

Relazione dell'esperimento del reticolo olografico

Lorenzo Ramella

13 gennaio 2021

Abstract

L'esperimento si propone di usare un reticolo olografico di passo noto per misurare le lunghezze d'onda di alcune lampade di uso quotidiano. I risultati ottenuti sono stati quindi usati per stimare il passo di un secondo reticolo olografico.

L'esperimento si è svolto in un ambiente domestico con strumenti di fortuna.

L'esperimento si è concluso con i seguenti risultati:

$\lambda(m)$	<i>blu</i>	<i>verde</i>	<i>rosso</i>
lampada 1	$4,510 \cdot 10^{-7}$	$5,43 \cdot 10^{-7}$	$6,68 \cdot 10^{-7}$
σ	$8 \cdot 10^{-10}$	$2 \cdot 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{-9}$
lampada 2	$4,623 \cdot 10^{-7}$	$5,57 \cdot 10^{-7}$	
σ	$1,3 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-9}$	

La mia miglior stima del passo del secondo reticolo è:

$$9,3 \cdot 10^{-7} \pm 3 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

Indice

1	Introduzione teorica	2
2	Progettazione dell'esperimento	3
2.1	Lampada	3
2.2	Occhio	3
2.3	Misura di Δx	4
3	Misure	4
3.1	lampada 1, reticolo passo noto	4
3.2	lampada 1, reticolo passo ignoto	7
3.3	lampada 2, reticolo passo noto	8
3.4	lampada 2, reticolo passo ignoto	10
4	Analisi dati	11
4.1	lunghezze d'onda lampada 1	11
4.2	lunghezze d'onda lampada 2	12
4.3	Passo	13
5	Conclusioni	14

1 Introduzione teorica

La luce che raggiunge un reticolo viene diffratta secondo la legge

$$d(\sin \phi_m(\lambda) + \sin \theta) = m\lambda \quad (1)$$

dove $\phi_m(\lambda)$ è l'angolo di diffrazione, in funzione della lunghezza d'onda e dell'ordine m , e θ è l'angolo di incidenza.

Nel caso $\theta = 0$

$$d(\sin \phi_m(\lambda)) = m\lambda \quad (2)$$

In particolare al primo ordine

$$\sin \phi(\lambda) = \lambda/d \quad (3)$$

Con questa formula è possibile misurare la lunghezza d'onda della luce incidente, se si ha a disposizione un reticolo di passo noto.

Ma come porsi nel caso $\theta = 0$ in ambiente domestico? È possibile nel caso in cui ci sia una distanza z sufficientemente grande tra il reticolo e la sorgente di luce. Disponendo quindi un "occhio" (sia questo un occhio umano o un obiettivo di una fotocamera) dietro al reticolo, è sufficiente posizionare il reticolo ortogonalmente alla retta congiungente l'occhio e la fonte di luce. Se z è sufficientemente grande, si possono quindi assumere i raggi incidenti sul reticolo come paralleli tra di loro e ortognali al reticolo.

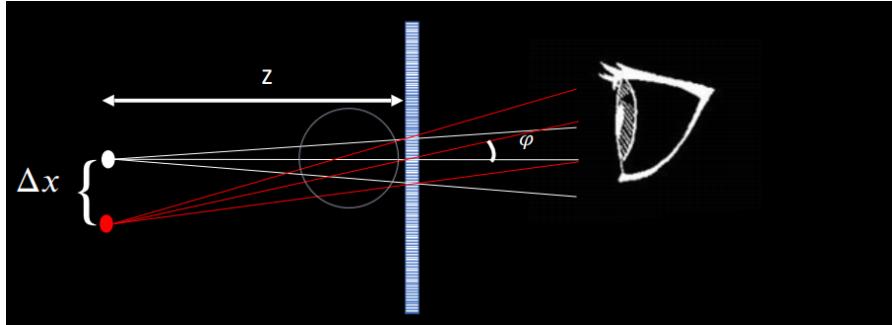


Figura 1: Schema dell'esperimento

A questo punto l'occhio vede un'immagine diffratta (vedi Figura 1) della sorgente luminosa (che per z grande si può considerare puntiforme) che si trova ad una distanza

$$\Delta x = z \tan \phi$$

dalla sorgente luminosa. Per il primo ordine si possono assumere angoli ϕ piccoli, e si può usare l'approssimazione

$$\sin \phi = \tan \phi$$

da cui

$$\Delta x = z \sin \phi = \frac{z \cdot \lambda}{d} \quad (4)$$

2 Progettazione dell'esperimento

2.1 Lampada

Per questo esperimento sono state usate due sorgenti luminose, d'ora in poi dette "lampade":

