

Relazione sul reticolo olografico

Marco Tambini

15 febbraio 2021

Abstract

In questa esperienza ho usato un reticolo olografico per misurare la lunghezza d'onda di un laser e, tramite la lunghezza d'onda ottenuta, ho misurato il passo di un altro reticolo il cui passo non è stato fornito. I due reticolli sono inoltre stati usati per la stima dei colori emessi da una torcia bianca.

Riporto i valori ottenuti (i pedici indicano il reticolo usato):

$$\lambda_{laser} = 637 \pm 35 \text{ [nm]}$$

$$d_2 = 1006 \pm 89 \text{ [righe/mm]}$$

$$blu : \quad \lambda_1 = 445 \pm 10 \text{ [nm]} \quad \lambda_2 = 448 \pm 21 \text{ [nm]}$$

$$giallo : \quad \lambda_1 = 623 \pm 10 \text{ [nm]} \quad \lambda_2 = 586 \pm 29 \text{ [nm]}$$

$$arancio : \lambda_1 = 606 \pm 67 \text{ [nm]} \quad \lambda_2 = 613 \pm 30 \text{ [nm]}$$

$$rosso : \quad \lambda_1 = 652 \pm 63 \text{ [nm]} \quad \lambda_2 = 646 \pm 32 \text{ [nm]}$$

Indice

1	Introduzione teorica	2
2	Progettazione dell'esperienza	3
3	Incertezza delle misure per la torcia	3
4	Misura della λ_{laser}	4
5	Misura del passo del secondo reticolo	6
6	Misure dello spettro della torcia	7
6.1	Primo reticolo	7
6.2	Secondo reticolo	9
6.3	Analisi dei risultati	11
7	Conclusioni	12

1 Introduzione teorica

Questo esperimento si basa sulle proprietà ondulatorie della luce. Il reticolo olografico è formato da una "pellicola" su cui, a una distanze regolari, delle righe sono state oscurate. Quando la luce passa attraverso le righe non oscurate del reticolo, per il principio di Huygens-Fresnel, ognuna delle righe si comporta come una sorgente di onda sferica. La differenza di cammino tra le varie fenditure causa un effetto di interferenza che permette di separare le varie lunghezze d'onda.

In condizioni normali le varie lunghezze d'onda si ricombinano e continuano quindi a vedere luce bianca (Figura 1). Per poter visualizzare le varie frequenze separate è necessario che i fasci luminosi siano paralleli tra di loro. Per ottenere questa condizione può essere usata una sorgente i cui raggi siano già collimati, come nel caso di un laser, o può essere usata una lente per collimare i raggi di una sorgente sferica, come ad esempio una torcia.

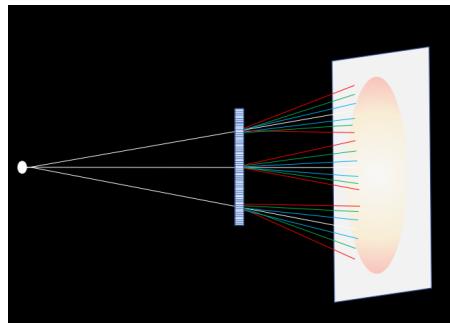


Figura 1: Situazione in cui il fascio di luce non risulta collimato

Una volta ottenuti dei fasci collimati possiamo utilizzare la relazione:

$$d(\sin \theta + \sin \alpha_n(\lambda)) = n\lambda \quad (1)$$

In cui d è il passo del reticolo, θ è l'angolo di incidenza rispetto alla normale del reticolo, $\alpha_n(\lambda)$ è l'angolo a cui si trova la lunghezza d'onda analizzata, n è l'ordine che si sta analizzando e λ è la lunghezza d'onda.

