

Relazione dell'esperimento di misura della velocità della luce

Lorenzo Ramella, Alessandro Matteo Rossi, Marco Tambini

January 8, 2021

Abstract

L'esperimento si propone di misurare la velocità della luce usando il metodo di Foucault. Dopo l'analisi di un totale di 110 misure (di cui una rigettata), provenienti da due esperienze laboratoriali diverse, abbiamo ottenuto un valore per la velocità della luce pari a $c_{BEST} = 2,982 \cdot 10^8 \pm 8,6 \cdot 10^6 m/s$, compatibile entro una σ con il valore vero $c_{vero} = 2,998 \cdot 10^8 m/s$.

Indice

1	Introduzione teorica	2
2	Progettazione dell'esperimento	4
3	Misure	6
3.1	Raccolta dati	6
3.2	Analisi dati - Misure Rossi e Tambini	6
3.3	Analisi dati - Misure Ramella e Redaelli	7
4	Calcolo c_{BEST}	8
5	Conclusioni	8
6	Appendice	9
6.1	Grafici e Tabelle - Rossi e Tambini	9
6.2	Grafici e Tabelle - Ramella e Redaelli	16
6.3	Grafici e Tabelle - Calcolo c	18

$$b = \frac{f_2(D+a)}{D+a-f_2} \quad (6)$$

E quindi, conoscendo l'espressione di δ dalla equazione (4), in cui compare c , e avendo ricavato l'unica variabile incognita b dall'equazione (5), si ottiene:

$$c = \frac{4f_2D^2(\omega - \omega_0)}{[(D+a-f_2)\Delta\delta]} \quad (7)$$

dove ω_0 è la velocità angolare iniziale e $\Delta\delta = \omega - \omega_0$ è lo spostamento dell'immagine della sorgente luminosa.

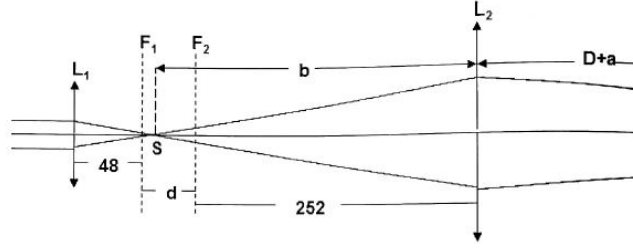


Figura 2: Schema apparato - interno del beam-splitter

2 Progettazione dell'esperimento

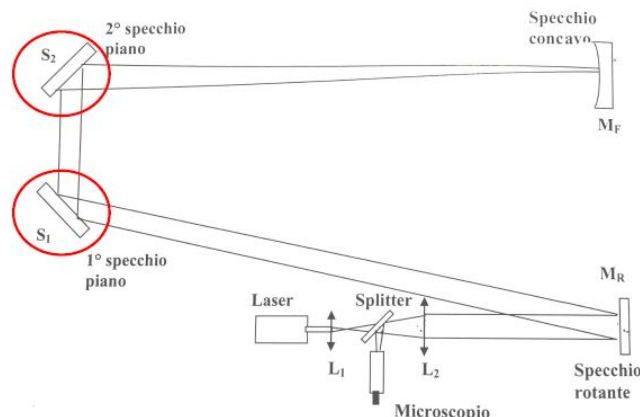


Figura 3: Schema dell'apparato di laboratorio

Il banco ottico di laboratorio era composto da un binario magnetico dove erano già presenti una sorgente luminosa e uno specchio rotante fissati magneticamente, e un sistema di specchi ancorato saldamente al tavolo mediante morse. Sul binario magnetico era possibile aggiungere lenti, squadrette e lamine polaroid anch'esse con base magnetica. Tutto l'apparato è schematicamente rappresentato in Figura 3.

Prima di cominciare le misure di c è necessario assicurarsi che gli elementi del banco ottico siano correttamente posizionati.

Per fare ciò abbiamo in principio misurato la lunghezza del cammino ottico D del raggio luminoso dallo specchio rotante allo specchio concavo, raccogliendo 4 misure per le distanze tra specchio rotante e specchio 1 $d_{rot,1}$, tra specchio 1 e specchio 2 $d_{1,2}$ e tra specchio 2 e specchio concavo $d_{2,conc}$, per poi ottenere tramite una somma delle loro medie aritmetiche il valore di D , con incertezza $\sigma D \approx 0,01m = \sigma d$. Gli strumenti utilizzati in questa fase sono stati due rotelle metriche di portata $15m$ e $3m$ entrambe sensibili al centimetro.

La sorgente luminosa coerente è un laser di potenza $0,35W$ che nonostante la bassa potenza ha richiesto l'utilizzo di una coppia di lamine polaroid per evitare danni agli occhi; sono state apposte magneticamente sul binario subito dopo il laser. Per permettere alla luce di percorrere il sistema di specchi che va dallo specchio rotante, allo specchio S_1 , quindi allo specchio S_2 e infine allo specchio concavo ci siamo inizialmente accertati che la luce incidesse sul centro dello specchio rotante, posizionando una squadretta forata con base magnetica sul binario. Confermata la centratura del laser con lo specchio rotante, abbiamo quindi posto una prima lente L_1 a $70mm$ seguendo la scala graduata con la sensibilità del millimetro presente sul binario per poter fare convergere la luce proveniente "dall'infinito" nel suo fuoco, che il produttore della lente dichiara essere a una distanza $f_1 = 0,048m$. Abbiamo provveduto a regolare la posizione della lente per continuare ad avere il raggio centrato nel foro della squadretta (e pertanto nel centro dello specchio rotante). A una distanza di $180mm$ dall'inizio della scala graduata abbiamo posizionato il beam-splitter, un elemento dotato di uno specchio semiriflettente orientabile rispetto alla luce incidente, che permette di trasmettere la luce in arrivo alla lente L_2 , e di riflettere quella in arrivo da L_2 verso l'alto, dove posizioneremo il microscopio, se angolato di 45° . La lente L_2 , con focale

dichiarata dal produttore di $f_2 = 0,252m$, è stata da noi apposta a circa $b = 370mm$ della scala graduata per ottenere un puntino sullo specchio concavo.

Ultimato il posizionamento delle lenti, abbiamo agito sulla cinghia dello specchio rotante per permettere al raggio proveniente da L_2 di raggiungere la parte riflettente dello specchio e quindi subire una riflessione verso il centro (approssimativamente) di S_1 . Fatto questo abbiamo regolato l'inclinazione di S_1 per riflettere il raggio proveniente dallo specchio rotante approssimativamente nel centro di S_2 , attraverso due viti micrometriche poste dietro lo specchio. Abbiamo ripetuto quest'ultima manovra per portare il raggio dal centro di S_2 al centro dello specchio concavo.

Specifichiamo che a causa della complessità della misura della focale di una lente le focali e le posizioni corrette per lenti e beam-splitter vengono fornite dai docenti, e le consideriamo affette da un'incertezza trascurabile.

Raggiunta la condizione di raggio che percorre tutta la lunghezza D , era necessario agire nuovamente sulle viti micrometriche degli specchi per fare tornare il raggio luminoso indietro fino al beam-splitter ripercorrendo il suo cammino di andata. È stato utile utilizzare un foglio di carta millimetrata da posizionare a mezz'aria dove supponevamo che i raggi passassero, per verificare, spostando il foglio verso lo "specchio di destinazione", che i raggi coincidessero e che il puntino luminoso del raggio di andata non si discostasse da quello del raggio di ritorno.

