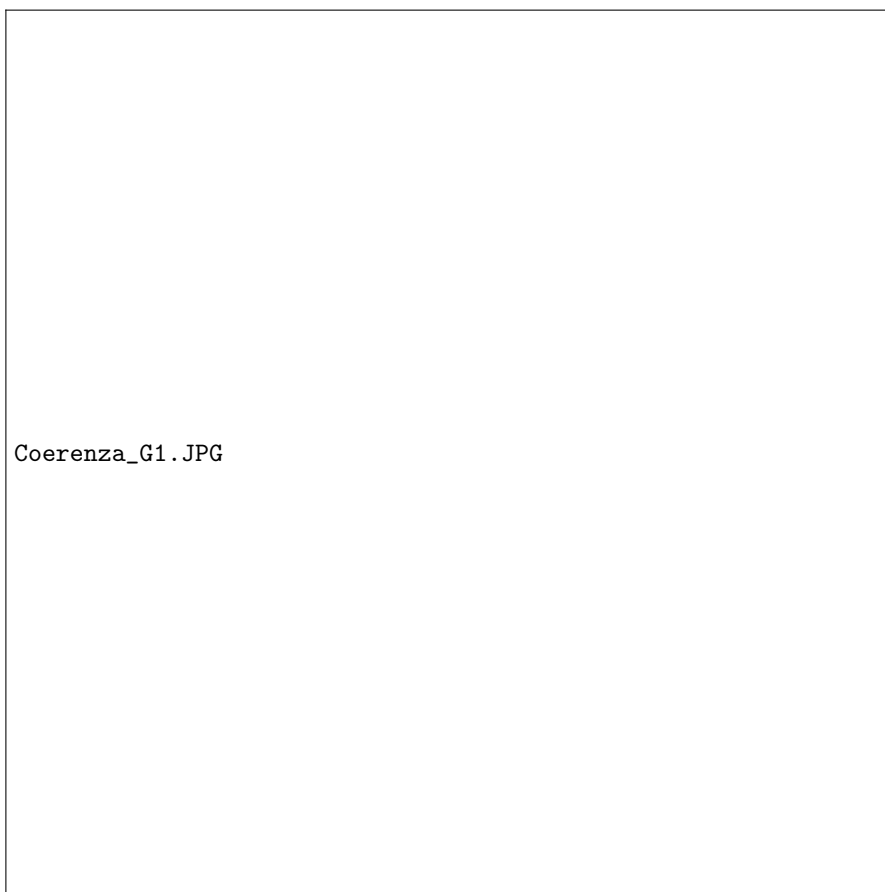


Figura 9: Grafico relativo a Figura (????)

