



Det Naturvidenskabelige Fakultet



Fagpakke dag 1

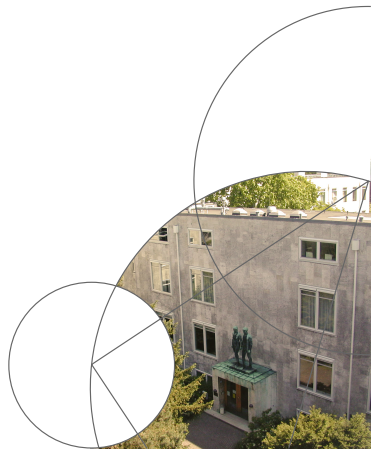
Algoritmer og problemløsning

Arinbjörn Brandsson

Benjamin Rotendahl

Mathias Mortensen

Datalogisk Institut



- ① Forløbets program
- ② Introduktion til algoritmer
- ③ Algoritme vs Algoritme
- ④ Algoritme design
- ⑤ Øvelser
- ⑥ Opsamling og Spørgsmål



Program for de kommende uger

Uge 1

- Introduktion til algoritmer.
- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Øvelser i algoritmer.



Program for de kommende uger

Uge 1

- Introduktion til algoritmer.
- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Øvelser i algoritmer.

Uge 2

- Introduktion til Programmering.
- Programmerings øvelser.



Program for de kommende uger

Uge 1

- Introduktion til algoritmer.
- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Øvelser i algoritmer.

Uge 2

- Introduktion til Programmering.
- Programmerings øvelser.

Uge 3

- Databehandling med Machine Learning.
- Øvelser i dataanalyse.



Hvad er en Algoritme?

An algorithm is a self-contained step-by-step set of operations to be performed that can be expressed within a finite amount of space and time and in a well-defined formal language.



Hvad er en Algoritme?

An algorithm is a self-contained step-by-step set of operations to be performed that can be expressed within a finite amount of space and time and in a well-defined formal language.

På dansk

En algoritme er en **opskrift** på hvordan et bestemt problem kan løses.



Havregryns algoritme

Eksempel

Algorithm 1

Indgangsbetingelser: En skål, mælk, havregryn

Udgangsbetingelser: Morgenmad

while Skålen ikke er fyldt **do**

 Hæld Gryn i Skålen

end while

if Jeg er tyk **then**

 mælk = Minimælk

else

 mælk = Letmælk

end if

while Skålen ikke er fyldt **do**

 Hæld mælk i Skålen

end while

Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som:” så tager du det bedste resultat ...”



Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som:” så tager du det bedste resultat ...”

Terminerer Den må ikke køre for evigt, du skal garantere at den rent faktisk finder sit svar.



Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som:” så tager du det bedste resultat ...”

Terminerer Den må ikke køre for evigt, du skal garantere at den rent faktisk finder sit svar.

input og output Jeg skal vide at hvis jeg giver den A så returnerer den B .



Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som:” så tager du det bedste resultat ...”

Terminerer Den må ikke køre for evigt, du skal garantere at den rent faktisk finder sit svar.

input og output Jeg skal vide at hvis jeg giver den A så returnerer den B .

Kan bevises Det er muligt både at bevise korrekthed og køretid for algoritmen.



Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsnings.



Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsnings.

Bioinformatik

Longest common subsequence: Sammenligning af DNA strenge for at se hvor beslægtet to strenge er.



Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsning.

Bioinformatik

Longest common subsequence: Sammenligning af DNA strenge for at se hvor beslægtet to strenge er.

Primtals faktorisering

Bruges i *kryptering*: Basis for at vi kan have sikker kommunikation.



Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsning.

Bioinformatik

Longest common subsequence: Sammenligning af DNA strenge for at se hvor beslægtet to strenge er.

Primtals faktorisering

Bruges i *kryptering*: Basis for at vi kan have sikker kommunikation.

Machine Learning

En samling af algoritmer der selv kan lære og finde egenskaber i store data sæt. Gør det muligt at løse problemer der før var uden for menneskers kunnen.



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer

Hold B



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen
Merge Sort

Hold B



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter

Hold B



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A
- Bruger algoritmen *Insertion Sort*



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A
- Bruger algoritmen *Insertion Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på 5 timer.



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A
- Bruger algoritmen *Insertion Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på 5 timer.
- De kan sortere 100 millioner tal på **23 dage!**



Sammenligning af Algoritmer

*Vi bruger begrebet Køretid for at beskrive
hvordan tiden en algoritme bruger stiger med
input.*



Sammenligning af Algoritmer

Vi bruger begrebet Køretid for at beskrive hvordan tiden en algoritme bruger stiger med input.