Verificato che il raggio di ritorno incidesse nel foro superiore del beam splitter, abbiamo inserito e messo a fuoco il microscopio (regolando l'altezza di fissaggio) nel foro superiore del beam-splitter. Il microscopio è utile per osservare il raggio di "ritorno" del laser poichè in questo secondo passaggio per lo specchio del beam-splitter angolato di 45° , il raggio urta la parte riflettente e viene deviato verso il microscopio dotato di crocifilo. È possibile leggere la posizione di questo punto riflesso agendo su una vite micrometrica posta sul beam-splitter che permette di centrare il puntino luminoso con il crocifilo con precisione di $\sigma = 10\mu m$.

Problemi riscontrati:

Sebbene sia stato abbastanza agevole misurare le distanze tra specchi, posizionare le lenti e il beam-splitter è stato fondamentale già da questa prima fase prestare la massima attenzione a non toccare i tavoli di lavoro per evitare di compromettere gravemente la taratura dell'apparato. È invece complicato e dispendioso a livello di tempo correggere la posizione degli specchi. Infatti mentre uno dei due sperimentatori lavorava sulle viti micrometriche, l'altro aveva il compito di tracciare il percorso del raggio o osservandone la posizione sulle pareti (se e quando possibile) o aiutandosi con la carta millimetrata quando esso era prossimo a raggiungere il centro dello specchio. Il compito certamente più arduo è stato fare ritornare il raggio di ritorno su quello di andata, poichè la carta millimetrata era l'unico strumento valido. Durante il suo utilizzo il rischio di coprire il raggio di andata (facendo scomparire quello di ritorno) nel tentativo di vederli entrambi sul bordo del foglio era alto.

3 Misure

3.1 Raccolta dati

L'esperienza è stata svolta da Rossi in collaborazione con Tambini e Ramella in collaborazione con Redaelli. Abbiamo deciso di analizzare i due set di misure separatamente fino al calcolo della miglior stima della velocità della luce c_{best} . Questo a causa di differenze:

1. Sulla misura di D , poichè sono stati usati due apparati dello stesso modello ma fisicamente differenti, e quindi si sono presentate differenze.
2. Sul motore dello specchio rotante utilizzato. Il gruppo Rossi-Tambini ha utilizzato un motore per lo specchio rotante che permetteva solo la regolazione in senso orario e antiorario con una frequenza di rotazione di $\nu = 1500Hz$ e $\nu = 750Hz$. Mentre il motore del gruppo Ramella-Redaelli permetteva una rotazione oraria e antioraria con frequenza variabile fino a circa $1500Hz$.

In ogni caso i dati raccolti seguono una numerazione progressiva che inizia con la prima misura di Rossi-Tambini e termina con l'ultima di Ramella-Redaelli.

Specifichiamo che la media degli insiemi di dati Rossi-Tambini e Ramella-Redaelli sia stata fatta tramite una media aritmetica. Per l'errore abbiamo voluto tenere conto non solo di una componente casuale, calcolando la loro deviazione standard σ , ma anche di una componente sistematica aggiungendovi il maggiore degli errori presenti sulle misure. Questo perchè l'errore sulla singola misura di c tiene conto solo della componente sistematica generata da D , f_2 e a , essendo calcolato come

$$\sigma c = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial a} \cdot \sigma a\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial f_2} \cdot \sigma f_2\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial D} \cdot \sigma D\right)^2} \quad (8)$$

Pertanto l'errore sulla media dei valori raccolti da Rossi-Tambini $\sigma c_{1,avg}$ o da Ramella-Redaelli $\sigma c_{2,avg}$ è espresso come:

$$\sigma c_{n,avg} = \sqrt{(max(\sigma_i))^2 + \sigma^2} \quad (9)$$

dove $n = 1, 2$ e identifica l'insieme di misure, σ_i è l'errore sistematico della singola misura calcolato come (8) e σ è la deviazione standard dell'insieme di misure.

3.2 Analisi dati - Misure Rossi e Tambini

L'apparato utilizzato da Rossi e Tambini era provvisto di motorino con frequenza di rotazione non regolabile con continuità, ma solo a $\nu = 750Hz$ e $\nu = 1500Hz$ in senso orario e antiorario. Dopo avere raccolto i dati relativi alla lunghezza del cammino ottico abbiamo adoperato il foglio di calcolo per ricavarne un valore pari a $D = 13,60 \pm 0,01m$ (Sezione 6.1 - Figura 4). Per potere calcolare il valore di c (7) abbiamo anche raccolto i valori di f_2 e a , indicati in Sezione 6.1 - Figura 5.

Si specifica che durante la trattazione di questo insieme di misure si indicheranno nel testo e nelle tabelle le rotazioni in senso orario con segno positivo, mentre quelle antiorarie con segno negativo. Questo non inficia i calcoli di quantità ricavate in maniera indiretta poichè le frequenze di rotazione sono state trattate in modulo.

Siccome l'equazione (7) è risolubile inserendo dei valori di partenza ω_0 e δ_0 e dei valori finali ω e δ , abbiamo proceduto raccogliendo coppie di misure (rispettivamente per valori iniziali e finali) per poi calcolare da ogni coppia un valore della velocità della luce c . I dati raccolti sono riportati in Sezione 6.1 - Figura 6. Abbiamo misurato il valore δ_0 mettendo lo specchio in rotazione a una certa ν e aspettando che l'immagine del laser riflessa visibile nel microscopio si fermasse. Abbiamo quindi agito sulla vite micrometrica per centrare il puntino luminoso e leggerne la posizione con la precisione di $10\mu m$. Analogamente è stato fatto per il valore δ : abbiamo impostato il motorino su una diversa velocità, osservato il puntino spostarsi e fermarsi, e ne abbiamo letto la posizione.

Segnaliamo che durante l'esperienza in laboratorio abbiamo accidentalmente urtato per due volte il beam-splitter. È infatti possibile notare, osservando i dati raccolti (Sezione 6.1 - Figura 6), come i valori di δ_0 e δ raccolti per uguali frequenze di rotazione presentino valori molto differenti tra loro durante le varie misure.

Abbiamo deciso di analizzare e quantificare gli effetti di questi urti. Abbiamo ipotizzato che non fosse possibile non avere alcun effetto provocato da queste compromissioni dell'apparato di misura. Inoltre abbiamo supposto che la misura 38 della in Sezione 6.1 - Figura 6 fosse stata pesantemente affetta da un errore causato da questi urti, poichè riportava un surreale valore della velocità della luce pari a $c_{38} \approx 4,788 \cdot 10^8 \pm 2,0 \cdot 10^6 m/s$, con un errore molto maggiore rispetto a tutte le altre misure, come si vedrà nei paragrafi successivi.

Pertanto abbiamo suddiviso i valori δ_0 e δ raccolti in base alla frequenza di rotazione ($\nu = -750Hz$, $\nu = 750Hz$, $\nu = -1500Hz$, $\nu = 1500Hz$) e ne abbiamo fatto un grafico, come riportato in Sezione 6.1 - Figure 7, 8, 9, 10, 11. Già da un primo confronto qualitativo, osservando i grafici, era possibile osservare come le misure di δ_0 e δ fossero divise in tre insiemi. Un'analisi quantitativa fatta applicando una distribuzione normale a ogni insieme per ogni ν (Sezione 6.1 - Figura 12) mostra come questi tre insiemi siano altamente incompatibili (probabilità inferiore a 1%), con $z \gtrsim 3$. È risultato che il confine tra questi gruppi di misure sono proprio quei dati raccolti prima e dopo l'urto contro il beam splitter, ovvero le misure 22 e 38.

