



Det Biovidenskabelige Fakultet

Studiepraktik 2016

Algoritmer og problemløsning

Arinbjörn Brandsson
Benjamin Rotendahl
Mathias Fleig Mortensen
Christopher Mulvad Groot



- ① Dagens program
- ② Introduktion til algoritmer
- ③ Algoritme vs Algoritme
- ④ Algoritme design
- ⑤ Øvelser
- ⑥ Fibonacci Tal
- ⑦ Opsamling og Spørgsmål



Program for idag

Indtil kl 11

- Algoritme design og metoder.



Program for idag

Indtil kl 11

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.



Program for idag

Indtil kl 11

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Hvad er grænserne for algoritmer?



Program for idag

Indtil kl 11

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Hvad er grænserne for algoritmer?
- Øvelser



Program for idag

Indtil kl 11

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Hvad er grænserne for algoritmer?
- Øvelser

Fra 11.30 til 13.30

- Intro til iPython



Program for idag

Indtil kl 11

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Hvad er grænserne for algoritmer?
- Øvelser

Fra 11.30 til 13.30

- Intro til iPython
- Øvelser i Python



Program for idag

Indtil kl 11

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Hvad er grænserne for algoritmer?
- Øvelser

Fra 11.30 til 13.30

- Intro til iPython
- Øvelser i Python

Fra 11.30 til 13.30

- Intro til Machine Learning



Program for idag

Indtil kl 11

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Hvad er grænserne for algoritmer?
- Øvelser

Fra 11.30 til 13.30

- Intro til iPython
- Øvelser i Python

Fra 11.30 til 13.30

- Intro til Machine Learning
- Øvelser i Machine Learning



Hvad er en Algoritme?

An algorithm is a self-contained step-by-step set of operations to be performed that can be expressed within a finite amount of space and time and in a well-defined formal language.



Hvad er en Algoritme?

An algorithm is a self-contained step-by-step set of operations to be performed that can be expressed within a finite amount of space and time and in a well-defined formal language.

På dansk

En algoritme er en **opskrift** på hvordan et bestemt problem kan løses.



Havregryns algoritme

Eksempel

Algorithm 1

Indgangsbetingelser: En skål, mælk, havregryn

Udgangsbetingelser: Morgenmad

while Skålen ikke er fyldt **do**

 Hæld Gryn i Skålen

end while

if Jeg er tyk **then**

 mælk = Minimælk

else

 mælk = Letmælk

end if

while Skålen ikke er fyldt **do**

 Hæld mælk i Skålen

end while

Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som: “ så tager du det bedste resultat ... ”



Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som: “ så tager du det bedste resultat ... ”

Terminerer Den må ikke køre for evigt, du skal garantere at den rent faktisk finder sit svar.



Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som: “ så tager du det bedste resultat ... ”

Terminerer Den må ikke køre for evigt, du skal garantere at den rent faktisk finder sit svar.

input og output Jeg skal vide at hvis jeg giver den A så returnerer den B .



Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som: “ så tager du det bedste resultat ... ”

Terminerer Den må ikke køre for evigt, du skal garantere at den rent faktisk finder sit svar.

input og output Jeg skal vide at hvis jeg giver den A så returnerer den B .

Kan bevises Det er muligt både at bevise korrekthed og køretid for algoritmen.



Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsnings.



Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsnings.

Bioinformatik

Longest common subsequence: Sammenligning af DNA strenge for at se hvor beslægtet to strenge er.



Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsnings.

Bioinformatik

Longest common subsequence: Sammenligning af DNA strenge for at se hvor beslægtet to strenge er.

Primtals faktorisering

Bruges i *kryptering*: Basis for at vi kan have sikker kommunikation.



Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsning.

Bioinformatik

Longest common subsequence: Sammenligning af DNA strenge for at se hvor beslægtet to strenge er.

Primtals faktorisering

Bruges i *kryptering*: Basis for at vi kan have sikker kommunikation.

Machine Learning

En samling af algoritmer der selv kan lære og finde egenskaber i store data sæt. Gør det muligt at løse problemer der før var uden for menneskers kunnen.



