

## ВСТУП У ДО

1-3. *Бартіш М. Я., Дудзяний І.М.* Дослідження операцій: Підручник у 3-х частинах. – Львів: ВЦ ЛНУ ім. Івана Франка.

1. Частина 1. Лінійні моделі. – 2007.

2. Частина 2. Алгоритми оптимізації на графах. – 2007.

3. Частина 3. Ухвалення рішень і теорія ігор. – 2009.

4. *Зайченко Ю. П.* Дослідження операцій: Підручник. – Київ: ВІПОЛ, 2000.

5. *Таха Х.* Введение в исследование операций, 7-е издание. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2005.

## 1. Ухвалення рішення. Операція

Діяльність людей (колективів)  $\rightarrow$  досягнення *мети* (цілі).

Мета досягається певними *діями*, які вимагають *ресурсів*.

Планування дій  $\oplus$  розподіл ресурсів  $\Rightarrow$  ухвалення рішення.

**ЗУР** (задача ухвалення рішення) – ухвалення рішення у *деякій* області *цілеспрямованої* людської діяльності (ЦЛД).

**ДО** – математичне моделювання ЗУР у *різних* областях ЦЛД.

$1/n$  ЗУР  $\rightarrow$  *модель/задача/система/теорія* ДО: ТЗ, СМО, теорія розкладів, ...

ДО – історично наприкінці 30-х років ХХ ст. від *operations research* (підрозділ британських ВПС: застосування РЛС у системі оборони). *Applications*: воєнні  $\Rightarrow$  техн.; екон.  $\Rightarrow$  СУ

*Операція* – дія/сукупність дій, підпорядкованих єдиному задуму та спрямованих на *досягнення мети*, що повторюється.

Мета визначена  $\Rightarrow \exists$  різні варіанти її досягнення  $\Rightarrow$  найкращий варіант  $\Rightarrow$  кількісне *дослідження операції*.

*Оперуюча сторона* (ОС) – сукупність осіб і/або техн. пристроїв, які в операції прагнуть досягти певної мети.

ОС має *ресурси*  $\oplus$  *свободу* розподілу ресурсів. [ОС = ОУР]

*Стратегія – допустимий спосіб розподілу ресурсів  $\Rightarrow$  оптимальні (перевершують інші стратегії за деякою ознакою).*

*Оптимальність – залежить від типу ЗУР.*

*Мета ДО – розробка матметодів аналізу операцій та об'єктивна (найчастіше кількісна) оцінка рішень.*

*Предмет ДО (об'єкт моделювання) – СУ (досягнення мети).*

*Методологія ДО – ухвалення рішення на базі матмоделі ЗУР (системи математичних виразів, які описують характеристики елементів СУ та зв'язки між ними) та математичного апарату аналізу цієї моделі.*

## 2. Моделювання ЗУР: базові поняття

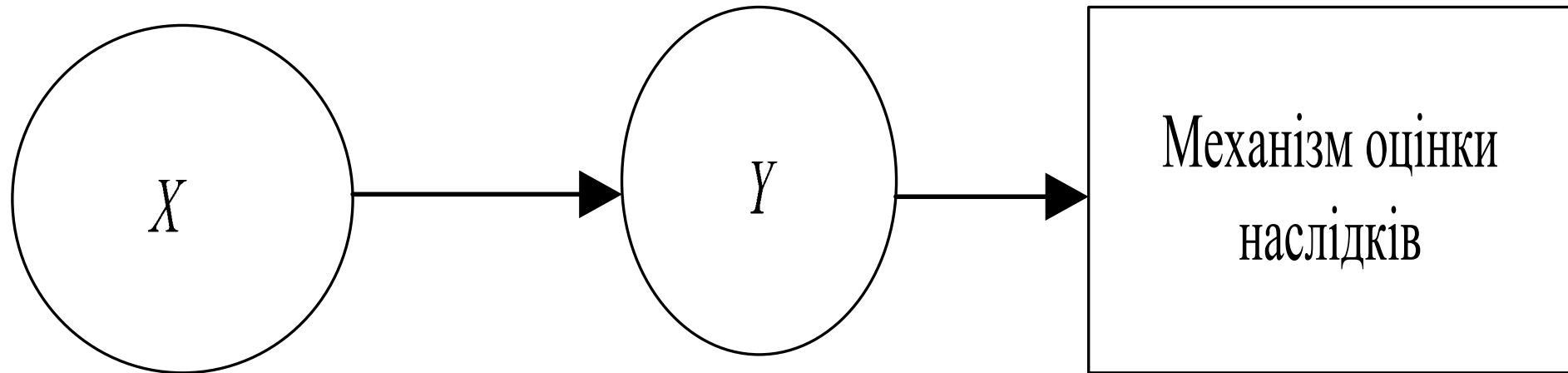


Рис. 1. ЗУР

$X$  – множина можливих *варіантів дій* (альтернатив, стратегій, керованих змінних, планів тощо);

$Y$  – множина можливих наслідків (результатів, виходів).

