

Relazione sull'interferometro di Michelson

Lorenzo Ramella, Alessandro Matteo Rossi, Marco Tambini

February 7, 2021

Abstract

In questa esperienza abbiamo utilizzato l'interferometro di Michelson per misurare la lunghezza d'onda di un laser e, grazie a quest'ultima, l'indice di rifrazione dell'aria; successivamente abbiamo misurato la lunghezza di un pacchetto di luce bianca e abbiamo calcolato la differenza tra le due frequenze emesse da una lampada al sodio.

Riportiamo qui sotto i risultati:

$$\lambda_{laser} = 0,619 \pm 0,016 \mu m$$

$$n_{aria} = 1,000255 \pm 7 \cdot 10^{-6}$$

$$L_{pacchetto} = 7,5 \pm 2,8 \mu m$$

$$\Delta\lambda_{Na} = 6,285 \pm 0,007 \text{ \AA}$$

L'esperimento è stato svolto da Tambini, mentre Ramella e Rossi hanno contribuito all'analisi dei dati e alla stesura della relazione.

Indice

1 Progettazione dell'esperienza	2
2 Introduzione teorica	3
2.1 Richiami teorici	3
2.2 Percorso della luce	4
2.3 Interpretazione dei risultati	4
2.4 Misure	5
3 Setup	6
4 Misura λ_{laser}	6
5 Misura indice di rifrazione dell'aria	7
6 Sistema $\lambda-n$	9
6.1 Sistema	9
6.2 Metodo ricorsivo	9
6.3 Analisi risultati	10
7 Misura lunghezza pacchetto di luce bianca	11
7.1 Setup	11
7.2 Misura	11

8 Misura $\Delta\lambda$ della lampada al sodio	12
9 Conclusioni	14
10 Appendice	15
10.1 Misura λ	15
10.2 Misura indice di rifrazione aria	15
10.3 Sistema $\lambda-n$	15
10.3.1 Sistema	15
10.3.2 Metodo ricorsivo	16
10.4 Misura pacchetto di luce bianca	17
10.5 Misura $\Delta\lambda$ lampada al sodio	17
10.6 Comparazione risultati	19

1 Progettazione dell'esperienza

Le sorgenti di luce usate per questo esperimento sono un laser, posizionato su una rotaia allineata con la parte "centrale" dell'apparato, una lampada al sodio (Na) e una lampada ad incandescenza. La rotaia è stata necessaria anche per posizionare la lente dispersiva per le misure del laser e la fibra ottica da attaccare alle altre lampade per indirizzarne la luce, non essendo poszionabili sulle rotaie.

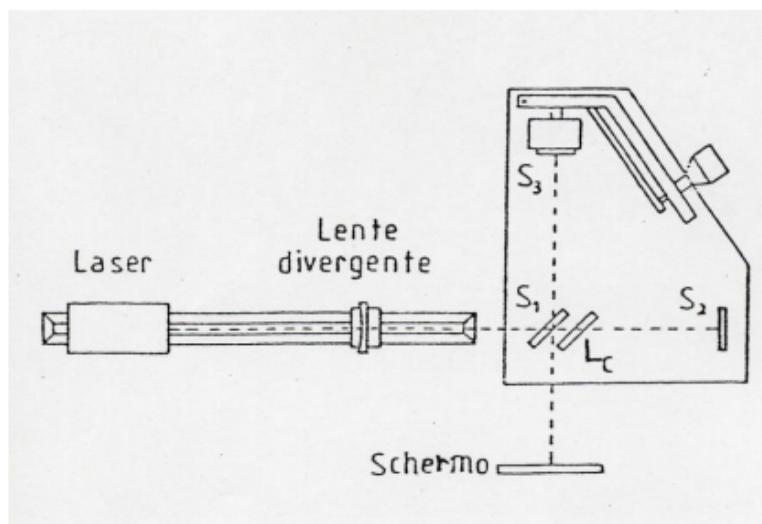


Figura 1: Schema dell'apparato sperimentale. La linea tratteggiata indica il percorso della luce

La parte centrale dell'apparato, schematizzata in Figura 1, è formata da uno specchio semi-riflettente S_1 , uno specchio S_3 mobile lungo la propria normale, uno specchio S_2 di cui possiamo modificare l'inclinazione, una lastra compensatrice L_C e una camera a vuoto removibile necessaria per le misure dell'indice di rifrazione dell'aria.

La visualizzazione dei risultati è avvenuta su due schermi: uno fisso situato in lontananza e uno mobile situato in prossimità dell'apparato (il foglio di carta in Figura 2).

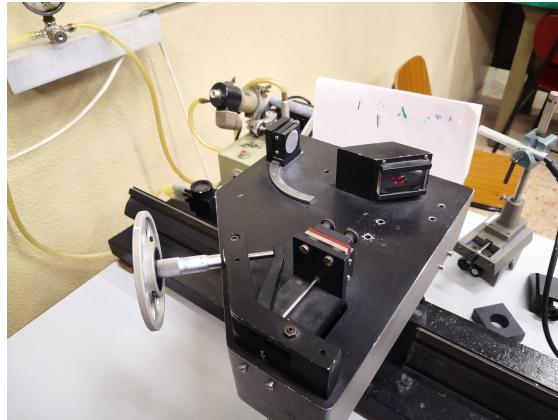


Figura 2: Foto dell'apparato sperimentale

La presa delle misure è stata effettuata tramite un calibro palmer con una sensibilità di $0,01\text{ mm}$. Il calibro è tuttavia collegato allo specchio da una leva che riduce di $1/5$ lo spostamento. Abbiamo quindi usato un'incertezza sulle misure di lunghezza pari a $2\sqrt{2}\text{ }\mu\text{m}$.

2 Introduzione teorica

2.1 Richiami teorici

Il fenomeno che possiamo osservare con l'apparato finora descritto è quello dell'interferenza.

