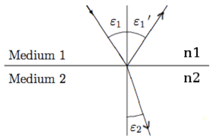
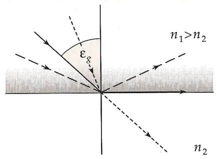
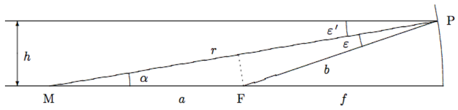
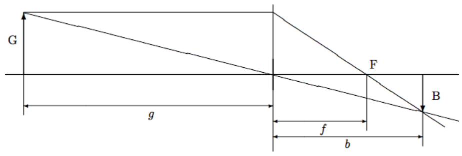
1 Optik

1.1 Diverses

Konstanten
Vakuumgeschwindigkeit:
$c = 299'792'458 \frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

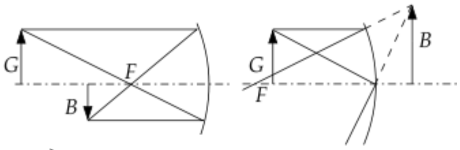
Farbenlehre **Kuchling 386**

1.2 Geometrische Optik **Kuchling 360** **Stöcker 309**

Brechungsgesetz Kuchling 365 Stöcker 320	$\frac{\sin\varepsilon_1}{\sin\varepsilon_2} = \frac{n_2}{n_1}$ $\quad n_1 \sin\varepsilon_1 = n_2 \sin\varepsilon_2 \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_1'$	
Brechungsindex Kuchling 365 Stöcker 320	$n = \frac{c}{u}$ [c]=Vakumgeschwindigkeit [u]=Lichtgeschwindigkeit	Medium: Luft, n: 1,000292; Wasser, 1,333 Medium: Kronglas (K13), n: 1,522; Flintglas (K2), 1,620; Diamant, 2,417
Totalreflexion Kuchling 366 Stöcker 322	Für $n_1 > n_2$ $\varepsilon = \arcsin\frac{n_2}{n_1}$ $\varepsilon = \varepsilon_g \Rightarrow$ Grenzfall (ausgezogene Linie) $\varepsilon < \varepsilon_g \Rightarrow$ Brechung (gepunktete Linie) $\varepsilon > \varepsilon_g \Rightarrow$ Reflexion (gestrichelte Linie)	
Brennweite Kuchling 362 Stöcker 316	Spiegel: $f = \frac{r}{2}$ (für kleine h gilt $a = b \approx \frac{r}{2}$) Linse: $\rightarrow$ Linsenschleifergleichung	
Brechkraft, Linsenschleifer-gleichung Kuchling 370	$D = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$ $\quad \underbrace{D_{tot} = D_1 + D_2}_{\text{Abstand von Linsen} \ll f}$ $\frac{1}{r_1}; \frac{1}{r_2} = 0$: Plan $\quad r_1, r_2 > 0$: Konvex $r_1, r_2 < 0$: Konkav	D = Brechwert in Dioptrie [dpt] n_1 = B.index d. umgebenden Mediums n_2 = B.index der Linse
Brillengleichung	$D_B = D'_{min} - D_{min} = \frac{1}{g'_{min}} - \frac{1}{g_{min}}$	D_B: Brechwert der Brille g'_{min}:neue Entfernung zum Scharf sehen g_{min}: alte Entfernung zum Scharf sehen
Abbildungs-gleichungen Kuchling 363 Stöcker 373	$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}}$ $\boxed{\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \alpha}$ $\boxed{\alpha_{tot} = \alpha_1 \cdot \alpha_2}$ G = Gegenstandshöhe g = Gegenstandsweite B = Bildhöhe b = Bildweite F = Brennpunkt f = Brennweite α = Vergösserungsfaktor $\alpha < 1$ = verkl., $\alpha > 1$ = vergr. <u>Vorzeichenkonventionen</u> ∘ Spiegel konkav / Linse konvex (sammelnd) $\Rightarrow$ $f > 0$ ∘ Spiegel konvex / Linse konkav (zerstreuend) $\Rightarrow$ $f < 0$ ∘ Bild virtuell $\Rightarrow$ $b < 0$ & $B < 0$ ∘ Gegenstand virtuell $\Rightarrow$ $g < 0$ & $G < 0$	 Bei reelem Gegenstand: $B > 0$: invertiertes Bild $B < 0$: aufrecht, seitenrichtig

1.3 Spiegel Kuchling 362 Stöcker 315

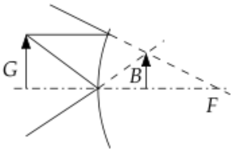
Sammel-/Konkavspiegel (Hohlspiegel)
$f > 0, g > 0$



Gegenstand ausserhalb der Brennweite
$\Rightarrow$ reelles, verkleinertes & verkehrtes Bild ($b > 0$)

Gegenstand innerhalb der Brennweite
$\Rightarrow$ virtuelles, vergrössertes & aufrechtes Bild ($b < 0$)

Streu-/Konvexspiegel (Wölbspiegel)
$f < 0, g > 0$



Gegenstand hat stets virtuelles, verkleinertes & aufrechtes Bild ($b < 0$)

Planspiegel

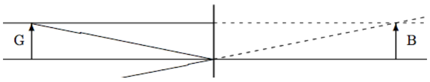
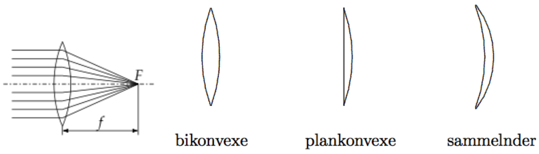


Bild ist virtuell und gleich gross wie Gegenstand, Bildweite ist gleich Gegenstandsweite. Brennpunkt liegt im Unendlichen. ($b < 0$)

1.4 Linsen Kuchling 369 Stöcker 331

Sammel-/Konvexlinsen
$f > 0, g > 0$

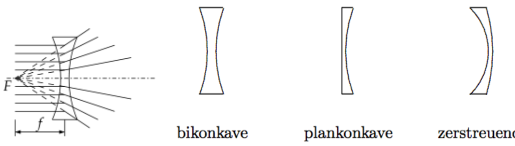


bikonvexe Linse — plankonvexe Linse — sammelnder Meniskus

Gegenstand ausserhalb der Brennweite
$\Rightarrow$ reelles, verkleinertes & verkehrtes Bild ($b > 0$)

Gegenstand innerhalb der Brennweite
$\Rightarrow$ virtuelles, vergrössertes & aufrechtes Bild ($b < 0$)