Вибір  $x \in X \rightarrow y \in Y$  (причинно-наслідковий зв'язок).



Рис. 2. Типи зв'язків між альтернативами та наслідками

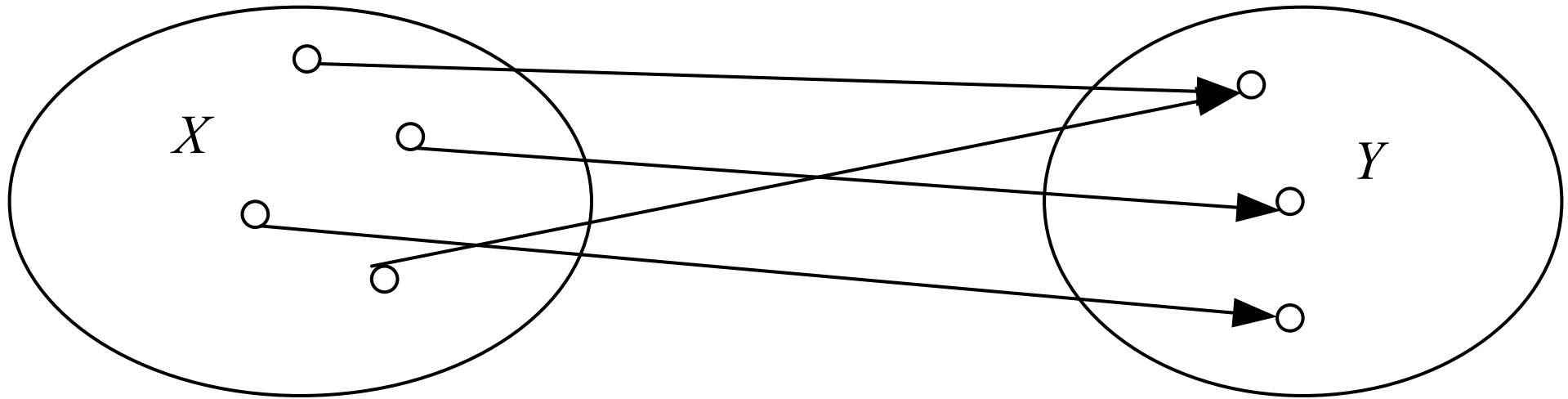


Рис. 3. Зв'язок в умовах визначеності ( $X$  – скінченна)

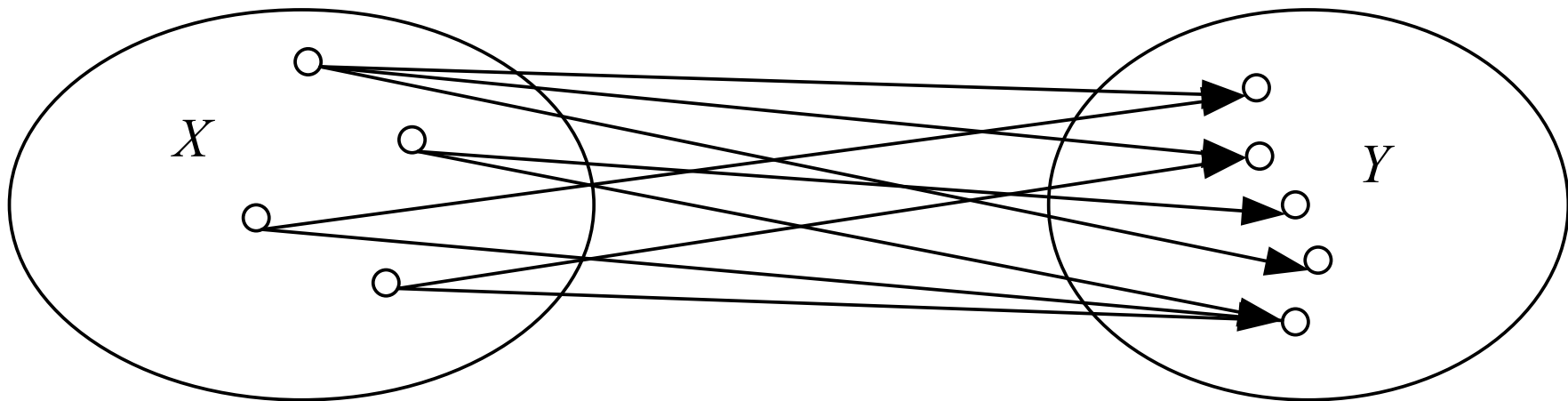


Рис. 4. Зв'язок в умовах невизначеності ( $X$  і  $Y$  – скінченні)