- Lampada 1 è la torcia LED di uno smartphone, incastrato in un portapenne cilindrico di raggio 4 cm (misurato con un comune righello, $s = 1 \text{ mm}$).
- Lampada 2 è una comune torcia LED



(a) Foto della lampada 1

(b) Foto della lampada 2

Figura 2: Foto delle lampade usate per l'esperimento

Durante la misura, le lampade sono state poste a ridosso della porta, lungo la linea di congiunzione tra due piastrelle (dettaglio importante per l'ortogonalizzazione). Una riga di metallo, lunga 62 cm, è stata posta a ridosso della porta. Questa tornerà utile in fase di analisi dati.

2.2 Occhio



Figura 3: Foto dell'occhio

L' "occhio" è la struttura con cui sono state scattate le foto della sorgente luminosa e della sua immagine diffratta. Un tablet, tenuto in posizione verticale da dei mattoncini di legno, è posizionato in modo tale da avere la fotocamera posizionata approssimativamente lungo la

stessa linea di congiunzione delle piastrelle della lampada. Le linee di congiunzione ad essa perpendicolari sono state usate per posizionare il tablet parallelamente alla porta.

Il reticolo è tenuto in posizione verticale da un supporto, costituito da un nastro di scotch e da delle mollette. Usando come riferimento le linee della piastrellatura, è stato angolato in modo tale da essere il più possibile ortogonale al raggio di luce incidente. Il reticolo di passo noto ha una densità dichiarata di 500 righe/mm, che equivalgono ad un passo di circa $2 \cdot 10^{-6}$ m.

La distanza z tra il reticolo e la fonte di luce è stata misurata usando un metro laser (sensibilità del millimetro).

2.3 Misura di Δx

Una volta fotografate le immagini, è stato usato un software di nome FIJI per la loro analisi. Usando come riferimento la riga metallica di lunghezza nota, sono state fatte le misure della distanza tra la sorgente luminosa e l'immagine diffratta per tutte le lunghezze d'onda visibili al primo ordine. Ogni misura è stata ripetuta quattro volte ed è stata fatta la media aritmetica, con la deviazione standard come incertezza.

3 Misure

3.1 lampada 1, reticolo passo noto

Di questa lampada sono state fatte due misure, a due distanze diverse:

- la prima a circa 8 metri di distanza, per avere come riferimento un valore di z molto grande;
- la seconda, vista l'impraticità della misura ad 8 metri, è stata fatta a circa 3 metri di distanza.

Per la misura di z sono state eseguite 8 misurazioni con il metro laser, mirando al centro del portapenne, e la deviazione standard è stata assunta come incertezza. Al valore finale è stato aggiunto un fattore di correzione di 9 cm, dovuto al raggio di 4 cm del portapenne e all'avvicinamento, in fase di misura, del reticolo alla fotocamera di 5 cm (misurati con un comune righello, $s = 1$ mm) a causa di un iniziale posizionamento errato del reticolo (errore commesso in entrambe le misure a causa di una svista).

Di questa correzione ne è stato tenuto conto nell'incertezza nel seguente modo:

$$\sigma z = \sqrt{\sigma^2 + 2 \cdot s^2}$$

A questo punto è stato ricavata l'espressione di λ partendo dalla Formula 4, e la relativa incertezza con la formula della propagazione degli errori:

$$\lambda = \frac{d \cdot \Delta x}{z} \quad \sigma \lambda = \sqrt{\left(\frac{d}{z} \sigma \Delta x \right)^2 + \left(-\frac{d \cdot \Delta x}{z^2} \sigma z \right)^2}$$

#	$z(m)$
1	8,298
2	8,289
3	8,295
4	8,295
5	8,294
6	8,295
7	8,295
8	8,295
media	8,295
st. dev.	0,002
z (m)	8,385
σz (m)	0,003

Tabella 1: Misura di z (3.1, 8m)



Figura 4: Foto della sorgente e dell'immagine diffratta (3.1, 8m)