Se ci poniamo in condizioni di ortogonalità tra la luce e il reticolo il valore di $\sin \theta$ diventa 0 e possiamo quindi semplificare ottenendo:

$$d \sin \alpha = n\lambda \quad (2)$$

Un'altra condizione necessaria per poter visualizzare la diffrazione è il porsi in campo lontano, come visibile nelle Figure 2 e 3. Se ci si pone troppo vicini allo schermo le varie lunghezze d'onda non hanno il tempo di separarsi e si osserva quindi solo luce bianca.

Definiamo campo lontano una condizione in cui $L \ll l$ dove L è la distanza del reticolo dallo schermo (campo lontano) e l è la porzione illuminata sul reticolo.

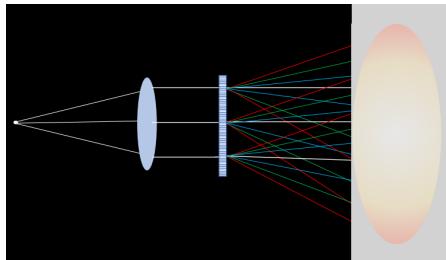


Figura 2: Situazione in cui lo schermo risulta troppo vicino

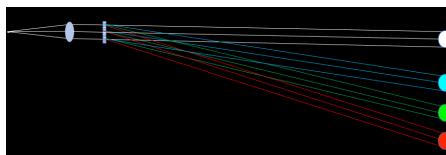


Figura 3: Situazione di campo lontano

2 Progettazione dell'esperienza

Per questa esperienza ho utilizzato due reticolati, il primo di passo noto pari a 500 [righe/mm] mentre il secondo di passo ignoto.

Come sorgenti luminose ho usato un puntatore laser di lunghezza d'onda ignota e una torcia. La torcia utilizzata ha, attaccata in fronte alla lampada, una lente mobile che, se estesa alla massima distanza, rende i raggi emessi paralleli rendendo la torcia adatta per le misure descritte.

Lo schermo usato è un muro che essendo, essendo non bianco, potrebbe aver leggermente falsato la visione del colore ma non ritengo ciò abbia influito in maniera significativa e non ne ho quindi tenuto conto nell'analisi dati.

Per la presa delle misure della lunghezza ho usato un metro a nastro dalla portata di 3 m e dalla sensibilità del millimetro.

3 Incertezza delle misure per la torcia

Dato che l'immagine della torcia non risulta perfettamente netta ma ha delle leggere "sfocature" sui bordi esterni, ho deciso di prendere 5 misure della larghezza dell'immagine della torcia a una distanza di $2,25 \text{ m}$ per ottenere, utilizzando la deviazione standard, una stima dell'incertezza sulle misure della torcia che è stata sommata in quadratura all'incertezza strumentale ottenendo il valore

$$\sigma_D = 0,004 \text{ [m]}$$

che è stato usato come incertezza sulle misure per le misure della torcia.

Riporto in Figura 4 la tabella contenente i dati.

incertezza misure torcia	
D [cm]	D [m]
19,4	0,194
18,9	0,189
19,3	0,193
18,6	0,186
18,4	0,184
0,4	0,004

Figura 4: Dati usati per calcolare l'incertezza delle misure della torcia

4 Misura della λ_{laser}

Per calcolare la lunghezza d'onda del laser ho attaccato il reticolo al bordo di un mobile posizionato parallelamente al muro. Ho quindi posizionato il laser attaccato al reticolo cercando di ottenere il più possibile una situazione di ortogonalità con quest'ultimo. Ho quindi proceduto ad accendere il laser e misurare la distanza tra il reticolo e il massimo (puntiforme) di ordine zero. Dopo avere annotato la distanza, chiamata L in Figura 5, ho proceduto a misurare la distanza dell'ordine zero dai massimi (puntiformi) del primo e del secondo ordine (misure D in Figura 5).

