

# Esame di Laurea in Informatica

Implementazione di modelli di programmazione  
matematica per problemi di bin packing

Candidato

Daniel Rossi

8 Dicembre 2018

Relatore

prof. Luigi De Giovanni



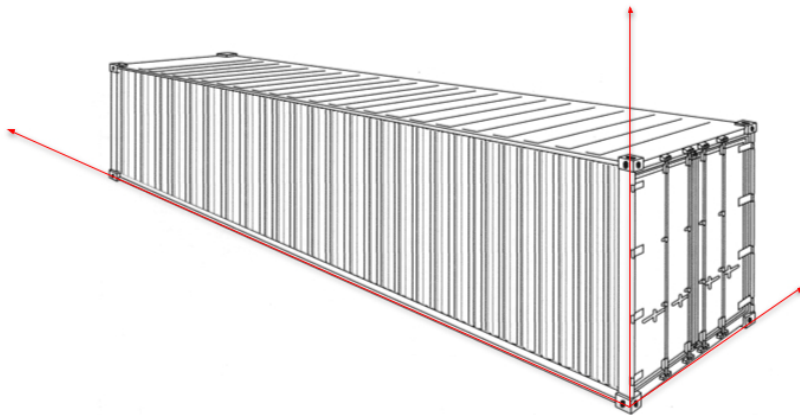
UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

## SOFTWARE SUPPORTO DECISIONALE



- agevolazione degli operatori;
- operatori meno esperti;
- aumento della produttività;
- informazioni sullo stato dei trasporti;
- stima di costi e profitti.

L'azienda ha sviluppato un'euristica per l'ottimizzazione dello spazio occupato dalle merci nel container del camion.



## Scopo

Lo scopo dello stage è quello di realizzare dei modelli di programmazione lineare per la risoluzione dello **Strip Packing Problem** da usare per valutare l'euristica aziendale

- **2D**: versione 2D;
- **2DR**: versione 2D con rotazione;
- **2DRS**: versione 2D con rotazione e sequenza di scarico;
- **3D**: versione 3D con rotazione e sovrapposizione.

Insieme  $I = \{1, \dots, n\}$  di oggetti aventi dimensioni  $w_i$ ,  $d_i$  e  $h_i$ .  
Insieme  $J = \{1, \dots, m\}$  di contenitori di dimensione  $W$ ,  $D$  e  $H$ .  
Per ipotesi  $w_i \leq W$ ,  $d_i \leq D$  e  $h_i \leq H$ .

## Obiettivo Bin Packing

Minimizzare il numero di contenitori  $J$  che riescano a contenere tutti gli oggetti dell'insieme  $I$ .

## Obiettivo Strip Packing

Minimizzare i metri lineari occupati dagli oggetti dell'insieme  $I$  rispetto la profondità del contenitore.

Tratto dall'articolo: Solving the 2D bin packing problem by means of a hybrid evolutionary algorithm

$$\min D$$

s.t.

$$l_{ij} + l_{ji} + b_{ij} + b_{ji} \geq 1 \quad i < j \quad i, j \in I$$

$$y_i - y_j + M_d b_{ij} \leq M_d - d_j \quad i, j \in I$$

$$x_i - x_j + M_w l_{ij} \leq M_w - w_j \quad i, j \in I$$

$$x_i + w_i \leq W \quad i \in I$$

$$y_i + d_i \leq D \quad i \in I$$

$$b_{ij}, l_{ij} \in \{0, 1\} \quad i \neq j \quad i, j \in I$$

$$x_i, y_i, w_i, d_i \in \mathbb{R}^+ \quad i \in I$$

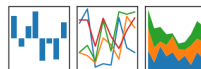
Durante lo stage sono state usate le seguenti tecnologie:



**matplotlib**

**pandas**

$$y_{it} = \beta' x_{it} + \mu_i + \epsilon_{it}$$



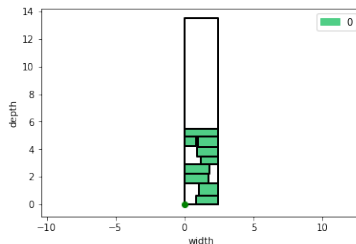
Google

Optimization

Tools

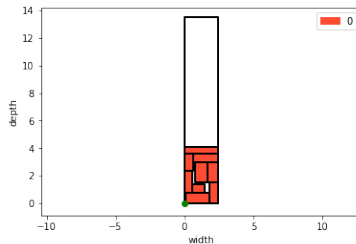
## Modello 2D:

