תנועה הרמונית פשוטה

הניסויים בתנועה הרמונית יבוצעו בשלוש מעבדות. במעבדות אלה נחקור את התופעות הבאות:

א. תנודות פשוטה של מתנד הרמוני ומתנד הרמוני עם חיכוך קינמטי דינמי.
ב. תנודות מאולצות של מתנד הרמוני נטול חיכוך ותופעת התהודה.
ג. תנודות מאולצות של מתנד הרמוני עם חיכוך קינמטי דינמי ומדידת מקדם האיכות של מערכת התהודה.

שימו לב! הניסויים בתנועה הרמונית מהווים רצף אחד הבנת הניסויים המאוחרים מבוססת על הניסויים הקודמים. לפני שתיגשו לביצוע ניסוי חדש עליכם להשלים את הדו"ח של הניסוי הקודם, אחרת לא תבינו את הניסוי אותו אתם עומדים לבצע. את שלושת הניסויים עליכם לבצע באותה מערכת ובאותן עגלות ובמיוחד לשמור ולסמן את הקפיצים בהם בצעתם את הניסוי הראשון, אחרת תצטרכו לחזור ולמצוא מחדש את הקבועים האלסטיים של הקפיצים (בקשו מהמדריך לקבל את הקפיצים עד גמר הניסויים).

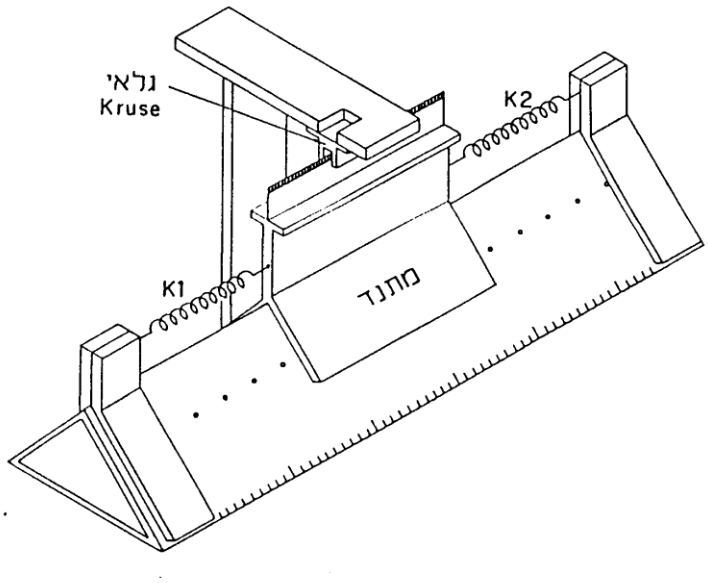
ספרות עזר:

- Berkeley, Vol. 1, Chapter 7
- Berkeley, Vol. 3, Chapter. 3

תנודות חופשיות של מתנד הרמוני

המתנד (האוסצילטור) ההרמוני חשוב מאוד בפיסיקה. הוא מהווה דוגמא למערכות בהן יש המרה מחזורית בין סוגי אנרגיה שונים. (בין אנרגיה פוטנציאלית לבין אנרגיה קינטית, בין אנרגיה מגנטית לחשמלית וכדומה). ישנן דוגמאות רבות של מתנדים הרמוניים; במכאניקה, חשמל, בפיסיקה אטומית וגרעינית. במקרים רבים בפיסיקה כשהתיאור הפיסיקלי המדויק ניתן בעזרת תיאוריות מסובכות, אפשר להמחיש את התנהגות המערכת בעזרת האנלוגיות לתנועה הרמונית מאולצת. לדוגמא, באינטראקציה של אור וחומר אפשר להסתכל על הכוח שהשדה החשמלי של הקרינה מפעיל על האלקטרונים הקשורים לאטום ככוח הרמוני-מאלץ, הפועל על מתנד הרמוני. במהלך לימודיכם תפגשו דוגמאות נוספות, מכאן שהבנה מעמיקה של מתנד הרמוני מאולץ תתרום רבות להבנת מערכות נוספות בפיסיקה.

המערכת שנבדוק בניסוי זה היא מתנד הרמוני מכני עם שני קפיצים המתואר בציור 1.