Per l'analisi dati ho calcolato il valore di $\sin \alpha$ utilizzando la formula di carattere geometrico:

$$\sin \alpha = \frac{L^2}{\sqrt{D^2 + L^2}} \quad (3)$$

In cui ho propagato le incertezze ottenendo:

$$\sigma_{\sin \alpha} = \sqrt{\left(\frac{L^2 \sigma_D}{(D^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}} \right)^2 + \left(\frac{LD \sigma_L}{(D^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}} \right)^2} \quad (4)$$

Ho poi calcolato i valori delle singole λ usando l'Equazione (5) derivata dall'Equazione (2) e, per ciascuna di esse, ho propagato l'errore tramite l'Equazione (6).

$$\lambda = \frac{D \sin \alpha}{n} \quad (5)$$

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\left(\frac{D \sigma_{\sin \alpha}}{n} \right)^2} \quad (6)$$

Ho usato i risultati ottenuti per calcolare, usando una media pesata, il valore:

$$\lambda_{laser} = 637.3 \pm 0.1 \text{ [nm]}$$

Ritenendo che l'incertezza fosse troppo bassa ho deciso di calcolare la deviazione standard dei valori λ e, tramite la somma in quadratura, unirla all'incertezza derivata dalla propagazione degli errori.

Così facendo ho ottenuto un'incertezza che tenesse conto anche di possibili errori non strumentali, ad esempio il laser non perfettamente ortogonale o eventuali imprecisioni nelle misure data la conformazione della stanza.

Il valore finale è risultato quindi essere:

$$\lambda_{laser} = 637 \pm 35 \text{ [nm]}$$

Riporto in Figure 5 e 6 le tabelle con i dati grezzi, i risultati parziali e i valori finali.

#	L [cm]	L [m]	D [cm]	D [m]	sin α	$\sigma \sin \alpha$	n	λ [m]	$\sigma \lambda$ [m]	p
1	226,0	2,260	78	0,780	0,3262	0,0004	1	6,525E-07	8E-10	2E+18
2	224,5	2,245	79	0,790	0,3319	0,0004	1	6,639E-07	8E-10	2E+18
3	225,0	2,250	78,4	0,784	0,3290	0,0004	1	6,581E-07	8E-10	2E+18
4	226,0	2,260	77,2	0,772	0,3233	0,0004	1	6,465E-07	8E-10	2E+18
5	224,5	2,245	76,8	0,768	0,3237	0,0004	1	6,474E-07	8E-10	2E+18
6	225,0	2,250	76,3	0,763	0,3211	0,0004	1	6,423E-07	8E-10	2E+18
7	226,0	2,260	193,1	1,931	0,6496	0,0003	2	6,496E-07	3E-10	2E+19
8	224,5	2,245	192,4	1,924	0,6507	0,0003	2	6,507E-07	3E-10	2E+19
9	225,0	2,250	195,4	1,954	0,6557	0,0003	2	6,557E-07	3E-10	2E+19
10	226,0	2,260	141,2	1,412	0,5299	0,0003	2	5,299E-07	3E-10	1E+19
11	224,5	2,245	188,4	1,884	0,6428	0,0003	2	6,428E-07	3E-10	1E+19
12	225,0	2,250	191,4	1,914	0,6479	0,0003	2	6,479E-07	3E-10	2E+19

Figura 5: Tabella contenente i dati del laser per il reticolo 1 e i risultati parziali

λ [nm]	$\sigma \lambda$ str. [nm]	Dev. St.	$\sigma \lambda$ [nm]
637,3	0,1	35,4	35,4

Figura 6: Risultati misura λ_{laser}

5 Misura del passo del secondo reticolo

Per la misura del passo del secondo reticolo ho scambiato il reticolo utilizzato e ho proceduto in maniera analoga a quanto fatto nella misura precedente. Per l'analisi dati ho proceduto analogamente fino al calcolo di $\sin \alpha$. Ho quindi usato l'Equazione (7), sempre derivata dall'Equazione (2), per il calcolo di d e ho propagato gli errori come mostrato in Equazione (8).

$$d = \frac{\lambda}{\sin \alpha} \quad (7)$$

$$\sigma_d = \sqrt{\left(\frac{\sigma_\lambda}{\sin \alpha}\right)^2 + \left(\frac{-\lambda \sigma_{\sin \alpha}}{\sin^2 \alpha}\right)^2} \quad (8)$$

Nelle equazioni appena scritte non è presente n , dato che il secondo ordine non era visibile e tutte le misure risultano prese al primo ordine.