Nonostante questi urti, le misure risultano essere coerenti con il valore vero della velocità della luce $c_{vero} \approx 2,998 \cdot 10^8 m/s$, eccezion fatta per la misura 38. In questo specifico caso l'urto è avvenuto tra le due misure della coppia e infatti il valore stimato della velocità della luce per questa misura risulta essere $c_{38} = 4,788 \cdot 10^8 \pm 2,0 \cdot 10^6 m/s$. Abbiamo deciso di procedere al rigetto di questa misura, verificando che c_{38} distasse $6,28\sigma$ dal valore medio delle misure $c_{1,pre} = 3,022 \cdot 10^8 \pm 2,81 \cdot 10^7 m/s$. Dopo il rigetto abbiamo ottenuto un insieme di 46 misure riportate in Sezione 6.1 - Figura 6.

3.3 Analisi dati - Misure Ramella e Redaelli

L'apparato utilizzato da Ramella e Redaelli era invece dotato di motorino con frequenza di rotazione regolabile con continuità. Dopo avere raccolto i dati relativi alla lunghezza del cammino ottico abbiamo adoperato il foglio di calcolo per ricavarne un valore pari a $D = 13,60 \pm 0,01m$ (6.2 - Figura 14). Per potere calcolare il valore di c abbiamo anche raccolto i valori di f_2 e a , indicati 6.2 - Figura 15.

Si precisa che durante la trattazione di questo insieme di misure verranno indicate nel testo e nelle tabelle le rotazioni dello specchio in senso orario (clockwise) come *CW* e in senso antiorario (counterclockwise) come *CCW*.

Abbiamo effettuato la prima misura di c per rotazioni in senso orario. Siccome l'equazione (7) è risolubile inserendo dei valori di partenza ω_0 e δ_0 e dei valori finali ω e δ , abbiamo raccolto

i suddetti valori di partenza per poi, facendo ruotare lo specchio in senso orario con diverse frequenze, ottenere un totale di 22 misure per ω e δ divise in misure di andata (frequenze crescenti) e misure di ritorno (frequenze decrescenti). Per i dati raccolti si faccia riferimento a Sezione 6.2 - Figura 16.

Per la seconda misura di c abbiamo fatto ruotare lo specchio in senso antiorario (CCW, counterclockwise). Come descritto sopra abbiamo collezionato un insieme di misure composto da valori di andata, con frequenza di rotazione dello specchio crescente, e valori di ritorno, con frequenza di rotazione decrescente. È un totale di 21 misure, riportate in Sezione 6.2 - Figura 17.

La terza ed ultima misura della velocità della luce ha prodotto 20 misure, tutte raccolte alla massima frequenza raggiungibile dal motore dello specchio in ambo i sensi di rotazione, di circa $1500Hz$. Inizialmente abbiamo misurato due ω_0 , una per $\nu = 1500Hz$ (positiva, quindi rotazione CW, come già indicato in sezione 3.2) e una per $\nu = -1500Hz$ (rotazione CCW). Come già esplicitato in Sezione 3.2, la trattazione in modulo delle grandezze negative non compromette i risultati dei calcoli. Abbiamo scelto di raccogliere questo terzo insieme di misure poiché la stima più accurata della velocità della luce si ottiene con $\Delta\delta$ elevati, e pertanto è necessario avere $\Delta\nu$ elevati. L'accuratezza aumenta perché l'errore relativo su entrambe le grandezze si riduce all'aumentare del loro valore. Per i dati raccolti si veda Sezione 6.2 - Figura 18.

4 Calcolo c_{BEST}

Per il calcolo di un valore definitivo c_{BEST} si sono uniti la totalità dei dati misurati da Rossi-Tambini e Ramella-Redaelli (Sezione 6.3 - Figura 19). Si è calcolata una media aritmetica per l'insieme di dati Rossi-Tambini e una per l'insieme Ramella-Redaelli, aventi come errore una quantità calcolata come indicato in Sezione 3.1 dall'equazione (8). Come riportato in 6.3 - Figura 20, abbiamo ottenuto una miglior stima della velocità della luce per Rossi-Tambini di $c_{1,BEST} = 2,984 \cdot 10^8 \pm 1,05 \cdot 10^7 m/s$ e per Ramella-Redaelli di $c_{2,BEST} = 2,979 \cdot 10^8 \pm 1,54 \cdot 10^7 m/s$. Tramite una media ponderata di questi due valori, tra loro compatibili entro una σ , si è ottenuta la miglior stima della velocità della luce pari a

$$c_{BEST} = 2,982 \cdot 10^8 \pm 8,6 \cdot 10^6 m/s$$

che dista $z = 0,18\sigma$ dal valore vero della velocità della luce $c_{vero} = 2,998 \cdot 10^8 m/s$.

Osservando in sezione 6.3 le Figure 20 e 21 è possibile notare come i valori $c_{1,BEST}$ e $c_{2,BEST}$ siano entrambi inferiori al c_{vero} , e pertanto è possibile supporre in entrambi gli esperimenti la presenza di un errore sistematico che sottostimi il valore di c , ma che riusciamo a compensare con la nostra trattazione dell'errore per la singola misura di c .

5 Conclusioni

L'esperienza laboratoriale si è conclusa con un risultato coerente con il valore vero della velocità della luce. Puntualizziamo, come già indicato, che sebbene il valore c_{BEST} sia compatibile con c_{vero} è possibile la presenza di errori sistematici che portino a una misura sottostimata.

6 Appendice

6.1 Grafici e Tabelle - Rossi e Tambini

MISURA DI D						
$od [m] = 0,01$						
	Misura 1	Misura 2	Misura 3	Misura 4	Media [m]	$\sigma d_{medio} [m]$
$d_{2,conc} [m]$	6,48	6,47	6,48	6,47	6,48	0,01
$d_{1,2} [m]$	0,60	0,59	0,59	0,59	0,59	0,01
$d_{rot,1} [m]$	6,27	6,26	6,27	6,27	6,27	0,01
					D [m]	13,34
					$\sigma D [m]$	0,01

Figura 4: Misura del cammino ottico D per Rossi-Tambini

DATI DELL'APPARATO			
$f_2 [m]$	0,252	\pm	0,001
$a [m]$	0,487	\pm	0,005
$D [m]$	13,34	\pm	0,01
Posizione $L_2 [m]$	0,381		
Sensibilità vite micrometrica [m]	0,00001		

Figura 5: Dati dell'apparato di Rossi e Tambini, comprensivi della focale f_2 della lente L_2 e della distanza tra L_2 e lo specchio rotante a

