2. ЗАДАЧІ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

План викладу матеріалу:

1. Метод лінійного згортання критеріїв.
2. Метод максимінного згортання критеріїв.
3. Метод головного критерію.
4. Виокремлення єдиного розв'язку.

Ключові терміни розділу

- *Невизначеність мети*
- *Вагові коефіцієнти*
- *Максимінне згортання критеріїв*
- *Порівняння методів згортання*
- *Апроксимація множини Слейтера*
- *Гіпотеза похибок*
- *Лінійне згортання критеріїв*
- *Лінії рівня у просторі критеріїв*
- *Нормування вагових коефіцієнтів*
- *Апроксимація множини Парето*
- *Гіпотеза ранжування критеріїв*
- *Експертний характер гіпотез*

Для великого технічного чи економічного проекту типовою є ситуація, коли необхідно задовольняти різні, часто суперечливі вимоги. Наприклад, головне бажання конструктора полягає у тому, щоб його літак був швидкісним, висотним, надійним і найдешевшим. Досягти цього одночасно неможливо в принципі! Реальна конструкція завжди буде якимось компромісом. У цьому і полягає проблема багатокритеріальності (*невизначеності мети*).

Задача багатокритеріальної оптимізації з множиною *допустимих розв'язків* $D \subset R^n$ і *функцією мети* $f(\bar{x}) = (f_1(\bar{x}), \ldots, f_m(\bar{x}))$ має вигляд $f_i(\bar{x}) \to \max\limits_{\bar{x}\in D}, i = \overline{1,m}$ (див. задачу 1.7).

Як уже було сказано, оптимальний розв'язок задачі (1.7) необхідно шукати серед взаємно недомінованих елементів множини Парето $P(D)$ (або серед взаємно недомінованих елементів множини Слейтера $S(D)$), а обрання серед цих елементів оптимального вимагає дотримання певних *гіпотез* (*інженерних* методів), які не випливають з умови задачі. Ці інженерні методи ми розглянемо у пункті 2.4.

2.1. Метод лінійного згортання критеріїв

Метод лінійного згортання критеріїв дає змогу замінити векторний критерій оптимальності $f=(f_1,\ldots,f_m)$ на скалярний $F(\overline{\alpha},\,\overline{x}):D\to R$ за допомогою лінійного об'єднання усіх часткових цільових функціоналів $f_1,\ldots,f_m$ в один:

$$F(\overline{\alpha},\,\overline{x})=\sum_{i=1}^{m}\alpha_i f_i(\overline{x})\to\max_{\overline{x}\in D};\quad \overline{\alpha}\in A, \qquad (2.1)$$

де $A=\left\{\overline{\alpha}=(\alpha_1,\ldots,\alpha_m)^T \;\middle|\; \alpha_i>0, \sum_{i=1}^{m}\alpha_i=1\right\}$.

Вагові коефіцієнти α_i вважають показниками відносної значущості відповідних часткових цільових функціоналів f_i. Чим вагоміший критерій f_i, тим більше він впливатиме на значення суми і, відповідно, тим більше числове значення α_i він матиме. Значення коефіцієнтів α_i отримують за результатами експертного аналізу.

Теорема 2.1. Розв'язок задачі (2.1) є *ефективним* вектором.

➢ *Від супротивного.* Нехай $\overline{x}_0\in D$ є розв'язком задачі (2.1), а також $\exists\,\overline{x}_1\in D:\ f_i(\overline{x}_1)\geq f_i(\overline{x}_0)$, а для $i=s$ маємо $f_s(\overline{x}_1)>f_s(\overline{x}_0)$. Тоді $\sum_{i=1}^{m}\alpha_i f_i(\overline{x}_1)>\sum_{i=1}^{m}\alpha_i f_i(\overline{x}_0)$ і, відповідно, $\overline{x}_0$ *не максимізує* функціонал $F(\overline{\alpha},\,\overline{x})$. З отриманої суперечності випливає, що точки $\overline{x}_1\in D$ із заданими ознаками не існує, отож $\overline{x}_0$ – ефективний вектор. ≺

Ця теорема встановлює важливий факт, що $\bigcup_{\overline{\alpha}\in A}X(\overline{\alpha})\subseteq P(D)$,

де $X(\overline{\alpha}^*)=\operatorname{Arg}\max_{\overline{x}\in D}F(\overline{\alpha}^*,\,\overline{x})$ – множина розв'язків (2.1) для $\overline{\alpha}^*\in A$.

