Esame di Laurea in Informatica Dipartimento di Matematica "Tullio Levi Civita"

Implementazione di modelli di programmazione matematica per problemi di bin packing

Candidato

Daniel Rossi

Relatore prof. Luigi De Giovanni

18 Dicembre 2018



Sommario



- 1 Introduzione
- 2 Progetto
- 3 Raggiungimento degli obiettivi
- 4 Consuntivo
- 5 Conclusioni

L'azienda





- tecnica groupage
- merci ADR
- servizio deposito

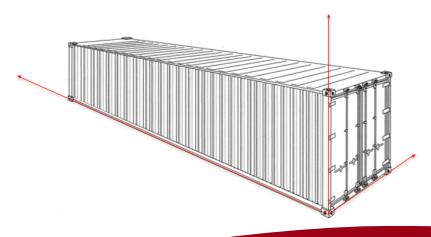
SOFTWARE SUPPORTO DECISIONALE

- operatori meno esperti
- aumento della produttività
- informazioni sullo stato dei trasporti
- stima di costi e profitti

Tool aziendale



L'azienda ha sviluppato un'euristica per l'ottimizzazione dello spazio occupato dalle merci nel container del camion



Proposta di stage



Scopo

Lo scopo dello stage è quello di realizzare dei modelli di programmazione lineare per la risoluzione dello **Strip Packing Problem** da usare per valutare l'euristica aziendale

■ 2D: versione 2D

■ 2DR: versione 2D con rotazione

■ **3D**: versione 3D con rotazione e sovrapposizione

Packing Problem



Insieme $I = \{1, \ldots, n\}$ di oggetti aventi dimensioni w_i , d_i e h_i Insieme $J = \{1, \ldots, m\}$ di contenitori di dimensione W, D e H Per ipotesi $w_i \leq W$, $d_i \leq D$ e $h_i \leq H$

Obiettivo Strip Packing

Minimizzare i metri lineari occupati dagli oggetti dell'insieme *I* rispetto la profondità del contenitore

Obiettivo Bin Packing è invece minimizzare il numero di contenitori J che riescano a contenere tutti gli oggetti dell'insieme I

Base dei modelli matematici (Blum e Schmid, 2013)



min D

s.t.

$$l_{ij} + l_{ji} + b_{ij} + b_{ji} \ge 1$$
 $i < j$ $i, j \in I$
 $y_i - y_j + M_d b_{ij} \le M_d - d_i$ $i, j \in I$
 $x_i - x_j + M_w l_{ij} \le M_w - w_i$ $i, j \in I$
 $x_i + w_i \le W$ $i \in I$
 $y_i + d_i \le D$ $i \in I$
 $b_{ij}, l_{ij} \in \{0, 1\}$ $i \ne j$ $i, j \in I$
 $x_i, y_i, w_i, d_i \in \mathbb{R}^+$ $i \in I$

Articolo: Solving the 2D bin packing problem by means of a hybrid evolutionary algorithm, C. Blum and V. Schmid, 2013

Tecnologie

















Google

Optimization

Tools

Modello 2D e 2DR

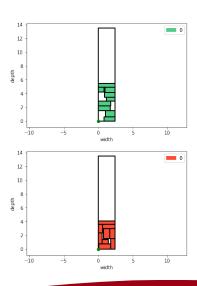


Modello 2D:

Punto di partenza

Modello 2DR:

Possibilità di sfruttare meglio gli spazi



Modello 3D

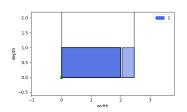


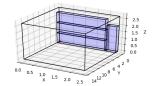
Sovrapposizione stabile:

Semplificata, un oggetto può poggiare al massimo su un altro oggetto

Oggetti stackable:

Alcuni oggetti potrebbero non essere sovrapponibili





Modello 2DRS



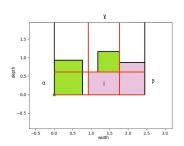
Vie di scarico:

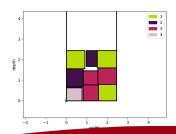
Deve essere presente almeno una via di scarico per ciascun pacco tra:

- lacktriangle lpha: scarico da sinistra
- \blacksquare β : scarico da destra
- lacksquare γ : scarico frontale

Sequenza stabile:

Ogni oggetto non può trovarsi isolato dal resto delle merci durante il viaggio





Test computazionale



Istanza: insieme formato dai pacchi da disporre nel contenitore

Gruppo di istanze: insieme di 100 istanze accomunate tra loro dalle loro dimensioni, identificati da un *Id*

Time Limit: 300 secondi

Soluzioni:

- ottime
- best bound

| Id | Wa | W_b | d_a | d_b |
|----|-----|-------|-------|-------|
| 0 | 0.5 | 2.45 | 0.5 | 2.45 |
| 1 | 0.5 | 1.50 | 0.5 | 4.00 |
| 2 | 1.5 | 2.45 | 0.5 | 4.00 |
| 3 | 0.5 | 1.50 | 3.0 | 4.00 |
| 4 | 1.5 | 2.45 | 3.0 | 4.00 |
| 5 | 0.1 | 1.00 | 0.1 | 1.00 |
| 6 | 0.1 | 1.00 | 3.0 | 4.00 |
| 7 | 2.0 | 2.45 | 3.0 | 4.00 |
| 8 | 2.0 | 2.45 | 2.0 | 2.45 |
| 9 | 0.1 | 1.00 | 0.1 | 4.00 |

width: $[w_a, w_b]$, depth: $[d_a, d_b]$

Sviluppo funzionalità euristica



- CheckFeasible: utilizzata per controllare che non vi fossero pacchi intersecati tra loro
- CheckSequence: realizzata in due versioni:
 - 2D: considerando oggetti alla stessa altezza, controlla ci sia una via di scarico
 - **3D**: considerando oggetti su più livelli, controlla ci sia una via di scarico e che non vi siano altri pacchi sopra di esso
- CheckStable: utilizzata per controllare sovrapposizioni stabili
- **ProjectionCommonArea**: utilizzata per verificare se due parallelepipedi avessero intersezioni tra le loro proiezioni rispetto ad una coppia di assi come altezza e profondità.

Risultati 2DR



| Ottime | Best | bound |
|--------|------|-------|
|--------|------|-------|

| Id | #ist | ϵ_r | ϵ_a | Time | Id | #ist | ϵ_r | ϵ_a |
|----|------|--------------|--------------|-------|----|------|--------------|--------------|
| 0 | 64 | 3.89 | 0.23 | 40.95 | 0 | 36 | 7.35 | 0.59 |
| 1 | 73 | 11.90 | 0.81 | 31.51 | 1 | 27 | 15.98 | 1.48 |
| 2 | 76 | 0.94 | 0.10 | 19.76 | 2 | 24 | 0.91 | 0.17 |
| 3 | 84 | 12.29 | 1.26 | 19.79 | 3 | 16 | 17.26 | 2.62 |
| 4 | 75 | 0.00 | 0.00 | 27.69 | 4 | 25 | 0.00 | 0.00 |
| 5 | 73 | 14.17 | 0.11 | 12.58 | 5 | 27 | 16.16 | 0.21 |
| 6 | 78 | 6.60 | 0.47 | 20.95 | 6 | 22 | 19.40 | 1.70 |
| 7 | 76 | 0.00 | 0.00 | 36.62 | 7 | 24 | 0.00 | 0.00 |
| 8 | 81 | 0.00 | 0.00 | 23.70 | 8 | 19 | 0.00 | 0.00 |
| 9 | 81 | 10.34 | 0.45 | 10.60 | 9 | 19 | 20.58 | 1.10 |

$$\bullet$$
 $\epsilon_a = Obj_h - Obj_m$

$$lacksquare$$
 $\epsilon_r = rac{\epsilon_a}{Obj_m} \cdot 100$

Raggiungimento degli obiettivi



I 3 periodi di sviluppo prevedevano i seguenti obiettivi:

- analisi costraints
- prototipazione
- integrazione nel sistema
- testing e confronto

Due variazioni nel corso dello stage:

- Confronto con l'euristica eseguito dopo la realizzazione dei modelli
- Nuove funzioni di verifica dell'euristica sviluppate durante il testing dei modelli
- Realizzazione nuovo modello non preventivato

Consuntivo



In generale i periodi di sviluppo hanno richiesto:

| # | Obiettivi | Ore previste | Ore effettive |
|---|-------------------------|--------------|---------------|
| 1 | Modello 2D | 96 | 64 |
| 2 | Modello 2DR | 64 | 64 |
| 3 | Modello 2DRS | 0 | 72 |
| 4 | Modello 3D | 64 | 72 |
| 5 | Confronto con euristica | 24 | 16 |

Cause cambiamenti tempistiche:

- Formazione più breve
- Prototipazione modelli 2D e 2DR più rapida
- Testing e sviluppo funzionalità euristica in parallelo

Conclusioni



- 1 Tutti gli obiettivi sono stati completati
- 2 Realizzazione modello aggiuntivo
- 3 Valutazione positiva dei risultati forniti
- 4 Importanti conoscenze apprese

Sviluppi futuri:

- Archiviazione soluzioni modelli
- Stabilità sequenza
- Stabilità degli oggetti
- Sequenza di scarico multilivello
- Unione modelli