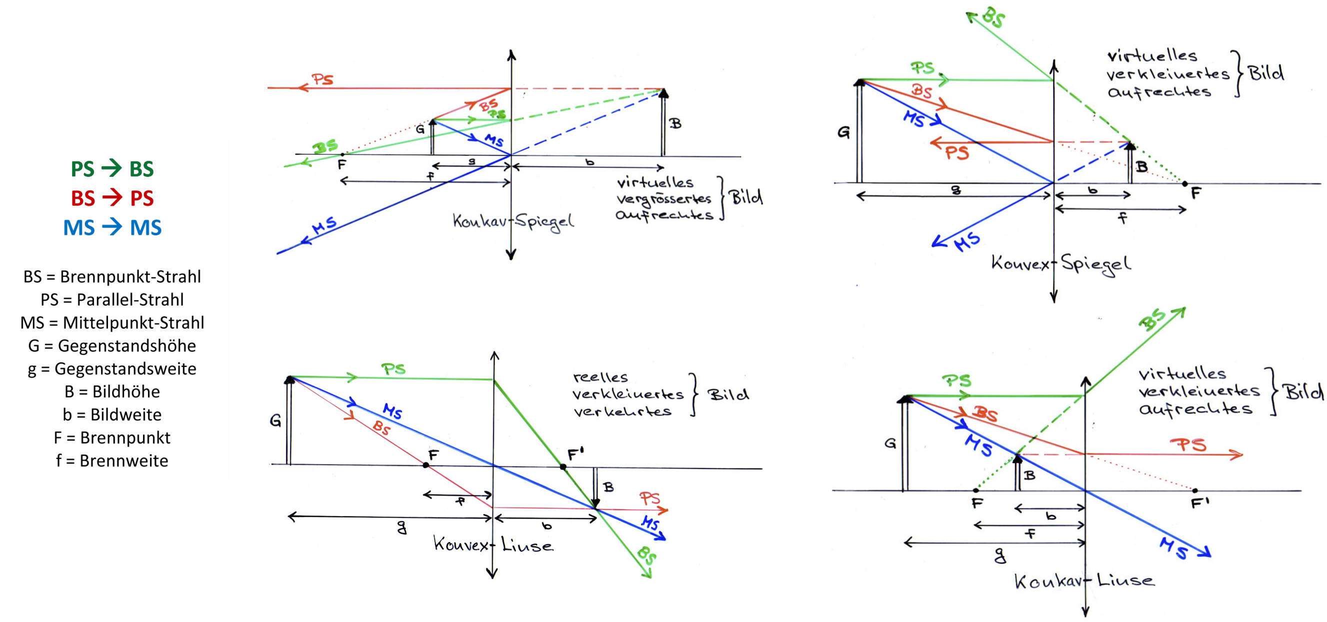
Konkav-/Zerstreuungslinsen
$f < 0, g > 0$



bikonkave Linse — plankonkave Linse — zerstreuender Meniskus

Gegenstand hat stets virtuelles, aufrechtes & verkleinertes Bild ($b < 0$)

1.5 Strahlengänge



1.6 Optische Systeme

1.6.1 Lupe Kuchling 381 Stöcker 345

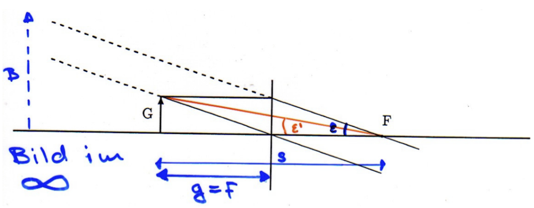
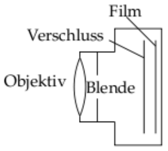


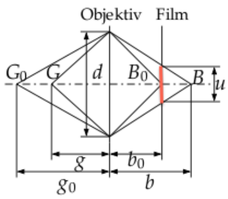
Bild ist im Unendlichen, wenn $g = f$
Erzeugt virtuelles, vergrössertes & aufrechtes Bild

V Vergrösserung — s deutliche Sehweite (Auge: 25cm)
ε Sehwinkel mit Lupe — $\varepsilon' = \varepsilon_0$ Sehwinkel ohne Lupe $= 1/60°$

$$V = \frac{s}{f} = \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon_0)} \Rightarrow \frac{s}{g} > V_{\text{normal}}$$

1.6.2 Kamera Kuchling 378 Stöcker 343





Erzeugt reelles, verkleinertes & umgekehrtes Bild

g Schärfentiefe
g_0 Mittlere Gegenstandsweite
Z Blendenzahl
E Belichtung
u Unschärfekreisdurchmesser
q Öffnungsverhältnis (Lichtstärke)
d Blenden-Durchmesser
f Brennweite (z.B. 35mm-Objektiv)

$$\boxed{\frac{1}{g_{min/max}} = \frac{1}{g_0} \pm \frac{u}{q\,f^2}} \quad \begin{array}{l} + \text{ für } g_{min} \\ - \text{ für } g_{max} \end{array}$$

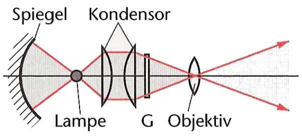
$B = \frac{f}{g-f}G$ bzw. für $g \gg f$ $\quad B = \frac{f}{g}G$

$Z = \frac{f}{d} = \frac{1}{q} \qquad q = \frac{d}{f} = \frac{1}{Z}$

$E \sim q^2\,t$

Kleine Blende ($Z = 16$, $q = 1:16$)
$\Rightarrow$ grosse Tiefenschärfe
Grosse Blende ($Z = 4$, $q = 1:4$)
$\Rightarrow$ viel Licht, kleine Tiefenschärfe

1.6.3 Projektor Kuchling 377



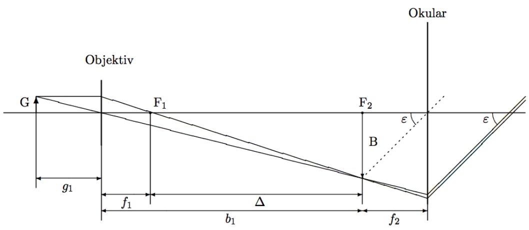
Erzeugt reelles, vergrössertes & umgekehrtes Bild
$\beta = \frac{b}{g} = \frac{b}{f} - 1$ mit β Abbildungsmasstab

1.6.4 Mikroprojektor

Erzeugt reelles Bild auf Schirm mit

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

1.6.5 Mikroskop Kuchling 382 Stöcker 345

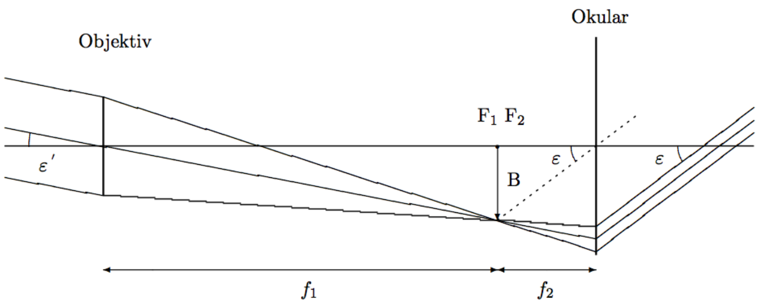


Erzeugt reelles, vergrössertes & umgekehrtes Bild.
$V_1 = \frac{\Delta}{f_1}$ Vergrösserung des Objektivs
$V_2 = \frac{s}{f_2}$ Vergrösserung des Okulars

$\Delta = \overline{F_1\,F_2} = b_1 - f_1$ Tubuslänge

$$V = V_1\,V_2 = \frac{f_1}{f_2} = \frac{\Delta}{f_1}\frac{s}{f_2} = \frac{B}{G}\frac{s}{f_2}$$

1.6.6 Keplersches (Astronomisches) Fernrohr Kuchling 383 Stöcker 347



Erzeugt reelles, vergrössertes & umgekehrtes Bild. Dies ist ein Spezialfall des Mikroskops, wo die **Gegenstandsweite** auf **unendlich** ($g \rightarrow \infty$) eingestellt ist.