Звернемось до геометричної ілюстрації лінійного згортання критеріїв для $m=2$: $F(\overline{\alpha},\,\overline{x})=\alpha_1 f_1(\overline{x})+\alpha_2 f_2(\overline{x})=\Phi(f_1,\,f_2)$, де функція Φ має область визначення у просторі критеріїв (f_1, f_2). Побудуємо лінії рівня функції Φ:

$$\alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2 = c = \text{const}. \tag{2.2}$$

Графіки прямих (2.2) для різних констант у правій частині і різних вагомих коефіцієнтів зображено на рис. 2.1.

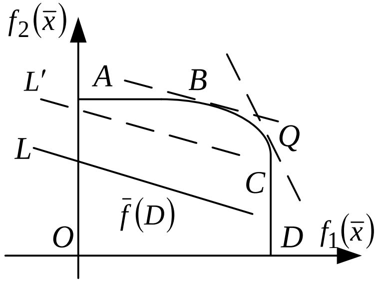

Рис. 2.1. Лінії рівня функції Φ

Кутовий коефіцієнт нахилу прямої L дорівнює $-\alpha_1/\alpha_2$. Під час збільшення константи c пряма переміщується вверх паралельно L, займаючи положення L'. Отож отримуємо сім'ю ліній рівня і максимум функції Φ, а також і F, що досягається у точках площини (f_1, f_2), які відповідають точкам дотику (але не перетину) лінії рівня і дуги BC – множини *ефективних оцінок* $P(\bar{f})$. На рис. 2.1 точка B – це точка, яку визначено зазначеним методом.

Жодна із точок проміжків $[A, B)$ і $(C, D]$, які відповідають *малоефективним*, а не ефективним розв'язкам, не може бути точкою дотику $\bar{f}(D)$ і будь-якої лінії рівня функції Φ (кутовий коефіцієнт $-\alpha_1/\alpha_2$ не може дорівнювати нулю чи нескінченності). На рис. 2.1 позначено також точку Q, яка є розв'язком задачі (2.1) за іншого набору вагомих коефіцієнтів.

Ситуацію, пов'язану з існуванням ефективних розв'язків, які водночас не є розв'язками задачі (2.1), зображено на рис. 2.2. Усі точки дуги BC є ефективними оцінками, та жодна з них (окрім точок B, C) не може бути точкою дотику ліній рівня функції Φ до множини $\bar{f}(D)$ за будь-якого набору коефіцієнтів $\overline{\alpha} \in A$.

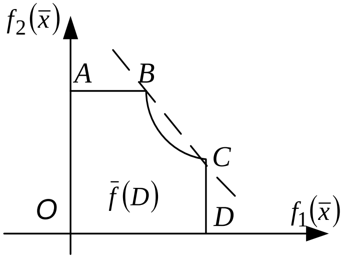

Рис. 2.2. Приклад множини ефективних оцінок

Дуже часто за евристичного вибору коефіцієнтів $\overline{\alpha} \in A$ у методі лінійного згортання критеріїв намагаються одразу визначити бажану ефективну точку, виходячи із заданих оцінок часткових критеріїв за *важливістю*.

Наприклад, якщо критерій f_2 *важливіший* за критерій f_1, то бажано було б єдиним розв'язком багатокритеріальної задачі отримати ефективний вектор, який відображається у точку A множини ефективних оцінок (рис. 2.3). Однак невідомо при цьому, на скільки коефіцієнт α_2 має перевищувати коефіцієнт α_1, щоб було отримано цей вектор. На рис. 2.3 проілюстровано ситуацію, коли $\alpha_2 > \alpha_1$ і водночас у точці B значення $f_1^B > f_2^B$!