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer

Hold B



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen
Merge Sort

Hold B



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter

Hold B



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A
- Bruger algoritmen *Insertion Sort*



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A
- Bruger algoritmen *Insertion Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på 5 timer.



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A
- Bruger algoritmen *Insertion Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på 5 timer.
- De kan sortere 100 millioner tal på **23 dage!**



Sammenligning af Algoritmer

Vi bruger begrebet Køretid for at beskrive hvordan tiden en algoritme bruger stiger med input.



Sammenligning af Algoritmer

Vi bruger begrebet Køretid for at beskrive hvordan tiden en algoritme bruger stiger med input.

Definition på køretid

En øvregrænse for den tid der bliver brugt på at løse et problem af størrelse n . Skrives som

$$O(n), O(n^2), O(n \lg n), O(n!), O\left(\frac{a}{b}\right)$$



Sammenligning af Algoritmer

Vi bruger begrebet Køretid for at beskrive hvordan tiden en algoritme bruger stiger med input.

Definition på køretid

En øvregrænse for den tid der bliver brugt på at løse et problem af størrelse n . Skrives som

$$O(n), O(n^2), O(n \lg n), O(n!), O\left(\frac{a}{b}\right)$$

Algoritme for minimums funktionen

Givet en liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ ønsker vi at returnere det mindste tal i listen. Hvad er algoritmen og hvad er køretiden?



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 2

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Ouput: Det mindste tal i listen.

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 3

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: Det mindste tal i listen.

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for

Analyse af algoritmen

Køretid?



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 4

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: Det mindste tal i listen.

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for

Analyse af algoritmen

Køretid? $O(n)$



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 5

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: Det mindste tal i listen.

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for

Analyse af algoritmen

Køretid? $O(n)$

Er den optimal?



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 6

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: Det mindste tal i listen.

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for

Analyse af algoritmen

Køretid? $O(n)$

Er den optimal? **Jeps!**



Eksempler på køretid

Bogo Sort

- Køretid på $O(n!)$

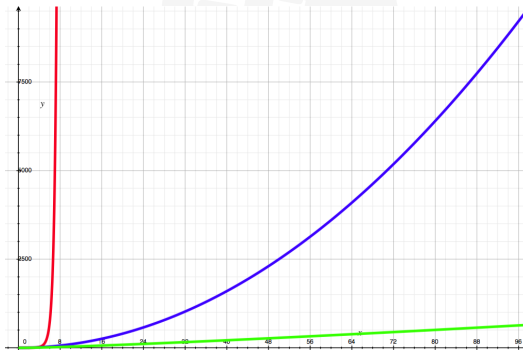
Insertion Sort

- Køretid? $O(n^2)$

Merge sort

- Køretid på $O(n \lg n)$

Figure: Graf over køretider



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.
- 2 Del problemet op i mindre dele.



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.
- 2 Del problemet op i mindre dele.
- 3 Definer output



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.
- 2 Del problemet op i mindre dele.
- 3 Definer output
- 4 Definer input



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.
- 2 Del problemet op i mindre dele.
- 3 Definer output
- 4 Definer input
- 5 Beskriv trin for at gå fra input til output



Øvelser

Algoritme for øvelserne

- 1 Der præsenteres et problem med eksempler.



Øvelser

Algoritme for øvelserne

- 1 Der præsenteres et problem med eksempler.
- 2 I finder på en algoritme for problemet (Arbejd gerne sammen)



Øvelser

Algoritme for øvelserne

- 1 Der præsenteres et problem med eksempler.
- 2 I finder på en algoritme for problemet (Arbejd gerne sammen)
- 3 Vi løser den sammen på tavlen.



Øvelser

Algoritme for øvelserne

- 1 Der præsenteres et problem med eksempler.
- 2 I finder på en algoritme for problemet (Arbejd gerne sammen)
- 3 Vi løser den sammen på tavlen.
- 4 Plus gåder!