Ho quindi usato una media pesata e la deviazione standard come già precedentemente fatto per λ ottenendo il valore:

$$d = 994 \pm 87 \text{ [nm]}$$

da cui otteniamo:

$$d = 1006 \pm 89 \text{ [righe/mm]}$$

Riporto in Figure 7 e 8 le tabelle con i dati grezzi, i risultati parziali e i valori finali.

#	L [cm]	L [m]	D [cm]	D [m]	$\sin \alpha$	$\sigma \sin \alpha$	d [m]	σd [m]	p
1	226,0	2,260	195,5	1,955	0,6542	0,0003	9,741E-07	5E-08	3E+14
2	225,0	2,250	193,3	1,933	0,6517	0,0003	9,779E-07	5E-08	3E+14
3	224,8	2,248	197,8	1,978	0,6606	0,0003	9,647E-07	5E-08	3E+14
4	226,0	2,260	145,8	1,458	0,5421	0,0003	1,176E-06	7E-08	2E+14
5	225,0	2,250	199,6	1,996	0,6636	0,0002	9,603E-07	5E-08	4E+14
6	224,8	2,248	196,5	1,965	0,6581	0,0003	9,683E-07	5E-08	3E+14

Figura 7: Tabella contenente i dati del laser per il reticolo 2 e i risultati parziali

d [nm]	σd str. [nm]	Dev. St.	σd [nm]
994	23	85	87

d [righe/mm]	σd [righe/mm]
1006	89

Figura 8: Risultati misura passo del reticolo

6 Misure dello spettro della torcia

6.1 Primo reticolo

Al contrario delle misure del laser, per le misure dello spettro della torcia mi sono spostato in una stanza buia per riuscire a vedere meglio la luce. Ho posizionato la torcia su una scatola e ho attaccato la torcia alla scatola utilizzando dello scotch. Ho successivamente posizionato il reticolo in prossimità della torcia e l'ho fissato saldamente con altro scotch.

Per questa misura ho raccolto la distanza tra il reticolo e il centro dell'immagine della torcia. Per maggiore precisione nelle misure della posizione delle bande colorate ho misurato la distanza tra il bordo sinistro dell'immagine di ordine 0 e il bordo sinistro delle immagini ai vari ordini per gli spettri a destra e viceversa per gli spettri a sinistra.

Ho deciso di prendere misure per i colori rosso, arancione, giallo e blu dato che, ruotando il reticolo, i quadrati della torcia non si sovrapponevano perfettamente e dagli angoli mi pareva di vedere i colori precedenti con l'aggiunta del verde (vedere Figura 10).

Purtroppo il verde non risultava ben visibile al primo ordine e non sono riuscito quindi ad inserirlo nella presa dati mentre riguardo al giallo non sono riuscito a distinguere correttamente il giallo e ho segnato quindi solo.



Figura 9: Immagine primo e secondo ordine destro dello spettro della torcia

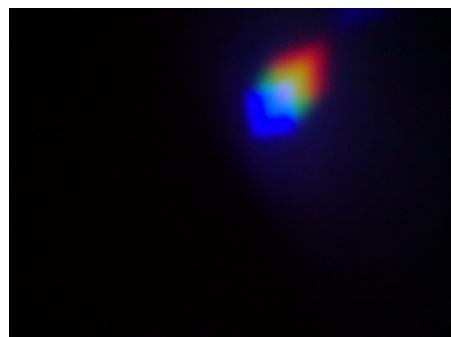


Figura 10: Spettro ruotando il reticolo, in realtà si distingue chiaramente un quadrato blu e una serie di quadrati sfumati tra il verde e il rosso che sembrano essere verde giallo arancio e rosso.