Per potere osservare delle figure di interferenza stabili abbiamo bisogno di due fattori: i raggi luminosi che causano interferenza devono avere una differenza di fase costante e la loro intensità deve essere simile. Se si verificano le condizioni sopradescritte possiamo osservare due tipi principali di interferenza:

Interferenza costruttiva, visibile come zone luminose, se:

$$\Delta\phi = 0 \rightarrow I = 4I_0$$

Interferenza distruttiva, visibile come zone scure, se:

$$\Delta\phi = \pi \rightarrow I = 0$$

L'interferenza si applica tuttavia solo in casi di onde sinusoidali infinite, non ottenibili sperimentalmente dati i tempi di emissione finiti. La presenza di tempi finiti implica un troncamento dell'onda sinusoidale. La sezione troncata viene definita pacchetto d'onda. Viene quindi definito l'intervallo di tempo Δt_c , detto tempo di coerenza, nel quale l'onda si mantiene sinusoidale e può essere considerata un'onda sinusoidale infinita. Al tempo di coerenza possiamo quindi associare una lunghezza di coerenza L_c corrispondente allo spazio percorso durante il tempo di coerenza dalla luce nel vuoto.

La lunghezza di coerenza è maggiore nei casi in cui i pacchetti siano emessi in maniera coerente, come nel laser, o in cui si abbia una luce monocromatica, situazione simile alla lampada al sodio, mentre risulta drasticamente minore in casi di luce non coerente, come nel caso della luce bianca.

2.2 Percorso della luce

Nel suo percorso la luce incontra inizialmente la lastra semiriflettente S_1 , incidendo su di essa il fascio si divide in due: un primo fascio prosegue indisturbato verso lo specchio S_2 e, dopo essere tornato indietro, viene riflesso da S_1 sullo schermo. Il secondo fascio viene invece riflesso, ripercorre nuovamente la lastra S_1 e viene riflesso da S_3 , a questo punto attraversa nuovamente S_1 arrivando infine sullo schermo. La lastra di compensazione è un pannello di spessore, materiale e inclinazione uguali a S_1 in maniera tale da far percorrere alla luce indirizzata verso S_2 lo stesso cammino ottico dato che la luce indirizzata verso S_3 passa per S_1 due volte in più. Una volta arrivata sullo schermo, la luce indirizzata verso S_2 interferisce con quella indirizzata verso S_3 . È importante notare che, per le leggi della riflessione, i due fasci avranno una differenza di fase di π e quindi, in condizioni di ortogonalizzazione e di pari distanza tra gli specchi, dovremmo avere interferenza puramente distruttiva e non riuscire a vedere nessuna frangia.

2.3 Interpretazione dei risultati

Nel nostro sistema ottico possiamo allineare i due specchi e definire due sorgenti virtuali F_1 e F_2 come mostrato in Figura 3. Queste sorgenti virtuali sono rispettivamente l'immagine virtuale della luce incidente su S_3 , proveniente da S_1 , e l'immagine virtuale della luce incidente su S_2 , prodotta dallo specchio virtuale S'_2 .

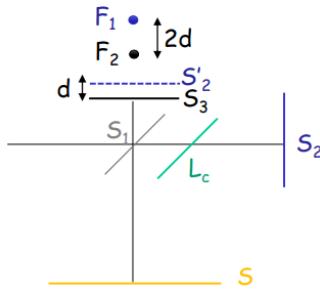


Figura 3: Schema dell'apparato rappresentante le due sorgenti virtuali F_1 e F_2

Immaginando che ognuno dei due punti funga da origine di un'onda sferica, possiamo visualizzare i punti nello spazio di uguale luminosità come iperbolidi di rotazione. Se intersechiamo gli iperbolidi con un piano, nel nostro caso rappresentato dallo schermo, dovrebbero essere visualizzati come cerchi concentrici o, nel caso in cui gli specchi non siano ortogonali a causa dell'inclinazione di S_2 , si visualizzeranno invece delle elissi. Se lo specchio S_2 non fosse ortogonale e lo specchio S_3 venisse spostato in maniera tale che la congiungente tra F_1 e F_2 sia pressoché parallela allo schermo dovremmo invece visualizzare delle linee parallele verticali.

Prendendo un punto sullo schermo possiamo notare che troviamo interferenza costruttiva se la differenza di cammino tra F_1 e F_2 può essere descritta come:

$$F_1P - F_2P = 2d \cos \theta = m\lambda \quad (1)$$

Dove la seconda parte è un modo di riscrivere la prima parte in funzione della distanza d tra F_1 e F_2 e dell'angolo tra la normale allo schermo e F_1P che chiamiamo θ ; la seconda parte indica invece le condizioni di interferenza costruttiva in cui λ è la lunghezza d'onda della luce mentre $m \in \mathbb{N}$ determina gli ordini delle fasce luminose.

Notiamo che per una variazione pari a λ della distanza tra i due specchi otteniamo nuovamente delle figure di interferenza nelle stesse posizioni iniziali ma in cui l' n -esimo ordine è sostituito con l' $(n-1)$ -esimo.

2.4 Misure

Dalla Equazione (1) possiamo quindi ricavare:

$$2n\Delta x = N_\lambda \lambda \quad (2)$$

Dove n è l'indice di rifrazione dell'aria, Δx è lo spostamento di S_3 dalla posizione iniziale, λ è la lunghezza d'onda del laser e N_λ è il numero di frange di interferenza che si vedono passare per un punto dello schermo spostando S_3 . La presenza del fattore 2 davanti a Δx tiene conto del fatto che la luce percorre lo spazio Δx in ambedue le direzioni.

Nell'Equazione (2) non conosciamo tuttavia l'indice di rifrazione dell'aria. Per la sua misura utilizzeremo una camera a vuoto. Tenendo conto della differenza di cammino ottico nel caso in cui nella camera vi sia vuoto e nel caso in cui vi sia aria a pressione atmosferica possiamo usare la formula:

$$2D(n - 1) = N_n \lambda \quad (3)$$

In cui D è la lunghezza della cameretta, n è l'indice di rifrazione dell'aria e 1 quello del vuoto, λ è la stessa lunghezza d'onda della formula precedente mentre N_n è il numero di righe che passano per un punto dello schermo mentre la cameretta si ripressurizza.