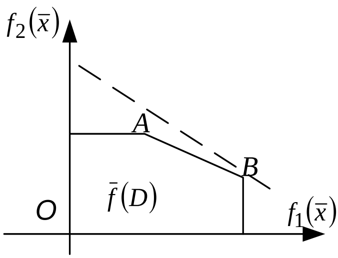

Рис. 2.3. Евристичний вибір вагомих коефіцієнтів

Наведені рисунки і графіки є ілюстративними. Насправді, під час розв'язування багатокритеріальних задач графічна інформація цілком відсутня, і дослідник має справу з винятково аналітичними постановками відповідних оптимізаційних задач.

2.2. Метод максимінного згортання критеріїв

Метод максимінного згортання критеріїв дає змогу замінити векторний критерій оптимальності $f=(f_1,\ldots,f_m)$ на скалярний $F_1(\overline{\alpha},\, \overline{x}): D \to R$ за допомогою того з часткових цільових функціоналів, якому в точці $\overline{x}$ відповідає *найменше* значення $f_i(\overline{x})$:

$$F_1(\overline{\alpha},\, \overline{x}) = \min_i \alpha_i f_i(\overline{x}) \to \max_{\overline{x}\in D},\ \overline{\alpha} \in A \tag{2.3}$$

Якщо у випадку (2.1) "*погані*" значення деяких $f_i(\overline{x})$ можуть компенсуватися за рахунок "*добрих*" значень інших цільових функціоналів, то у випадку (2.3) зроблено ставку на *найгірший* випадок (за значенням $F_1(\overline{\alpha},\, \overline{x})$ можна визначити гарантовану нижню оцінку усіх функціоналів $f_i(\overline{x})$). Цей факт розцінюють як певну перевагу максимінного згортання критеріїв перед лінійним. Вагові коефіцієнти $\overline{\alpha} \in A$ застосовують з метою приведення у взаємну відповідність масштабів вимірювань значень окремих $f_i(\overline{x})$

Теорема 2.2. Розв'язок задачі (2.3) є *малоефективним* вектором і навпаки, якщо для деякого малоефективного вектора $\overline{x}_0$ виконується $f_i(\overline{x}_0) > 0$ $\left(i=\overline{1,m}\right)$, то $\overline{x}_0$ можна отримати як розв'язок задачі (2.3) за деяких $\alpha_i' > 0$ $\left(i=\overline{1,m}\right)$.

➢ **Пряме твердження** (*від супротивного*). Нехай $\overline{x}_0 \in D$ є розв'язком задачі (2.3), а також $\exists\, \overline{x}_1 \in D:$ $f_i(\overline{x}_1) > f_i(\overline{x}_0)$ $\left(i=\overline{1,m}\right)$. Тоді $\alpha_i f_i(\overline{x}_1) > \alpha_i f_i(\overline{x}_0)$; $\min\limits_i \alpha_i f_i(\overline{x}_1) > \min\limits_i \alpha_i f_i(\overline{x}_0)$ $\left(i=\overline{1,m}\right)$. Отримали нерівності, за якими $\overline{x}_0$ не *максимізує* функціонал $F_1(\overline{\alpha},\, \overline{x})$. З отриманої суперечності випливає, що точки $\overline{x}_1 \in D$ із заданими ознаками не існує, отож $\overline{x}_0$ – малоефективний вектор.

Зворотне твердження. Нехай $\overline{x}_0 \in D$ – малоефективний вектор.

Введемо числа $\alpha_i' = 1/ f_i(\overline{x}_0) > 0$ і доведемо, що

$$\max_{\overline{x}\in D} \min_i \alpha_i' f_i(\overline{x}) = \min_i \alpha_i' f_i(\overline{x}_0) \equiv 1\,. \tag{2.4}$$

Виконання співвідношення (2.4) означатиме, що за вибраних коефіцієнтів $\alpha'_i > 0$ максимум по $\bar{x}$ досягатиметься на векторі $\bar{x}_0$ (тим самим зворотне твердження теореми 2.2 буде доведено).