Per l'analisi dei dati ho proceduto analogamente a quanto fatto per la determinazione di λ_{laser} , ma l'incertezza strumentale usata è quella descritta in Incertezza delle misure per la torcia. I valori ottenuti sono:

$$\begin{aligned} blu : \quad \lambda_1 &= 445 \pm 10 [nm] \\ giallo : \quad \lambda_1 &= 623 \pm 10 [nm] \\ arancio : \quad \lambda_1 &= 606 \pm 67 [nm] \\ rosso : \quad \lambda_1 &= 652 \pm 63 [nm] \end{aligned}$$

Riporto nelle Figure da 11 a 18 le tabelle con i dati, i risultati parziali e i valori finali.

BLU										
#	L [cm]	L [m]	D [cm]	D [m]	sin α	σ sin α	n	λ [m]	σ λ [m]	p
1	115,0	1,150	27	0,270	0,229	0,004	1	4,571E-07	7,3E-09	2E+16
2	115	1,150	27	0,270	0,229	0,004	1	4,571E-07	7,3E-09	2E+16
3	89,6	0,896	21,4	0,214	0,232	0,005	1	4,646E-07	9,4E-09	1E+16
4	89,6	0,896	21	0,210	0,228	0,005	1	4,564E-07	9,4E-09	1E+16
5	115	1,150	56	0,560	0,438	0,003	2	4,378E-07	3E-09	1E+17
6	89,6	0,896	44,6	0,446	0,446	0,004	2	4,456E-07	4E-09	6E+16

Figura 11: Tabella blu 1

λ [nm]	σ λ str. [nm]	Dev. St.	σ λ [nm]
445,47	2,10	9,65	9,9

Figura 12: Risultati blu 1

GIALLO										
#	L [cm]	L [m]	D [cm]	D [m]	sin α	σ sin α	n	λ [m]	σ λ [m]	p
1	115,0	1,150	37,2	0,372	0,3078	0,0035	1	6,156E-07	7,0E-09	2E+16
2	115	1,150	37,5	0,375	0,3100	0,0035	1	6,200E-07	7,0E-09	2E+16
3	89,6	0,896	30	0,300	0,3175	0,0045	1	6,350E-07	8,9E-09	1E+16
4	89,6	0,896	29,7	0,297	0,3146	0,0045	1	6,293E-07	8,9E-09	1E+16

Figura 13: Tabella giallo 1

λ [nm]	σ λ str. [nm]	Dev. St.	σ λ [nm]
623,25	3,89	8,79	9,6

Figura 14: Risultati giallo 1

ARANCIONE										
#	L [cm]	L [m]	D [cm]	D [m]	sin α	σ sin α	n	λ [m]	σ λ [m]	p
1	115,0	1,150	42,3	0,423	0,3452	0,0034	1	6,904E-07	6,8E-09	2E+16
2	115	1,150	43,8	0,438	0,3559	0,0034	1	7,119E-07	6,7E-09	2E+16
3	89,6	0,896	34,9	0,349	0,3629	0,0043	1	7,259E-07	8,6E-09	1E+16
4	89,6	0,896	33,2	0,332	0,3475	0,0044	1	6,949E-07	8,7E-09	1E+16
5	115	1,150	79,5	0,795	0,5687	0,0026	2	5,687E-07	3E-09	1E+17
6	89,6	0,896	65,4	0,654	0,5896	0,0032	2	5,896E-07	3E-09	1E+17

Figura 15: Tabella arancione 1

λ [nm]	σ λ str. [nm]	Dev. St.	σ λ [nm]
605,67	1,79	66,94	67,0

Figura 16: Risultati arancione 1

ROSSO										
#	L [cm]	L [m]	D [cm]	D [m]	sin α	σ sin α	n	λ [m]	σ λ [m]	p
1	115,0	1,150	45,4	0,454	0,3672	0,0033	1	7,344E-07	6,7E-09	2E+16
2	115	1,150	46,8	0,468	0,3769	0,0033	1	7,539E-07	6,6E-09	2E+16
3	89,6	0,896	36,9	0,369	0,3808	0,0042	1	7,616E-07	8,5E-09	1E+16
4	89,6	0,896	36,2	0,362	0,3746	0,0043	1	7,492E-07	8,5E-09	1E+16
5	115	1,150	91,5	0,915	0,6226	0,0024	2	6,226E-07	2E-09	2E+17
6	89,6	0,896	73,7	0,737	0,6353	0,0030	2	6,353E-07	3E-09	1E+17