D Durchmesser Objektiv
V Vergrösserung
a Abstand Okular-Austrittspupille
l Abstand Objektiv-Okular
d Grösse Austrittspup.
L Lichtstärke

$$V = \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon')} = \frac{B/f_2}{B/f_1} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{D}{d} = \frac{f_1+f_2}{a} \qquad l = f_1 + f_2 \qquad \frac{1}{f_1+f_2} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f_2} \qquad a = \frac{l}{V} \qquad d = \frac{D}{V} \qquad L = d^2 = \left(\frac{D}{V}\right)^2$$

Bezeichnung auf Fernrohren, Ferngläser (z.B. 10x50) entspricht VxD

1.6.7 Diverse Kuchling 384 Stöcker 347

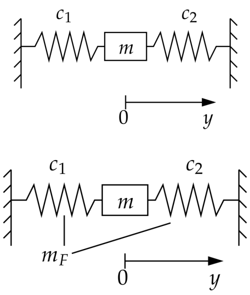
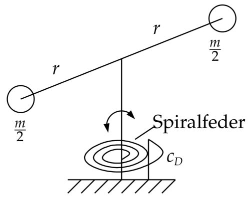
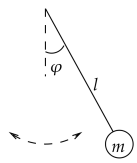
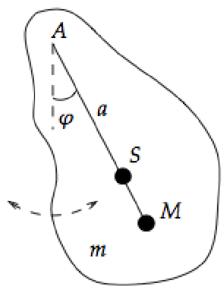
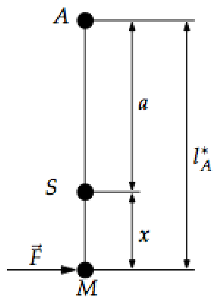
Terrestr. Fernr. $\quad V = \frac{f_1}{|f_2|}$ $\quad$ Länge: $l = f_1 - |f_2|$ (evt. mit Umkehrlinse (ZF), Prismen oder Streul. zur Umkehrung)
Spiegelteleskope $\quad$ Reflexion$\leftrightarrow$Brechung (weniger Lichtv.), k. Dispersion (k. chrom. Abberation), Verzug durch Masse

1.7 Abbildungsfehler

Sphärische Abberation	Brennweite ist Funktion des Abstands zur optischen Achse
Koma	beim schiefen Einfall ($\rightarrow$ Schweifförmiger Fehler)
Astigmatismus, Bildfeldwölbung	vertikal und horizontal $\rightarrow$ andere Brennweite (Auge)
Verzeichnung	tonnen- oder kissenförmige Verzeichnung eines Quadrates ($\rightarrow$ Photogrammetrie)
Chromatische Abberation	wegen Dispersion $\Rightarrow$ Brennweite ist Funktion von λ (Farbe)

2 Schwingungen Kuchling 192 Stöcker 235

2.1 Ungedämpfte Schwingungen

Harmonische Schwingung Kuchling 193 Stöcker 236 Trägheitskraft/Moment	$y = A\,\sin(\omega t + \varphi) \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ $\ddot{y} + \omega^2 y = 0 \qquad v(t) = \dot{y} \qquad a(t) = \ddot{y}$ Trans. : $F_T(y) = m \cdot \ddot{y} \qquad$ Rot.: $M_T(\varphi) = J \cdot \ddot{\varphi}$	A = Amplitude [1] ω = Kreisfrequenz $[\frac{1}{s}]$ $v(t)$ = Geschwindigkeit $[\frac{m}{s}]$ $a(t)$ = Beschleunigung $[\frac{m}{s^2}]$ $J = [kg \cdot m^2]$
Schwingungsenergie Kuchling 203 Stöcker 240	$E = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \frac{c\,y^2}{2} + \frac{m\,v^2}{2} = \frac{c}{2} \cdot A$ $\frac{m\,\omega^2 A^2}{2}(\sin(\omega t + \varphi)^2 + \cos(\omega t + \varphi)^2) = \frac{m\,\omega^2\,A^2}{2}$	E = Energie $[J]$ $v = \dot{y}$ = Geschwindigkeit $[\frac{m}{s}]$ m = Masse $[kg]$
Federpendel Kuchling 198 Stöcker 238	ohne Federmasse: $m\ddot{y} + c\,y = 0 \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m_1 + m_2}}$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}$ rücktr. Kraft: $F = -cy = m\,\ddot{y} = F_T$ mit Federmasse: $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m + \frac{m_F}{3}}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{m_F}{3}}{c}}$	
Drehpendel Kuchling 199 Stöcker 245	$J\ddot{\varphi} + c_D\,\varphi = 0 \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{c_D}{J}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{c_D}}$ rücktr. Drehm.: $M = -c_D\,\varphi = J\,\ddot{\varphi}$ (Bewegung)	 $c_D = [\frac{N \cdot m}{rad}]$
Fadenpendel, Mathematisches Pendel Kuchling 200 Stöcker 240	$l\ddot{\varphi} + g\sin(\varphi) = 0 \xrightarrow{\text{lin.}(\varphi \ll 1)} l\ddot{\varphi} + g\varphi = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad v = l\dot{\varphi} \qquad a = l\ddot{\varphi}$	
Physisches Pendel Kuchling 201 Stöcker 243 Massenträgheitsmomente Kuchling 131 Stöcker 103	$J_A\ddot{\varphi} + m\,g\,a\sin(\varphi) = 0 \xrightarrow{\text{lin.}} J_A\ddot{\varphi} + m\,g\,a\,\varphi = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{m\,g\,a}{J_A}} = \sqrt{\frac{g}{l^*}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{J_A}{m\,g\,a}} = 2\pi\sqrt{\frac{l^*}{g}}$ $l^* = \frac{J_A}{m\,a} = \frac{J_M}{m\,x} = \frac{J_S}{m \cdot a} + a$ bei mehreren Elementen: $J_A = \sum J_{A_i}$, $m = \sum m_i$ Satz von Steiner: $J_A = J_S + m\,a^2$, $J_M = J_S + m\,x^2$ **Perkussionszentrum** Trifft ein Schlag den Schwingungsmittelpunkt M wirken keine Kräfte auf den Punkt A & umgekehrt **Minimale Schwingungsdauer** $l^*_{min} = 2\sqrt{\frac{J_S}{m}}$ wenn $a = x = a_{min}$	 * = reduzierte Pendellänge $^*_A = l^*_M$
Schwerpunkt berechnen Kuchling 66 Stöcker 84	$\vec{R} = \frac{\sum_i \vec{r_i}\Delta m_i}{m} \qquad m = \sum_i \Delta m_i$	$\vec{R}$ = Ortsvektor des Schwerpunkts $\vec{r_i}$ = Koordinate des i-ten Elements Δm_i = Masse des i-ten Elements