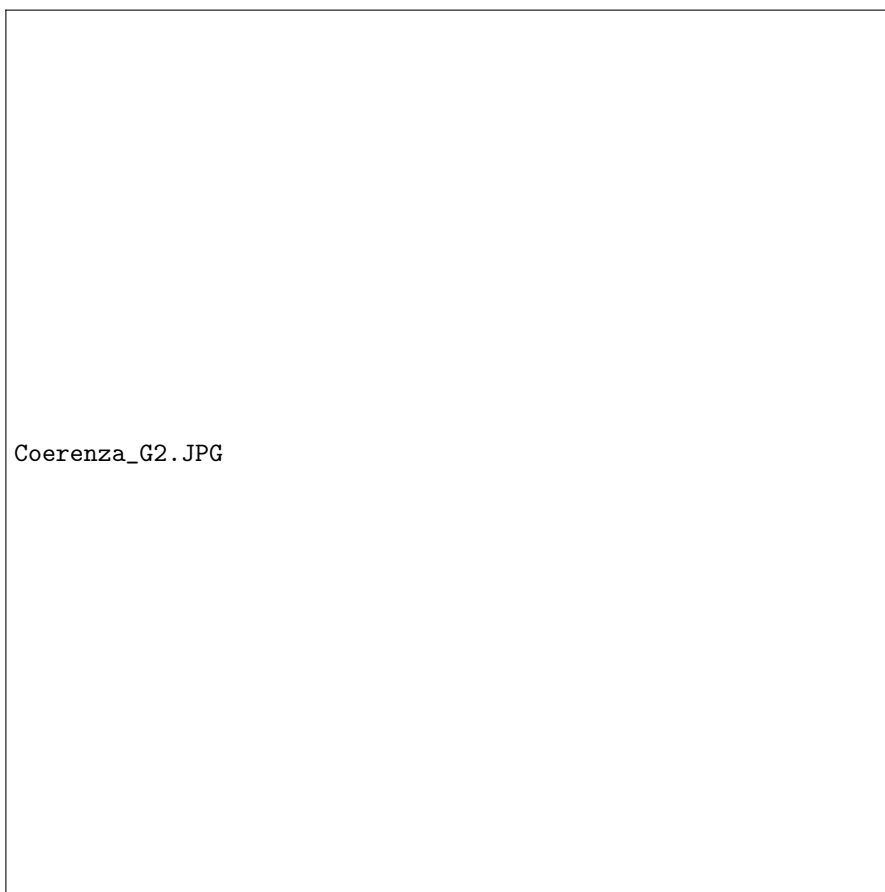


Figura 10: Grafico relativo a Figura (???)

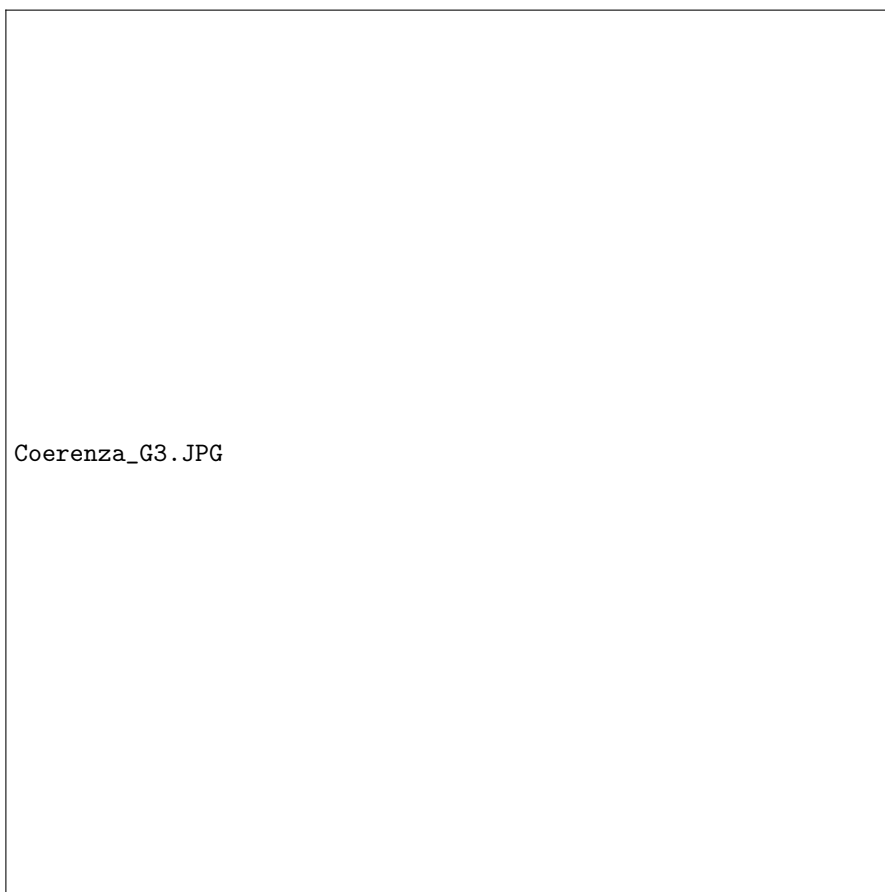


Figura 11: Grafico relativo a Figura (???)