Figura 17: Tabella rosso 1

λ [nm]	σ λ str. [nm]	Dev. St.	σ λ [nm]
651,62	1,65	63,15	63,2

Figura 18: Risultati rosso 1

6.2 Secondo reticolo

Per l'analisi effettuata con il secondo reticolo mi sono limitato a cambiare il reticolo davanti alla torcia.

Nell'analisi dei dati ho tuttavia tenuto conto dell'incertezza sul passo del reticolo e ho quindi propagato l'errore tramite la formula:

$$\lambda = \sqrt{\left(\frac{\sigma_d \sin \alpha}{n}\right)^2 + \left(\frac{d\sigma_{\sin \alpha}}{n}\right)^2} \quad (9)$$

I valori ottenuti sono:

$$\begin{aligned}
 blu : \quad \lambda_1 &= 448 \pm 21 \text{ [nm]} \\
 giallo : \quad \lambda_1 &= 586 \pm 29 \text{ [nm]} \\
 arancio : \quad \lambda_1 &= 613 \pm 30 \text{ [nm]} \\
 rosso : \quad \lambda_1 &= 646 \pm 32 \text{ [nm]}
 \end{aligned}$$

Riporto nelle Figure da 19 a 26 le tabelle con i dati, i risultati parziali e i valori finali.

BLU										
#	L [cm]	L [m]	D [cm]	D [m]	sin α	σ sin α	n	λ [m]	σ λ [m]	p
1	87,2	0,872	44,3	0,443	0,4529	0,0040	1	4,501E-07	4,0E-08	6E+14
2	87,2	0,872	43	0,430	0,4423	0,0041	1	4,395E-07	3,9E-08	7E+14
3	68	0,680	35	0,350	0,4576	0,0052	1	4,548E-07	4,0E-08	6E+14
4	68	0,680	34,2	0,342	0,4493	0,0052	1	4,465E-07	4,0E-08	6E+14

Figura 19: Tabella blu 2

λ [nm]	σ λ str. [nm]	Dev. St.	σ λ [nm]
448	20	6	21

Figura 20: Risultati blu 2

GIALLO										
#	L [cm]	L [m]	D [cm]	D [m]	sin α	σ sin α	n	λ [m]	σ λ [m]	p
1	87,2	0,872	65,1	0,651	0,5982	0,0033	1	5,945E-07	5,2E-08	4E+14
2	87,2	0,872	60,7	0,607	0,5713	0,0034	1	5,677E-07	5,0E-08	4E+14
3	68	0,680	51,1	0,511	0,6008	0,0042	1	5,970E-07	5,3E-08	4E+14
4	68	0,680	49,5	0,495	0,5885	0,0043	1	5,848E-07	5,2E-08	4E+14

Figura 21: Tabella giallo 2

λ [nm]	σ λ str. [nm]	Dev. St.	σ λ [nm]
586	26	13	29

Figura 22: Risultati giallo 2

ARANCIONE										
#	L [cm]	L [m]	D [cm]	D [m]	sin α	σ sin α	n	λ [m]	σ λ [m]	p
1	87,2	0,872	69,5	0,695	0,6233	0,0031	1	6,193E-07	5,5E-08	3E+14
2	87,2	0,872	65,5	0,655	0,6006	0,0033	1	5,968E-07	5,3E-08	4E+14
3	68	0,680	55,2	0,552	0,6302	0,0039	1	6,263E-07	5,5E-08	3E+14
4	68	0,680	53,1	0,531	0,6155	0,0041	1	6,116E-07	5,4E-08	3E+14