Оскільки $\bar{x}_0 \in D$ – малоефективний вектор, то не існує такого вектора $\bar{x} \in D$, щоб $\forall i$ $\left(i = \overline{1, m}\right)$: $f_i(\bar{x}) > f_i(\bar{x}_0)$. Отож, можна стверджувати, що у цьому випадку $\forall\, \bar{x} \in D$ $\exists\, i = s$: $f_s(\bar{x}) \le f_s(\bar{x}_0)$.

Далі отримаємо такий ланцюжок правильних тверджень:

$$\forall\, \bar{x} \in D:\ \alpha'_s f_s(\bar{x}) \le \alpha'_s f_s(\bar{x}_0) \equiv 1;$$

$$\min_{1 \le i \le m} \alpha'_i f_i(\bar{x}) \le 1 = \min_{1 \le i \le m} \alpha'_i f_i(\bar{x}_0);$$

$$\max_{\bar{x} \in D} \min_i \alpha'_i f_i(\bar{x}) \le \min_i \alpha'_i f_i(\bar{x}_0) \equiv 1.$$

Співвідношення (2.4) доведено.

Якщо малоефективний вектор $\bar{x}_0$ отриманий як розв’язок задачі (2.3) за деякого набору коефіцієнтів $\alpha'_1, \ldots, \alpha'_m : \alpha'_i > 0,$ то цей же розв’язок досягатиметься і за набору $k\alpha'_1, \ldots, k\alpha'_m$, де k – довільне додатне число. Отже, якщо не виконується *умова нормування* $\sum_{i=1}^{m} \alpha'_i = 1,$ то замість α'_i обирають $\alpha_i = \alpha'_i \cdot \left(\sum_{i=1}^{m} \alpha'_i \right)^{-1}.$ ∢

Ця теорема встановлює важливий факт, що $\bigcup_{\bar{\alpha} \in A} X(\bar{\alpha}) \subseteq S(D)$, де $X(\bar{\alpha}^*) = \operatorname{Arg} \max_{\bar{x} \in D} F_1(\bar{\alpha}^*, \bar{x})$ – множина розв’язків (2.3) для $\bar{\alpha}^* \in A$.

Дамо геометричну ілюстрацію для випадку двох цільових функціоналів f_1, f_2. Маємо $F_1(\bar{\alpha}, \bar{x}) = \min\{\alpha_1 f_1(\bar{x}), \alpha_2 f_2(\bar{x})\}$. Якщо розглядати цю залежність у просторі критеріїв, то одержимо функцію $\Phi_1(f_2, f_2) = \min\{\alpha_1 f_1(\bar{x}), \alpha_2 f_2(\bar{x})\}$.

Побудуємо лінії рівня (лінії постійного значення) функції Φ_1 на площині (f_1, f_2). Для цього розглянемо пряму L, задану рівнянням $\alpha_1 f_1 = \alpha_2 f_2$ за деякого фіксованого наборі $\{\alpha_1, \alpha_2\}$. Графік прямої $f_2 = \dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} f_1$ проілюстровано на рис. 2.4.

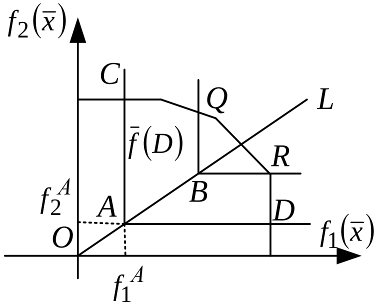

Рис. 2.4. Лінії рівня функції мінімуму Φ_1

У будь-якій точці прямої, наприклад, у точці $A = (f_1^A, f_2^A)$, матимемо $\alpha_1 f_1^A = \alpha_2 f_2^A$. Під час зміщення із точки A вправо паралельно осі абсцис f_1 одержимо $\alpha_1 f_1 > \alpha_2 f_2^A$ Аналогічна ситуація спостерігається і під час зміщення вгору із точки A паралельно осі ординат f_2: $\alpha_2 f_2 > \alpha_1 f_1^A$ Отож, відповідно до визначення функції Φ_1, її лінія рівня, що відповідає значенню $\Phi_1 = \alpha_1 f_1^A = \alpha_2 f_2^A$, збігатиметься з прямим кутом *CAD*.

