Kapitel 5

Optimierungsmodell eines roboterbasierten Lieferkonzepts

Dieses Kapitel bietet zunächst einen Modellüberblick des Geschäftsmodells von *K-Robotics*, bevor der Stand der Forschung der formalmathematischen Standortbestimmung und Tourenplanung dargestellt wird.

5.1 Modellanforderungen des Geschäftsmodells

Die Marktanalyse konnte zeigen, dass der Teilmarkt der Last-Mile-Logistik, in dem Lieferroboter Waren zur Haustür des Kunden transporieren, ein attraktiver und wachsender Markt ist. Darüber hinaus konnte das Verfahren für eine Ausnahmegenehmigung dargestellt werden, welches für einen Lieferrobotereinsatz in Deutschland notwendig ist. Aufgrund der Ergebnisse entscheidet sich *K-Robotics* daher für die Unternehmensgründung. Bevor die genauen Parameter wie die Anzahl der Compartments vorgestellt werden, wird das mathematische Optimierungsmodell entwickelt. Daher werden zunächst die Modellanforderungen vorgestellt, die sich aus dem Geschäftsmodell von *K-Robotics* ergeben.
Da *K-Robotics* den Kooperationsunternehmen ein ganzheitliches Konzept aus Soft- und Hardware anbieten möchte, soll die Standortbestimmung sowie die Routenplanung für die jeweiligen Kooperationsunternehmen modelliert werden. Dabei sollen die Lieferroboter ihre Route von der ihnen zugeordneten Basisstation starten und am Ende einer jeden Tour wieder dort beenden. Für die elektrisch betriebenen Roboter muss sichergestellt werden, dass der Akku für jede Tour über eine ausreichende Akkuladung verfügt, um alle Wegstrecken auf einer Tour fahren zu können und um nach der Belieferung des letzten Kunden zurück zur Basisstation zu gelangen. Um einen guten Service zu bieten und den Kundenwünschen zu entsprechen, müssen die Zeitfenster strikt eingehalten werden, in welchen die Kunden die Belieferung erwarten. Außerdem kann jeder Lieferroboter nur während der Belieferungszeiten der zugewiesenen Basisstation betrieben werden. Daher kann der erste Kunde frühestens nach Beginn der Belieferungszeit und unter Berücksichtigung der Wegezeit von der Basisstation zum Empfängerort bedient werden. Darüber hinaus muss jeder Lieferroboter die ihm zugewiesene Basisstation am Ende einer Tour wieder vor dem Ende der Belieferungszeit er-

reichen. Die Fahrzeiten sollen durch die Distanzen und die Geschwindigkeit der Lieferroboter durch das Modell berechnet werden.
Um sich von anderen Lebensmittellieferdiensten abzuheben und zusätzlich notwendige Einkaufsfahten zu verhindern, ist der Transport von Tiefkühlprodukten ebenfalls in dem Liefersortiment enthalten.
Weiterhin müssen die Kapazitätsbeschränkungen der Lieferroboter berücksichtigt werden, da jeder Roboter über eine beschränkte Anzahl an Compartments und somit ein beschränktes Ladevolumen verfügt. In jedem Compartment können mehrere Sendungen desselben Kunden transportiert werden, solange die Summe des Compartmentvolumens nicht überschritten wird. Darüber hinaus muss der Lieferroboter die Geschwindigkeitshöchstgrenzen beachten, die sich wiederum auf die Fahrzeit auswirken und daher berücksichtigt werden sollen.
Neben der Routenplanung soll simultan bestimmt werden, welche Basisstationen eröffnet werden, um die gesamten Kosten für das jeweilige Kooperationsunternehmen zu minimieren. Die gesamten Kosten lassen sich aus den den Mietkosten für die Lieferroboter, die an *K-Robotics* zu zahlen sind, den Personalkosten für den Service in der Basisstation und den Betriebskosten der Lieferroboter berechnen. Das mathematische Modell soll folglich die Routenplanung simultan mit der Standortbestimmung unter Beachtung der in diesem Abschnitt vorgestellten Spezifikationen durchführen und darauf abzielen, die Kosten zu minimieren.

5.2 Wissenschaftliche Einordnung

Im Bezug zum *Operations Management and Research* ergeben sich aus dem in Abschnitt 5.1 dargestellten Modellanforderungen gleich mehrere Herausforderungen für die Planung und Durchführung, welche in dieser Arbeit behandelt und gelöst werden sollen. Es gilt, die Standorte für die Basisstationen derart zu bestimmen, dass die fixen und variablen Kosten minimiert werden. Zusätzlich müssen auch die optimalen Routen der Lieferroboter von den Basisstationen zu den Kunden bestimmt werden. Somit wird ein Modell benötigt, welches die Tourenplanung und die Standortbestimmung, unter Berücksichtigung der Kapazitätsbeschränkungen der Basisstationen sowie der Fahrzeuge miteinander vereint. Darüber hinaus soll die Beschränkung der auf dem Akku basierten Reichweite abgebildet werden. Im Folgenden wird ein Überblick über die in der Literatur vorhandenen und für diese Arbeit geeigneten Modelle gegeben.