La lampada a incandescenza non è una sorgente di luce coerente e possiamo quindi notare interferenza solo nel caso in cui i pacchetti di luce provenienti dai due percorsi si incontrano. Possiamo quindi dire che:

$$L = \Delta x \quad (4)$$

dove L è la lunghezza del pacchetto.

Non mettiamo un fattore 2 davanti al termine Δx come nelle precedenti misure dato che sarebbe necessario un fattore 2 anche davanti al termine L .

L'ultima misura è quella del $\Delta\lambda$ della lampada al sodio. Data la presenza di due frequenze l'effetto che vedremo sarà molto simile a quello di una luce monocromatica ma, a causa della differenza delle due frequenze, spostando S_3 noteremo che in alcuni punti le frange luminose di λ_1 si sovrapporranno con quelle scure di λ_2 , quando ci troveremo in questi punti non saremo in grado di distinguere alcuna frangia di interferenza sullo schermo. Non vedremo frange per:

$$\Delta_1 = 2N_1 \frac{\lambda_2}{2} = (2N_1 + 1) \frac{\lambda_1}{2} \quad (5)$$

E otterremo nuovamente frange per:

$$\Delta_2 = 2N_2 \lambda_2 = (2N_2 + 1) \lambda_1 \quad (6)$$

Risolvendo per N_1 e N_2 possiamo quindi giungere alla conclusione che:

$$\Delta m = m \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = 2\Delta x \quad (7)$$

Dove consideriamo m il passaggio tra due condizioni di "frangia netta". Ricaviamo quindi che la differenza tra le λ della lampada al sodio vale:

$$\Delta\lambda = \frac{m\bar{\lambda}^2}{2\Delta x} \quad (8)$$

in cui $\bar{\lambda}^2$ è la media al quadrato tra i valori delle λ della lampada al sodio.

3 Setup

Prima di iniziare ci siamo messi in condizione di ortogonalità degli specchi. Abbiamo utilizzato il laser posto su una rotaia allineata con l'apparato e, girando le viti poste sul retro dello specchio S_2 , abbiamo fatto sovrapporre i due puntini luminosi sullo specchio S_3 . Abbiamo quindi posto la lente dispersiva sulla rotaia assicurandoci che la luce arrivasse correttamente all'apparato e abbiamo agito nuovamente sulle viti di S_2 fino a notare figure di interferenza. Una volta ottenuti dei cerchi concentrici (che confermavano l'ortogonalità tra S_2 ed S_3) abbiamo aggiustato lo specchio per vedere solo una parte dell'ellisse in maniera tale da semplificare la lettura dei risultati.

4 Misura λ_{laser}

Per effettuare la prima misura abbiamo osservato un punto sullo schermo in cui erano ben visibili fasce scure (possono essere usate anche fasce luminose) e, dopo aver segnato la posizione iniziale letta dal calibro, abbiamo iniziato a girare lentamente la rotella contando le fasce scure che transitavano per il punto. Per diminuire l'incertezza abbiamo dato maggiore importanza alla chiarezza di lettura del calibro piuttosto che ad avere lo stesso tipo di frangia della posizione iniziale.

Nel nostro caso abbiamo preso 4 set di misure e, con ognuno di essi, abbiamo calcolato λ usando l'approssimazione $n = 1$. Abbiamo propagato l'incertezza tramite la formula:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\left(\frac{2n}{N}\sigma_{\Delta X}\right)^2 + \left(-\frac{2n\Delta X}{N^2}\sigma_N\right)^2} \quad (9)$$

Specifichiamo che abbiamo deciso di utilizzare un incertezza su N pari a 2 dato che riteniamo possibile che l'osservatore abbia confuso una riga precedente con una successiva durante il conto di quasi 200 righe. Una volta ottenuti questi risultati abbiamo utilizzato una media pesata ed abbiamo ottenuto:

$$\lambda_{laser} = 0,617 \pm 0,016 \mu m$$

Riportiamo quindi in Tabella 1 i dati grezzi ed i risultati parziali.

#	$X_1 [m \cdot 10^{-5}/5]$	$X_2 [m \cdot 10^{-5}/5]$	$\Delta X [m \cdot 10^{-5}/5]$	$\Delta X [\mu m]$	N_λ	$\lambda [\mu m]$	$\sigma_\lambda [\mu m]$
1	100	131	31	62	200	0,620	0,029
2	150	178	28	56	177	0,633	0,033
3	200	231	31	62	196	0,633	0,030
4	250	275	25	50	171	0,585	0,034

Tabella 1: Dati calcolo λ

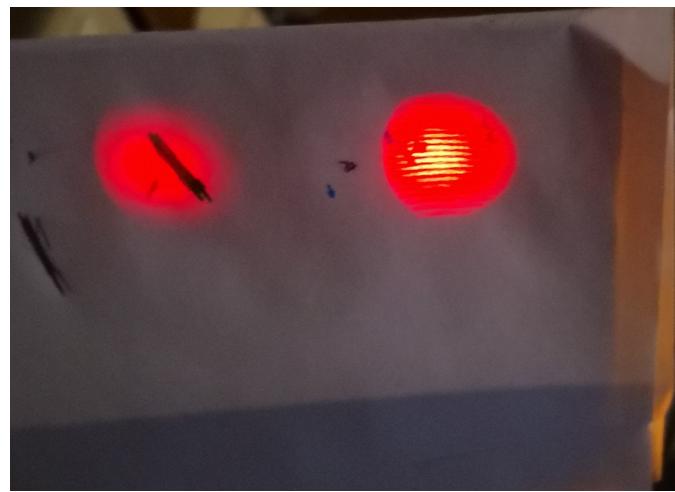


Figura 4: Foto dell'interferenza del laser



Figura 5: Etichetta con informazioni del laser

5 Misura indice di rifrazione dell'aria

Per effettuare la seconda misura abbiamo posizionato la camera a vuoto tra S_1 e S_3 . Ci siamo accertati che la valvola di ingresso dell'aria fosse chiusa e abbiamo acceso la pompa a vuoto fino a quando la pressione si è stabilizzata (abbiamo osservato il manometro). Per effettuare la misura abbiamo aperto leggermente la valvola contando le frange che transitavano per un punto dello schermo da noi scelto (in maniera analoga alla misura di λ_{laser}).