2.2 Gedämpfte Schwingungen

Konstante Reibung Kuchling 205 Stöcker 249	$m\ddot{y} + cy + F_R = 0 \qquad F_R = \mu F_N \qquad \Delta A = 4\dfrac{F_R}{c}$ Masse bleibt stehen, wenn $c \cdot A_n < F_R$	ΔA = Abnahme von A pro Periode $[m]$ F_R = Reibkraft $[N]$ c = Federkonstante $[\frac{N}{m}]$
Geschwindigkeitsprop. Dämpfung Kuchling 205 Stöcker 250	$D < 1$: Schwingfall $m\,\ddot{y} + b\,\dot{y} + c\,y = \ddot{y} + \underbrace{\frac{b}{m}}_{2\delta} \cdot \dot{y} + \underbrace{\frac{c}{m}}_{\omega_0^2} \cdot y = 0$ $F_d = -b\dot{y}$ Ansatz abklingende Schwingung: $y(t) = Ae^{-\delta t}\sin(\omega_d t + \varphi_0)$ $\delta = \dfrac{b}{2m}$ $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{c}{m}}$ $\omega_d = \omega_0\sqrt{1-D^2} = \sqrt{\dfrac{c}{m} - \delta^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ $\omega_r = \omega_0\sqrt{1-2\cdot D^2} = \sqrt{{\omega_0}^2 - 2\delta^2}$ $D = \dfrac{\delta}{\omega_0} = \dfrac{\frac{\Lambda}{2\pi}}{\sqrt{1+\left(\frac{\Lambda}{2\pi}\right)^2}} \approx \dfrac{\Lambda}{2\pi}$ (für kleine D) $\Lambda = \delta T = \dfrac{2\pi D}{\sqrt{1-D^2}} = \ln\dfrac{\hat{A}_n}{\hat{A}_{n+1}} \qquad \dfrac{\hat{A}_n}{\hat{A}_{n+1}} = e^{\delta T}$ $\dfrac{A_{n+1}}{A_n} = \sqrt[k]{\dfrac{A_{n+k}}{A_n}}$ $\dfrac{E_t}{E_{t+\Delta t}} = \dfrac{A_t^2}{A_{t+\Delta t}^2} \qquad \dfrac{A_t}{A_{t+\Delta t}} = e^{\delta\Delta t}$ $D > 1$: Kriechfall (keine Schwingung mehr) $y(t) = b_1 e^{\lambda_1 t} + b_2 e^{\lambda_2 t}$ $\lambda_1 = -\omega_0(D + \sqrt{D^2-1}) \quad \lambda_2 = -\omega_0(D - \sqrt{D^2-1})$ $D = 1$: Aperiodischer Grenzfall ($\delta = \omega_0$) $y = (b_1 + b_2 t)\,e^{-\delta t} \qquad \omega_0^2 = \dfrac{c}{m} = \dfrac{b^2}{4m^2} = \delta^2$	m = Mitschwingende Masse $[kg]$ b = Dämpfungskonstante $[\frac{kg}{s}]$ c = Federkonstante $[\frac{N}{m}]$ F_d = Geschwindigkeits-proportionale Dämpfungskraft ω_0 = Eigen-Kreisfr. $[\frac{1}{s}]$ ω_d = gedämpfte Kreisfr. $[\frac{1}{s}]$ ω_r = Resonanzkreisfrequenz $[\frac{1}{s}]$ T = Periodendauer $[s]$ A = Amplitude [1] φ_0 = Phasenwinkel $[rad]$ E = Energie $[J]$ δ = Abklingkostante $[1/s]$ D = Dämpfungsgrad [1] Λ = logarithmisches Dekrement [1] $\hat{A}_n$ = A_{max} zu Zeitpunkt t_n [1] $\hat{A}_{n+1}$ = A_{max} zu Zeitpunkt $t_n + T$ [1] E_t = E zu Zeitpunkt t $[J]$ $E_{t+\Delta t}$ = E zu Zeitpunkt $t + \Delta t$ $[J]$ A_t = A zu Zeitpunkt t [1] $A_{t+\Delta t}$ = A zu Zeitpunkt $t+\Delta t$ [1] b_1 & b_2 durch Anfangsbedingungen

2.3 Diverse Formeln

Translation	Rotation	Diverses
x = Weg	φ = Weg	$F = m \cdot a$
$v = \dot{x}$	$\omega = \dot{\varphi}$	$F = m \cdot \alpha \cdot r$
$a = \dot{v} = \ddot{x}$	$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$	$M = J \cdot \alpha = J \cdot \ddot{\varphi}$

2.4 Federn in Serie und Parallel

Parallel: $c = c_1 + c_2$
Serie: $\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \longrightarrow c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$

2.5 Fremderregte Schwingungen Kuchling 213 Stöcker 254

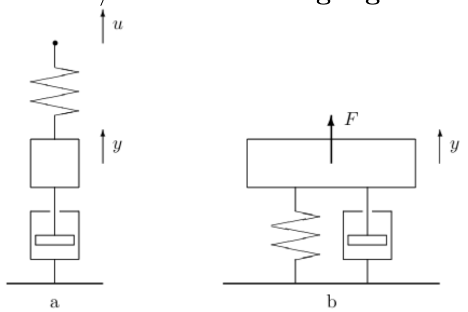
Die Erregungsschwingung ist jeweils das Störglied der DGL.