Definition på køretid

En øvregrænse for den tid der bliver brugt på at løse et problem af størrelse n . Skrives som

$$O(n), O(n^2), O(n \lg n), O(n!), O\left(\frac{a}{b}\right)$$



Sammenligning af Algoritmer

Vi bruger begrebet Køretid for at beskrive hvordan tiden en algoritme bruger stiger med input.

Definition på køretid

En øvregrænse for den tid der bliver brugt på at løse et problem af størrelse n . Skrives som

$$O(n), O(n^2), O(n \lg n), O(n!), O\left(\frac{a}{b}\right)$$

Algoritme for minimums funktionen

Givet en liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ ønsker vi at returnere det mindste tal i listen. Hvad er algoritmen og hvad er køretiden?



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 2

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ hvor $x_i < x_j$ for $i < j \leq n$

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 3

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ hvor $x_i < x_j$ for $i < j \leq n$

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for

Analyse af algoritmen

Køretid?



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 4

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ hvor $x_i < x_j$ for $i < j \leq n$

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for

Analyse af algoritmen

Køretid? $O(n)$



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 5

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ hvor $x_i < x_j$ for $i < j \leq n$

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for

Analyse af algoritmen

Køretid? $O(n)$

Er den optimal?



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 6

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ hvor $x_i < x_j$ for $i < j \leq n$

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for

Analyse af algoritmen

Køretid? $O(n)$

Er den optimal? **Jeps!**



Eksempler på køretid

Bogo Sort

- Køretid på $O(n!)$

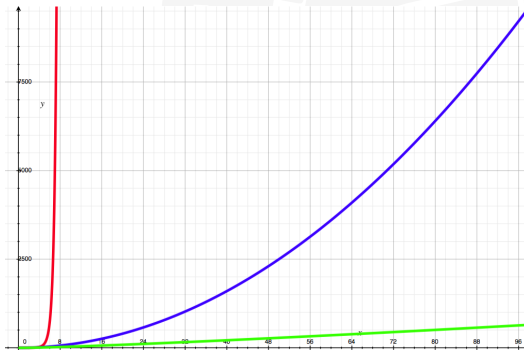
Insertion Sort

- Køretid? $O(n^2)$

Merge sort

- Køretid på $O(n \lg n)$

Figure: Graf over køretider



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.
- 2 Del problemet op i mindre dele.



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.
- 2 Del problemet op i mindre dele.
- 3 Definer output



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.
- 2 Del problemet op i mindre dele.
- 3 Definer output
- 4 Definer input



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.
- 2 Del problemet op i mindre dele.
- 3 Definer output
- 4 Definer input
- 5 Beskriv trin for at gå fra input til output



Øvelser

Algoritme for øvelserne

- 1 Der præsenteres et problem med eksempler.



Øvelser

Algoritme for øvelserne

- 1 Der præsenteres et problem med eksempler.
- 2 I finder på en algoritme for problemet (Arbejd gerne sammen)



Øvelser

Algoritme for øvelserne

- 1 Der præsenteres et problem med eksempler.
- 2 I finder på en algoritme for problemet (Arbejd gerne sammen)
- 3 Vi løser den sammen på tavlen.



Søgning

Mål

Givet en sorteret liste, find så et specifikt element ved at kigge på så få elementer som muligt.



Søgning

Mål

Givet en sorteret liste, find så et specifikt element ved at kigge på så få elementer som muligt.

Eksempel

Lad en liste være givet ved $[2, 4, 5, 7, 8, 11, 25]$, hvor vi ønsker at finde indeks for elementet 11. Svaret skulle gerne være 5 (det første element har indeks 0).



Sortering

Mål

Sorter en givet usorteret liste.



Sortering

Mål

Sorter en givet usorteret liste.

Eksempel

Lad en liste være givet ved $[7, 4, 5, 12, 1]$, denne vil vi gerne sortere! Den sorterede liste skulle gerne være $[1, 4, 5, 7, 12]$.



Implementering af sorteringsmetode

Mål

Skriv en algoritme for Bubble Sort.



Implementering af sorteringsmetode

Mål

Skriv en algoritme for Bubble Sort.

Eksempel

Tavledemonstration!



Primtal

Mål

Skriv en algoritme der finder det n 'te primtal - prøv at gøre den så hurtig som mulig.



Primtal

Mål

Skriv en algoritme der finder det n 'te primtal - prøv at gøre den så hurtig som mulig.

Eksempel

Find det femte primtal. Algoritmen skal gerne returnere 11.



Spørgsmål

Næste gang

I lærer at implementere algoritmer så i kan få en computer til at køre dem.

Nogle Spørgsmål?