*Визначеність (або детермінованість):*

- $\exists$  однозначне відображення  $X \xrightarrow[\varphi]{} Y$  ( $X$  – скінченна мн-на);
- $\exists$  функція  $y = \varphi(x)$ ,  $x \in X$ ,  $y \in Y$  ( $X$  і  $Y$  – нескінченні).

$Z$  – невизначені чинники (стани природи / ЗС):  $(x, z) \rightarrow y$ ;

$x \in X$ ,  $z \in Z$ ;  $y \in Y$ , тобто  $\exists$  функція реалізації  $F : X \times Z \rightarrow Y$ :

- *ризик*:  $Z$  – випадкова величина (відомі ймовірн./густина);
- *цілковита невизначеність*:  $Z = \{z^{(1)}, \dots, z^{(n)}\}$ ;
- *в умовах конфлікту*:  $Z$  – відображає протидію інших ОУР.



$\langle X, Y, \varphi \rangle / \langle X, Z, Y, F \rangle$  – структура реалізації ЗУР.

Структура оцінювання ЗУР (механізм оцінювання наслідків; система переваг ОУР):

- 1)  $\exists$  функція оцінювання  $\psi : Y \rightarrow R$  ( $f = \psi \circ \varphi$  – функ. мети);
- 2)  $\exists$  декілька функцій оцінювання  $\psi_i : Y \rightarrow R$ ,  $i = \overline{1, m}$ ;
- 3) визначення системи відношень переваги наслідків:
  - $y_1 \succ y_2$ :  $y_1$  переважає над  $y_2$  (строге домінування),
  - $y_1 \succeq y_2$ :  $y_1$  не гірший за  $y_2$  (нестроге домінування),
  - $y_1 \sim y_2$ :  $y_1$  байдужий щодо  $y_2$  (рівноцінний) ;
- 4) інші механізми оцінки наслідків (класи, групове оц. тощо).

Моделі ЗУР: *оптимізаційні* (1, 2) і *теоретико-ігрові* (3, 4).

2 → *оптимізаційних* (усереднення: мат сподівання, дисперсія).

*Етапи операційних досліджень:*

- 1) *постановка ЗУР (концептуальна модель);*
- 2) *побудова математичної моделі ЗУР (задачі ДО);*
- 3) *формулювання принципу оптимальності;*
- 4) *пошук (розробка) методу розв'язання задачі ДО → МО;*
- 5) *визначення оптимального розв'язку задачі ДО;*
- 6) *аналіз розв'язку → перевірка адекватності та можливе корегування моделі (ітераційний перехід на 2 етап);*
- 7) *реалізація розв'язку на практиці.*

ДО ⇒ 2, 3, 4 (*оптимізаційні моделі* → МО); 5; 6

Базові *принципи* операційних досліджень:

- *системний підхід* (ЗУР – *система* зв'язаних компонентів);
- *наступність* (перехід від простих до складних ЗУР);
- *оптимальність* (не завжди можливо – хоча б  $\approx$  добрий);
- *комплексність* (дослідження у багатьох напрямках; фахівці різних областей; *приклади*: 1) ліфт; 2) захист від підводних човнів, США, 1917, Т. Едісон).

*Матеріал* лекції (пункти 1 – 2): [1, 1.1 – 1.4]; [3, 1.1]

### 3. Класичні задачі оптимізації (м/а)

$$x^* = \arg \operatorname{extr}_{x \in R} f(x) / x^* = \arg \operatorname{extr}_{x \in [a, b]} f(x); \quad (1)$$

$$\bar{x}^* = \arg \operatorname{extr}_{\bar{x} \in D \subset R^n} f(\bar{x}). \quad (2)$$

(1), (2) – класика (м/а) + МО

*Теорема Вейєрштраса.* Неперервна функція  $f(\bar{x})$ , визначена у замкнутій та обмеженій області  $D \subset R^n$ , досягає у цій області *глобального максимуму і глобального мінімуму.*