#	sinistra			destra		
	rosso	verde	blu	blu	verde	rosso
1	2.772	2.274	1.881	1.891	2.352	2.812
2	2.716	2.256	1.880	1.891	2.352	2.831
3	2.736	2.276	1.900	1.900	2.283	2.763
4	2.793	2.276	1.881	1.890	2.331	2.773
media	2.754	2.271	1.886	1.893	2.330	2.795
dev. St.	0.030	0.008	0.008	0.004	0.028	0.028
λ (m)	6.57E-07	5.42E-07	4.50E-07	4.52E-07	5.56E-07	6.67E-07
$\sigma\lambda$ (m)	7E-09	2E-09	2E-09	1E-09	7E-09	7E-09

Figura 5: Δx misurati (3.1, 8m)

#	$z(m)$
1	3,175
2	3,178
3	3,188
4	3,175
5	3,176
6	3,176
7	3,172
8	3,173
media	3,177
st. dev.	0,005
z (m)	3,267
σz (m)	0,005

Tabella 2: Misura di z (3.1, 3m)

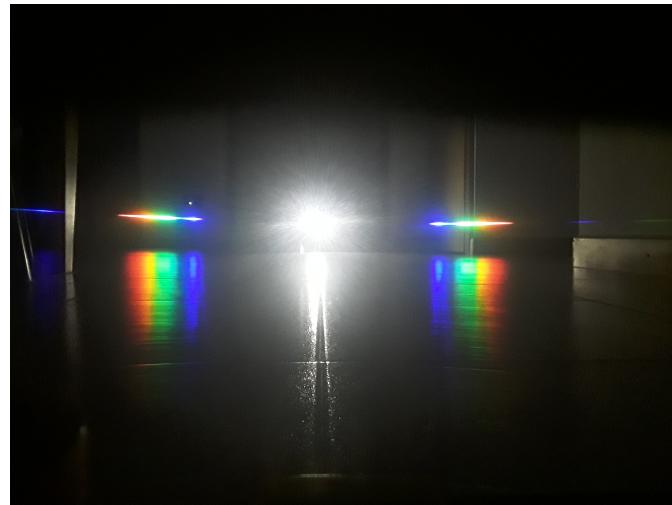


Figura 6: Foto della sorgente e dell'immagine diffratta (3.1, 3m)

#	sinistra			destra		
	rosso	verde	blu	blu	verde	rosso
1	1.106	0.915	0.750	0.732	0.893	1.087
2	1.099	0.901	0.732	0.717	0.874	1.079
3	1.091	0.879	0.732	0.717	0.896	1.098
4	1.091	0.904	0.739	0.732	0.885	1.109
media	1.097	0.900	0.738	0.725	0.887	1.093
dev. St.	0.006	0.013	0.007	0.008	0.009	0.011
λ (m)	6.71E-07	5.51E-07	4.52E-07	4.44E-07	5.43E-07	6.69E-07
$\sigma\lambda$ (m)	4E-09	8E-09	5E-09	5E-09	5E-09	7E-09

Figura 7: Δx misurati (3.1, 3m)

3.2 lampada 1, reticolo passo ignoto

Sostituito il reticolo di passo noto con quello di passo ignoto, è stata ripetuta la procedura descritta nella sezione precedente. Il fattore di correzione tiene conto solo del portapenne. I valori di λ utilizzati sono quelli calcolati nella sezione Analisi dati. Le formule utilizzate sono

$$d = \frac{\lambda \cdot z}{\Delta x} \quad \sigma d = \sqrt{\left(\frac{z}{\Delta x} \sigma \lambda\right)^2 + \left(\frac{d \cdot \Delta x}{z^2} \sigma z\right)^2}$$

#	$z(m)$
1	3,561
2	3,561
3	3,560
4	3,559
5	3,561
6	3,560
7	3,560
8	3,555
media	3,560
st. dev.	0,002
z (m)	3,600
σz (m)	0,002

Tabella 3: Misura di z (3.2)



Figura 8: Foto della sorgente e dell'immagine diffratta (3.2)

#	sinistra		destra	
	blu	verde	blu	verde
1	1.691		1.698	2.173
2	1.699		1.698	2.165
3	1.719		1.670	2.169
4	1.703		1.682	1.703
media	1.703		1.687	2.053
dev. St.	0.010		0.012	0.202
λ (m)	4.510E-07		4.510E-07	5.43E-07
$\sigma\lambda$ (m)	8E-10		8E-10	2E-09
d (m)	9.53E-07		9.62E-07	9.5E-07
σd (m)	6E-09		7E-09	9E-08

Figura 9: Δx misurati (3.2)

3.3 lampada 2, reticolo passo noto

Le procedure per la seconda lampada sono analoghe a quelle delle sezioni precedenti. Le misure di z si sono svolte lo stesso giorno per entrambi i reticolli, quindi condividono la misura di z . Il fattore di correzione, per questa misura, è di 1 cm, ed è dovuto allo spessore di uno schermo posto di fronte alla lampada, essendo questa troppo piccola per poter essere accuratamente centrata con il metro laser.