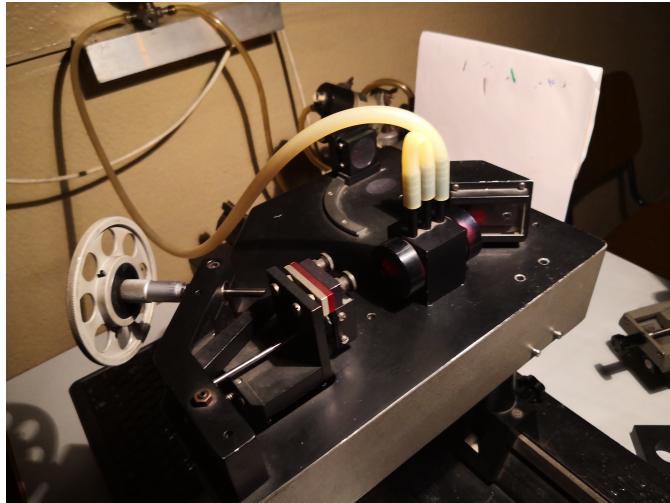


Figura 6: Immagine della camera a vuoto attaccata alla pompa tramite il tubo giallo

Per l'analisi dati abbiamo utilizzato lo stesso metodo utilizzato in Misura 1 dove tuttavia l'incertezza è stata calcolata tramite la propagazione degli errori con le incertezze di λ , D ed N , tramite la formula

$$\sigma_n = \sqrt{\left(\frac{N}{2D}\sigma_\lambda\right)^2 + \left(-\frac{N\lambda}{2D^2}\sigma_D\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{2D}\sigma_N\right)^2} \quad (10)$$

utilizzando la λ calcolata in Misura 1. Abbiamo ottenuto il seguente valore:

$$n_{aria} = 1,000254 \pm 7 \cdot 10^{-6}$$

Data la mancanza della conoscenza di fattori quali la temperatura della stanza e un'accurata misurazione della pressione atmosferica, riportiamo il valore dell'indice di rifrazione dell'aria in condizioni standard reperito dal sito https://it.wikipedia.org/wiki/Indice_di_rifrazione.

$$n_{aria} = 1,000293$$

Riteniamo plausibile il valore ottenuto, sebbene disti diverse deviazioni standard dal valore teorico. Il discostamento potrebbe essere causato dalla misura del valore teorico effettuata in diverse condizioni di temperatura e pressione.

Riportiamo in Tabella 2 i dati grezzi ed i risultati parziali

#	N_n	n	σ_n
1	40	1,000247	$1,5 \cdot 10^{-5}$
2	41	1,000253	$1,5 \cdot 10^{-5}$
3	42	1,000259	$1,5 \cdot 10^{-5}$
4	42	1,000259	$1,5 \cdot 10^{-5}$

Tabella 2: Dati calcolo indice di rifrazione aria

6 Sistema λ - n

I dati forniti in Misura 1 e Misura 2 sono fortemente influenzati dall'iniziale assunzione di porre $n = 1$ in Misura 1. Per correggere questo errore abbiamo applicato due metodi, non essendo in grado di identificare il migliore prima di effettuare i calcoli.

6.1 Sistema

Per il primo metodo abbiamo messo a sistema le equazioni (2) e (3) ottenendo quindi:

$$n = \frac{1}{1 - \frac{\Delta_x}{N_\lambda} \frac{N_n}{D}} \quad (11)$$

In cui abbiamo raccolto le misure

$$\begin{aligned} a &= \frac{\Delta_x}{N_\lambda} \\ b &= \frac{N_n}{D} \end{aligned}$$

Per poter eseguire l'analisi statistica dato che non avremmo potuto ricavare misure singole dai dati, al contrario di quanto fatto per misure 1 e 2 provenendo essi sia dalla misura per λ che dalla misura per n . Abbiamo calcolato l'incertezza sia per a che per b tramite la formula di propagazione degli errori e, dai valori risultati, abbiamo calcolato una media pesata ottenendo i valori di a , σ_a , b e σ_b utilizzati per calcolare n e, tramite la propagazione degli errori, σ_n , il valore risultato è:

$$n_{aria} = 1,000256 \pm 1,4 \cdot 10^{-5}$$

Da cui abbiamo proceduto a eseguire in maniera analoga alla Misura 1, il calcolo di λ in cui l'errore, per tenere conto dell'incertezza su n , è calcolato come:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\left(\frac{2n}{N_\lambda} \sigma_{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta x}{N_\lambda} \sigma_n\right)^2 + \left(-\frac{2n\Delta x}{N_\lambda^2} \sigma_{N_\lambda}\right)^2} \quad (12)$$

Abbiamo quindi ottenuto il valore:

$$\lambda_{laser} = 0,619 \pm 0,016 \mu m$$

Per controllare la tabella con i risultati parziali controllare in Appendice Grafici e tabelle immagine

6.2 Metodo ricorsivo

Per il secondo metodo abbiamo eseguito gli stessi calcoli delle Misure 1 e 2. Inizialmente abbiamo supposto $n = 1$ e da esso abbiamo calcolato λ_1 e n_1 ottenendo gli stessi risultati sopraindicati, abbiamo poi utilizzato il nuovo valore di n ottenuto per calcolare nuovamente sia λ_2 che n_2 . dopo aver iterato il processo 4 volte abbiamo ottenuto dei risultati che non variavano in maniera significativa, riportiamo la differenza dei valori tra la terza e la quarta iterazione:

$$\lambda_{laser} = 1,029 \cdot 2^{-11} \pm 2,6 \cdot 2^{-13} \mu m$$

$$n_{aria} = 1,663 \cdot 10^{-11} \pm 0$$

Sebbene alla terza iterazione non notassimo differenze nelle cifre significative da noi utilizzate, abbiamo deciso di procedere comunque a una quarta dato per annullare completamente la differenza di σ_n .