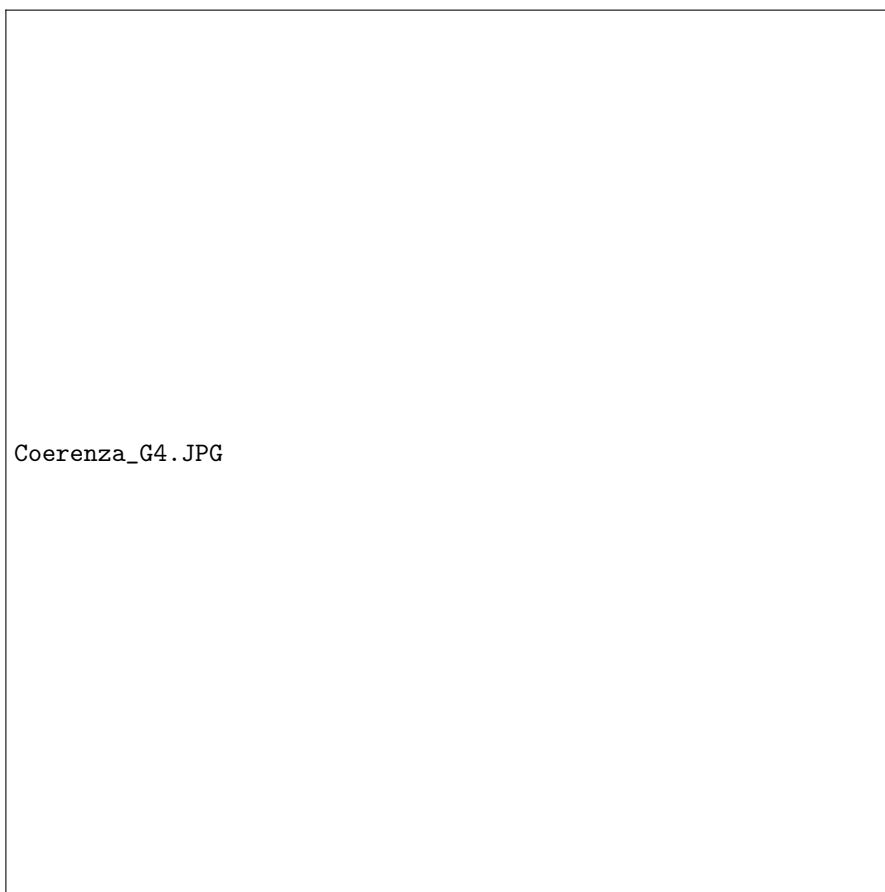


Figura 12: Grafico relativo a Figura (???)

Coerenza_Gauss1_FIXED.JPG

(a) Distribuzione normale relativa a Figura (???)

Coerenza_Gauss2_FIXED.JPG

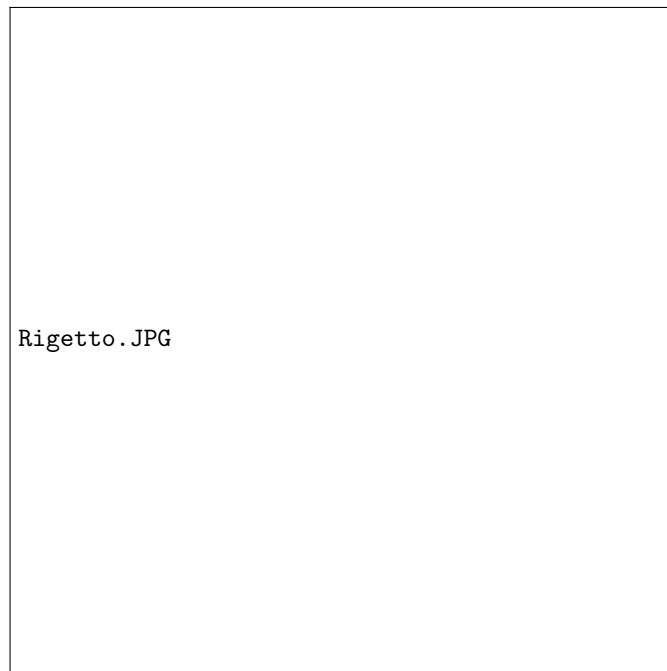


Figura 14: Calcolo della migliore stima della velocità della luce basata sui valori raccolti da Rossi e Tambini $c_{1,PRE}$ prima del rigetto. Tabella relativa al rigetto della misura 38