Søgning

Mål

Givet en sorteret liste og et element, bestem om element er i listen, ved at kigge på så få elementer som muligt.



Søgning

Mål

Givet en sorteret liste og et element, bestem om element er i listen, ved at kigge på så få elementer som muligt.

Eksempel

Lad en liste være givet ved $[2, 4, 5, 7, 8, 11, 25]$, hvor vi ønsker at finde ud af om elementet 11 er i listen. Svaret skulle gerne være ja. (det første element har indeks 0).



Sortering

Mål

Sorter en givet usorteret liste.



Sortering

Mål

Sorter en givet usorteret liste.

Eksempel

Lad en liste være givet ved $[7, 4, 5, 12, 1]$, denne vil vi gerne sortere! Den sorterede liste skulle gerne være $[1, 4, 5, 7, 12]$.



Nøgle gåde

Hvordan holder jeg min garagedør lukket?

I har en gargeport med en IR modtager der kan modtage et signal og en nøglering der kan sende et signal.



Nøgle gåde

Hvordan holder jeg min garagedør lukket?

I har en gargeport med en IR modtager der kan modtage et signal og en nøglering der kan sende et signal.

Mål

Hvordan kan vi gøre den sikker? Hvilke skal “Computeren” i nøgleringen kunne?



Nøgle gåde

Hvordan holder jeg min garagedør lukket?

I har en gargeport med en IR modtager der kan modtage et signal og en nøglering der kan sende et signal.

Mål

Hvordan kan vi gøre den sikker? Hvilke skal "Computeren" i nøgleringen kunne?

Eksempel

Send en kode til IR modtageren?



Overlappende under problemer

Eksempel

Det n 'te *Fibonacci* tal er defineret som summen af de to forgående.

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$$


Overlappende under problemer

Eksempel

Det n 'te *Fibonacci* tal er defineret som summen af de to forgående.

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$$

Hvordan bestemmer vi dem?



Sommer i Sunny beach

Beskrivelse

Det er sommer i *Sunny Beach* og en kæde af barer langs kysten har et problem,



Sommer i Sunny beach

Beskrivelse

Det er sommer i *Sunny Beach* og en kæde af barer langs kysten har et problem, de kan ikke bestille flere øl!



Sommer i Sunny beach

Beskrivelse

Det er sommer i *Sunny Beach* og en kæde af barer langs kysten har et problem, de kan ikke bestille flere øl!

Hver bar langs strandvejen har b_i øl tilbage, der er ikke nogen der ved hvilken bar der kan sælge flest øl på en given aften.



Sommer i Sunny beach

Beskrivelse

Det er sommer i *Sunny Beach* og en kæde af barer langs kysten har et problem, de kan ikke bestille flere øl!

Hver bar langs strandvejen har b_i øl tilbage, der er ikke nogen der ved hvilken bar der kan sælge flest øl på en given aften. Det er besluttet at alle barer skal have lige mange øl.



Sommer i Sunny beach

Beskrivelse

Det er sommer i *Sunny Beach* og en kæde af barer langs kysten har et problem, de kan ikke bestille flere øl!

Hver bar langs strandvejen har b_i øl tilbage, der er ikke nogen der ved hvilken bar der kan sælge flest øl på en given aften. Det er besluttet at alle barer skal have lige mange øl.

De har en lastbil hvor der kan være en uendelig mængde af øl,



Sommer i Sunny beach

Beskrivelse

Det er sommer i *Sunny Beach* og en kæde af barer langs kysten har et problem, de kan ikke bestille flere øl!

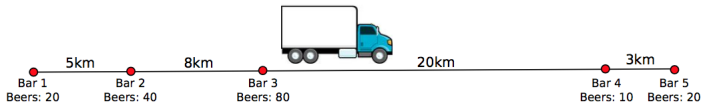
Hver bar langs strandvejen har b_i øl tilbage, der er ikke nogen der ved hvilken bar der kan sælge flest øl på en given aften. Det er besluttet at alle barer skal have lige mange øl.