Zur Vereinfachung werden potentielle Standorte für die Basisstationen sowie die Kundennachfrageorte losgelöst von dem Modell bestimmt. Da die Errichtung von Standorten in der Regel mit erheblichem Aufwand und Kosten verbunden ist, gelten Standortbestimmungen als langfristige strategische Entscheidungen, wohingegen die Tourenplanung eine operative Entscheidung darstellt. Tourenpläne müssen in der Belieferung der letzten Meile unter der Voraussetzung der sich ändernden Kundenbestellungen sogar täglich neu bestimmt werden. Daher werden bei Problemstellungen, bei denen sowohl Standorte als auch Routen bestimmt werden müssen, regelmäßig zuerst die optimalen Standorte ermittelt und anschließend die Routen an die dann gegebenen Standorte angepasst. Das Standortbestimmungs- und Zuordnungsproblem besteht darin, die Standorte der Basisstationen im Hinblick auf die Nachfrageorte zu bestimmen und die Kunden somit den eröffneten Basisstationen zuzuordnen. Für ein derartiges Zuordnungsproblem bietet sich das von Baumol und Wolfe (1957) erstmals vorgestellte CWLP an [BW58]. Mit dem CWLP werden Standorte für Warenhäuser oder auch Verteilzentren derart bestimmt, dass die Transportkosten unter Berücksichtigung der Kundennachfragen sowie der Kapazitäten der Verteilzentren minimiert werden. Außerdem werden die Nachfrageorte (Kunden) den Angebotsorten (Verteilzentren bzw. Basisstationen) zugeordnet.

Die Grundlage aller Tourenplanungsprobleme stellt das *Travelling Salesman Problem (TSP)* dar, durch welches die Rundreise eines Handlungsreisenden bestimmt wird, der jeden Kundenort einmal besuchen und wieder verlassen muss. Ausgehend von einem Ausgangsknoten wird die kürzeste Rundreise ermittelt, sodass alle Zielorte einmal besucht werden und die Route letztlich am Ausgangspunkt endet. Die Tourenplanung soll die Reihenfolge der Kunden bestimmen, sodass die Fahrtkosten des Handlungsreisenden minimiert werden [MV14, 230]. Das TSP kann um die Zeitfenster der Kunden bzw. des Depots ergänzt werden und wird dann als *Travelling Salesman Problem with Time Windows (TSP-TW)* bezeichnet. Ascheuer et al. (2001) entwerfen ein TSP-TW mit assymetrischen Wegstrecken und lösen diese mit zehn unterschiedlichen Heuristiken. Ihre Ergebnisse beinhalten bis zu 233 Knoten, die auf realen Daten basieren. Die Autoren können zeigen, dass die Heuristiken akzeptable Lösungen liefern. Ascheuer et al. (2001) betrachten das Zeitfenster der Kunden, allerdings keine Zeitfenster der Depots [AFG01]. Das Modell enthält allerdings keine Kapazitätsrestriktion der Fahrzeuge, die bei einer Auslieferung von Gütern benötigt wird. Darüber hinaus wird bei dem TSP lediglich ein Fahrzeug betrachtet. Wird das TSP um mehrere Fahrzeuge erweitert, entsteht das sogenannte *VRP*, welches 1959 von Dantzig und Ramser vorgestellt wurde [DR59]. Bei dem VRP stellt das Depot den Ausgangs- sowie Endknoten dar, von dem die Kunden beliefert werden. Das VRP stellt ein seit 50 Jahren sehr gut untersuchtes Forschungsfeld dar und kann um verschiedene Faktoren erweitert werden, um reale Aspekte abzubilden [TV14]. Komplexere Erweiterungen des VRP werden oft als *rich VRP* oder *mulit-attribute VRP* bezeichnet [VCGP13]. Die für diese Arbeit relevanten Erweiterungen werden im Folgenden vorgestellt.

Fahrzeuge, die bei einer Auslieferung von Waren benötigt werden, sind in der Realität in ihrer Kapazität beschränkt, sodass das VRP durch eine Kapazitätsrestriktion zu dem Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) erweitert werden kann. Sobald die maximale Kapazität eines Fahrzeuges auf einer Tour überschritten wird, wird eine weitere Tour durch das CVRP zu der Lösungsmenge hinzugefügt, sodass mehrere Fahrzeuge benötigt werden [Ohr08, 14]. Das Ziel des CVRP kann, je nach Anwendungsgebiet, die Minimierung der zurückzulegenden Strecke, der Fahrzeiten oder der Anzahl der benötigten Fahrzeuge sein. Dabei müssen stets alle Kundenbedarfe befriedigt werden und die Kapazitäten der Fahrzeuge dürfen nicht überschritten werden [Rie08, 7 ff.]. Die zeitliche Restriktion wird in der Erweiterung des VRPs zum *VRPTW* abgebildet. Hierbei wird der früheste sowie der späteste Zeitpunkt für die Auslieferung beim Kunden definiert, welche jeder Kunde bei der Bestellung angeben kann. In diesem Zeitfenster muss die Sendung zwingend zugestellt werden, sodass das Fahrzeug innerhalb des Zeitfensters bei dem entsprechenden Kunden ankommen muss. Trifft das Lieferfahrzeug außerhalb dieses Zeitfensters bei dem Kunden ein, kann es die Ware nicht abliefern, sodass erhebliche Kosten in Form eines erneuten Zustellversuchs verursacht werden und die Kundenzufriedenheit sinken würde. Zudem wird eine Servicezeit für den Entnahmevorgang des Kunden definiert. Der Vorgang muss beendet sein, bevor das Zeitfenster des Kunden schließt. Für die Basisstation wird ebenfalls ein frühestmöglicher Starttermin und eine späteste Rückkehrzeit der Fahrzeugflotte vorgegeben, welche die Öffnungszeiten der Basisstation abbilden [MV14, 303 ff.]. Kallehauge et al. (2005) stellen das VRPTW vor und lösen es durch das *Branch and Bound* Verfahren. Darüber hinaus zeigen sie Strategien, mit denen die Effizienz der *Branch and Price* Methode erhöht werden kann. Kallehauge et al. (2005) bilden sowohl die Zeitfenster der Kundennachfrage als auch die Zeiten des Depots unter der Zielsetzung der Kostenminimierung ab [KLMS05].

