Esame di Laurea in Informatica

Implementazione di modelli di programmazione matematica per problemi di bin packing

Daniel Rossi 18 Dicembre 2018



Introduzione



SOFTWARE SUPPORTO DECISIONALE

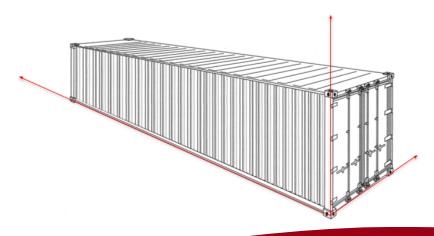


- agevolazione degli operatori;
- operatori meno esperti;
- aumento della produttività;
- informazioni sullo stato dei trasporti;
- stima di costi e profitti.

Introduzione



L'azienda ha sviluppato un'euristica per l'ottimizzazione dello spazio occupato dalle merci nel container del camion.



Proposta di stage



Scopo

Lo scopo dello stage è quello di realizzare dei modelli di programmazione lineare per la risoluzione dello **Strip Packing Problem** da usare per valutare l'euristica aziendale

- 2D: versione 2D;
- 2DR: versione 2D con rotazione;
- 2DRS: versione 2D con rotazione e sequenza di scarico;
- **3D**: versione 3D con rotazione e sovrapposizione.

Packing Problem



Insieme $I = \{1, \ldots, n\}$ di oggetti aventi dimensioni w_i , d_i e h_i . Insieme $J = \{1, \ldots, m\}$ di contenitori di dimensione W, D e H. Per ipotesi $w_i \leq W$, $d_i \leq D$ e $h_i \leq H$.

Obiettivo Bin Packing

Minimizzare il numero di contenitori *J* che riescano a contenere tutti gli oggetti dell'insieme *I*.

Obiettivo Strip Packing

Minimizzare i metri lineari occupati dagli oggetti dell'insieme *I* rispetto la profondità del contenitore.

Modello matematico



Tratto dall'articolo: Solving the 2D bin packing problem by means of a hybrid evolutionary algorithm

min D

s.t.

$$l_{ij} + l_{ji} + b_{ij} + b_{ji} \ge 1$$
 $i < j$ $i, j \in I$
 $y_i - y_j + M_d b_{ij} \le M_d - d_i$ $i, j \in I$
 $x_i - x_j + M_w l_{ij} \le M_w - w_i$ $i, j \in I$
 $x_i + w_i \le W$ $i \in I$
 $y_i + d_i \le D$ $i \in I$
 $y_i, l_{ij} \in \{0, 1\}$ $i \ne j$ $i, j \in I$
 $x_i, y_i, w_i, d_i \in \mathbb{R}^+$ $i \in I$

Tecnologie



Durante lo stage sono state usate le seguenti tecnologie:

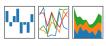














Google

Optimization

Tools

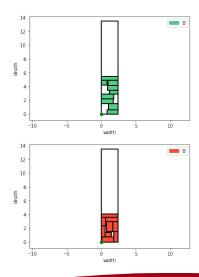
Modello 2D e 2DR



Modello 2D:

Limiti delle soluzioni

Modello 2DR: Ottimalità della soluzione



Modello 2DRS

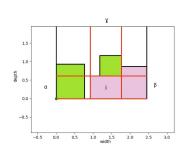


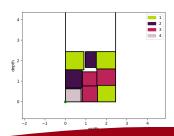
Vie di scarico:

Deve essere presente almeno una via di scarico per ciascun pacco

Stabilità generale:

Le soluzione del modello non implementano la stabilità generale





Modello 3D

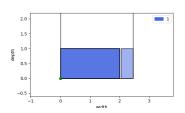


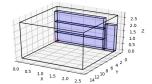
Stabilità degli oggetti:

Garantita sovrapponendo solo un oggetto

Oggetti stackable:

In generale nei test non tutti gli oggetti erano sovrapponibili





Test computazionale



Istanza:

insieme formato dai pacchi da disporre nel contenitore.

Gruppo di istanze:

insieme di istanze accomunate tra loro dal numero di pacchi o dalle loro dimensioni.