Allgemein

Dimensionslose Frequenz $\eta = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ $\quad \omega$ = Erregerkreisfrequenz

Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{c}{\sum m}}$ $\quad$ Federn parallel: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{\sum c}{\sum m}}$

Kraft- / Federkrafterregung



Differentialgleichung $m\,\ddot{y} + b\,\dot{y} + cy = \underbrace{c\,u_0}_{F_0}\,\sin(\omega t)$

Amplitude $A = \dfrac{c\,u_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + (2D\,\omega_0\,\omega)^2}}$

Phase zw. ω_0 & ω $\quad \varphi = \arctan\left(\dfrac{2D\,\omega_0\,\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right)$

Resonanzkreisfrequenz $\omega_r = \omega_0\sqrt{1-2D^2} \quad \omega_r < \omega_d < \omega_0$

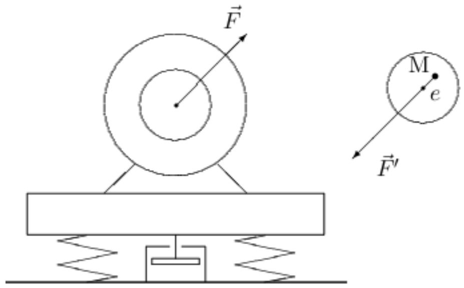
Resonanzamplitude $A_r = \dfrac{u_0}{2D\sqrt{1-D^2}} = \dfrac{c\cdot u_0}{2m\sqrt{(\delta\omega_0)^2-\delta^4}}$

Vergrösserungsfunktion $V = \dfrac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2+(2D\eta)^2}} = \dfrac{A(\omega)}{u_0}$

Vergrösserung bei Resonanz $V_r = \dfrac{1}{\sqrt{1-\eta_r^4}}$ mit $\eta_r = \sqrt{1-2D^2}$

Überkritische Dämpfung, wenn $D > \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ Auch bei Resonanz bleibt Amplitude stets unter statischer Auslenkung ($V \leq 1$)

Unwuchterregung



m_R Rotormasse (bewegt)
e Exzentrizität (Distanz Achse↔SP)
F_0 Kraft auf Fundament ohne Federung
F_{B0} verringerte Kraft

$F(t) = F_0\cdot\sin(\omega t)$ $\quad F_0 = m\cdot a_r = m\cdot\dfrac{v^2}{r} = m\cdot r\cdot\omega^2 = m_R\cdot e\cdot\omega^2$

Differentialgleichung $m\,\ddot{y} + b\,\dot{y} + c\,y = m_R\,e\,\omega^2\,\sin(\omega t)$

Amplitude $A = \dfrac{m_R\,e\,\omega^2}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(2D\,\omega_0\,\omega)^2}}$

Phase zw. ω_0 & ω $\quad \varphi = \arctan\left(\dfrac{2D\,\omega_0\,\omega}{\omega_0^2-\omega}\right)$

Resonanzkreisfrequenz $\omega_r = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{1-2D^2}}$

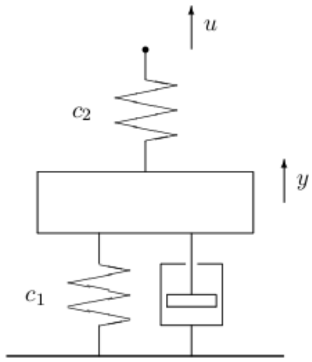
Resonanzamplitude $A_r = \dfrac{m_R}{m}\dfrac{e}{2D\sqrt{1-D^2}}$

Kraftamplitude **ohne** Fed. $\quad F_0 = m_R\,e\,\omega^2\sin(\omega t)$

Kraftamplitude **mit** Fed. $\quad F_{B0} = \dfrac{m_R\,e\,\omega^2\,\sqrt{1+4D^2\eta^2}}{\sqrt{(1-\eta^2)^2+4D^2\eta^2}} = F(\eta)$

Verhältnis $\dfrac{F_{B0}}{F_0} = \sqrt{\dfrac{1+4D^2\eta^2}{(1-\eta^2)^2+4D^2\eta^2}}$

Indirekte Federkrafterregung



Differentialgleichung $m\,\ddot{y} + b\,\dot{y} + cy = c_2\,u_0\,\sin(\omega t)$

Amplitude $A = \dfrac{c_2}{c}\dfrac{c\,u_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(2D\,\omega_0\,\omega)^2}}$

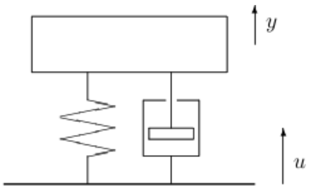
Phase zw. ω_0 & ω $\quad \varphi = \arctan\left(\dfrac{2D\,\omega_0\,\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right)$

Resonanzkreisfrequenz $\omega_r = \omega_0\sqrt{1-2D^2}$

Resonanzamplitude $A_r = \dfrac{u_0}{2D\sqrt{1-D^2}}$

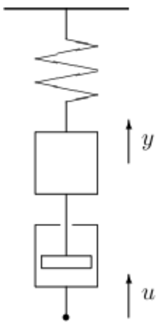
Vergrösserungsfunktion $V = \dfrac{c_2}{c}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2+(2D\eta)^2}}$

Stützenerregung



Differentialgleichung	$m\,\ddot{y} + b\,\dot{y} + c\,y = c\,u_0\,\sin(\omega t) + b\,\omega\,u_0\,\cos(\omega t)$
	$m\,\ddot{q} + b\,\dot{q} + c\,q = m\,\omega^2\,u_0\,\sin(\omega t)$
Amplitude	$A = \dfrac{\omega^2\,u_0}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + (2D\,\omega_0\,\omega)^2}}$
Phase zw. ω_0 & ω	$\varphi = \arctan\left(\dfrac{2D\,\omega_0\,\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right) - \pi$
Resonanzkreisfrequenz	$\omega_r = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{1-2D^2}}$
Resonanzamplitude	$A_r = \dfrac{u_0}{2D\sqrt{1-D^2}}$
Vergrösserungsfunktion	$V = \dfrac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$

Dämpferregung



Differentialgleichung	$m\,\ddot{y} + b\,\dot{y} + c\,y = b\,\omega\,u_0\,\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$
Amplitude	$A = \dfrac{b\,\omega\,u_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + (2D\,\omega_0\,\omega)^2}}$
Phase zw. ω_0 & ω	$\varphi = \arctan\left(\dfrac{2D\,\omega_0\,\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right) - \dfrac{\pi}{2}$
Resonanzkreisfrequenz	$\omega_r = \omega_0 \quad \rightarrow \quad$ max. bei $\eta = 1$
Resonanzamplitude	$A_r = u_0 \quad \rightarrow \quad V(1) = 1$
Vergrösserungsfunktion	$V = \dfrac{2\,D\,\eta}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$