De har en lastbil hvor der kan være en uendelig mængde af øl, dog er vognførerne på denne lastbil glade for øl. Hver gang der er kørt en kilometer så drikkes der to øl.



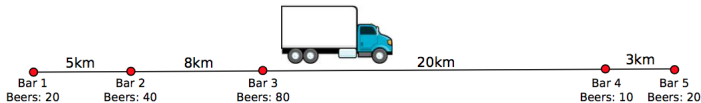
Eksempel

Figur



Eksempel

Figur



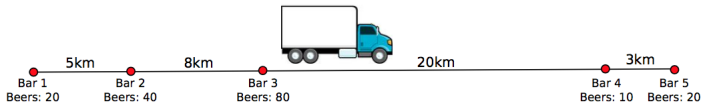
Hvad i får som input

- En liste over hvor mange øl der er på hver bar b_1, b_2, \dots
- En liste over afstanden mellem dem a_1, a_2, \dots



Eksempel

Figur



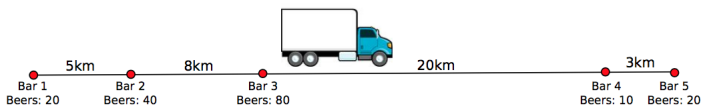
Hvad i får som input

- En liste over hvor mange øl der er på hver bar b_1, b_2, \dots
- En liste over afstanden mellem dem a_1, a_2, \dots
- Det antal øl de gerne vil have på hver bar



Eksempel

Figur



Hvad i får som input

- En liste over hvor mange øl der er på hver bar b_1, b_2, \dots
- En liste over afstanden mellem dem a_1, a_2, \dots
- Det antal øl de gerne vil have på hver bar

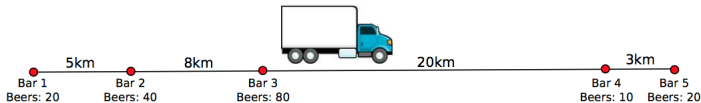
Hvad i skal svare

- ja, eller nej.



Eksempel

Figur



Hvad i får som input

- En liste over hvor mange øl der er på hver bar b_1, b_2, \dots
- En liste over afstanden mellem dem a_1, a_2, \dots
- Det antal øl de gerne vil have på hver bar

Hvad i skal svare

- ja, eller nej.
- Svar også på hvordan man kan finde det optimale



DNS system

Hvad er DNS

Forklaring på tavlen

Mål

Tænk over hvordan vi kan lave et DNS system



DNS system

Hvad er DNS

Forklaring på tavlen

Mål

Tænk over hvordan vi kan lave et DNS system

Eksempel

Snak lidt om hvordan det kunne gøre smart



Zig-Zag sekvens

Beskrivelse

Ejeren af et supermarked har fået en ny stor ølhylde, nu vil han gerne gøre den pæn. Han har placeret sine øl i alfabetisk orden, men højden på flaskerne afviger. Han er nu interesseret i at finde den længste sekvens af øl der skifter mellem lav og høj en såkaldt Zig-Zag sekvens. Så $(15, 10, 17)$ er sådan en sekvens mens $(1, 2, 3)$ ikke er. Vi skal lave en algoritme der bestemmer sådan en sekvens.

Input: n øl flaskers højde n_1, n_2, \dots

Output: Den længst mulige Zig-Zag sekvens.

Eksempel

- Input : (6, 1, 7, 7, 2, 4, 7)
- Output : (6, 1, 7, 2, 7)

Figur



I må gerne fjerne flasker men ikke bytte rundt på dem, beskriv en metode til at bestemme den her sekvens og tænk over hvor effektivt den er.



Primtal

Mål

Skriv en algoritme der finder det n 'te primtal — prøv at gøre den så hurtig som mulig.



Primtal

Mål

Skriv en algoritme der finder det n 'te primtal — prøv at gøre den så hurtig som mulig.

Eksempel

Find det femte primtal. Algoritmen skal gerne returnere 11.



Spørgsmål

Nogle Spørgsmål?