6.2 Grafici e Tabelle - Ramella e Redaelli

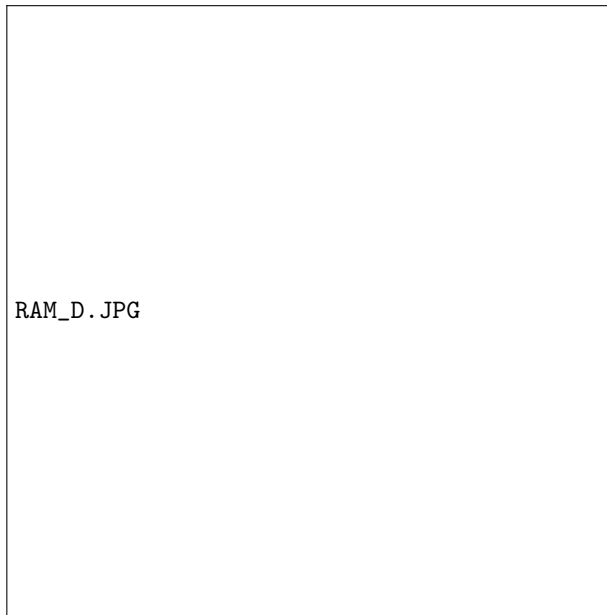


Figura 15: Misura del cammino ottico D per Ramella-Redaelli

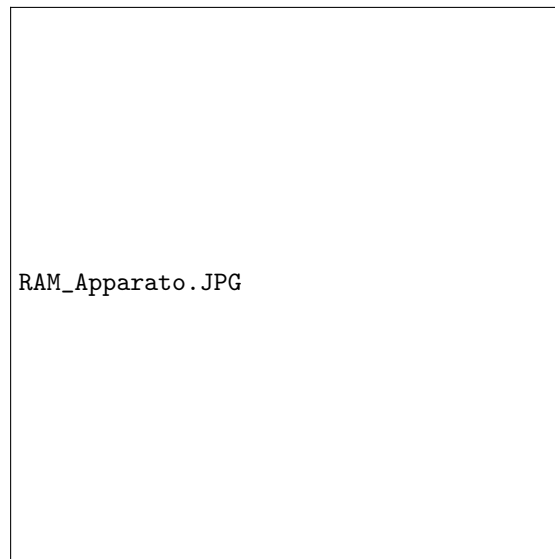


Figura 16: Dati dell'apparato di Ramella-Redaelli, comprensivi della focale f_2 della lente L_2 e della distanza tra L_2 e lo specchio rotante a

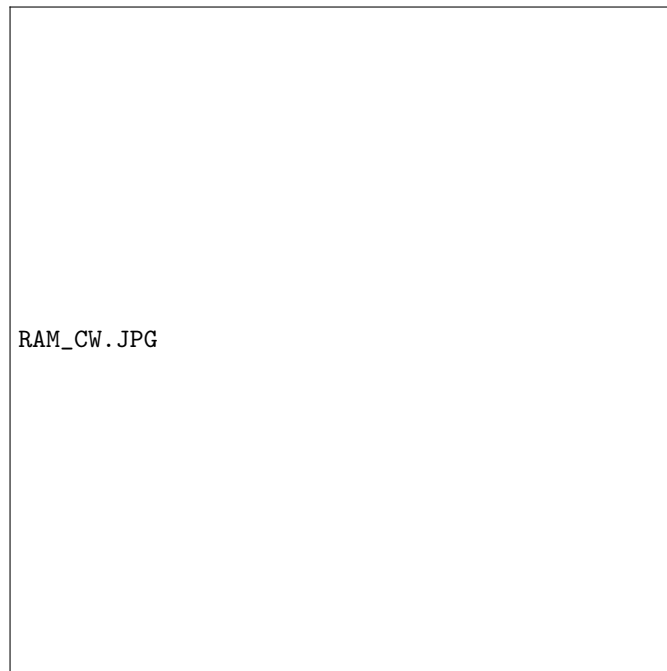


Figura 17: Dati raccolti da Ramella-Redaelli per rotazioni in senso orario (CW)