Time Limit: 300 secondi

Soluzioni:

- ottime
- best bound

| # | Wa | $ w_b $ | da | d_b |
|---|-----|---------|-----|-------|
| 0 | 0.5 | 2.45 | 0.5 | 2.45 |
| 1 | 0.5 | 1.50 | 0.5 | 4.00 |
| 2 | 1.5 | 2.45 | 0.5 | 4.00 |
| 3 | 0.5 | 1.50 | 3.0 | 4.00 |
| 4 | 1.5 | 2.45 | 3.0 | 4.00 |
| 5 | 0.1 | 1.00 | 0.1 | 1.00 |
| 6 | 0.1 | 1.00 | 3.0 | 4.00 |
| 7 | 2.0 | 2.45 | 3.0 | 4.00 |
| 8 | 2.0 | 2.45 | 2.0 | 2.45 |
| 9 | 0.1 | 1.00 | 0.1 | 4.00 |
| | | | | |

Risultati 2DR



| | | Ottim | ie | | | Bes | t bound | |
|---|------|--------------|----------------|-------|---|------|--------------|--------------|
| | #ist | ϵ_r | ϵ_{a} | Time | | #ist | ϵ_r | ϵ_a |
| 0 | 64.0 | 3.89 | 0.23 | 40.95 | 0 | 36.0 | 7.35 | 0.59 |
| 1 | 73.0 | 11.90 | 0.81 | 31.51 | 1 | 27.0 | 15.98 | 1.48 |
| 2 | 76.0 | 0.94 | 0.10 | 19.76 | 2 | 24.0 | 0.91 | 0.17 |
| 3 | 84.0 | 12.29 | 1.26 | 19.79 | 3 | 16.0 | 17.26 | 2.62 |
| 4 | 75.0 | 0.00 | 0.00 | 27.69 | 4 | 25.0 | 0.00 | 0.00 |
| 5 | 73.0 | 14.17 | 0.11 | 12.58 | 5 | 27.0 | 16.16 | 0.21 |
| 6 | 78.0 | 6.60 | 0.47 | 20.95 | 6 | 22.0 | 19.40 | 1.70 |
| 7 | 76.0 | 0.00 | 0.00 | 36.62 | 7 | 24.0 | 0.00 | 0.00 |
| 8 | 81.0 | 0.00 | 0.00 | 23.70 | 8 | 19.0 | 0.00 | 0.00 |
| 9 | 81.0 | 10.34 | 0.45 | 10.60 | 9 | 19.0 | 20.58 | 1.10 |

$$\bullet$$
 $\epsilon_a = Obj_h - Obj_m$

$$lacksquare$$
 $\epsilon_r = rac{\epsilon_a}{Obj_m} \cdot 100$

Raggiungimento degli obiettivi (1)



4 Modelli ⇒ 4 Macro-Obiettivi

Ogni obiettivo composto da diversi sotto-obiettivi

- Introduzione di un nuovo obiettivo:
 - Realizzazione modello 2DRS;
- Due variazioni nel corso dello stage:
 - Confronto con l'euristica eseguito alla fine;
 - Integrazione funzionalit euristica svolto in parallelo con lo sviluppo dei modelli.

Realizzazione modello grazie ad una minor durata:

- formazione;
- realizzazione modelli.

Consuntivo finale



| | #ist | ϵ_r | ϵ_a | Time |
|---|------|--------------|--------------|-------|
| 0 | 64.0 | 3.89 | 0.23 | 40.95 |
| 1 | 73.0 | 11.90 | 0.81 | 31.51 |
| 2 | 76.0 | 0.94 | 0.10 | 19.76 |
| 3 | 84.0 | 12.29 | 1.26 | 19.79 |
| 4 | 75.0 | 0.00 | 0.00 | 27.69 |
| 5 | 73.0 | 14.17 | 0.11 | 12.58 |
| 6 | 78.0 | 6.60 | 0.47 | 20.95 |
| 7 | 76.0 | 0.00 | 0.00 | 36.62 |
| 8 | 81.0 | 0.00 | 0.00 | 23.70 |
| 9 | 81.0 | 10.34 | 0.45 | 10.60 |