Für die Modellierung der Routen von den Basisstationen zu den Kunden muss zusätzlich berücksichtigt werden, dass die Kooperationsunternehmen von *K-Robotics* nicht nur ein, sondern über mehrere potentielle Basisstationen (Depots) verfügen können. Daher muss durch das Modell zusätzlich entschieden werden, von welchem Depot die individuellen Kunden beliefert werden sollen, um die gesamte Strecke und damit die Kosten zu minimieren. Diese Erweiterung des VRP wird in der Literatur als *Multi-Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP)* behandelt. Die Formulierung des MDVRP bezieht die Zuordnung von Kunden zu bestimmten Depots unter dem Aspekt der Minimierung der gesamten Fahrtstrecke/-kosten in die Planung mit ein und liefert optimale Routen für jedes einzelne Depot. Sofern die Kunden von vornherein bestimmten Depots zugeordnet sind, kann das MDVRP in mehrere klassische VRP für jedes einzelne Depot zerlegt und nacheinander gelöst werden [Rie08, 27].

Wird das VRP um die Beschränkungen für E-Fahrzeuge wie die Akkuladung erweitert, kann es als *EVRP* bezeichnet werden. Barco et al. (2013) schlagen ein EVRP vor, welches den Energieverbrauch anhand physikalischer Abhängigkeiten modelliert. Das EVRP zielt allerdings auf die Minimierung des Energieeinsatzes ab, anstatt die Fahrstrecke oder die Kosten zu minimieren [BGMQ13]. Erdogan und Miller-Hooks (2012) erweitern das CVRP zu einem GVRP, indem sie die Routenplanung für alternative Antriebsarten optimieren. Die Autoren minimieren die zurückgelegte Strecke unter Berücksichtigung des Energievorrats. Eine ungleichmäßige Verteilung der Ladeinfrastruktur führt zu dem Entscheidungsproblem, wann ein Fahrzeug den Akku während einer Tour an öffentlichen Ladestationen laden soll. Da für Lieferroboter jedoch keine öffentliche Ladeinfrastruktur existriert, kann dieses Modell nicht für das vorgestellte Szenario angewandt werden [EMH12].
Bezüglich der Akkuleistung von elektrischen Fahrzeugen können zwei Ansätze verfolgt werden, welche die Realität möglichst nah abbilden. Elektrisch betriebene Fahrzeuge könnten zum einen einen fest verbaute oder austauschbare Akkus besitzen, dessen Kapazität die Tourenplanung zeitlich einschränkt. Schiffer und Walther (2017) stellen ein *Electric Location Routing Problem With Time Windows and Partial Recharging* vor, welches darauf abzielt die optimalen Routen und Standorte unter Beachtung der Akkukapazität und Ladezeiten zu bestimmen. Allerdings erfordert die die Implementierung des Modells von Schiffer und Walther (2017) Informationen zu den Akkukapazitäten sowie Ladezeiten, welches durch die Marktanalyse nicht ermittelt werden konnte. Folglich müssten zahlreiche Annahmen bezüglich des Akkus getroffen werden. Yang und Sun (2015) betrachten ein *Battery swap station location-*

routing problem with capacitated electric vehicles, bei dem der Fokus auf der Bestimmung der Batterietauschstationen liegt. Sie berücksichtigen die limitierende Akkureichweite, sodass an jedem Ort die noch verbleibende Reichweite bestimmt wird. Zur Lösung verwenden Yang und Sun (2015) einen Nachbarschaftssuchalgorithmus als Heuristik. Da in dieser Arbeit jedoch eine kleine Beispielinstanz verwendet werden soll, wird auf die Verwendung von Heuristiken verzichtet. Das von Yang und Sun (2015) dargestellte Problem stellt aufgrund der Bestimmung der verbleibenden Akkureichweite allerdings ein dynamisches Problem dar, welches zu einer starken Erhöhung der Rechenzeit führt [YS15]. Folglich soll das Problem von Yang und Sun (2015) dahingehend abgeändert werden, dass die Akkureichweite nicht für jeden Stopp auf einer Tour bestimmt wird, sondern dass eine maximale Akkureichweite berücksichtigt wird, welche die Streckenreichweite einer Tour beschränkt. Da ein Akku sowohl streckenbezogen als auch zeitlich beschränkt sein kann, soll analog eine zeitliche Komponente hinzugefügt werden. Somit können die beiden von Starship ermittelten Komponenten der maximalen Reichweite und der maximalen Einsatzdauer herangezogen werden [Feu16] [Sta17b]