2.6 Elektrische Schwingkreise Kuchling 530 Stöcker 253

	Serienschwingkreis	Parallelschwingkreis
Diffgl:	$L\ddot{I} + R_S\dot{I} + \dfrac{1}{C}\,I = \omega\,U_0\,\sin(\omega t + \dfrac{\pi}{2})$	$C\ddot{U} + \dfrac{1}{R_P}\dot{U} + \dfrac{1}{L}U = \omega\,I_0\,\sin(\omega t + \dfrac{\pi}{2})$
Amplitude:	$I_0 = \dfrac{\omega\,U_0}{L\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + (2D\,\omega_0\,\omega)^2}}$	$U_0 = \dfrac{\omega\,I_0}{C\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + (2D\,\omega_0\,\omega)^2}}$
Phase:	$\varphi = \arctan\left(\dfrac{2D\,\omega_0\,\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right) - \dfrac{\pi}{2}$	$\varphi = \arctan\left(\dfrac{2D\,\omega_0\,\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right) - \dfrac{\pi}{2}$
Resonanzfrequenz:	$\omega_r = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \omega_d = \omega_0\sqrt{1-D^2}$	$\omega_r = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$
Resonanzamplitude:	$I_{0_r} = \dfrac{U_0}{R_S}$	$U_{0_r} = I_0 \cdot R_P \qquad$ mit $R_P = \dfrac{\omega^2\,L^2}{R_S}$
Vergrösserungsfunktion:	$V(\eta) = \dfrac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2D\,\eta)^2}}$ Max: $V_m = \dfrac{1}{2D\sqrt{1-D^2}}$	$V(\eta) = \dfrac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2D\,\eta)^2}}$ Max: $V_m = \dfrac{1}{2D\sqrt{1-D^2}}$
Phasenverschiebung:	$\varphi_U = \arctan\left(\dfrac{2D\,\eta}{1-\eta^2}\right) - \pi$	$\varphi_I = \arctan\left(\dfrac{2D\,\eta}{1-\eta^2}\right)$
Dämpfungsgrad:	$D = \dfrac{R_S}{2}\sqrt{\dfrac{C}{L}}$	$D = \dfrac{1}{2\,R_P}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

2.6.1 Güte

$$Q = 2\pi\frac{E(t)}{E(t)-E(t+T)} = \frac{1}{2D} = V_m = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad \text{wobei} \quad E = \frac{C\,U^2}{2} + \frac{L\,I^2}{2} = \frac{L\,I_0^2}{2} = \frac{L\,\omega_0^2\,C^2\,U_0^2}{2} = \frac{C\,U_0^2}{2}$$

3 Wellen / Akustik Kuchling 229 Stöcker 265

3.1 Definitionen räumlicher Elemtarwellen

Wellengleichung: $\ddot{\xi} = u^2 \cdot \xi''(x)$ **Ebene harmonische Welle:** $\xi(\vec{r},t) = \xi_0 \sin(\omega t - k\vec{r} + \varphi)$ $\xi(\vec{r},t) = \xi_0 e^{-j(\omega t - k\vec{r})}$ **Harmonische Kugelwelle:** $\xi(\vec{r},t) = \frac{\xi_0}{\lvert\vec{r}\rvert}\sin(\omega t - k\lvert\vec{r}\rvert + \varphi)$ $\xi(\vec{r},t) = \frac{\xi_0}{\lvert\vec{r}\rvert} e^{-j(\omega t - k\lvert\vec{r}\rvert)}$	$\ddot{\xi}$ = Zweite Ableitung nach der Zeit ξ'' = Zweite Ableitung nach dem Ort $\xi(\vec{r},t)$ = Auslenkung am Ort $\vec{r}$ zur Zeit t ξ_0 = Amplitude [1] k = Wellenzahl $[\frac{1}{m}]$ $\vec{r}$ = Ortsvektor $[m]$ ω = Kreisfrequenz $[\frac{1}{s}]$ φ = Phasenverschiebung $[rad]$ λ = Wellenlänge $[m]$ u = Wellengeschwindigkeit $[\frac{m}{s}]$ f = Frequenz $[Hz]$ T = Periodendauer $[s]$

3.2 Wichtige Beziehungen

$\boxed{k = \frac{\omega}{u} = \frac{2\pi}{\lambda}}$ $\boxed{u = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot f}$ $\boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{u}{f}}$ $\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}$ $\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{u}{\lambda} = \frac{1}{T}}$ $\boxed{T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}}$ $\boxed{\varphi = \omega t - k\lvert\vec{r}\rvert}$

3.3 Wellengeschwindigkeit Kuchling 233 Stöcker 267

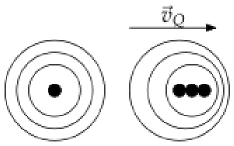
Elastische Längs-/ Longitudinalwelle $u = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$ E: Elastizitätsmodul, ρ = Dichte	**Elastische** Quer-/ Transversalwelle $u = \sqrt{\frac{G}{\varrho}}$ mit $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ G: Schubmodul, μ = Poisson-Zahl	Transversalwellen bei **Saite** oder Seil $u = \sqrt{\frac{F}{\varrho A}} = \sqrt{\frac{F}{\varrho} + \frac{\pi E A}{\varrho \lambda^2}}$ F: Spannkraft, E: Elastizitätsmodul
Schwerewellen in **tiefem Wasser** $u = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$ $(\lambda \ll h)$	Schwerewellen in **flachem Wasser** $u = \sqrt{g h}$ $(\lambda \gg h)$	**Kapillarwellen** $u = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\varrho\lambda}}$ σ: Oberflächenspannung
Schallwellen in **Fluiden** $u = \sqrt{\frac{1}{\varrho\kappa}}$ κ: Kompressibilität	Schallwellen in **Gasen** $u = \sqrt{\frac{\varkappa p}{\varrho}} = \sqrt{\frac{\varkappa R T}{M}}$ p: Druck, M: Molmasse $\varkappa$: Adiabatenexponent	**Elektromagnetische** Wellen $u = \frac{c}{n}$ n= Brechungsindex

$M_{Luft} = 0.02883\frac{kg}{mol} = 28.83\frac{g}{mol}$ $R = 8.3145\frac{J}{mol \cdot K}$ $\varkappa_{Luft} = 1.4$ T: $C^\circ + 273,15K$

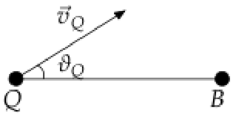
3.4 Eigenschwingungen Allg. /Akustik Kuchling 334 Stöcker 294

Allgemein	Eigenfrequenz:	$f_n = \frac{1}{T_n} = n \cdot \frac{u}{2 \cdot l}$	Wellenlänge:	$\lambda_n = \frac{u}{f_n} = \frac{2 \cdot l}{n}$
Saiten	Grundfrequenz:	$f_n = n \cdot \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\varrho A}} = n \cdot \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{\sigma}{\varrho}}$		$\lambda_n = \frac{2l}{n}$ $(n = 1, 2, 3, ...)$
Pfeifen	Offen:	$f_n = n \cdot \frac{1}{2l} u_{\text{Gas}} = n \cdot \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{\varkappa R T}{M}}$		$\lambda_n = \frac{2l}{n}$ $(n = 1, 2, 3, ...)$
	Gedeckt:	$f_{(2n-1)} = \frac{2n-1}{4l}\sqrt{\frac{\varkappa R T}{M}}$		$\lambda_n = \frac{4l}{2n-1}$ $((2n-1) = 1, 3, 5, ...)$
Membranen		$f_{mn} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{F}{\mu}}\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b}}$	m, n: Anz. Oberwellen und a, b: Länge/Breite μ: Masse / Fläche; F: Spannkraft / Länge	