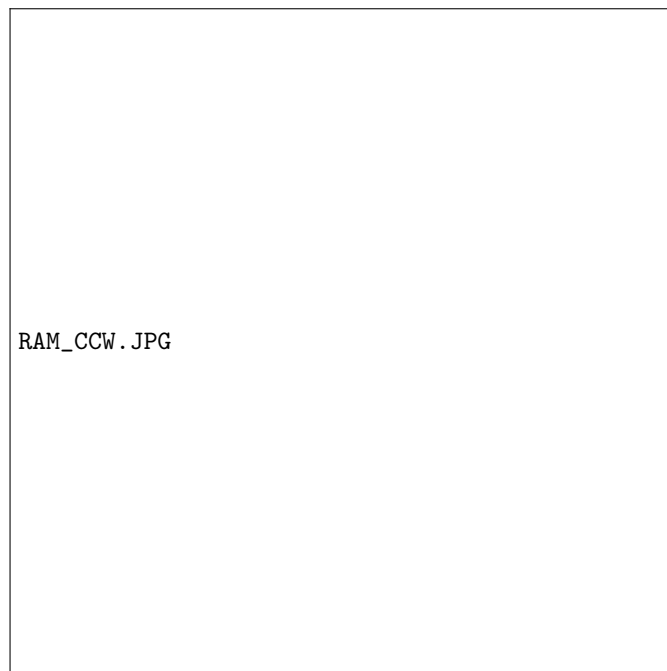


Figura 18: Dati raccolti da Ramella-Redaelli per rotazioni in senso antiorario (CCW)

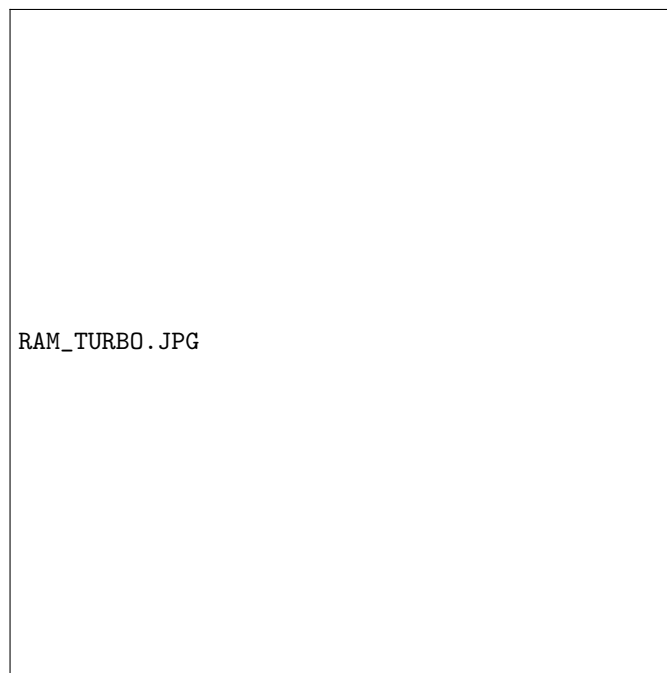


Figura 19: Dati raccolti da Ramella-Redaelli per rotazioni in ambo i sensi alla massima velocità angolare

6.3 Grafici e Tabelle - Calcolo c

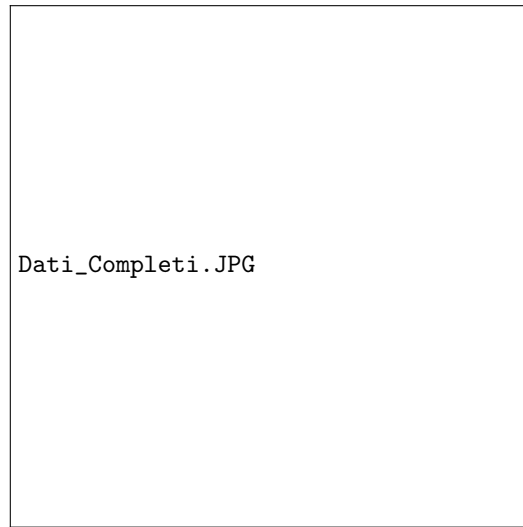


Figura 20: Totalità dei dati raccolti da Rossi-Tambini, ad eccezione della misura 38 rigettata