Riportiamo quindi i valori trovati:

$$\lambda_{laser} = 0,619 \pm 0,016 \mu m$$

$$n_{aria} = 1,000255 \pm 2 \cdot 10^{-6}$$

I risultati delle singole ricorsioni sono riportati in Tabella 6 in Appendice.

6.3 Analisi risultati

Riportiamo in Figura 7 e 8 i grafici per l'analisi dei risultati.

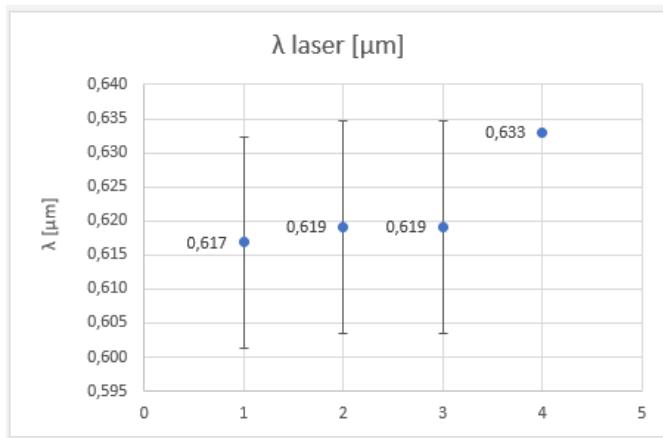


Figura 7: Comparazione risultati λ_{laser}

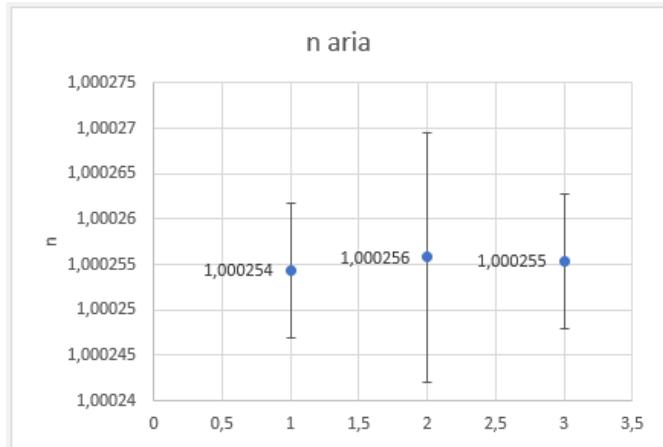


Figura 8: Comparazione risultati indice di rifrazione dell'aria

Riteniamo che i nostri risultati per quanto riguarda λ possano essere considerati attendibili dato che si trovano tutte entro una deviazione standard di distanza dal valore vero fornito dal costruttore del laser di $0,633 \mu m$. Dato che i due metodi producono il medesimo valore di λ , non avendo un valore di riferimento accurato per n , li riteniamo entrambi validi e non siamo in grado di definire il migliore.

7 Misura lunghezza pacchetto di luce bianca

7.1 Setup

In seguito alle misure con laser siamo quindi passati alla misura della lunghezza del pacchetto d'onda della luce bianca. Dato che la lunghezza di coerenza della luce bianca è molto più piccola rispetto a quella del laser, ci siamo dovuti porre in condizione in cui l'asse tra i due fuochi e lo specchio fossero pressoché paralleli, al fine di ottenere interferenza. Per trovare questa condizione abbiamo iniziato a girare la rotella fino ad avere una figura di interferenza composta da linee verticali leggermente curve. Abbiamo quindi continuato fino a quando la curvatura ha cambiato direzione e ci siamo posizionati nel punto in cui notavamo il cambio di curvatura. Abbiamo quindi spento il laser e abbiammo posizionato la fibra ottica sulla rotaia direttamente davanti a S_1 (la lente divergente è necessaria solo per il laser). Nonostante il posizionamento eseguito con il laser non abbiammo notato interferenza e abbiammo quindi continuato a girare la rotella finché sullo schermo abbiammo iniziato a vedere un'alternanza di varie frange colorate come in Figura 9.



Figura 9: Interferenza del pacchetto di luce bianca

7.2 Misura

Ci siamo posti in una condizione in cui non riuscivamo a vedere frange, abbiammo iniziato a girare la rotella fino a iniziare a vedere le frange e abbiammo segnato la posizione. Abbiamo poi continuato a girare la rotella fino a tornare in condizione in cui lo schermo era completamente bianco segnando il punto in cui non riuscivamo più a vedere le frange.

Abbiamo effettuato un totale di 4 misure, girando la rotella sia in senso orario che in senso antiorario per ridurre possibili errori. Dai nostri dati abbiamo ottenuto, usando una media aritmetica, un valore del pacchetto pari a:

$$L_{\text{pacchetto}} = 7,5 \pm 2,8 \mu\text{m}$$

Notiamo che la misura ha un valore dello stesso ordine di grandezza dell'incertezza strumentale, usato come incertezza, e riteniamo quindi che possa essere errata. Purtroppo non abbiamo un valore preciso con cui compararla. Dopo con un confronto con il gruppo Ve-13, che ha ottenuto un valore di $L_{\text{pacchetto}} = 14 \mu\text{m}$ riteniamo che la misura abbia un'ordine di grandezza coerente anche se, avendo usato lampade diverse, non possiamo considerarlo un valore adatto a una comparazione che vada oltre l'ordine di grandezza.

Riportiamo in Tabella 3 i dati grezzi e i risultati parziali.

#	$X_1 [m \cdot 10^{-5}/5]$	$X_2 [m \cdot 10^{-5}/5]$	$\Delta X [m \cdot 10^{-5}/5]$	$\Delta [\mu\text{m}]$
1	1591	1587	4	8
2	1587	1591	4	8
3	1587	1590	3	6
4	1591	1587	4	8

Tabella 3: Dati calcolo pacchetto di luce bianca

Abbiamo provato a mettere un filtro verde davanti alla luce per provare a vedere cosa succedesse nel caso di una luce più simile a una luce monocromatica. Dopo avere raccolto una sola misura (per avere un termine di paragone quantitativo) abbiamo ricavato una lunghezza del pacchetto pari a $68 \mu\text{m}$. Come previsto la presenza del filtro verde aumenta la lunghezza di coerenza.