#	$z(m)$
1	3,555
2	3,555
3	3,555
4	3,555
5	3,554
6	3,555
7	3,554
8	3,554
media	3,555
st. dev.	0,002
z (m)	3,565
σz (m)	0,002

Tabella 4: Misura di z (3.3)

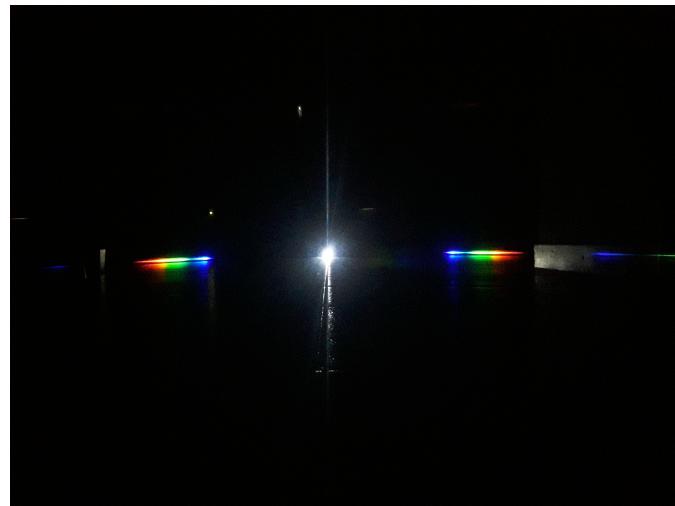


Figura 10: Foto della sorgente e dell'immagine diffratta (3.3)

#	sinistra			destra		
	rosso	verde	blu	blu	verde	rosso
1	1.160	0.983	0.814	0.821	0.993	1.210
2	1.164	0.987	0.822	0.825	0.997	1.206
3	1.159	0.982	0.809	0.828	1.009	1.186
4	1.160	0.995	0.830	0.824	1.005	1.198
media	1.161	0.987	0.819	0.825	1.001	1.200
dev. St.	0.002	0.005	0.008	0.003	0.006	0.009
λ (m)	6.51E-07	5.54E-07	4.59E-07	4.63E-07	5.62E-07	6.73E-07
$\sigma\lambda$ (m)	1E-09	3E-09	4E-09	1E-09	4E-09	5E-09

Figura 11: Δx misurati (3.3)

3.4 lampada 2, reticolo passo ignoto

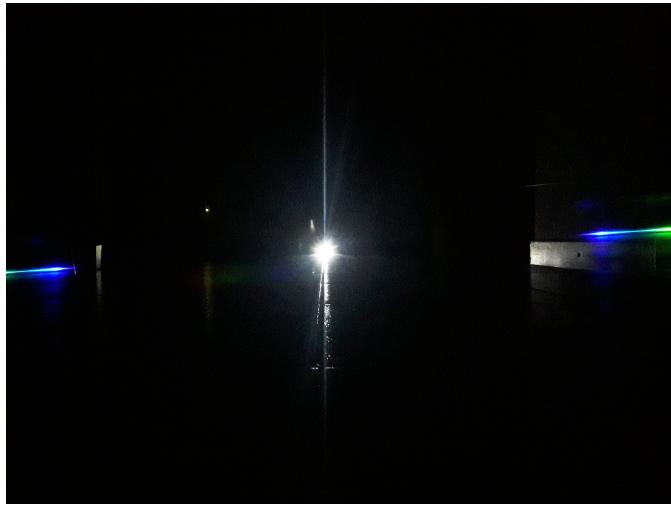


Figura 12: Foto della sorgente e dell'immagine diffratta (3.4)

#	sinistra		destra	
	blu	verde	blu	verde
1	1.774		1.833	2.272
2	1.778		1.838	2.273
3	1.774		1.837	2.265
4	1.778		1.825	2.264
media	1.776		1.833	2.269
dev. St.	0.002		0.005	0.004
λ (m)	4.62E-07		4.62E-07	5.57E-07
$\sigma\lambda$ (m)	1E-09		1E-09	2E-09
d (m)	9.28E-07		8.99E-07	8.75E-07
σd (m)	2.9E-09		3.6E-09	4E-09

Figura 13: Δx misurati (3.4)

4 Analisi dati

4.1 lunghezze d'onda lampada 1

È stata fatta una media pesata delle quantità misurate.