Mit den bisher vorgestellten Optimierungsmodellen könnten nun bereits die Standorte der Basisstationen bestimmt, die Kunden diesen Basisstationen zugeordnet und anschließend die optimalen Routen der Lieferroboter zu den Kundenorten bestimmt werden. Salhi und Rand (1989) konnten allerdings zeigen, dass simultanes Lösen der Standortbestimmung und der Routenplanung aufgrund der starken Interdependenzen dieser Entscheidungen zu besseren Ergebnissen führt als sequenzielles Lösen [SR89]. Modelle, welche das CWLP mit dem VRP verbinden und simultan lösen, werden in der Literatur als *LRP* oder *Warehouse Location Routing Problem (WLRP)* bezeichnet [DS13, 1]. Drexl und Schneider (2013) sowie Prodhon und Prins (2014) geben einen sehr detaillierten Überblick zu unterschiedlichen Formulierungen des LRP [DS13, PP14]. Durch das in Abschnitt 3.2 bereits vorgestellte CWLP von Baumol und Wolfe (1957) können die Standorte für die Basisstationen unter Berücksichtigung der Kundennachfragen sowie der Kapazitäten der Basisstationen bestimmt werden und die Kundenorte den Basisstationen zugeordnet werden [BW58, 252 ff.].

Bezüglich der Lösbarkeit werden die den Modelle zugrundeliegenden Probleme in zwei Gruppen unterteilt. Probleme der ersten Gruppe können auch im ungünstigsten Fall mit polynominalem Rechenaufwand gelöst werden und gehören daher der Klasse P an, die „effizient lösbar“sind. Für Probleme der zweiten Gruppe ist kein Algorithmus bekannt, der jede Probleminstanz einer beliebigen Größe und somit auch die am schwierigsten zu lösende Instanz eines Problems mit polynomialem Aufwand löst. Sie werden daher der Klasse der NP-schweren Probleme zugeordnet, die als „schwer lösbare“Probleme bezeichnet werden. Der Aufwand definiert sich durch die Anzahl an notwendigen elementaren Rechenoperationen [DDKS15, 7, 133 f.]. In der Literatur konnte bereits mehrfach bewiesen werden, dass es sich bei dem VRP sowie dem CWLP um NP-schwere Probleme handelt [PP14, 2], sodass das LRP als Kombination der beiden ebenfalls ein NP-schweres Problem darstellt. Derartige Probleme zeichnen sich dadurch aus, dass sie nicht in angemessener Rechenzeit optimal gelöst werden können [DDKS15, 133]. Zur Approximation einer optimalen Lösung werden daher in der Regel Heuristiken verwendet. Für Heuristiken zur Lösung des WLRP können zum Beispiel Perl und Daskin (1985) [PD85, 387 ff.], Hansen et al. (1994) [HHHO94, 116 ff.] oder Rath und Gutjahr (2014) [RG14, 28 ff.] herangezogen werden. Nagy und Salhi (2007) [NS07, 656] liefern darüber hinaus einen Überblick zu heuristischen Lösungsverfahren unterschiedlicher Formen des LRP. El Fallahi et al. (2008) präsentieren zur Lösung des Multi-Compartment Vehicle Routing Problem (MC-VRP), welches ebenfalls ein NP-schweres Problem darstellt, einen genetischen Algorithmus sowie ein Nachbarschaftssuchverfahren als Metaheuristik [FPW08, 1725 ff.]. Die vorliegende Arbeit basiert auf einer kleineren Beispielinstanz, sodass zur Berechnung der optimalen Lösung keine Heuristik benötigt und somit auf eine detailliertere Betrachtung von Heuristiken verzichtet wird.

5.3 Electric Location Routing Problem with Time Windows and Battery Swapping

In dieser Arbeit wird ein formalmathematisches Modell entwickelt, welches simultan die Standortbestimmung und die Tourenplanung durchführt. Die folgende Modellbeschreibung basiert im Wesentlichen auf der Formulierung des WLRP nach Perl und Daskin (1985) [PD85], welches nachfolgend auf die konkreten Anforderungen des roboterbasierten Lieferkonzepts angepasst wird. Die Belieferung der Basisstationen wird entgegen des Modells von Perl und Daskin (1985) nicht benötigt, da angenommen wird, dass die bestellten Waren in den Basisstationen vorrätig sind, da diese entsprechend der in Abschnitt 5.1 dargestellten Modellanforderungen Supermarktfilialen sind. Außerdem wird das Modell von Yang und Sun (2015) herangezogen [YS15], welches jedoch stark an die oben genannten Anforderungen angepasst wird. Das mathematische Problem besteht darin, die Anzahl und die Standorte der zu eröffnenden Basisstationen, die Zuordnung der Kunden zu den Basisstationen, die Anzahl der Touren und die dazugehörenden Routen gleichzeitig zu bestimmen, sodass die Fixkosten der eröffneten Basisstationen und die Lieferkosten minimiert werden. Dieses Modell wird zusätzlich um Restriktionen für die Darstellung von Zeitfenstern und die Reichweitenbeschränkung bezüglich des Akkus ergänzt und daher letztlich als Electric Vehicle Routing Problem with Time Windows (ELRP-TW) bezeichnet.

5.3.1 Modellannahmen

Um die in der Realität herrschenden Bedingungen mathematisch abbilden zu können, müssen Annahmen getroffen werden, welche dies ermöglichen.