8 Misura $\Delta\lambda$ della lampada al sodio

Per la quarta abbiamo disconnesso la fibra ottica dalla lampada ad incandescenza e l'abbiamo attaccata alla lampada Na. Una volta attaccata la lampada abbiamo iniziato a vedere delle frange gialle in maniera simile a quanto visto con il laser. Abbiamo ruotato la rotella fino a vedere le frange scure scomparire e segnato quindi la prima misura, usata come riferimento anche per le altre. Abbiamo continuato a girare la rotella vedendo le frange scure ricomparire e, dopo aver continuato a ruotare, siamo tornati nella condizione in cui le frange scure scomparivano. Abbiamo ripetuto i passaggi per quattro volte, prendendo le posizioni in cui le frange scomparivano, ma avendo colpito accidentalmente l'apparato abbiamo dovuto fermarci e rieseguire la messa a punto dell'apparato prima di prendere altre 5 misure.

Riportiamo in Tabella 4 e 5 i dati grezzi e i risultati parziali

#	$X_1 [m \cdot 10^{-5}/5]$	$X_2 [m \cdot 10^{-5}/5]$	$\Delta X [m \cdot 10^{-5}/5]$	$\Delta X [\mu m]$	M	$\Delta\lambda [\text{\AA}]$	$\sigma_{\Delta\lambda} [\text{\AA}]$
1	1583	1495	88	176	1	9,866	0,159
2	1583	1293	290	580	2	5,987	0,029
3	1583	1139	444	888	3	5,866	0,019
4	1583	1092	491	982	4	7,073	0,020

Tabella 4: Dati calcolo $\Delta\lambda_{Na}$ 1

#	$X_1 [m \cdot 10^{-5}/5]$	$X_2 [m \cdot 10^{-5}/5]$	$\Delta X [m \cdot 10^{-5}/5]$	$\Delta X [\mu m]$	M	$\Delta\lambda [\text{\AA}]$	$\sigma_{\Delta\lambda} [\text{\AA}]$
1	1580	1430	150	300	1	5,788	0,055
2	1580	1285	295	590	2	5,886	0,028
3	1580	1145	435	870	3	5,987	0,019
4	1580	1000	580	1160	4	5,987	0,015
5	1580	949	631	1262	5	6,879	0,015

Tabella 5: Dati calcolo $\Delta\lambda_{Na}$ 2

dove abbiamo indicato con m il numero di passaggi "senza frange-senza frange" rispetto alla posizione iniziale.

Da ognuna delle tabelle abbiamo calcolato, in maniera analoga al processo usato in Misura 1, i valori di $\Delta\lambda$ e ne abbiamo fatto due medie pesate ottenendo i seguenti risultati:

$$\Delta\lambda_{Na} = 6,361 \pm 0,012 \text{\AA}$$

$$\Delta\lambda_{Na} = 6,258 \pm 0,009 \text{\AA}$$

abbiamo deciso di scartare il valore che si aggira sui 9 \AA visibile in Tabella 4 dato che risulta circa 300σ mentre il secondo valore più distante è a circa 60σ di distanza. Purtroppo non ci siamo potuti affidare al criterio di Chauvenet per determinare se scartare la misura dato un grave problema di sottostima dell'incertezza di cui parleremo in seguito.

Dopo aver scartato il dato abbiamo ottenuto il valore:

$$\Delta\lambda_{Na} = 6,339 \pm 0,0012 \text{\AA}$$

Data la presenza della media pesata il valore scartato non risulta gravemente alterato ma più vicino al valore aspettato. Abbiamo quindi fatto una media pesata con i valori ottenuti dalle due tabelle ottenendo il valore:

$$\Delta\lambda_{Na} = 6,285 \pm 0,007 \text{\AA}$$

Riportiamo in Figura 10 il grafico per la comparazione dei risultati.

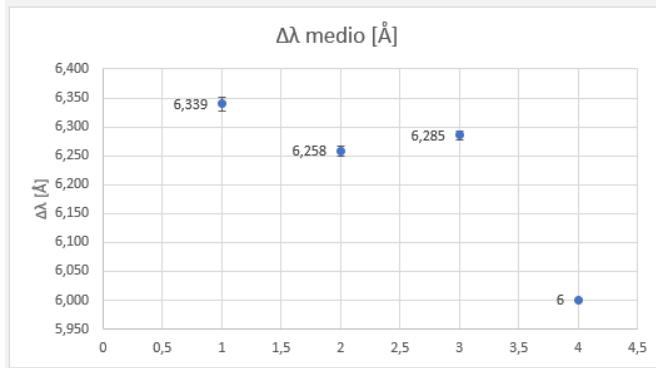


Figura 10: Comparazione risultati $\Delta\lambda$

Come si può notare dai dati e dal grafico i nostri valori sono a diverse σ di distanza dal valore vero. Ciò è causato dal fatto che l'errore considerato è solo quello strumentale calcolato con la formula:

$$\sigma_{\Delta\lambda} = \sqrt{\left(-\frac{n\bar{\lambda}^2}{2\Delta X^2}\sigma_{\Delta X}\right)^2} \quad (13)$$

L'errore predominante in questa misura è invece quello sulla lettura della posizione in cui scompaiono le fascie scure, dato che la transizione non è netta ma molto graduale.

Per aggirare il problema avremmo dovuto misurare più volte una posizione per ottenere l'errore statistico ma, a causa di una svista dello sperimentatore, ciò non è stato fatto.

Riteniamo quindi di non poter eseguire alcuna analisi statistica per la compatibilità dei nostri valori rispetto al valore vero calcolato dai i valori forniti delle λ emesse dalla lampada al sodio.