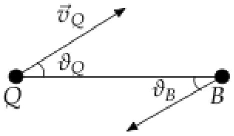
3.5 Doppler-Effekt Kuchling 342 Stöcker 277



Ruhende & bewegte Punktquelle



Bewegte Punktquelle



Bewegter Beobachter & bewegte Quelle

Bewegte Quelle, ruhender Beobachter

$$f_B = \frac{1}{1 \mp \frac{v_Q}{u}} f_Q \qquad \begin{array}{l} - \text{ auf Hörer zu} \\ + \text{ von Hörer weg} \end{array}$$

$$f_B = \frac{1}{1 - \frac{v_Q}{u}\cos(\vartheta_Q)} f_Q$$

Ruhende Quelle, bewegter Beobachter

$$f_B = \left(1 \pm \frac{v_B}{u}\right) f_Q \qquad + \text{ auf Quelle zu}$$

$$f_B = \left(1 + \frac{v_B}{u}\cos(\vartheta_B)\right) f_Q$$

Allgemein

$$f_B = \frac{u + v_B\cos(\vartheta_B)}{u - v_Q\cos(\vartheta_Q)} f_Q$$

Optischer (transversaler) Dop.-Effekt

$$f_B = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \beta\cos\vartheta_{rel}} f_Q \qquad \beta = \frac{v_{rel}}{c}$$

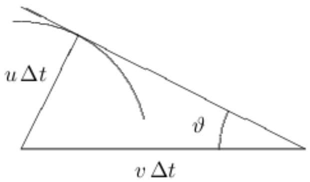
$$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_B - \vec{v}_Q$$

Schwebungsfrequenz

$$\Delta f = |f_{Empfangen} - f_{Gesendet}|$$

f_B gehörte Frequenz
f_Q gesendete Frequenz
v_B Geschwindigkeit Beobachter
v_Q Geschwindigkeit Quelle
u Schallgeschwindigkeit
v_{rel} Relativgeschwindigkeit zw. Q und B
ϑ_{rel} Winkel zwischen $\vec{v}_{rel}$ und $\overline{BQ}$

3.6 Machscher Kegel Kuchling 344 Stöcker 278



$$\sin(\vartheta) = \frac{u}{v} = \frac{1}{M}$$

Machzahl: $M = \dfrac{v}{u}$

3.7 Lichtwellen

Lichtgeschwindigkeit: $c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}}$

Intensität: $I = \dfrac{1}{2} \cdot \sqrt{\dfrac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot {E_0}^2 \quad$ in $[W/m^2]$

3.8 Optische Länge

Durchqueren Wellen Medien, muss mit optischen Längen gerechnet werden. $\quad s$ wird zu $n\,s \quad \lambda$ wird zu $\dfrac{\lambda}{n}$

3.9 Überlagerung / Interferenz Kuchling 233, 235 Stöcker 272, 354

3.9.1 Interferenzbedingungen

	Phase	**Weg**
Konstruktiv:	$k_0(n \cdot \Delta x) = m\,2\pi$	$n\,\Delta x = m\,\lambda$
Destruktiv:	$k_0(n \cdot \Delta x) = (2m+1)\pi$	$n\,\Delta x = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

$k_0 = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}$ = Wellenzahl im Vakuum
λ_0 = Wellenlänge im Vakuum
n = Brechungsindex, Kuchling Tab 39, S.653
$n \cdot \Delta x$ = optische Gangdifferenz

Phasensprung: Ein Phasensprung um π bzw. $\frac{\lambda}{2}$ findet bei **Reflektion** an einem härteren oder optisch dichterem Material (**höheres** n) statt.

3.10 Remission/Transmission

Remission $R = \left(\dfrac{f-1}{f+2}\right)^2$ mit $f = \dfrac{n_1}{n_2}$ $\qquad$ **Transmission** $T = 1 - R$

3.11 Schallmessung Kuchling 348 Stöcker 287

Welle: $\xi = \xi_0 \sin(\omega t - kx)$ ξ_0 Schallausschlag $[\xi]$: m

Schallschnelle: $v = v_0 \cos(\omega t - kx) \quad \rightarrow \quad v = \dot{\xi} = \omega \xi_0 \cos(\omega t - kx) \rightarrow \frac{v_0}{\omega} = \xi_0$

Schall(wechsel)druck: $\tilde{p} = \Delta p_0 \cos(\omega t - kx)$

Druckamplitude: $\Delta p_0 = Z \cdot v_0$ Schallimpedanz $Z = \varrho \cdot u$

Effektivwert: $p_{\text{eff}} = \frac{\Delta p_0}{\sqrt{2}}$

Schallintensität: $I = \frac{1}{2} \varrho v_0^2 u = \frac{1}{2} \varrho \omega^2 \xi_0^2 u = \frac{\Delta p_0^2}{2 \cdot Z}$ ξ_0 Schallausschlag; ϱ Dichte des Mediums

Schallpegel [dB] : $\boxed{L_I = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)}$ $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 $L_I = L_p$ für Z=400kg/m^{2}s @ 20°C

Schalldruckpegel: $L_p = 20 \cdot \log\left(\frac{p_{\text{eff}}}{p_{\text{eff}_0}}\right) = 20 \cdot \log\left(\frac{\Delta p_0}{\sqrt{2} \cdot p_{\text{eff}_0}}\right)$ $p_{\text{eff}_0} = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa

Schallschnellenpegel: $L_v = 20 \cdot \log\left(\frac{v_{\text{eff}}}{v_{\text{eff}_0}}\right)$ $v_{\text{eff}_0} = 5 \cdot 10^{-8}$m/s

Schallleistungspegel: $L_P = 10 \cdot \log\left(\frac{P}{P_0}\right)$ $P_0 = 10^{-12}$W

Schallfluss: $\vec{q} = \int_A \vec{v} \cdot dA$

Wellengeschwindigkeit: $u = \sqrt{\frac{1}{\varrho \kappa}} = \underbrace{\sqrt{\frac{\varkappa p}{\varrho}} = \sqrt{\frac{\varkappa R T}{M}}}_{\text{für Gase}}$ (Schallgeschwindigkeit) κ: Kompressibilität

$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = -\kappa \cdot \Delta p$ $(p \cdot V = \text{const @ } T_{\text{const}} \text{ bzw. } p \cdot V^{\varkappa} = \text{const})$

Lautstärke: $S = 2^{0.1 \cdot (L_S - 40)}$ L_S = Lautstärkepegel [phon] = L_P @ 1kHz, Hörschwelle 4phon

Ebene Welle (z.B. Parabolspiegel) → konstantes I, keine geom. Dämpfung nur Luftdämpfung

$\boxed{L_2 = L_1 - K \cdot (r_2 - r_1)}$ für $d << r \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{P}{4\pi(r+d)^2} \approx \frac{P}{4\pi r^2} = I_1 \quad I = \text{konstant}$