- Die potenziellen Standorte der Basisstationen werden als gegeben vorausgesetzt.
- Es besteht an den potentiellen Basisstationen ein ausreichendes Raumangebot für die kurzfristige Lagerung der zum Versand fertigen Sendungen und für die Ladeinfrastruktur der Lieferroboter.
- Die Basisstationen verfügen zumindest über einen barrierefreien Zugang, sodass die Roboter sich autonom fortbewegen können.
- Da jedes Fahrzeug einer Basisstation zugeordnet wird, beginnt und endet jede Tour an derselben Basisstation.

- Die Standorte der Kunden sowie die Nachfrage sind durch die getätigten Bestellungen bekannt.
- Bereits bei der Bestellung wird durch das System geprüft, ob das maximal mögliche Gewicht und Volumen eingehalten wird. Sollte die Bestellung eine der beiden kritischen Größen überschreiten, wird der Kunde direkt beim Bestellvorgang darauf hingewiesen, dass der zuletzt hinzugefügte Artikel die maximale Bestellmenge überschreitet und bei Bedarf eine zweite Bestellung abgeschickt werden kann. Die einzelnen Bestellungen werden als Einheitspaket bezeichnet, sodass jedes Einheitspaket das maximale Gewicht und Volumen des Lieferroboters einhält. Daher stellt die Nachfrage einen gewissen Bedarf an Einheitspaketen pro Tag dar.
- Zur Lieferung werden identische Fahrzeuge mit begrenzter Transportkapazität verwendet. Jedes verwendete Fahrzeug bedient im Modell genau eine Tour.
- Jeder Kundenort wird von nur einem Fahrzeug bedient, sodass Aufteilungen von Lieferungen auf mehrere Fahrzeuge ausgeschlossen sind.
- Da die Pakete innerhalb des Zeitfensters zugestellt werden, kann die Nachfrage vollständig bedient werden, sodass unzustellbare Pakete und wiederholte Sendungsversuche nicht existieren.
- Die Temperatur der Tiefkühlprodukte wird entsprechend der *Verordnung über tiefgefrorene Lebensmittel* durch eine speziell entwickelte Isolationstasche und Eispacks in der Auslieferungszeit durchgehend auf eine Temperatur von minus 18 Grad Celsius gekühlt.
- Um das bereits NP-schwere LRP trotz der Ergänzung um Zeitfenster noch in einer kleinen Testinstanz lösen zu können, wird angenommen, dass die Zeitfenster sich auf Zeitslots beziehen. Damit die zeitlichen Bedingungen sinnvoll abgebildet werden können, muss folglich die Ankunftszeit an einem Ort als positive und ganzzahlige Variable deklariert werden. Dies führt dazu, dass die Fahrzeit sowohl in Zeitslots angegeben als auch gerundet werden muss.

5.3.2 Notation

Um die Handlungsabfolge und die Zusammenhänge der relevanten Faktoren mathematisch darzustellen, werden Symbole für Indizes, Parameter und Variablen deklariert. Die Variablen stellen die vom Modell zu ermittelnden Unbekannten dar, welche hinsichtlich einer Kostenminimierung bestimmt werden. Durch symbolische Zeichen können auch komplizierte Zusammenhänge kurz und eindeutig dargestellt und erfasst werden. Die Bedeutung der Symbole, auf welche das mathematische Optimierungsmodell basiert, werden im Folgenden erklärt. Gleichzeitig werden die einzelnen Faktoren mit der entsprechenden Maßeinheit dargestellt, sofern sie nicht dimensionslos sind.

Indizes

i ∈ I	Kundenorte
j ∈ J	potenzielle Standorte der Basisstationen
g,h ∈ I ∪ J	Orte/Knotenpunkte des Graphen
k ∈ K	Touren

Parameter

a_i	Früheste Belieferungszeitpunkt für Kunde i
$akku^s$	Maximale Streckenreichweite des Akkus
$akku^t$	Maximale Einsatzdauer des Akkus
b_i	Späteste Belieferungszeitpunkt für Kunde i
c	Kosten der Lieferung je Distanzeinheit mit einem Lieferroboter
Cap_j	Kapazität einer Basisstation
$close_j$	Ende der Belieferungszeit der Basisstation j
$Comp$	Kapazität eines Lieferroboters
cp	Personalkostensatz pro Minute
$dis_{g,h}$	Distanz zwischen Knotenpunkt g und h
d_i	Nachfragemenge am Kundenort i
$flat$	Mietkostenpauschale pro Tour
$fzr_{g,h}$	Fahrzeit von Ort g nach Ort h in ganzzahligen Zeitslot
$open_j$	Beginn der Belieferungszeit der Basisstation j
p^s	Sicherheitspuffer für die Streckenreichweite des Akkus
p^t	Sicherheitspuffer für die Einsatzdauer des Akkus
sp	Durchschnittliche Geschwindigkeit des Lieferroboters
sp^{max}	Maximal zulässige Geschwindigkeit
sz	Servicezeit bei jedem Kunden
z	Minuten eines Zeitslots

Entscheidungsvariablen

α_{ghk}	1, wenn Knotenpunkt g vor Knotenpunkt h auf der Tour k besucht wird; 0, sonst
β_{ij}	1, wenn Kunde i von der Basisstation j beliefert wird; 0, sonst
γ_j	1, wenn die Basisstation j errichtet wird; 0, sonst
t_{gk}	Ankunftszeit an Knotenpunkt g auf Tour k
τ_{jk}^{BS}	Abfahrtszeit bei der Basisstation$j$ auf Tour k
u_{gk}	Hilfsvariable
y_{gk}	1, wenn Knotenpunkt g auf Tour k besucht wird; 0, sonst

5.3.3 Formalmathematisches Modell

Unter Verwendung der beschriebenen Notation wird nachfolgend das Optimierungsmodell aufgebaut. Zunächst werden alle Formulierungen abgebildet, bevor diese einzeln erläutert werde.