	λ blu	σ blu	λ verde	σ verde	λ rosso	σ rosso
dx 1	4.52E-07	1E-09	5.56E-07	7E-09	6.67E-07	7E-09
sx 1	4.50E-07	2E-09	5.42E-07	2E-09	6.57E-07	7E-09
dx 2	4.44E-07	5E-09	5.43E-07	5E-09	6.69E-07	7E-09
sx 2	4.52E-07	5E-09	5.51E-07	8E-09	6.71E-07	4E-09
	λw	w	λw	w	λw	w
dx 1	4.70E+11	1E+18	1.23E+10	2E+16	1.51E+10	2E+16
sx 1	1.12E+11	2E+17	1.33E+11	2E+17	1.28E+10	2E+16
dx 2	2.06E+10	5E+16	1.95E+10	4E+16	1.36E+10	2E+16
sx 2	2.18E+10	5E+16	8.52E+09	2E+16	4.28E+10	6E+16
	6.24E+11	1.38E+18	1.74E+11	3.20E+17	8.44E+10	1.26E+17
media	4.510E-07	8E-10	5.43E-07	2E-09	6.68E-07	3E-09

Figura 14: Medie pesate lambda lampada 1

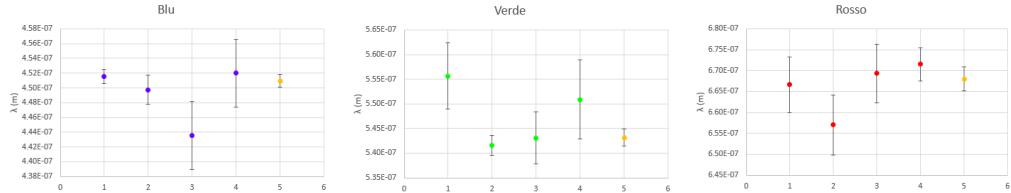


Figura 15: Grafici delle misure della lunghezza d'onda. In giallo la media pesata

Tutte le misure sono entro 2σ dalla media pesata. Considerando le condizioni non ottimali in cui è stata svolta la misura e le numerose approssimazioni effettuate, le ritengo accettabili.

4.2 lunghezze d'onda lampada 2

È stata fatta una media pesata delle lunghezze d'onda misurate.

	λ_{blu}	σ_{blu}	λ_{verde}	σ_{verde}	λ_{rosso}	σ_{rosso}
dx	4.63E-07	1E-09	5.62E-07	4E-09	6.73E-07	5E-09
sx	4.59E-07	4E-09	5.54E-07	3E-09	6.513E-07	1.1E-09
	λ_w	w	λ_w	w	λ_w	w
dx	2.33E+11	5E+17	4.45E+10	8E+16	2.54E+10	4E+16
sx	2.29E+10	5E+16	6.69E+10	1E+17	5.42E+11	8E+17
	2.56E+11	5.53E+17	1.11E+11	2.00E+17	5.67E+11	8.70E+17
media	4.623E-07	1.3E-09	5.57E-07	2E-09	6.522E-07	1.1E-09

Figura 16: Medie pesate lambda lampada 2

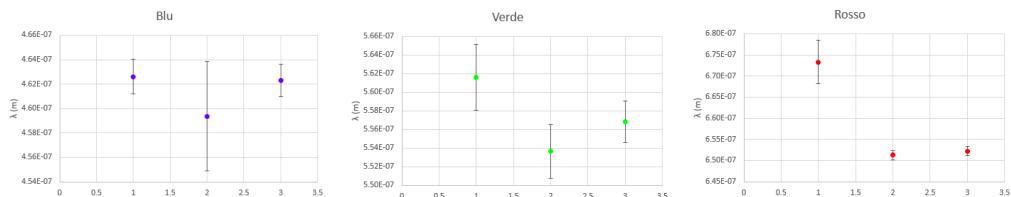


Figura 17: Grafici delle misure della lunghezza d'onda. Il terzo valore è la media pesata

Mentre le lunghezze d'onda misurate del blu e del verde sono compatibili tra di loro, quelle del rosso chiaramente non lo sono. Non avendo tempo di rifare la misura, l'ho scartata.