Kugelwellen (Punktquellen) : $I = \frac{P}{4\pi r^2} \quad \rightarrow \quad \sim \frac{1}{r^2}$ und $\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$

$$\boxed{L_2 = L_1 - \underbrace{20 \cdot \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}_{\text{geom. Dämpfung}} - \underbrace{K \cdot (r_2 - r_1)}_{\text{Luftdämpfung}}}$$ mit K: Schalldämpfung [dB/m]

Zylinderwellen (Linienquellen) : $I = \frac{P}{l\, 2\pi r} \quad \rightarrow \quad \sim \frac{1}{r} \quad \Rightarrow \boxed{L_2 = L_1 - 10 \cdot \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - K \cdot (r_2 - r_1)}$

Schalldämmung: $\boxed{R = 10 \log\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}$

Phasensprung um $\lambda/2$, π bei Reflexion während Übergang von gasförmig → fest

Infra-/Ultraschall Infraschall < 16Hz...20kHz < Ultraschall ...10GHz < Hyperschall

3.12 Wellenoptik

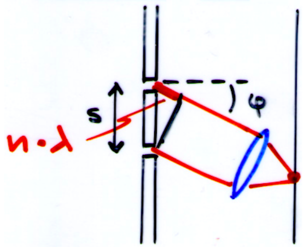
3.12.1 Prinzip von Huygens Kuchling 229

Jeder Punkt einer Welle ist Zentrum einer neuen Kugelwelle (sogenannte Huygens'sche Elementarwelle). Die Wellenfront zu einem späteren Zeitpunkt ist die Einhüllende dieser Huygens'schen Elementarwellen.

3.12.2 Beugung am Doppelspalt

Minimum n-ter Ordnung
$\sin(\varphi_n) \cdot s = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$
Maximum n-ter Ordnung
$\sin(\varphi_n) \cdot s = n \cdot \lambda$

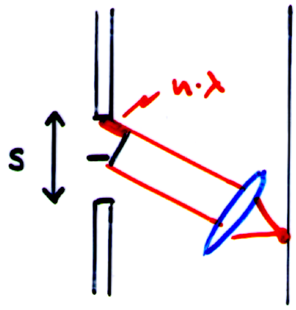
λ = Wellenlänge des Lichts
s = Spalt-Abstand
φ_n = Winkel n-ter Ordnung
n = 0,1,2,... = Ordnung



3.12.3 Beugung am Einfachspalt

Minimum n-ter Ordnung
$\sin(\varphi_n) \cdot s = n \cdot \lambda$
Maximum n-ter Ordnung
$\sin(\varphi_n) \cdot s = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$

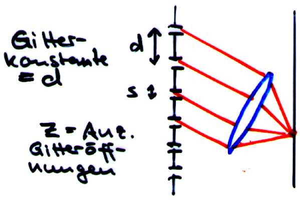
λ = Wellenlänge des Lichts
s = Spalt-Abstand
φ_n = Winkel n-ter Ordnung
n = 0,1,2,... = Ordnung



3.12.4 Beugung am Gitter

Hauptmaximum n-ter Ordnung
$\boxed{\sin(\varphi_n) \cdot d = n \cdot \lambda}$

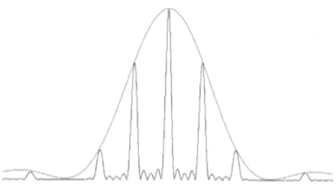
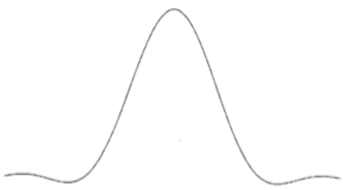
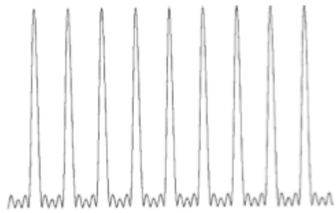
λ = betrachtete Lichtwellenlänge
d = konstanter Spaltenabstand
φ_n = Maximumwinkel n-ter Ordnung
n = 0,1,2,... = Ordnung



Bedingungen für optimales optisches Gitter

1. Möglichst kleine Gitterkonstante **d**
2. Möglichst grosse Gitter-Zahl **z**
3. Möglichst kleine Gitter-Breite **s**

Intentitäts-Verteilung **Gitter** ≈ Formfaktor = Intensitätsverteilung **Einzelspalt** × Interferenzfunktion = Intensitätsverteilung **Doppelspalt**

 ≈  × 

Dabei entsteht immer z-2 Neben-Maxima.

3.12.5 Babinet-Theorem

Komplemetäre Strukturen (also Negativ und Positiv) liefern gleiche Beugungsbilder

4 Idiotenseite

4.1 SI-Vorsätze

Symbol	**Name**	**Wert**	**Binär**
da	Deka	10^1	
h	Hekto	10^2	
k	Kilo	10^3	$2^{10} = 1024$
M	Mega	10^6	2^{20}
G	Giga	10^9	2^{30}
T	Tera	10^{12}	2^{40}
P	Peta	10^{15}	2^{50}

Symbol	**Name**	**Wert**
d	Dezi	10^{-1}
c	Centi	10^{-2}
m	Milli	10^{-3}
y, μ	Mikro	10^{-6}
n	Nano	10^{-9}
p	Piko	10^{-12}
f	Femto	10^{-15}

4.2 Funktionswerte für Winkelargumente

deg	rad	sin	cos	tan
0	0	0	1	0
30	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

deg	rad	sin	cos
90	$\frac{\pi}{2}$	1	0
120	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
135	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
150	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

deg	rad	sin	cos
180	π	0	-1
210	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
225	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
240	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$

deg	rad	sin	cos
270	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0
300	$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
315	$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
330	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

4.3 Periodizität

$\cos(a + k \cdot 2\pi) = \cos(a)$ $\quad \sin(a + k \cdot 2\pi) = \sin(a)$ $\quad (k \in \mathbb{Z})$

4.4 GrichischesAlphabet

4.4.1 klein

α	Alpha	θ	Theta	o	o	τ	Tau
β	Beta	ϑ	Theta	π	Pi	υ	Ypsilon
γ	Gamma	γ	Gamma	ϖ	Pi	ϕ	Phi
δ	Delta	κ	Kappa	ρ	Roh	φ	Phi
ϵ	Epsilon	λ	Lambda	ϱ	Roh	χ	Chi
ε	Epsilon	μ	Mu	σ	Sigma	ψ	Psi
ζ	Zeta	ν	Nu	ς	Sigma	ω	Omega
η	Eta	ξ	Xi				

4.4.2 gross

Γ	Gamma	Λ	Lambda	Σ	Sigma	Ψ	Psi
Δ	Delta	Ξ	Xi	Υ	Ypsilon	Ω	Omega
Θ	Theta	Π	Pi	Φ	Phi		

4.5 Volumen

Kugel $\frac{4}{3}\pi r^3$

Zylinder $\pi r^2 \cdot h$