ציור 1

שני קפיצים עם קבועים אלסטיים k_1 ו-k_2 בהתאמה קשורים לשני קצות עגלה ומצדם האחר הקפיצים קשורים לקצוות מסלול האוויר. העגלה והקפיצים מהווים מערכת מתנד הרמוני. בשווי משקל שקול הכוחות הפועל על העגלה שווה לאפס, כאשר מעתיקים את העגלה העתק X מנקודת שווי המשקל, ישתנה באותו שיעור אורך הקפיצים והם יפעילו כוחות נוספים (מעבר לכוחות הפועלים לשמירת שווי המשקל) על העגלה שגודלם $-k_1x$ ו-$-k_2x$ בהתאמה.

בנוסף לכוחות שמפעילים הקפיצים על העגלה, פועל עליה גם כוח החיכוך. כוח החיכוך יחסי למהירות וכיוונו הפוך לכיוונה, הוא שווה ל-$-(m/\tau)\,dx/dt$.

מכאן שהכוח הכללי הפועל על העגלה הוא :

$$F=md^2x/dt^2=-(k_1+k_2)x-(m/\tau)\,dx/dt \qquad (1)$$

כאשר k_1 ו-k_2 הם קבועי הקפיצים ו-τ קבוע בעל ממדים של זמן המבטא את מידת החיכוך. אם מחלקים את המשוואה הנ"ל ב-m ומגדירים

$$\omega_0^2\equiv (k_1+k_2)/m \qquad (2)$$

מקבלים :

$$d^2x/dt^2+(1/\tau)dx/dt+\omega_0^2x=0 \qquad (3)$$

הפתרון הכללי של (3) נתון ע"י :

$$x_1(t)=Ae^{-t/2\tau}\cos(\omega_1 t+\phi_1) \qquad (4)$$

כאשר

$$\omega_1=\sqrt{\omega_0^2-\left(\frac{1}{2\tau}\right)^2} \qquad (5)$$

ω_1 - נקראת התדירות העצמית של המערכת. ניתן לאמת שזהו אכן הפתרון ע״י הצבתו במשוואה (3). המשרעת A והמופע ϕ_1 הם קבועים הנקבעים ע״י תנאי ההתחלה.

במערכת עם חיכוך קטן $\omega_1 = \omega_0$ מכיוון שבמקרה זה $\omega_0\tau>>1$. הפירוש של (4) הוא, שהמתנד מבצע תנודות הרמוניות בתדירות ω_0, ושמשרעת (אמפליטודה) התנודות דועכת באופן אקספוננציאלי בזמן אופייני τ. בזמן $t = 2\tau$, המשרעת יורדת ל-$1/e$ מערכה בזמן $t = 0$. אם הערך של τ גדול, נדרש לתנועה זמן רב לדעוך. פרמטר חסר ממד המתאר את ״טיב״ המערכת נקרא מקדם האיכות, Q והוא מוגדר כ- $Q = \omega_0\tau$. אם הערך של Q גדול, כלומר האיכות גבוהה - המערכת תתנודד מספר רב של תנודות לפני שהתנודה תדעך. לעומת זאת, אם הערך של Q קטן, התנודה תדעך מהר, ואיכות המערכת נמוכה. בחלק האחרון של המעבדה נבדוק את הדעיכה האקספוננציאלית של התנודות במערכת מרוסנת ונמצא את מקדם האיכות של המערכת.

<u>חיכוך</u>

התנועה של העגלה תלויה במקדם החיכוך $b = m/\tau$. כדי לבדוק את השפעת החיכוך, אנו מעוניינים למצוא דרך להגדיל את החיכוך מבלי להגדיל את החיכוך סטטי (יבש) , כי החיכוך הזה יהרוס את העגלה ואת המסלול. נגדיל את החיכוך ע״י שימוש בחיכוך אלקטרומגנטי. אם אנו מצמידים מגנטים קטנים לפאות המשופעות של העגלה, אזי תנועת העגלה גורמת לשדה מגנטי נע. לפי חוק Lenz, שדה מגנטי נע גורם לזרמי מערבולת (בגוף המסלול), שמגמתם לעצור את התנועה שיצרה אותם. הכוח העוצר – יחסי למהירות העגלה, ולכן הוא באמת כוח חיכוך קינמטי דינמי (צמיג) מאופיין על ידי $-(m/\tau)v$.