Limiti delle soluzioni



## Modello 2DR:

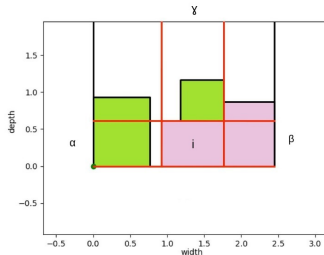
Ottimalità della soluzione





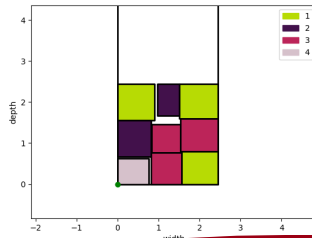
## Vie di scarico:

Deve essere presente almeno una via di scarico per ciascun pacco



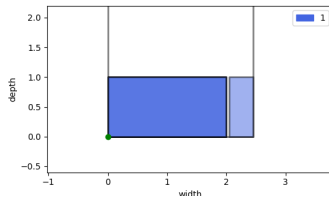
## Stabilità generale:

Le soluzioni del modello non implementano la stabilità generale



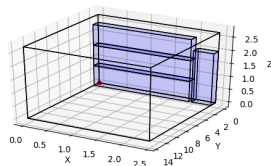
## Stabilità degli oggetti:

Garantita sovrapponendo solo  
un oggetto



## Oggetti stackable:

In generale nei test non tutti  
gli oggetti erano sovrapponibili



**Istanza:**

insieme formato dai pacchi da disporre nel contenitore.

**Gruppo di istanze:**

insieme di istanze accomunate tra loro dal numero di pacchi o dalle loro dimensioni.

**Time Limit:** 300 secondi

Soluzioni:

- ottime
- best bound

#	$w_a$	$w_b$	$d_a$	$d_b$
0	0.5	2.45	0.5	2.45
1	0.5	1.50	0.5	4.00
2	1.5	2.45	0.5	4.00
3	0.5	1.50	3.0	4.00
4	1.5	2.45	3.0	4.00
5	0.1	1.00	0.1	1.00
6	0.1	1.00	3.0	4.00
7	2.0	2.45	3.0	4.00
8	2.0	2.45	2.0	2.45
9	0.1	1.00	0.1	4.00

Otttime					Best bound			
	#ist	$\epsilon_r$	$\epsilon_a$	Time		#ist	$\epsilon_r$	$\epsilon_a$
0	64.0	3.89	0.23	40.95	0	36.0	7.35	0.59
1	73.0	11.90	0.81	31.51	1	27.0	15.98	1.48
2	76.0	0.94	0.10	19.76	2	24.0	0.91	0.17
3	84.0	12.29	1.26	19.79	3	16.0	17.26	2.62
4	75.0	0.00	0.00	27.69	4	25.0	0.00	0.00
5	73.0	14.17	0.11	12.58	5	27.0	16.16	0.21
6	78.0	6.60	0.47	20.95	6	22.0	19.40	1.70
7	76.0	0.00	0.00	36.62	7	24.0	0.00	0.00
8	81.0	0.00	0.00	23.70	8	19.0	0.00	0.00
9	81.0	10.34	0.45	10.60	9	19.0	20.58	1.10

■  $\epsilon_a = Obj_h - Obj_m$

■  $\epsilon_r = \frac{\epsilon_a}{Obj_m} \cdot 100$

4 Modelli  $\Rightarrow$  4 Macro-Obiettivi

Ogni obiettivo composto da diversi sotto-obiettivi

- Introduzione di un nuovo obiettivo:
  - Realizzazione modello 2DRS;
- Due variazioni nel corso dello stage:
  - Confronto con l'euristica eseguito alla fine;
  - Integrazione funzionalità euristica svolto in parallelo con lo sviluppo dei modelli.

Realizzazione modello grazie ad una minor durata:

- formazione;
- realizzazione modelli.

	#ist	$\epsilon_r$	$\epsilon_a$	Time
0	64.0	3.89	0.23	40.95
1	73.0	11.90	0.81	31.51
2	76.0	0.94	0.10	19.76
3	84.0	12.29	1.26	19.79
4	75.0	0.00	0.00	27.69
5	73.0	14.17	0.11	12.58
6	78.0	6.60	0.47	20.95
7	76.0	0.00	0.00	36.62
8	81.0	0.00	0.00	23.70
9	81.0	10.34	0.45	10.60