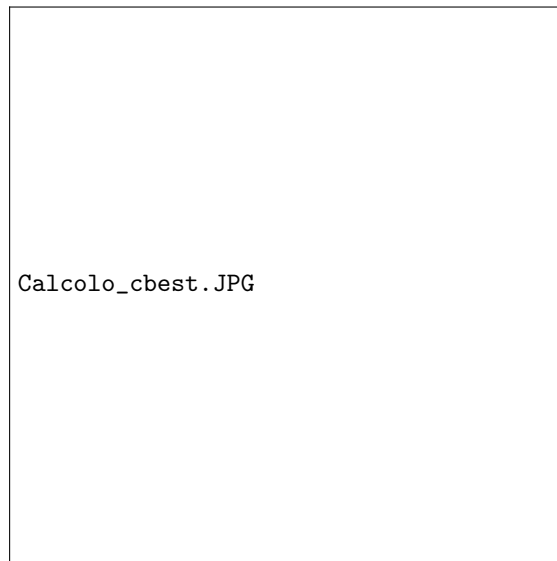


Figura 21: Calcolo della miglior stima della velocità della luce c_{BEST} basato sulla totalità dei dati raccolti

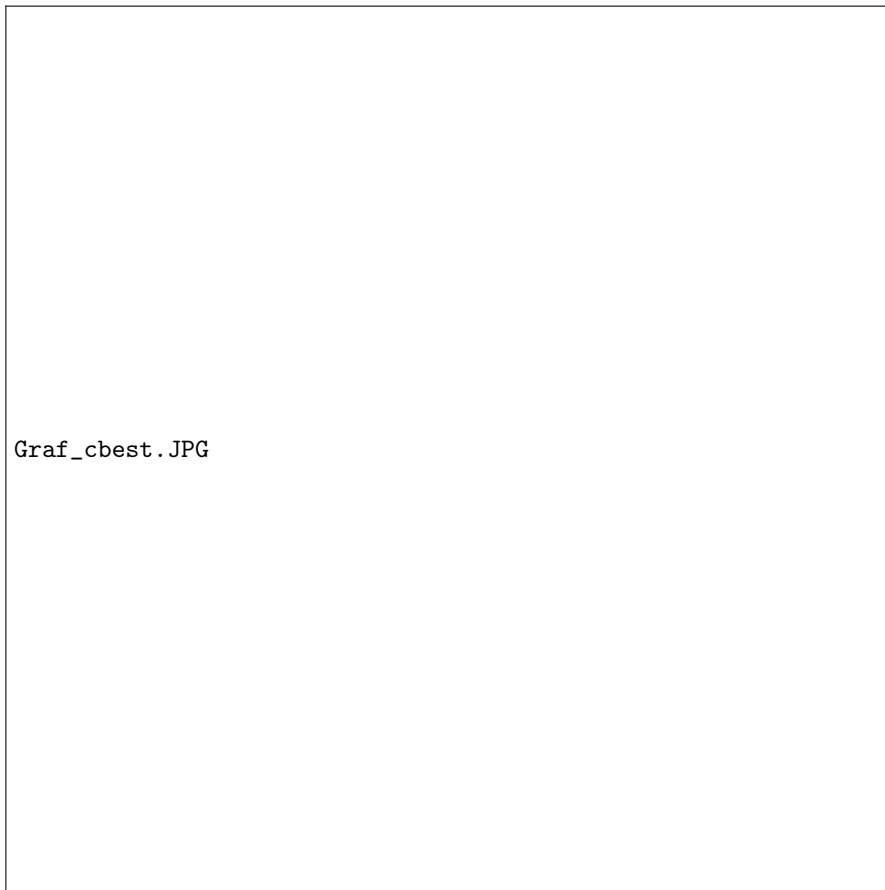


Figura 22: Grafico dei valori $c_{1,BEST}$, $c_{2,BEST}$ e c_{BEST} in relazione a c_{vero}