שאלות הכנה:

1. הראו כי נוסחה 4 היא פתרון למשוואה 1.
2. חשבו את מספר התנודות של האוסצילטור בזמן שהמערכת דועכת למשרעת שגודלה חצי מערכה ההתחלתי.
3. שרטטו גרפים איכותיים המראים דעיכה אקספוננצאלית של המשרעת לפי משוואה (3) עבור מקדמי איכות $Q = 2$ ו-$Q = 10$.
4. חשבו את השגיאה במופע $\delta\phi$ בעזרת נוסחה (10) בפרק 2, כאשר $\phi=\arccos(x/A)$, ו-δx, δA הן השגיאות ב-x וב-A בהתאמה.
5. חשבו את השגיאה בתדירות ω_0 שבנוסחה (2) לפי נוסחאות השגיאה שבפרק 2. כאשר, δk_1, δk_2 ו-δm הן השגיאות ב-k_1, k_2 ו-m בהתאמה.

הכנת המערכת

1) תבדקו שאתם ידעים לשלוט בממשק KRUZE
2) לפני כל ניסוי עם מסילת אוויר יש לאזן אותה כמו שמתואר בתדריך של "מהירות ממוצעת"
3) תרכיבו את המתנד (אוסצילטור) משני קפיצים והעגלה שנמצאים בעמדת העבודה.
4) יש להכווין גלאי KRUZE לאמצע של פס מיילר של העגלה כאשר עגלה במנוחה
5) יש לכייל את הגלאי ולחשב קבוע ההמרה ($counts \leftrightarrow meter$)

ניסוי 5.1 - איפיון של תנועה פשוטה של מתנד הרמוני (10 דקות)

1) בממשק KRUZE תבחרו את הפרמטרים האופטימליים למדידת העתק כפונקצית זמן.
2) תשחררו את המתנד מתנאי ההתחלה $x(t=0)=x_{\max}, \dot{x}(t=0)=0$
3) תדגמו את התנועה של כמה מחזורים. כמה מחזורים יש להדגים כדי לאפיין את התנועה עם הדיוק הגבוהה כאפשר? תשמרו את התוצאות בקובץ.
4) תשנו פרמטרים בממשק KRUZE , תחזרו על סעיפים 2-3
5) תחשבו איך אתם תשיגו מהמדידות שעשיתם את המשרעת, התדירות העצמים והפזה של המתנד ומה השגיאות מדידה לכל אחד מהם.
6) תקבלו את התדירות העצמית של המתנד ביחידות SI

ניסוי 5.2 - מדידת קבוע קפיץ לשני קפיצים (10 דקות)

1) תעקבו אחרי הנחיות של המדריך ובעזרת משקל אלקטרוני מדויק וסרגל תמדדו קבוע קפיץ לשני הקפיצים שברשותכם.
2) תרשמו דיוק של המשקל והסרגל, תחשבו את השגיאה הנגררת של קבועי הקפיץ שקיבלתם.
3) יש לשקול את העגלה.
4) תחשבו את התדירות העצמית של המתנד בעזרת קבועי קפיץ ומסה של המתנד. תשוו עם התוצאה של ניסוי 5.1
5) יש לשקול גם קפיצים.

ניסוי 5.3 - איפיון של תנועה פשוטה של מתנד הרמוני מרוסן (10 דקות)

1) תצמידו זוג מגנטים לעגלה בצורה סימטרית משני צדדים של העגלה. יש להצמיד מגנטים הוריזונטלית.
2) תבדקו שתנועה מחזורית דועכת בכמה מחזורים באופן משמעותי.
3) בממשק KRUZE תבחרו את הפרמטרים האופטימליים למדידת העתק כפונקצית זמן.
4) תשחררו את המתנד מתנאי ההתחלה $x(t=0)=x_{\max}, \dot{x}(t=0)=0$
5) תדגמו את התנועה. כמה מחזורים יש להדגים כדי לאפיין את התנועה מרוסנת? תשמרו את התוצאות בקובץ.
6) יש לשקול גם מגנטים ולתקן את החישוב של התדירות העצמית.

ניסוי בונוס – איפיון של תנועה עם ריסון קריטי (10 דקות)

1) יש לקרוא מה זה ריסון קריטי (*critical damping*) בבית
2) תרכיבו את המתנד למדידה של ריסון קרוב לקריטי
3) תדגימו את התנועה
4) תאפיינו את התנועה