DATI RACCOLTI												
Misura	ν_o [Hz]	ω_o [rad/s]	δ_o [mm]	δ_o [m]	ν_i [Hz]	ω_i [rad/s]	δ_i [mm]	δ_i [m]	$\Delta\delta$ [m] = $ \delta_o - \delta_i $	c [m/s]	ac [m/s]	Note
1	750	4712,39	10,04	0,01004	-750	-4712,39	9,62	0,00962	0,00042	2,964E+08	1,2E+06	
2	750	4712,39	10,04	0,01004	-1500	-9424,78	9,42	0,00942	0,00062	3,012E+08	1,2E+06	
3	750	4712,39	10,03	0,01003	1500	9424,78	10,25	0,01025	0,00022	2,829E+08	1,2E+06	
4	750	4712,39	10,03	0,01003	-750	-4712,39	9,62	0,00962	0,00041	3,036E+08	1,2E+06	
5	-1500	-9424,78	9,40	0,00940	750	4712,39	10,04	0,01004	0,00064	2,918E+08	1,2E+06	
6	-1500	-9424,78	9,45	0,00945	750	4712,39	10,05	0,01005	0,00060	3,112E+08	1,3E+06	
7	1500	9424,78	10,25	0,01025	-750	-4712,39	9,63	0,00963	0,00062	3,012E+08	1,2E+06	
8	-1500	-9424,78	9,40	0,00940	1500	9424,78	10,25	0,01025	0,00085	2,929E+08	1,2E+06	
9	1500	9424,78	10,27	0,01027	-1500	-9424,78	9,42	0,00942	0,00085	2,929E+08	1,2E+06	
10	-1500	-9424,78	9,40	0,00940	-750	-4712,39	9,61	0,00961	0,00021	2,964E+08	1,2E+06	
11	-1500	-9424,78	9,40	0,00940	750	4712,39	10,03	0,01003	0,00063	2,964E+08	1,2E+06	
12	-1500	-9424,78	9,40	0,00940	1500	9424,78	10,25	0,01025	0,00085	2,929E+08	1,2E+06	
13	-750	-4712,39	9,62	0,00962	-1500	-9424,78	9,41	0,00941	0,00021	2,964E+08	1,2E+06	
14	-750	-4712,39	9,62	0,00962	750	4712,39	10,03	0,01003	0,00041	3,036E+08	1,2E+06	
15	-750	-4712,39	9,61	0,00961	1500	9424,78	10,26	0,01026	0,00065	2,873E+08	1,2E+06	
16	750	4712,39	10,04	0,01004	-1500	-9424,78	9,40	0,00940	0,00064	2,918E+08	1,2E+06	
17	750	4712,39	10,04	0,01004	-750	-4712,39	9,63	0,00963	0,00041	3,036E+08	1,2E+06	
18	750	4712,39	10,05	0,01005	1500	9424,78	10,25	0,01025	0,00020	3,112E+08	1,3E+06	
19	1500	9424,78	10,26	0,01026	-1500	-9424,78	9,40	0,00940	0,00086	2,895E+08	1,2E+06	
20	1500	9424,78	10,26	0,01026	-750	-4712,39	9,63	0,00963	0,00063	2,964E+08	1,2E+06	
21	1500	9424,78	10,25	0,01025	750	4712,39	10,04	0,01004	0,00021	2,964E+08	1,2E+06	
22	-1500	-9424,78	9,57	0,00957	-750	-4712,39	9,77	0,00977	0,00020	3,112E+08	1,3E+06	Colpita la leva del beam-splitter prima di questa misura
23	-1500	-9424,78	9,57	0,00957	750	4712,39	10,20	0,01020	0,00063	2,964E+08	1,2E+06	
24	-1500	-9424,78	9,57	0,00957	1500	9424,78	10,41	0,01041	0,00084	2,964E+08	1,2E+06	
25	-750	-4712,39	9,77	0,00977	-1500	-9424,78	9,57	0,00957	0,00020	3,112E+08	1,3E+06	
26	-750	-4712,39	9,77	0,00977	750	4712,39	10,21	0,01021	0,00044	2,829E+08	1,2E+06	
27	-750	-4712,39	9,78	0,00978	1500	9424,78	10,43	0,01043	0,00065	2,873E+08	1,2E+06	
28	750	4712,39	10,22	0,01022	-1500	-9424,78	9,57	0,00957	0,00065	2,873E+08	1,2E+06	
29	750	4712,39	10,20	0,01020	-750	-4712,39	9,77	0,00977	0,00043	2,895E+08	1,2E+06	
30	750	4712,39	10,18	0,01018	1500	9424,78	10,37	0,01037	0,00019	3,276E+08	1,3E+06	
31	1500	9424,78	10,36	0,01036	-1500	-9424,78	9,53	0,00953	0,00083	3,000E+08	1,2E+06	
32	1500	9424,78	10,34	0,01034	-750	-4712,39	9,75	0,00975	0,00059	3,165E+08	1,3E+06	Colpito il beam splitter tra le due misure della coppia
33	1500	9424,78	10,35	0,01035	750	4712,39	10,15	0,01015	0,00020	3,112E+08	1,3E+06	
34	-1500	-9424,78	9,56	0,00956	-750	-4712,39	9,76	0,00976	0,00020	3,112E+08	1,3E+06	
35	-1500	-9424,78	9,55	0,00955	750	4712,39	10,19	0,01019	0,00064	2,918E+08	1,2E+06	
36	-1500	-9424,78	9,56	0,00956	1500	9424,78	10,39	0,01039	0,00083	3,000E+08	1,2E+06	
37	-750	-4712,39	9,71	0,00971	-1500	-9424,78	9,52	0,00952	0,00019	3,276E+08	1,3E+06	
38	-750	-4712,39	9,72	0,00972	750	4712,39	9,98	0,00998	0,00026	4,788E+08	2,0E+06	
39	-750	-4712,39	9,59	0,00959	1500	9424,78	10,21	0,01021	0,00062	3,012E+08	1,2E+06	
40	750	4712,39	10,00	0,01000	-1500	-9424,78	9,37	0,00937	0,00063	2,964E+08	1,2E+06	
41	750	4712,39	9,99	0,00999	-750	-4712,39	9,57	0,00957	0,00042	2,964E+08	1,2E+06	
42	750	4712,39	9,99	0,00999	1500	9424,78	10,21	0,01021	0,00022	2,829E+08	1,2E+06	
43	1500	9424,78	10,21	0,01021	-1500	-9424,78	9,36	0,00936	0,00085	2,929E+08	1,2E+06	
44	1500	9424,78	10,21	0,01021	-750	-4712,39	9,58	0,00958	0,00063	2,964E+08	1,2E+06	
45	1500	9424,78	10,21	0,01021	750	4712,39	9,99	0,00999	0,00022	2,829E+08	1,2E+06	
46	-1500	-9424,78	9,36	0,00936	1500	9424,78	10,21	0,01021	0,00085	2,929E+08	1,2E+06	
47	-1500	-9424,78	9,37	0,00937	1500	9424,78	10,20	0,01020	0,00083	3,000E+08	1,2E+06	

Figura 6: Dati Raccolti da Rossi-Tambini. I valori di δ e δ_o misurati per una stessa frequenza di rotazione sono evidenziati col medesimo colore.