Zielfunktion:

$$Min \sum_j \sum_k flat \cdot y_{jk} + \sum_j ((close_j - open_j) \cdot z \cdot cp) \cdot \gamma_j + \sum_g \sum_h \sum_k dis_{gh} \cdot c \cdot \alpha_{ghk} \quad (5.1)$$

Nebenbedingungen:

$$\sum_k y_{ik} = 1 \quad \forall\, i \quad (5.2)$$

$$\sum_h \alpha_{ghk} = y_{gk} \quad \forall\, g, k \quad (5.3)$$

$$\sum_g \alpha_{ghk} = y_{hk} \quad \forall\, h, k \quad (5.4)$$

$$u_{lk} - u_{ik} + |I| \cdot \alpha_{lik} \leq |I| - 1 \quad \forall\, l \in I, i, k \quad (5.5)$$

$$\alpha_{ggk} = 0 \quad \forall\, g, k \quad (5.6)$$

$$\sum_i d_i \cdot y_{ik} \leq Comp \quad \forall\, k \quad (5.7)$$

$$y_{ik} + y_{jk} - \beta_{ij} \leq 1 \quad \forall\, i, j, k \quad (5.8)$$

$$\sum_j \beta_{ij} = 1 \quad \forall\, i \quad (5.9)$$

$$\sum_i d_i \cdot \beta_{ij} \leq Cap_j \cdot \gamma_j \quad \forall\, j \quad (5.10)$$

$$\sum_g \sum_h dis_{gh} \cdot \alpha_{ghk} \leq akku^s + p^s \quad \forall\, k \quad (5.11)$$

$$\sum_i \sum_g (sz + fzr_{ig}) \cdot \alpha_{igk} + \sum_j \sum_h fzr_{jh} \cdot \alpha_{jhk} \leq akku^t + p^t \quad \forall\, k \quad (5.12)$$

$$sp \leq sp^{max} \quad (5.13)$$

$$t_{ik} \geq a_i \cdot y_{ik} \quad \forall\, i, k \tag{5.14}$$

$$t_{ik} \cdot y_{ik} \leq b_i \quad \forall\, i, k \tag{5.15}$$

$$(t_{ik} + fzr_{ig} + sz - t_{gk}) \cdot \alpha_{igk} = 0 \quad \forall\, i, g, k \tag{5.16}$$

$$(open_j + fzr_{ji} - t_{ik}) \cdot \alpha_{jik} \leq 0 \quad \forall\, i, j, k \tag{5.17}$$

$$(t_{jk} - close_j) \cdot y_{jk} \leq 0 \quad \forall\, j, k \tag{5.18}$$

$$\alpha_{ghk} \in \{0, 1\} \quad \forall\, g, h, k \tag{5.19}$$

$$\beta_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall\, i, j \tag{5.20}$$

$$\gamma_j \in \{0, 1\} \quad \forall\, j \tag{5.21}$$

$$y_{gk} \in \{0, 1\} \quad \forall\, g, k \tag{5.22}$$

$$t_{gk} \in \mathbb{Z}_{\geq 0} \quad \forall\, g, k \tag{5.23}$$

$$\tau_{jk}^{BS} \in \mathbb{Z}_{\geq 0} \quad \forall\, g, k \tag{5.24}$$

$$u_{gk} \geq 0 \quad \forall\, g, k \tag{5.25}$$

Das Modell ist als gemischt-ganzzahliges Minimierungsmodell formuliert. Die Zielfunktion 5.1 minimiert die Summe der Fixkosten der Basisstationen im Falle ihrer Eröffnung und die Kosten der Belieferung der Kundenorte aus allen Touren. Letzteres ergibt sich aus der Multiplikation der gefahrenen Distanzen mit einem einheitlichen Kostensatz je Distanzeinheit. Die Nebenbedingungen 5.2 bis 5.7 stellen die Restriktionen für das Tourenplanungsproblem dar. Die Gleichung 5.2 fordert, dass jeder Kundenort genau einer Tour zugewiesen wird. Wenn auf einer Tour k der Ort g vor dem Ort h angefahren wird, wird der besuchte Ort g der entsprechenden Tour k durch Gleichung 5.3 zugeordnet, da y_{gk} auf 1 gezwungen wird. Da y_{gk} eine Binärvariable ist und daher maximal den Wert 1 annehmen kann, wird sichergestellt, dass jeder besuchte Ort in einer Tour auch wieder verlassen werden muss. Analog fordert 5.4, dass jeder Ort h, welcher der Tour k zugeordnet wird, nur von einem Ort angefahren werden darf. Zur Vermeidung von Kurzzyklen, wird dem Grundmodell von Perl und Daskin (1985) die Nebenbedingung 5.5 hinzugefügt. Für den Fall eines Kurzzyklus