9 Conclusioni

Riteniamo i risultati ottenuti per la Misura 1 compatibili data la loro distanza di circa una deviazione standard dal valore vero. Per la Misura 2 ci limitiamo a considerare i valori plausibili data l'assenza di un valore con cui compararli. Per la Misura 3, non avendo nessun valore adatto alla comparazione, riteniamo che il risultato possa essere plausibile in comparazione al valore ottenuto dai nostri compagni e all'analisi fatta con il filtro verde ma riteniamo che il valore preciso possa essere errato data la grande incertezza. Per la Misura 4 ci limitiamo a riportare i dati senza un'analisi statistica data la problematica dell'incertezza sulla misura di cui abbiamo discusso sopra.

10 Appendice

10.1 Misura λ

No.	$X_1 [m \cdot 10^{-5} / 5]$	$X_2 [m \cdot 10^{-5} / 5]$	$\Delta x [m \cdot 10^{-4} / 5]$	$\Delta x [\mu m]$	N	$\lambda [\mu m]$	$\sigma \lambda [\mu m]$	p
1	100	131	310	62	200	0,620	0,029	1193
2	150	178	280	56	177	0,633	0,033	932
3	200	231	310	62	196	0,633	0,030	1143
4	250	275	250	50	171	0,585	0,034	876
media	175	203,75	287,5	57,5	186	0,618	0,031	

$\lambda [\mu m]$	0,617
$\sigma \lambda [\mu m]$	0,016

istruzionei laser	
$\lambda [\mu m]$	0,633

Figura 11: Tabella dati per il calcolo di λ_{laser} e risultati

10.2 Misura indice di rifrazione aria

No.	N	n	σn	p
1	40	1,000247	1,5E-05	4,6E+09
2	41	1,000253	1,5E-05	4,6E+09
3	42	1,000259	1,5E-05	4,5E+09
4	42	1,000259	1,5E-05	4,5E+09
media	41,25	1,000254	1,5E-05	

n medio	1,000254
σn medio	7E-06

Figura 12: Tabella dati per il calcolo dell'indice di rifrazione aria e risultati

10.3 Sistema $\lambda-n$

10.3.1 Sistema

No.	$X_1 [m \cdot 10^{-5} / 5]$	$X_2 [m \cdot 10^{-5} / 5]$	$\Delta x [m \cdot 10^{-4} / 5]$	$\Delta x [\mu m]$	$\Delta x [m]$	N_λ	$\Delta_\lambda / N_\lambda$	$\sigma \Delta_\lambda / N_\lambda$	p
1	100	131	310	62	6,2E-05	200	3,1E-07	1,44779E-08	4,77E+15
2	150	178	280	56	5,6E-05	177	3,2E-07	0,015979814	3916,125
3	200	231	310	62	6,2E-05	196	3,2E-07	0,014430751	4802
4	250	275	250	50	5,0E-05	171	2,9E-07	0,01654051	3655,125
							3,10E-07	1E-08	

Figura 13: Tabella dati per il cacolo di a

No.	N _n	N _n /D	$\sigma N_n/D$	p
1	40	800	43,08131846	0,000539
2	41	820	43,23147002	0,000535
3	42	840	43,38478996	0,000531
4	42	840	43,38478996	0,000531
		8,25E+02	2E+01	

Figura 14: Tabella dati per il calcolo di b

No.	$\lambda [\mu\text{m}]$	$\sigma \lambda [\mu\text{m}]$	p
1	0,620	0,029	1192,081
2	0,633	0,033	931,8899
3	0,633	0,030	1142,715
4	0,585	0,034	875,872

Figura 15: Tabella per il calcolo di λ

n	1,000256	$\lambda [\mu\text{m}]$	0,619
σn	1E-05	$\sigma \lambda [\mu\text{m}]$	0,016

Figura 16: Risultati sistema

10.3.2 Metodo ricorsivo

ricorsioni	$\lambda [\mu\text{m}]$	$\sigma \lambda [\mu\text{m}]$	n	σn
1	0,618919207	0,015532975	1	0
2	0,619077181	0,015536939	1,000255241	7,42201E-06
3	0,619077221	0,01553694	1,000255306	7,4239E-06
4	0,619077221	0,01553694	1,000255306	7,4239E-06
Δ_{43}	-1,0292E-11	-2,58319E-13	-1,66287E-11	0

Tabella 6: Risultati sistemi ricorsivo copiati dal foglio di calcolo

risultati					
No. Ricorsioni	$\lambda [\mu\text{m}]$	$\sigma \lambda [\mu\text{m}]$	n	σn	
1	0,618919207	0,015533	1	0	
2	0,619077181	0,015537	1,00025524	7,42201E-06	
3	0,619077221	0,015537	1,00025531	7,4239E-06	
4	0,619077221	0,015537	1,00025531	7,4239E-06	
4-3	-1,0292E-11	-2,6E-13	-1,663E-11	0	

$\lambda [\mu\text{m}]$	0,619	n	1,00026
$\sigma \lambda [\mu\text{m}]$	0,016	σn	7,4E-06

Figura 17: Tabella risultati del metodo ricorsivo parziali e finali

10.4 Misura pacchetto di luce bianca

No.	$X_1 [\text{m} \cdot 10^{-5}/5]$	$X_2 [\text{m} \cdot 10^{-5}/5]$	$\Delta x [\text{m} \cdot 10^{-4}/5]$	$\Delta x [\mu\text{m}]$
1	1591	1587	40	8
2	1587	1591	40	8
3	1587	1590	30	6
4	1591	1587	40	8

filtro	1546	1580	340	68
--------	------	------	-----	----

L [μm]	7,5
$\sigma L [\mu\text{m}]$	2,83

Figura 18: Tabella dati per il calcolo della lunghezza del pacchetto di luce bianca, dati filtro verde e risultati

10.5 Misura $\Delta\lambda$ lampada al sodio

No.	$X_1 [\text{m} \cdot 10^{-5}/5]$	$X_2 [\text{m} \cdot 10^{-5}/5]$	$\Delta x [\text{m} \cdot 10^{-4}/5]$	$\Delta x [\mu\text{m}]$	M	$\Delta\lambda [\text{\AA}]$	$\sigma \Delta\lambda [\text{\AA}]$	p
1	1583	1495	880	176	1	9,866	0,159	40
2	1583	1293	2900	580	2	5,987	0,029	1173
3	1583	1139	4440	888	3	5,866	0,019	2864
4	1583	1092	4910	982	4	7,073	0,020	2410
media	1583	1255	3283	657	2,5	6,612	0,028	