CONFRONTO δ [mm] per ν [Hz] = 750		CONFRONTO δ [mm] per ν [Hz] = 1500		CONFRONTO δ [mm] per ν [Hz] = -750		CONFRONTO δ [mm] per ν [Hz] = -1500	
Misura	δ [mm]	Misura	δ [mm]	Misura	δ [mm]	Misura	δ [mm]
1a	10,04	3b	10,25	1b	9,62	2b	9,42
2a	10,04	7a	10,25	4b	9,62	5a	9,40
3a	10,03	8b	10,25	7b	9,63	6a	9,45
4a	10,03	9a	10,27	10b	9,61	8a	9,40
5b	10,04	12b	10,25	13a	9,62	9b	9,42
6b	10,05	15b	10,26	14a	9,62	10a	9,40
11b	10,03	18b	10,25	15a	9,61	11a	9,40
14b	10,03	19a	10,26	17b	9,63	12a	9,40
16a	10,04	20a	10,26	20b	9,63	13b	9,41
17a	10,04	21a	10,25	22b	9,77	16b	9,40
18a	10,05	24b	10,41	25a	9,77	19b	9,40
21b	10,04	27b	10,43	26a	9,77	22a	9,57
23b	10,20	30b	10,37	27a	9,78	23a	9,57
26b	10,21	31a	10,36	29b	9,77	24a	9,57
28a	10,22	32a	10,34	32b	9,75	25b	9,57
29a	10,20	33a	10,35	34b	9,76	28b	9,57
30a	10,18	36b	10,39	37a	9,71	31b	9,53
33b	10,15	39b	10,21	38a	9,72	34a	9,56
35b	10,19	42b	10,21	39a	9,59	35a	9,55
38b	9,98	43a	10,21	41b	9,57	36a	9,56
40a	10,00	44a	10,21	44b	9,58	37b	9,52
41a	9,99	45a	10,21			40b	9,37
42a	9,99	46b	10,21			43b	9,36
45b	9,99	47b	10,20			46a	9,36
						47a	9,37

(a) Misure raccolte per $\nu = 750Hz$

(b) Misure raccolte per $\nu = 1500Hz$

(c) Misure raccolte per $\nu = -750Hz$

(d) Misure raccolte per $\nu = -1500Hz$

Figura 7: Dati divisi in tabelle secondo la ν dello specchio rotante

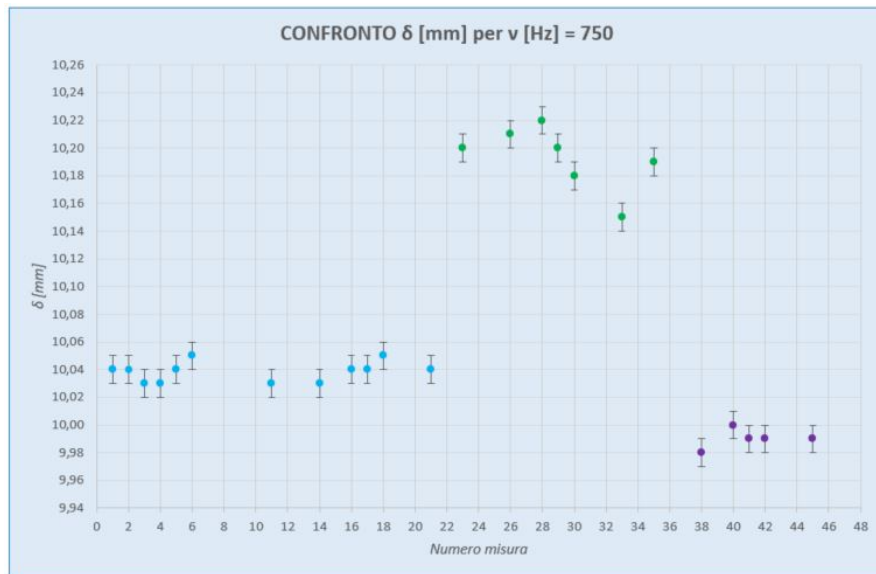


Figura 8: Grafico relativo a Figura (7a)

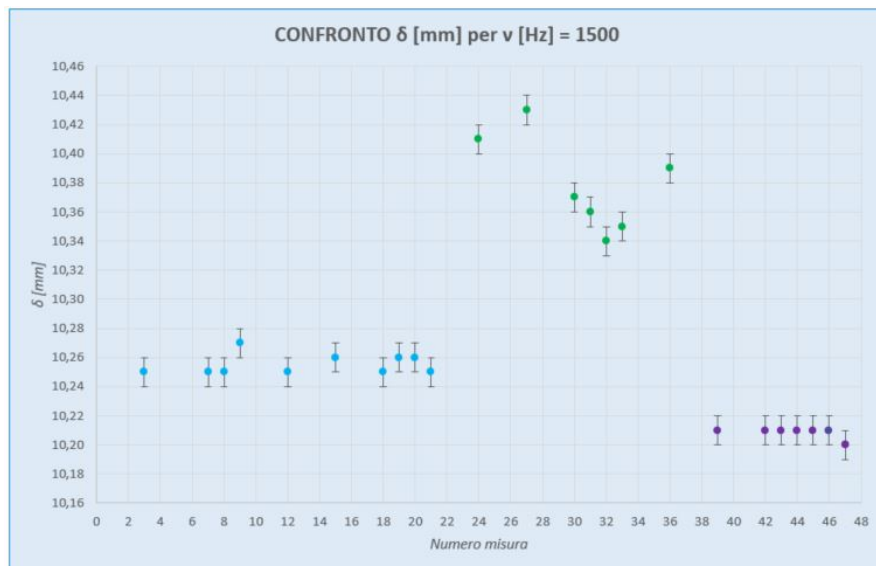


Figura 9: Grafico relativo a Figura (7b)

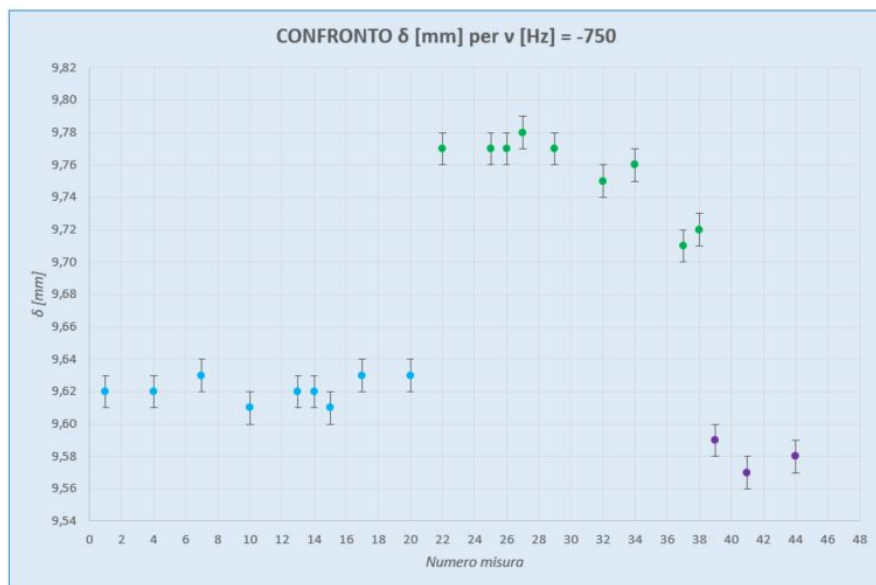


Figura 10: Grafico relativo a Figura (7c)