würde dadurch ein nicht simultan lösbares Paar von Gleichungen erzeugt, sodass Kurzzyklen vermieden werden. Außerdem wird Restriktion 5.6 hinzugefügt, durch die sichergestellt wird, dass kein Ort sich selbst anfahren darf, während Nebenbedingung 5.7 bestimmt, dass die kumulierte Nachfragemenge aller besuchten Kundenorte einer Tour die maximale Kapazität des Lieferroboters nicht überschreitet.
Die Restriktionen 5.8 bis 5.10 stellen die erweiterten Nebenbedingungen für das Standortproblem dar, sodass deren Ergänzung zur mathematischen Darstellung des LRP führt. Die Nebenbedingung 5.8 zwingt die Binärvariable $beta_{ij}$ auf 1, wenn sowohl der Kunde i als auch die Basisstation j derselben Tour zugeordnet sind und stellt somit sicher, dass ein Kunde lediglich dann von einer Basisstation beliefert werden kann, wenn beide auch derselben Tour zugeordnet sind. Durch Bedingung 5.9 gewährleistet, dass jeder Kunde genau einer Basisstation zugewiesen wird. Die Nebenbedingung 5.10 stellt zum einen sicher, dass die Kapazität einer Basisstation hinsichtlich der kumulierten Nachfragemengen der ihr zugewiesenen Kundenorte nicht überschritten wird. Zum anderen verhindert sie die Zuweisung eines Kundenortes zu einer nicht eröffneten Basisstation. Diese Nebenbedingung wird durch die Zusammensetzung zweier Bedingungen im Modell nach Perl und Daskin (1985) erreicht. Im Einzelnen sind dies die Bedingung, dass der Warenfluss zu einer Station dem Warenfluss aus einer Station entsprechen muss und die Bedingung, dass der Warenfluss jeder Station nicht ihre Kapazität überschreiten darf. Wie oben beschrieben, werden die benötigten Liefermengen zu einer Station nicht betrachtet, sodass die Bedingungen zusammengefasst werden können.
Nebenbedingung 5.11 fordert, dass die maximale Streckenreichweite des Akkus für jede Tour unter Berücksichtigung aller zu fahrenden Wegstrecken eingehalten wird. Durch einen zusätzlichen Sicherheitspuffer wird sichergestellt, dass der Lieferroboter mit der restlichen Akkuladung auch dann noch zur Basisstation zurückfahren kann, auch wenn er auf der Tour unvorhersehbar vielen Hindernissen begegnet und daher vermehrt ausweichen muss. Der Sicherheitspuffer stellt somit einen Parameter dar, mit dem die Risikoaffinität der Unternehmen abgebildet werden kann. Ein hoher Sicherheitspuffer führt dazu, dass die Wahrscheinlichkeit sinkt, dass der Lieferroboter aufgrund der geringen Akkuladung den Weg zur Basisstation nicht mehr selbstständig fahren kann. Jedoch sinkt gleichzeitig die Optimalität der Tourenplanung, da ein hoher Sicherheitspuffer den Lösungsraum jeder Tour einschränkt und in der Regel nicht benötigt wird. Folglich wird die Gesamtlänge einer Tour aufgrund der elektrisch bedingten Fahrzeugeigenschaften beschränkt. Nebenbedingung 5.12 fordert darüber hinaus, dass auch die maximale Einsatzdauer des Akkus berücksichtigt wird. Dafür darf die Dauer jeder Tour die maximale Einsatzdauer und einen zeitlichen Puffer nicht überschreiten. Durch Restriktion 5.13 muss die Geschwindigkeitsbegrenzung beachtet werden, die auf den verwendeten Wegstrecken vorgesehen ist bzw. die als Auflage von den öffentlichen Behörden bestimmt wurde.
Die Restriktionen 5.14 bis 5.18 beinhalten zeitliche Einschränkungen, um die Zeitfenster der Kunden und der Basisstationen darzustellen. Durch Nebenbedingung 5.14 und 5.15 müssen Kunden innerhalb ihres gebuchten Zeitfensters beliefert werden. Die Ankunftszeit an dem Kundenort darf daher frühestens ab dem Beginn und spätestens ab dem Ende ihres nachgefragten Zeitfensters erfolgen. Die Gleichung 5.16 fordert, dass zwischen zwei nacheinander eingeplante Orte i und g in einer Tour ausreichend Zeit für die Abwicklung an dem Kunden-

ort i sowie der Fahrzeit zwischen diesen beiden Orten eingeplant ist. Durch die Formulierung als Gleichung wird im Vergleich zur Formulierung als Ungleichung darüber hinaus verhindert, dass Wartezeiten zwischen den Kundenbelieferungen eingeplant werden. Dadurch wird sichergestellt, dass der Lieferroboter nicht länger als nötig unterwegs ist, um das Risiko vor Vandalismus zu minimieren. Neben den Zeitfenstern der Kunden berücksichtigt das ELRP-TW auch die Öffnungs- und Schließzeiten der Basisstationen, in welchen die roboterbasierte Lieferung angeboten wird. Daher fordert Restriktion 5.17, dass die Ankunftszeit bei dem ersten Kunde auf einer Tour frühestens nach der Öffnungszeit der zugeordneten Basisstation und der Fahrzeit von dieser Station zum Kunden erfolgen kann. Die Nebenbedingung 5.18 stellt analog sicher, dass der Lieferroboter von seiner Tour wieder vor der Schließzeit der zugeordneten Basisstation ankommt.
Die Entscheidungsvariablen α_{ghk},β_{ij}, γ_j und y_{gk} werden gemäß den Nebenbedingungen 5.19 bis 5.22 als binäre Variablen definiert. Die Bedingungen 5.23 und 5.24 definieren t_{gk} und τ_{jk}^{BS} als positive und ganzzahlige Werte, während die Bedingung 5.25 die Hilfsvariable u_{gk} für positive reelle Werte bestimmt.