Отже, в усіх точках відрізків $[A, C]$ та $[A, D]$ функція Φ_1 матиме одне і те ж значення, яке збігається з її значенням у вершині A.

Очевидно, що будь-який *кут* подібного типу з вершиною, розміщеною на прямій L, також буде лінією рівня, яка дорівнює деякому значенню функції Φ_1. Під час руху вздовж прямої L від початку координат на "*північний схід*" отримуватимемо лінії рівня, які дорівнюватимуть усе більшим значенням Φ_1 (наприклад, на рис.2.4 зображені лінії рівня *QBD*, де $\Phi(B) > \Phi(F)$). Отже, обираючи різні набори вагових коефіцієнтів $\{\alpha_1, \alpha_2\}$, отримують цілу сім'ю *кутових ліній* рівня функції Φ_1.

Зрозуміло, що розв'язок задачі (2.3) відповідатиме найвіддаленішому від початку координат положенню *кута* (у межах множини $\bar{f}$ (D)), якому відповідає максимально можливе значення функції Φ_1, а, отже, і функціонала F_1. На рис. 2.5 проілюстровано множину малоефективних оцінок (відрізок $[C, D]$)). На цьому ж рисунку подано розв'язок $[B, Q]$, отриманий за іншого набору вагомих коефіцієнтів, відповідних прямій L'.

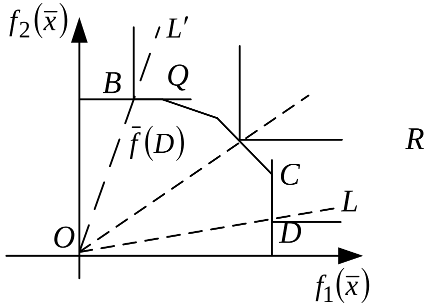

Рис. 2.5. Розв'язки за різних наборів вагових коефіцієнтів

Обираючи різні набори вагових коефіцієнтів $\{\alpha_1, \alpha_2\}$, отримують "*північну*", "*північно-східну*" та "*східну*" частини границі множини значення $\bar{f}$ (D).

Необхідно зазначити, що задачі оптимізації (2.3) можуть налічувати декілька розв'язків. На рис. 2.5 розв'язком слугує ціла множина $[C, D]$ малоефективних оцінок і відповідних малоефективних розв'язків початкової багатокритеріальної задачі.

Побудовані на основі методів згортання критеріїв, обчислювальні процедури задають деяку сітку у просторі вагових коефіцієнтів A. Далі для отриманої множини скінчених наборів вагових коефіцієнтів $\bar{\alpha}^1 = \left(\alpha_1^1, \ldots, \alpha_m^1\right)$, …, $\bar{\alpha}^N = \left(\alpha_1^N, \ldots, \alpha_m^N\right)$ розв'язується декілька однокритеріальних задач (2.1) чи (2.3). У результаті приходять до побудови необхідної апроксимації множин $P(D)$ і $S(D)$. Користувач відповідної програмної системи, зазвичай, має можливість впливати на заданий процес, керуючи певною мірою вибором вагових коефіцієнтів.

2.3. Метод головного критерію

У методі *головного критерію* цільовим функціоналом обирають один з часткових цільових функціоналів (наприклад f_1), який найповніше, з погляду ОУР, відображає ціль багатокритеріальної задачі ухвалення рішень. Отже, замість задачі 1.7 розв’язується така задача:

$$f_1(\bar{x}) \to \max_{\bar{x}\in D'}; \; D' \subseteq D \subseteq R^n; \tag{2.5}$$

де $D' = \left\{\bar{x} \in D \,\middle|\, f_i(\bar{x}) \geq t_i,\ i = \overline{2,m}\right\}$.

Формально одержали однокритеріальну задачу оптимізації $f_1(\bar{x})$ на новій області допустимих розв’язків *D*'. Додалися обмеження виду $f_i(\bar{x}) \geq t_i$ $\left(i = \overline{2,m}\right)$, які для решти функціоналів задають вимогу їхньої обмеженості знизу. Важливо розуміти, що перехід від (1.4) до (2.5) зовсім не є переходом від однієї еквівалентної задачі до іншої. Відбулася істотна зміна вихідної постановки задачі, що у кожній конкретній ситуації вимагає окремого обґрунтування.