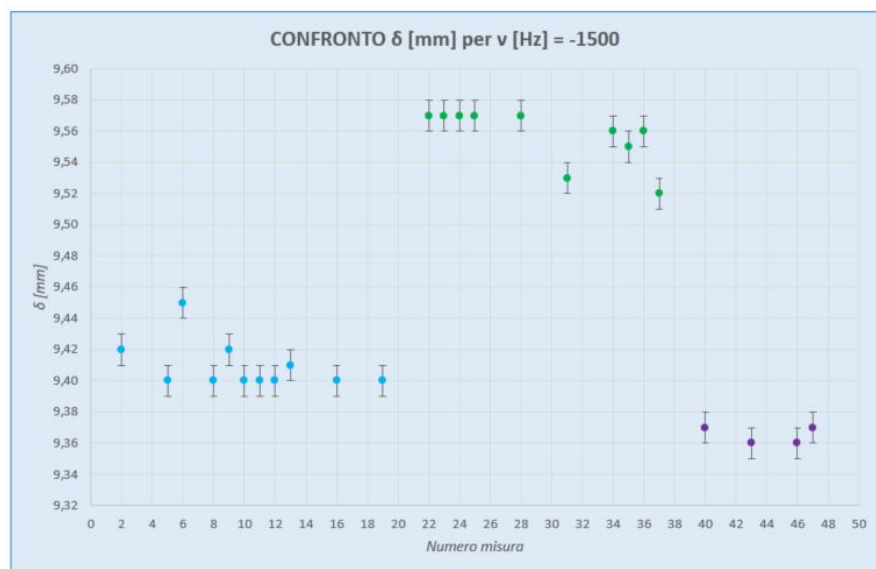


Figura 11: Grafico relativo a Figura (7d)

Gaussiana - v = 750 Hz - serie 1 (blu)		Discrepanza - v = 750 Hz - serie 2 (verde)		Discrepanza - v = 750 Hz - serie 3 (viola)	
$\delta_{avg,1}$ [mm]	$\sigma_{avg,1}$ [mm]	$\delta_{avg,2}$ [mm]	$\sigma_{avg,2}$ [mm]	$\delta_{avg,3}$ [mm]	$\sigma_{avg,3}$ [mm]
10,04	0,01	10,19	0,02	9,99	0,01
COMPATIBILITA' TRA SERIE - v = 750 Hz					
$z_{1,2}$	Probabilità 1,2	$z_{1,3}$	Probabilità 1,3	$z_{2,3}$	Probabilità 2,3
6,94	<<1%	5,18	<<1%	9,17	<<1%

(a) Distribuzione normale relativa a Figura (7a)

Gaussiana - v = 1500 Hz - serie 1 (blu)		Discrepanza - v = 1500 Hz - serie 2 (verde)		Discrepanza - v = 1500 Hz - serie 3 (viola)	
$\delta_{avg,1}$ [mm]	$\sigma_{avg,1}$ [mm]	$\delta_{avg,2}$ [mm]	$\sigma_{avg,2}$ [mm]	$\delta_{avg,3}$ [mm]	$\sigma_{avg,3}$ [mm]
10,26	0,01	10,38	0,03	10,209	0,003
COMPATIBILITA' TRA SERIE - v = 1500 Hz					
$z_{1,2}$	Probabilità 1,2	$z_{1,3}$	Probabilità 1,3	$z_{2,3}$	Probabilità 2,3
3,96	<<1%	6,14	<<1%	5,55	<<1%

(b) Distribuzione normale relativa a Figura (7b)

Gaussiana - v = -750 Hz - serie 1 (blu)		Discrepanza - v = -750 Hz - serie 2 (verde)		Discrepanza - v = -750 Hz - serie 3 (viola)	
$\delta_{avg,1}$ [mm]	$\sigma_{avg,1}$ [mm]	$\delta_{avg,2}$ [mm]	$\sigma_{avg,2}$ [mm]	$\delta_{avg,3}$ [mm]	$\sigma_{avg,3}$ [mm]
9,62	0,01	9,76	0,02	9,58	0,01
COMPATIBILITA' TRA SERIE - v = -750 Hz					
$z_{1,2}$	Probabilità 1,2	$z_{1,3}$	Probabilità 1,3	$z_{2,3}$	Probabilità 2,3
5,53	<<1%	3,74	<<1%	7,15	<<1%

(c) Distribuzione normale relativa a Figura (7c)

Gaussiana - v = -1500 Hz - serie 1 (blu)		Discrepanza - v = -1500 Hz - serie 2 (verde)		Discrepanza - v = -1500 Hz - serie 3 (viola)	
$\delta_{avg,1}$ [mm]	$\sigma_{avg,1}$ [mm]	$\delta_{avg,2}$ [mm]	$\sigma_{avg,2}$ [mm]	$\delta_{avg,3}$ [mm]	$\sigma_{avg,3}$ [mm]
9,41	0,02	9,56	0,02	9,365	0,005
COMPATIBILITA' TRA SERIE - v = -1500 Hz					
$z_{1,2}$	Probabilità 1,2	$z_{1,3}$	Probabilità 1,3	$z_{2,3}$	Probabilità 2,3
6,44	<<1%	2,78	0,54%	10,63	<<1%

(d) Distribuzione normale relativa a Figura (7d)

Figura 12: Distribuzioni normali relative a Figura (7)

c MISURATE		
Misura	c [m/s]	σc [m/s]
1	2,964E+08	1,2E+06
2	3,012E+08	1,2E+06
3	2,829E+08	1,2E+06
4	3,036E+08	1,2E+06
5	2,918E+08	1,2E+06
6	3,112E+08	1,3E+06
7	3,012E+08	1,2E+06
8	2,929E+08	1,2E+06
9	2,929E+08	1,2E+06
10	2,964E+08	1,2E+06
11	2,964E+08	1,2E+06
12	2,929E+08	1,2E+06
13	2,964E+08	1,2E+06
14	3,036E+08	1,2E+06
15	2,873E+08	1,2E+06
16	2,918E+08	1,2E+06
17	3,036E+08	1,2E+06
18	3,112E+08	1,3E+06
19	2,895E+08	1,2E+06
20	2,964E+08	1,2E+06
21	2,964E+08	1,2E+06
22	3,112E+08	1,3E+06
23	2,964E+08	1,2E+06
24	2,964E+08	1,2E+06
25	3,112E+08	1,3E+06
26	2,829E+08	1,2E+06
27	2,873E+08	1,2E+06
28	2,873E+08	1,2E+06
29	2,895E+08	1,2E+06
30	3,276E+08	1,3E+06
31	3,000E+08	1,2E+06
32	3,165E+08	1,3E+06
33	3,112E+08	1,3E+06
34	3,112E+08	1,3E+06
35	2,918E+08	1,2E+06
36	3,000E+08	1,2E+06
37	3,276E+08	1,3E+06
38	4,788E+08	2,0E+06
39	3,012E+08	1,2E+06
40	2,964E+08	1,2E+06
41	2,964E+08	1,2E+06
42	2,829E+08	1,2E+06
43	2,929E+08	1,2E+06
44	2,964E+08	1,2E+06
45	2,829E+08	1,2E+06
46	2,929E+08	1,2E+06
47	3,000E+08	1,2E+06
$c_{1,PRE}$ [m/s]		3,022E+08
$\sigma c_{1,PRE}$ [m/s]		2,81E+07

RIGETTO MISURA 38	
$c_{1,PRE}$ [m/s]	3,022E+08
$\sigma c_{1,PRE}$ [m/s]	2,81E+07
c_{38} [m/s]	4,788E+08
σc_{38} [m/s]	2,0E+06
z	6,28
Probabilità	<<1%

Figura 13: Calcolo della migliore stima della velocità della luce basata sui valori raccolti da Rossi e Tambini $c_{1,PRE}$ prima del rigetto. Tabella relativa al rigetto della misura 38

6.2 Grafici e Tabelle - Ramella e Redaelli

MISURA DI D						
$\sigma d [m] = 0,01$						
	Misura 1	Misura 2	Misura 3	Misura 4	Media [m]	σ Media [m]
$d_{2,conc} [m]$	6,74	6,73	6,74	6,73	6,735	0,005
$d_{1,2} [m]$	0,65	0,66	0,66	0,66	0,658	0,005
$d_{rot,1} [m]$	6,21	6,21	6,21	6,21	6,210	0,005
					D [m]	13,60
					$\sigma D [m]$	0,01