Figura 23: Tabella arancione 2

λ [nm]	σ λ str. [nm]	Dev. St.	σ λ [nm]
613	27	13	30

Figura 24: Risultati arancione 2

ROSSO										
#	L [cm]	L [m]	D [cm]	D [m]	sin α	σ sin α	n	λ [m]	σ λ [m]	p
1	87,2	0,872	76,7	0,767	0,6605	0,0029	1	6,563E-07	5,8E-08	3E+14
2	87,2	0,872	70,5	0,705	0,6287	0,0031	1	6,247E-07	5,5E-08	3E+14
3	68	0,680	59,5	0,595	0,6585	0,0037	1	6,543E-07	5,8E-08	3E+14
4	68	0,680	58,7	0,587	0,6534	0,0037	1	6,493E-07	5,7E-08	3E+14

Figura 25: Tabella rosso 2

λ [nm]	$\sigma \lambda$ str. [nm]	Dev. St.	$\sigma \lambda$ [nm]
646	28	15	32

Figura 26: Risultati rosso 2

6.3 Analisi dei risultati

Riporto nelle Figure 27 e 28 la comparazione dei risultati in tabella e in grafico. Come è possibile notare tutte le misure sono compatibili tra loro con l'eccezione del giallo del reticolo 1. Ho fatto una comparazione dei colori utilizzando il sito wolframalpha.com per convertire le lunghezze d'onda ottenute nei rispettivi colori. Ho notato che le misure del blu tendono leggermente al violetto al contrario di quanto visibile con la torcia. La misura del giallo del reticolo 1 risulta essere tra un arancione scuroe un rosso vivace e ritengo sia quindi errata. Per finire, sia le misure dell'arancione e del rosso risultano leggermente più scure, ipotizzo ciò sia dovuto alla maggiore difficoltà, riscontrata durante la presa dati, nel trovare un confine netto nel passaggio giallo-arancio e arancio-rosso.

#	reticolo 1	σ reticolo 1	reticolo 2	σ reticolo 2
blu	445	10	448	21
giallo	623	10	586	29
arancione	606	67	613	30
rosso	652	63	646	32

Figura 27: Tabella di comparazione dei risultati

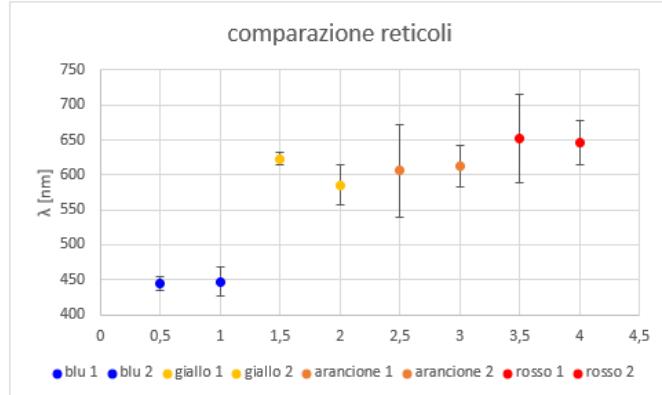


Figura 28: Grafico di confronto dei risultati

7 Conclusioni

Le misure eseguite con il laser hanno prodotto risultati soddisfacenti e plausibili con il valore vero delle lunghezze d'onda dei colori osservati. Anche usando wolframalpha.com il colore della lunghezza d'onda calcolato sembra simile a quello della luce emessa dal laser. Per quanto riguarda il passo del secondo reticolo il numero di fenditure per mm circa doppio rispetto al primo spiegerebbe la posizione del primo ordine del secondo reticolo in posizione simile a quella del secondo ordine del primo reticolo.

Ritengo plausibili i risultati dello spettro della torcia con l'eccezione della lunghezza d'onda del giallo per il primo reticolo che, come già specificato nella Sezione 6.3, risulterebbe essere di colorazione rossa.