$\Delta\lambda$ medio [\AA]	6,361
$\sigma \Delta\lambda$ medio [\AA]	0,012

Figura 19: Tabella dati per il calcolo di $\Delta\lambda$ e risultato parziale (set1)

No.	$X_1 [m \cdot 10^{-5}]$	$X_2 [m \cdot 10^{-5}]$	$\Delta x [m \cdot 10^{-4}/5]$	$\Delta x [\mu m]$	M	$\Delta\lambda [\text{\AA}]$	$\sigma \Delta\lambda [\text{\AA}]$	p
1	1583	1293	2900	580	2	5,987	0,029	1173
2	1583	1139	4440	888	3	5,866	0,019	2864
3	1583	1092	4910	982	4	7,073	0,020	2410
media	1583	1175	4083	817	3,0	6,379	0,022	

$\Delta\lambda$ medio [\AA]	6,339
$\sigma \Delta\lambda$ medio [\AA]	0,012

Figura 20: Tabella dati per il calcolo di $\Delta\lambda$ dopo lo scarto e risultato parziale (set 1)

No.	x1	x2	$\Delta x [m \cdot 10^{-4}/5]$	$\Delta x [\mu m]$	M	$\Delta\lambda [\text{\AA}]$	$\sigma \Delta\lambda [\text{\AA}]$	p
1	1580	1430	1500	300	1	5,788	0,055	336
2	1580	1285	2950	590	2	5,886	0,028	1256
3	1580	1145	4350	870	3	5,987	0,019	2639
4	1580	1000	5800	1160	4	5,987	0,015	4692
5	1580	949	6310	1262	5	6,879	0,015	4207
media	1580	1162	4182	836	3	6,228	0,021	

$\Delta\lambda$ medio [\AA]	6,258
$\sigma \Delta\lambda$ medio [\AA]	0,009

Figura 21: Tabella dati per il calcolo di $\Delta\lambda$ e risultato parziale (set 2)

media tot	
$\Delta\lambda$ tot [\AA]	6,285
$\sigma \Delta\lambda$ tot [\AA]	0,007

Figura 22: Risultato finale calcolo di $\Delta\lambda$

10.6 Comparazione risultati

No.	λ [μm]	$\sigma \lambda$ [μm]
n=1	0,617	0,016
sistema	0,619	0,016
ricorsivo	0,619	0,016
istr. laser	0,633	X

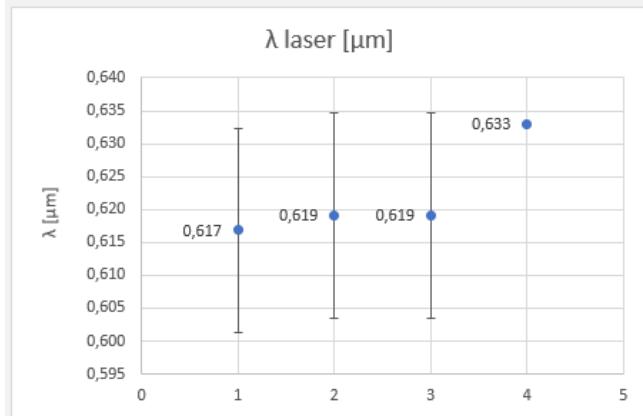


Figura 23: Risultati e grafico di comparazione λ

No.	n	σn
λ	1,000254378	7E-06
λ sistema	1,000255785	1,4E-05
λ ricorsivo	1,000255306	7E-06

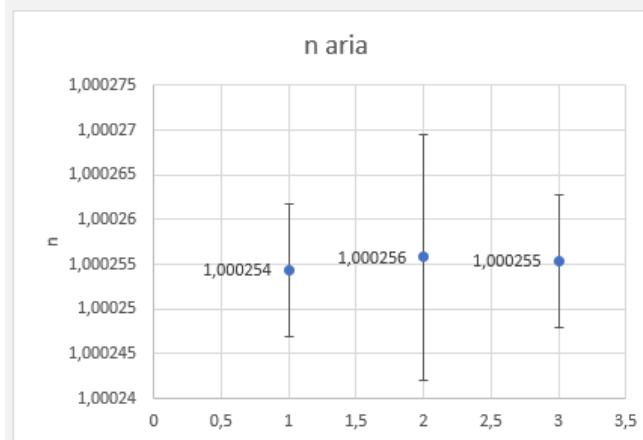


Figura 24: Risultati e grafico di comparazione dell'indice di rifrazione dell'aria

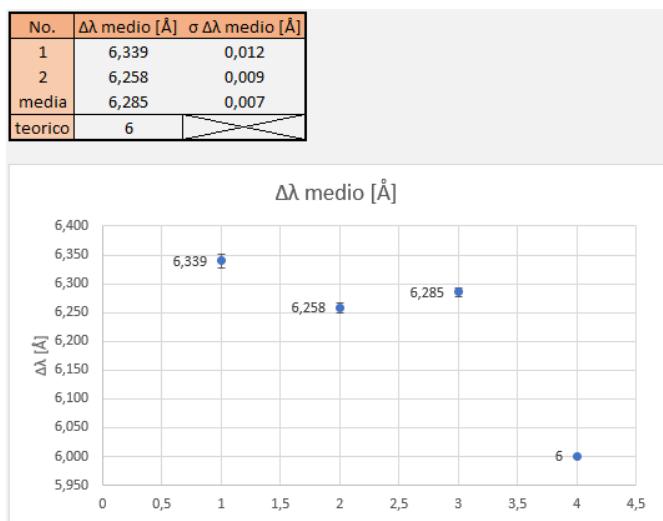


Figura 25: Risultati e grafico di comparazione delle $\Delta\lambda$ della lampada al sodio