Figura 14: Misura del cammino ottico D per Ramella-Redaelli

DATI DELL'APPARATO			
$f_2 [m]$	0,252	\pm	0,001
$a [m]$	0,474	\pm	0,005
$D [m]$	13,60	\pm	0,01
Posizione $L_2 [m]$	0,386		
Sensibilità vite micrometrica [m]	0,00001		

Figura 15: Dati dell'apparato di Ramella-Redaelli, comprensivi della focale f_2 della lente L_2 e della distanza tra L_2 e lo specchio rotante a

MISURA DI TEST - CW		
$\nu_0 [Hz]$	$\omega_0 [rad/s]$	$\delta_0 [m]$
43	270,18	0,01209

DATI RACCOLTI - CW							
Misura	$\nu [Hz]$	$\omega [rad/s]$	$\delta [m]$	$\Delta\delta [m]$	$c [m/s]$	$\sigma c [m/s]$	Note
48	113	710,00	0,01207	0,00002	2,967E+08	1,2E+06	Misure di andata
49	202	1269,20	0,01204	0,00005	2,696E+08	1,1E+06	
50	278	1746,73	0,01203	0,00006	3,320E+08	1,4E+06	
51	370	2324,78	0,01200	0,00009	3,080E+08	1,3E+06	
52	444	2789,73	0,01198	0,00011	3,090E+08	1,3E+06	
53	545	3424,34	0,01195	0,00014	3,040E+08	1,2E+06	
54	616	3870,44	0,01193	0,00016	3,036E+08	1,2E+06	
55	702	4410,80	0,01191	0,00018	3,103E+08	1,3E+06	
56	795	4995,13	0,01188	0,00021	3,035E+08	1,2E+06	
57	897	5636,02	0,01185	0,00024	3,016E+08	1,2E+06	
58	952	5981,59	0,01183	0,00026	2,964E+08	1,2E+06	
59	1020	6408,85	0,01181	0,00028	2,958E+08	1,2E+06	
60	1508	9475,04	0,01167	0,00042	2,957E+08	1,2E+06	Misure di ritorno
61	953	5987,88	0,01183	0,00026	2,967E+08	1,2E+06	
62	900	5654,87	0,01185	0,00024	3,027E+08	1,2E+06	
63	836	5252,74	0,01187	0,00022	3,055E+08	1,3E+06	
64	725	4555,31	0,01190	0,00019	3,043E+08	1,2E+06	
65	658	4134,34	0,01192	0,00017	3,067E+08	1,3E+06	
66	560	3518,58	0,01195	0,00014	3,130E+08	1,3E+06	
67	472	2965,66	0,01197	0,00012	3,030E+08	1,2E+06	
68	379	2381,33	0,01200	0,00009	3,165E+08	1,3E+06	
69	278	1746,73	0,01203	0,00006	3,320E+08	1,4E+06	

Figura 16: Dati raccolti da Ramella-Redaelli per rotazioni in senso orario (CW)

MISURA DI TEST - CCW		
v_0 [Hz]	ω_0 [rad/s]	δ_0 [m]
54	339,29	0,01212

DATI RACCOLTI - CCW							
Misura	v [Hz]	ω [rad/s]	δ [m]	$\Delta\delta$ [m]	c [m/s]	ac [m/s]	Note
70	136	854,51	0,01214	0,00002	3,475E+08	1,4E+06	Misure di andata
71	254	1595,93	0,01217	0,00005	3,391E+08	1,4E+06	
72	337	2117,43	0,01220	0,00008	2,999E+08	1,2E+06	
73	431	2708,05	0,01223	0,00011	2,905E+08	1,2E+06	
74	520	3267,26	0,01226	0,00014	2,822E+08	1,2E+06	
75	599	3763,63	0,01228	0,00016	2,887E+08	1,2E+06	
76	660	4146,90	0,01229	0,00017	3,022E+08	1,2E+06	
77	744	4674,69	0,01232	0,00020	2,924E+08	1,2E+06	
78	880	5529,20	0,01237	0,00025	2,801E+08	1,2E+06	
79	954	5994,16	0,01239	0,00027	2,826E+08	1,2E+06	
80	1016	6383,72	0,01241	0,00029	2,812E+08	1,2E+06	
81	1510	9487,61	0,01254	0,00042	2,939E+08	1,2E+06	Misure di ritorno
82	1015	6377,43	0,01240	0,00028	2,909E+08	1,2E+06	
83	955	6000,44	0,01239	0,00027	2,829E+08	1,2E+06	
84	860	5403,54	0,01236	0,00024	2,847E+08	1,2E+06	
85	777	4882,03	0,01234	0,00022	2,786E+08	1,1E+06	
86	800	5026,55	0,01236	0,00024	2,635E+08	1,1E+06	
87	668	4197,17	0,01231	0,00019	2,739E+08	1,1E+06	
88	583	3663,10	0,01229	0,00017	2,638E+08	1,1E+06	
89	447	2808,58	0,01224	0,00012	2,776E+08	1,1E+06	
90	320	2010,62	0,01219	0,00007	3,221E+08	1,3E+06	

Figura 17: Dati raccolti da Ramella-Redaelli per rotazioni in senso antiorario (CCW)

MISURA DI TEST - TURBO		
v_0 [Hz]	ω_0 [rad/s]	δ_0 [m]
1509	9481,33	0,01169
-1509	-9481,33	0,01255

DATI RACCOLTI - TURBO							
Misura	v [Hz]	ω [rad/s]	δ [m]	$\Delta\delta$ [m]	c [m/s]	ac [m/s]	Senso di rotazione
91	1512	9500,18	0,01169	0,00086	2,978E+08	1,2E+06	CW
92	-1516	-9525,31	0,01256	0,00087	2,947E+08	1,2E+06	CCW
93	1522	9563,01	0,01169	0,00086	2,988E+08	1,2E+06	CW
94	-1513	-9506,46	0,01254	0,00085	3,014E+08	1,2E+06	CCW
95	1515	9519,03	0,01170	0,00085	3,016E+08	1,2E+06	CW
96	-1511	-9493,89	0,01255	0,00086	2,977E+08	1,2E+06	CCW
97	1512	9500,18	0,01169	0,00086	2,978E+08	1,2E+06	CW
98	-1506	-9462,48	0,01257	0,00088	2,904E+08	1,2E+06	CCW
99	1512	9500,18	0,01169	0,00086	2,978E+08	1,2E+06	CW
100	-1515	-9519,03	0,01256	0,00087	2,946E+08	1,2E+06	CCW
101	1504	9449,91	0,01170	0,00085	3,005E+08	1,2E+06	CW
102	-1511	-9493,89	0,01256	0,00087	2,942E+08	1,2E+06	CCW
103	1508	9475,04	0,01168	0,00087	2,940E+08	1,2E+06	CW
104	-1510	-9487,61	0,01255	0,00086	2,976E+08	1,2E+06	CCW
105	1504	9449,91	0,01169	0,00086	2,970E+08	1,2E+06	CW
106	-1502	-9437,34	0,01254	0,00085	3,003E+08	1,2E+06	CCW
107	1506	9462,48	0,01168	0,00087	2,938E+08	1,2E+06	CW
108	-1504	-9449,91	0,01255	0,00086	2,970E+08	1,2E+06	CCW
109	1506	9462,48	0,01169	0,00086	2,972E+08	1,2E+06	CW
110	-1508	-9475,04	0,01255	0,00086	2,974E+08	1,2E+06	CCW