Теорема 2.3. Розв’язок задачі (2.5) є *малоефективним* вектором.

➢ *Від супротивного.* Нехай $\bar{x}_0 \in D$ є розв’язком задачі (2.5), а також $\exists\, \bar{x}_1 \in D$: $f_i(\bar{x}_1) > f_i(\bar{x}_0)$ $\left(i=\overline{1,m}\right)$. Тоді $\bar{x}_1 \notin D'$, оскільки це суперечитиме властивості, що $\forall \bar{x} \in D'$: $f_1(\bar{x}_0) \geq f_1(\bar{x})$.

Оскільки $\bar{x}_1 \notin D'$, то $\exists\ i = s$: $f_s(\bar{x}_1) < t_s \leq f_s(\bar{x}_0)$. Отримали суперечність з припущеннями відносно $\bar{x}_1$. Теорему доведено. ⋖

Теорема 2.4. Будь-який ефективний вектор може бути розв’язком задачі (2.5) при деяких t_i $\left(i = \overline{2,m}\right)$.

➢ Нехай $\bar{x}_0 \in P(D)$; приймемо $t_i = f_i(\bar{x}_0)$ $\left(i = \overline{2,m}\right)$. Покажемо, що у цьому випадку $\bar{x}_0$ є розв’язком (2.5). Виберемо довільний $\bar{x}_1 \in D'$. Тоді $f_i(\bar{x}_1) \geq t_i = f_i(\bar{x}_0)$ $(i = 2,m)$. Якщо $f_1(\bar{x}_1) > f_1(\bar{x}_0)$, то це суперечитиме ефективності вектора $\bar{x}_0$. Отже, $f_1(\bar{x}_1) \leq f_1(\bar{x}_0)$, що еквівалентно (2.5). Теорему доведено. ⋖

Метод головного критерію допускає просту графічну ілюстрацію. Рис. 2.6 відображає припущення, що *головним* обрано критерій f_1, а на значення функціонала f_2 накладено обмеження $f_2 \ge t_2$. Образ множини точок D' ($\bar{f}(D')$), які задовольняють додатковому обмеженню, відповідає багатокутнику *BQCDR*.

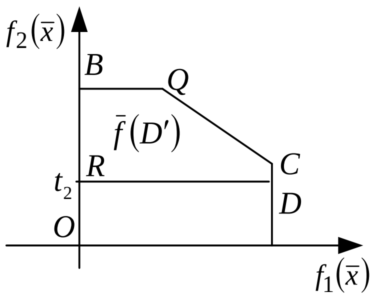

Рис. 2.6. Метод головного критерію

Максимізація критерію f_1 на множині D', очевидно, спричинюватиме до побудови відрізка [*C*, *D*] на рис. 2.6. Задаючи різні значення t_2, можна отримати апроксимацію "*північно-східної*" і "*східної*" частин границі множини $\bar{f}(D')$, куди входять усі малоефективні розв'язки задачі.

За вибору *головним* критерію f_2 аналогічно будують "*північну* " і "*північно-східну*" частини границі.

Нехай відомий діапазон зміни функціонала f_i:

$$f_i^H \le f_i \le f_i^B, \quad i = 2, \ldots, m.$$

Тоді із доведення останньої теореми випливає, що відповідні f_i (під час роботи з критерієм f_1 як з головним) змінюватимуться у тих же межах, проходячи через обрану сітку значень (аналогічно побудові апроксимацій множини ефективних і малоефективних розв'язків у методах лінійного та максимінного згортання критеріїв).

2.4. Виокремлення єдиного розв'язку

Як випливає з попередніх параграфів, домінуючий розв'язок задачі багатокритеріальної оптимізації (1.7) у загальному випадку може налічувати понад одну альтернативу, і тоді ОУР зіштовхується з проблемою вибору одного допустимого розв'язку з деякої множини еквівалентних або не порівнюваних між собою (взаємно недомінованих) розв'язків.