5.3.4 Zusätzliche Ausgabewerte

In diesem Abschnitt werden Erweiterungen vorgestellt, die zu zusätzlichen Ausgabewerten führen, welche zur Interpretation der Ergebnisse herangezogen werden können. Diese Werte sind kein Grundbestandteil des ELRP-TW und schränkten den Lösungsraum nicht ein. Somit haben diese Ergänzungen keinen Einfluss auf den Zielfunktionswert, sie geben allerdings Auskünfte, die für eine Interpretation sinnvoll sind. Zu beachten ist, dass die Rechenzeit durch die zusätzlichen Berechnungen verlängert wird. Die zusätzlichen Parameter und Formeln zur Berechnung der zusätzlichen Ausgabewerte werden im Folgenden dargestellt:

Positive Variablen

qk_k	Gefahrene Strecke auf Tour k
q	Gesamte Strecke
dur_k	Dauer einer Tour k
dur^A	Dauer aller Touren
pco	Personalkosten
$vaco$	Variable Kosten
$miete$	Mietkosten

$$(\tau_{jk}^{BS} + fzr_{ji} - t_{ik}) \cdot \alpha_{jik} = 0 \quad \forall\ i, j, k \tag{5.26}$$

$$qk_k = \sum_g \sum_{h \neq g} dis_{gh} \cdot y_{gk} \cdot y_{hk} \quad \forall\ k \tag{5.27}$$

$$q = \sum_k qk_k \tag{5.28}$$

$$dur_k = \sum_i \sum_g (sz + fzr_{ig}) \cdot \alpha_{igk} + \sum_j \sum_h (fzr_{jh}) \cdot \alpha_{jhk} \quad \forall\ k \tag{5.29}$$

$$dur^A = \sum_k dur_k \tag{5.30}$$

$$pco = \sum_j ((close_j - open_j) \cdot z \cdot cp) \cdot \gamma_j \tag{5.31}$$

$$vaco = \sum_g \sum_h \sum_k dis_{gh} \cdot c \cdot \alpha_{ghk} \tag{5.32}$$

$$miete = \sum_k \sum_j flat \cdot y_{jk} \cdot \alpha_{ghk} \tag{5.33}$$

Durch Gleichung 5.26 lässt sich die Abfahrtszeit für jede Basisstation und Tour bestimmen, indem die Fahrzeit von der Basisstation j zu dem auf der Tour folgenden Kunden i von der Ankunftszeit bei dem Kunden abgezogen wird. Durch die Berechnung 5.27 wird die zurückgelegte Strecke für jede Tour k bestimmt, die dann in Bedingung 5.28 über alle Touren zu der gesamten zurückgelegten Strecke aufsummiert werden. In der Gleichung 5.29 wird die Dauer für jede Tour berechnet, indem alle Fahrzeiten und allen Servicezeiten der Tour addiert werden, die dann wiederum in Bedingung 5.30 zu der gesamten Dauer aller Touren summiert werden können. Die Gleichungen 5.31 bis 5.33 entstammen der Zielfunktion (s. 5.1) und ermöglichen die einzelnen Ausgaben der Personalkosten, der variablen Kosten sowie der Mietkosten. Diese Ausgabewerte können folglich für die Interpretation von geänderten Parametern herangezogen werden.

5.4 Technische Implementierung in GAMS

Die Modellierungssoftware GAMS kann Optimierungsprobleme durch bereitgestellte *Solver* lösen, die sowohl lineare als auch nichtlineare mathematische Probleme gemeinsam mit zahlreichen Nebenbedingungen effizient lösen können. Daher wird das in 5.3 vorgestellte Optimierungsmodel in GAMS implementiert. Das Modell muss für die Implementierung in GAMS an den Syntax dieser Software angepasst werden. Zunächst müssen die Indizes als sogenannte *Sets* und die Parameter als *Parameters* deklariert und mit einem Semikolon abgetrennt werden, bevor im nächsten Schritt die Entscheidungsvariablen eingeführt werden, welche durch den Solver bestimmt werden sollen. Die Variablen werden je nach Wertebereich als Binärvariablen (Binary Variables), positive Variablen (Positive Variables), ganzzahlige Variablen (Integer Variables) oder auch freie Variablen (free Variables) deklariert. Darüber hinaus können den deklarierten Parametern Werte durch eine Input-Datei zugewiesen werden. Indem die Werte nicht direkt in dem GAMS-File zugewiesen werden, kann der Code übersichtlich gestaltet werden. Um eine Input-Datei einzulesen, wird der Befehl $include sowie der Name der Textdatei mit der Dateiendung .inc eingelesen (s. Abbildung 5.1).

Anschließend werden die Gleichungen des ELRP-TW in GAMS übertragen, indem zunächst die Bezeichnungen der Gleichungen als *Equations* deklariert werden. Durch ein Semikolon