Figura 18: Dati raccolti da Ramella-Redaelli per rotazioni in ambo i sensi alla massima velocità angolare

6.3 Grafici e Tabelle - Calcolo c

Dataset 1 Rossi-Tambini			Dataset 2 Ramella		
Misura	c [m/s]	ac [m/s]	Misura	c [m/s]	ac [m/s]
1	2,964E+08	1,2E+06	48	2,967E+08	1,2E+06
2	3,012E+08	1,2E+06	49	2,696E+08	1,1E+06
3	2,829E+08	1,2E+06	50	3,320E+08	1,4E+06
4	3,036E+08	1,2E+06	51	3,080E+08	1,3E+06
5	2,918E+08	1,2E+06	52	3,090E+08	1,3E+06
6	3,112E+08	1,3E+06	53	3,040E+08	1,2E+06
7	3,012E+08	1,2E+06	54	3,036E+08	1,2E+06
8	2,929E+08	1,2E+06	55	3,103E+08	1,3E+06
9	2,929E+08	1,2E+06	56	3,035E+08	1,2E+06
10	2,964E+08	1,2E+06	57	3,016E+08	1,2E+06
11	2,964E+08	1,2E+06	58	2,964E+08	1,2E+06
12	2,929E+08	1,2E+06	59	2,958E+08	1,2E+06
13	2,964E+08	1,2E+06	60	2,957E+08	1,2E+06
14	3,036E+08	1,2E+06	61	2,967E+08	1,2E+06
15	2,873E+08	1,2E+06	62	3,027E+08	1,2E+06
16	2,918E+08	1,2E+06	63	3,055E+08	1,3E+06
17	3,036E+08	1,2E+06	64	3,043E+08	1,2E+06
18	3,112E+08	1,3E+06	65	3,067E+08	1,3E+06
19	2,895E+08	1,2E+06	66	3,130E+08	1,3E+06
20	2,964E+08	1,2E+06	67	3,030E+08	1,2E+06
21	2,964E+08	1,2E+06	68	3,165E+08	1,3E+06
22	3,112E+08	1,3E+06	69	3,320E+08	1,4E+06
23	2,964E+08	1,2E+06	70	3,475E+08	1,4E+06
24	2,964E+08	1,2E+06	71	3,391E+08	1,4E+06
25	3,112E+08	1,3E+06	72	2,999E+08	1,2E+06
26	2,829E+08	1,2E+06	73	2,905E+08	1,2E+06
27	2,873E+08	1,2E+06	74	2,822E+08	1,2E+06
28	2,873E+08	1,2E+06	75	2,887E+08	1,2E+06
29	2,895E+08	1,2E+06	76	3,022E+08	1,2E+06
30	3,276E+08	1,3E+06	77	2,924E+08	1,2E+06
31	3,000E+08	1,2E+06	78	2,801E+08	1,2E+06
32	3,165E+08	1,3E+06	79	2,826E+08	1,2E+06
33	3,112E+08	1,3E+06	80	2,812E+08	1,2E+06
34	3,112E+08	1,3E+06	81	2,939E+08	1,2E+06
35	2,918E+08	1,2E+06	82	2,909E+08	1,2E+06
36	3,000E+08	1,2E+06	83	2,829E+08	1,2E+06
37	3,276E+08	1,3E+06	84	2,847E+08	1,2E+06
38	Rigettata!		85	2,786E+08	1,1E+06
39	3,012E+08	1,2E+06	86	2,635E+08	1,1E+06
40	2,964E+08	1,2E+06	87	2,739E+08	1,1E+06
41	2,964E+08	1,2E+06	88	2,638E+08	1,1E+06
42	2,829E+08	1,2E+06	89	2,776E+08	1,1E+06
43	2,929E+08	1,2E+06	90	3,221E+08	1,3E+06
44	2,964E+08	1,2E+06	91	2,978E+08	1,2E+06
45	2,829E+08	1,2E+06	92	2,947E+08	1,2E+06
46	2,929E+08	1,2E+06	93	2,988E+08	1,2E+06
47	3,000E+08	1,2E+06	94	3,014E+08	1,2E+06
			95	3,016E+08	1,2E+06
			96	2,977E+08	1,2E+06
			97	2,978E+08	1,2E+06
			98	2,904E+08	1,2E+06
			99	2,978E+08	1,2E+06
			100	2,946E+08	1,2E+06
			101	3,005E+08	1,2E+06
			102	2,942E+08	1,2E+06
			103	2,940E+08	1,2E+06
			104	2,976E+08	1,2E+06
			105	2,970E+08	1,2E+06
			106	3,003E+08	1,2E+06
			107	2,938E+08	1,2E+06
			108	2,970E+08	1,2E+06
			109	2,972E+08	1,2E+06
			110	2,974E+08	1,2E+06

Figura 19: Totalità dei dati raccolti da Rossi-Tambini, ad eccezione della misura 38 rigettata

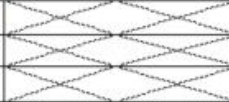
CALCOLO c_{BEST}			
$c_{1,BEST}$ [m/s] =	2,984E+08	±	1,05E+07
$c_{2,BEST}$ [m/s] =	2,979E+08	±	1,54E+07
c_{BEST} [m/s] =	2,982E+08	±	8,6E+06
c_{VERO} [m/s] =	2,998E+08		
$z =$	0,18		
ϵ_C^{rel} [%] =	0,52		

Figura 20: Calcolo della miglior stima della velocità della luce c_{BEST} basato sulla totalità dei dati raccolti

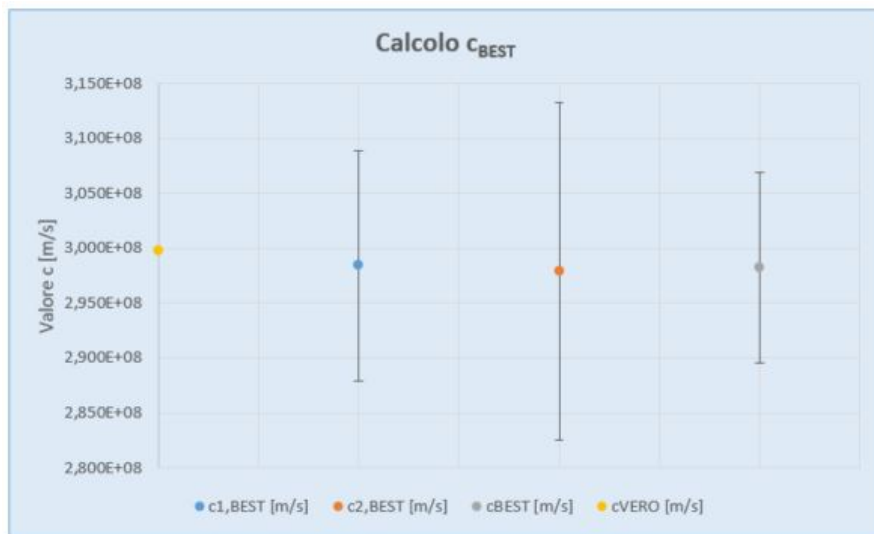


Figura 21: Grafico dei valori $c_{1,BEST}$, $c_{2,BEST}$ e c_{BEST} in relazione a c_{vero}