Єдиний розв'язок задачі багатокритеріальної оптимізації шукають серед множини ефективних чи малоефективних розв'язків задачі (1.7) з використанням *додаткових гіпотез*, які не випливають безпосередньо з умови задачі. Розглянемо дві такі гіпотези.

Гіпотеза *ранжування критеріїв* полягає у тому, що скалярні цільові функції $f_i(\bar{x})$ $\left(i=\overline{1,m}\right)$, у задачі векторної оптимізації (1.7) упорядковані відповідно до їхньої значущості (номер цільової функції відображає *ранг* (пріоритет) відповідного скалярного критерію.

Нехай $P(D)$ / $S(D)$ – множина визначених ефективних (або малоефективних) розв'язків задачі векторної оптимізації (1.7). Надалі використовуватимемо $S(D)$, оскільки $P(D) \subseteq S(D)$. Процедуру вибору єдиного розв'язку із підмножини $S(D) \subseteq D$ розпочинають з використання критерію першого (найвищого за значущістю) рангу:

$$q_1 = \max_{\bar{x} \in S(D)} f_1(\bar{x}), \quad S_1 = f_1^{-1}(q_1) \cap S(D).$$

Множина S_1 містить усі малоефективні розв'язки, які максимізують у $S(D)$ цільову функцію першого рангу. Далі переходимо до цільової функції другого рангу і позначаємо:

$$q_2 = \max_{\bar{x} \in S_1} f_2(\bar{x}), \quad S_2 = f_2^{-1}(q_2) \cap S_1.$$

Множина S_2 містить усі малоефективні розв'язки, які максимізують у S_1 цільову функцію другого рангу. Далі переходимо до цільової функції третього рангу і т.д. Для цільової функції $(m-1)$-го рангу маємо:

$$q_{m-1} = \max_{\bar{x} \in S_{m-2}} f_{m-1}(\bar{x}), \quad S_{m-1} = f_{m-1}^{-1}(q_{m-1}) \cap S_{m-2}.$$

Оскільки $S_{m-1} \subset S_{m-2} \subset ... \subset S_1 \subset S(D)$, то для завершення процедури розв'язування задачі (1.7) в умовах ранжування критеріїв залишилось розв'язати задачу $f_m(\bar{x}) \to \max\limits_{\bar{x} \in S_{m-1}}$.

З наведених міркувань випливає, що для успішної реалізації запропонованої процедури підмножині S_{m-1} має відповідати підмножина малоефективних (або ефективних) розв'язків, яка складається більше ніж з одного елементу. Оскільки у загальному випадку ця умова може не виконуватися, то на практиці для виокремлення єдиного розв'язку задачі багатокритеріальної оптимізації (1.7) найчастіше використовують метод, відомий як *метод компромісів*.

Нехай для скалярної цільової функції $f_i(\bar{x})$ встановлено похибку $\delta_i > 0$, яка визначає допустиме відхилення значення критерію i-го рангу від його максимального значення $\rho_i = \max\limits_{\bar{x} \in S(D)} f_i(\bar{x})$ на множині $S(D)$. Для кожного $i = \overline{1, m-1}$ похибка δ_i визначає деяку підмножину $G(\delta_i) = \{\bar{x} \in S(D) : f_i(\bar{x}) > \rho_i - \delta_i\}$ у множині $S(D)$. Якщо $G = \bigcap\limits_{i=1}^{m-1} G(\delta_i) \neq \varnothing$, то для знаходження оптимального розв'язку залишилося розв'язати задачу матпрограмування $f_m(\bar{x}) \to \max\limits_{\bar{x} \in G}$.

Відзначимо, що як ранжування скалярних критеріїв, так і встановлення похибок визначають експертним шляхом.

❓ Запитання для самоперевірки

1. Опишіть постановку задачі багатокритеріальної оптимізації.
2. Опишіть метод лінійного згортання критеріїв.
3. Опишіть метод максимінного згортання критеріїв.
4. Опишіть метод головного критерію.
5. У чому полягає проблема визначення єдиного розв'язку задачі багатокритеріальної оптимізації?
6. Опишіть гіпотезу ранжування критеріїв.
7. Опишіть гіпотезу похибок.