4.3 Passo

	blu 1 sx	blu 1 dx	verde 1	blu 2 sx	blu 2 dx	verde 2	media	righe/mm
d (m)	9.53E-07	9.62E-07	9.5E-07	9.28E-07	8.99E-07	8.75E-07	9.14E-07	1094
σ	6E-09	7E-09	9E-08	3E-09	4E-09	4E-09	2E-09	2
wd	2.64E+10	1.97E+10	1.08E+08	1.10E+11	6.80E+10	5.90E+10	2.83E+11	
w	3E+16	2E+16	1E+14	1E+17	8E+16	7E+16	3.10E+17	

Figura 18: Media pesata del passo del reticolo

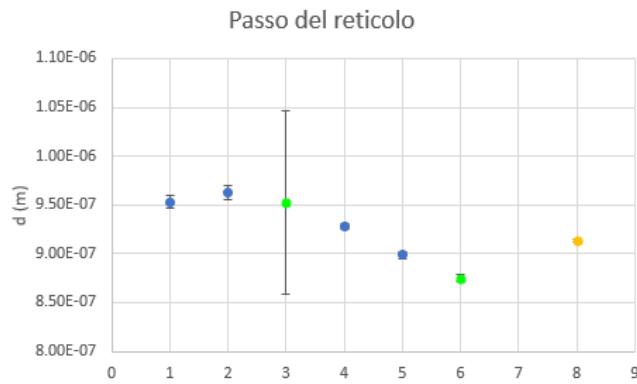


Figura 19: Grafico delle misure del passo del reticolo. In giallo la media pesata

In questa misura emerge fortemente il problema dell'uso della deviazione standard come incertezza. Le misure di Δx sono state eseguite usando come riferimento il centro della sorgente luminosa e il centro dell'immagine. Il problema con questo modo di procedere è che si ottengono misure molto precise e con una deviazione standard molto piccola, e mentre questo modo di procedere si è rivelato efficace per le misure delle lunghezze d'onda, per la misura del passo si ottengono delle incertezze decisamente troppo piccole.

Ho deciso quindi di trascurare l'incertezza strumentale e fare una semplice media aritmetica, e usare la deviazione standard della media come incertezza della mia stima del passo.

	blu 1 sx	blu 1 dx	verde 1	blu 2 sx	blu 2 dx	verde 2	media	righe/mm
d (m)	9.53E-07	9.62E-07	9.5E-07	9.28E-07	8.99E-07	8.75E-07	9.28E-07	1077
σ	6E-09	7E-09	9E-08	3E-09	4E-09	4E-09	3E-08	37

Figura 20: Media del passo del reticolo

La mia miglior stima del passo del reticolo è

$$9,3 \cdot 10^{-7} \pm 3 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

In termini di densità:

$$1077 \pm 37 \text{ righe/mm}$$

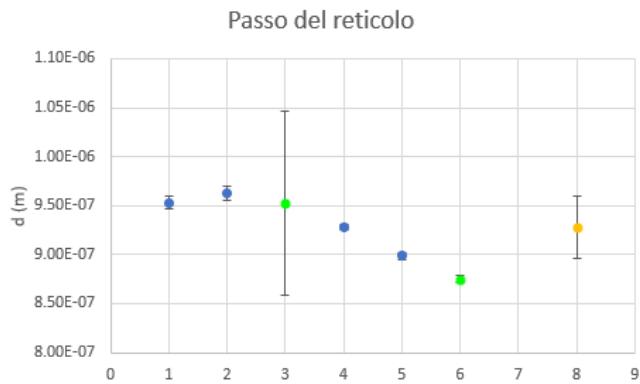


Figura 21: Grafico delle misure del passo del reticolo. In giallo la media

5 Conclusioni

I valori delle lunghezze d'onda misurate sono coerenti con i colori osservati. La stima del passo del reticolo fornisce un valore che è circa metà di quello del reticolo di passo noto, coerente con la posizione osservata dell'immagine diffratta, il cui primo ordine cade all'incirca in corrispondenza del secondo ordine osservato con il reticolo di passo noto.

La procedura sperimentale utilizzata potrebbe tuttavia aver portato ad una significativa sottostima delle incertezze.

L'esperimento può dirsi concluso con risultati accettabili.