



Det Biovidenskabelige Fakultet

Espergærde Gymnasium

Algoritmer og problemløsning

Gymnasietjenesten på DIKU



Program for idag

Indtil kl 11.30

- Algoritme design og metoder.



Program for idag

Indtil kl 11.30

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.



Program for idag

Indtil kl 11.30

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Intro til iPython



Program for idag

Indtil kl 11.30

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Intro til iPython
- Intro til Machine Learning



Program for idag

Indtil kl 11.30

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Intro til iPython
- Intro til Machine Learning



Program for idag

Indtil kl 11.30

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Intro til iPython
- Intro til Machine Learning

Fra 12.00 til 13.30

- Perceptron



Program for idag

Indtil kl 11.30

- Algoritme design og metoder.
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger.
- Intro til iPython
- Intro til Machine Learning

Fra 12.00 til 13.30

- Perceptron
- K-means Clustering

Fra 13.45 til 15.00

- Øvelser



Hvad er en Algoritme?

An algorithm is a self-contained step-by-step set of operations to be performed that can be expressed within a finite amount of space and time and in a well-defined formal language.



Hvad er en Algoritme?

An algorithm is a self-contained step-by-step set of operations to be performed that can be expressed within a finite amount of space and time and in a well-defined formal language.

På dansk

En algoritme er en **opskrift** på hvordan et bestemt problem kan løses.



Havregryns algoritme

Eksempel

Algorithm 1

Indgangsbetingelser: En skål, mælk, havregryn

Udgangsbetingelser: Morgenmad

while Skålen ikke er fyldt **do**

 Hæld Gryn i Skålen

end while

if Jeg er tyk **then**

 mælk = Minimælk

else

 mælk = Letmælk

end if

while Skålen ikke er fyldt **do**

 Hæld mælk i Skålen

end while

Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som: “ så tager du det bedste resultat ... ”



Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som: “ så tager du det bedste resultat ... ”

Terminerer Den må ikke køre for evigt, du skal garantere at den rent faktisk finder sit svar.



Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som: “ så tager du det bedste resultat ... ”

Terminerer Den må ikke køre for evigt, du skal garantere at den rent faktisk finder sit svar.

input og output Jeg skal vide at hvis jeg giver den A så returnerer den B .



Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som: “ så tager du det bedste resultat ... ”

Terminerer Den må ikke køre for evigt, du skal garantere at den rent faktisk finder sit svar.

input og output Jeg skal vide at hvis jeg giver den A så returnerer den B .

Kan bevises Det er muligt både at bevise korrekthed og køretid for algoritmen.



Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsnings.



Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsning.

Bioinformatik

Longest common subsequence: Sammenligning af DNA strenge for at se hvor beslægtet to strenge er.



Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsning.

Bioinformatik

Longest common subsequence: Sammenligning af DNA strenge for at se hvor beslægtet to strenge er.

Primtals faktorisering

Bruges i *kryptering*: Basis for at vi kan have sikker kommunikation.



Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsning.

Bioinformatik

Longest common subsequence: Sammenligning af DNA strenge for at se hvor beslægtet to strenge er.

Primtals faktorisering

Bruges i *kryptering*: Basis for at vi kan have sikker kommunikation.

Machine Learning

En samling af algoritmer der selv kan lære og finde egenskaber i store data sæt. Gør det muligt at løse problemer der før var uden for menneskers kunnen.



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer

Hold B



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen
Merge Sort

Hold B



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter

Hold B



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A
- Bruger algoritmen *Insertion Sort*



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A
- Bruger algoritmen *Insertion Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på 5 timer.



Valget af algoritme

Soterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n .

Hold A

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold B

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A
- Bruger algoritmen *Insertion Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på 5 timer.
- De kan sortere 100 millioner tal på **23 dage!**



Sammenligning af Algoritmer

Vi bruger begrebet Køretid for at beskrive hvordan tiden en algoritme bruger stiger med input.



Sammenligning af Algoritmer

Vi bruger begrebet Køretid for at beskrive hvordan tiden en algoritme bruger stiger med input.

Definition på køretid

En øvregrænse for den tid der bliver brugt på at løse et problem af størrelse n . Skrives som

$$O(n), O(n^2), O(n \lg n), O(n!), O\left(\frac{a}{b}\right)$$



Sammenligning af Algoritmer

Vi bruger begrebet Køretid for at beskrive hvordan tiden en algoritme bruger stiger med input.

Definition på køretid

En øvregrænse for den tid der bliver brugt på at løse et problem af størrelse n . Skrives som

$$O(n), O(n^2), O(n \lg n), O(n!), O\left(\frac{a}{b}\right)$$

Algoritme for minimums funktionen

Givet en liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ ønsker vi at returnere det mindste tal i listen. Hvad er algoritmen og hvad er køretiden?



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 2

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Ouput: Det mindste tal i listen.

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 3

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: Det mindste tal i listen.

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for

Analyse af algoritmen

Køretid?



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 4

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: Det mindste tal i listen.

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for

Analyse af algoritmen

Køretid? $O(n)$



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 5

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: Det mindste tal i listen.

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for

Analyse af algoritmen

Køretid? $O(n)$

Er den optimal?



Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 6

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

Output: Det mindste tal i listen.

$\text{min} = x_1$

for x_i in X **do**

if $x_i < \text{min}$ **then**

$\text{min} = x_i$

end if

end for

Analyse af algoritmen

Køretid? $O(n)$

Er den optimal? **Jeps!**



Eksempler på køretid

Bogo Sort

- Køretid på $O(n!)$

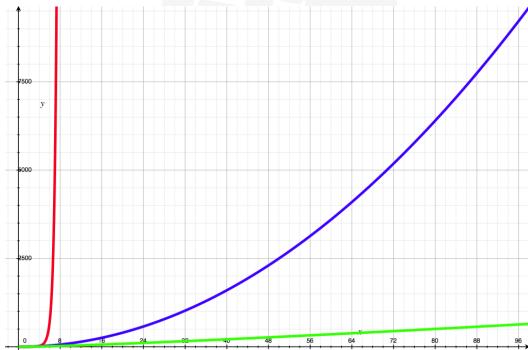
Insertion Sort

- Køretid? $O(n^2)$

Merge sort

- Køretid på $O(n \lg n)$

Figure: Graf over køretider



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.
- 2 Del problemet op i mindre dele.



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.
- 2 Del problemet op i mindre dele.
- 3 Definer output



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.
- 2 Del problemet op i mindre dele.
- 3 Definer output
- 4 Definer input



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

- 1 Beskriv problemet med egne ord.
- 2 Del problemet op i mindre dele.
- 3 Definer output
- 4 Definer input
- 5 Beskriv trin for at gå fra input til output



Øvelser

Algoritme for øvelserne

- 1 Der præsenteres et problem med eksempler.



Øvelser

Algoritme for øvelserne

- 1 Der præsenteres et problem med eksempler.
- 2 I finder på en algoritme for problemet (Arbejd gerne sammen)



Øvelser

Algoritme for øvelserne

- 1 Der præsenteres et problem med eksempler.
- 2 I finder på en algoritme for problemet (Arbejd gerne sammen)
- 3 Vi løser den sammen på tavlen.



Øvelser

Algoritme for øvelserne

- 1 Der præsenteres et problem med eksempler.
- 2 I finder på en algoritme for problemet (Arbejd gerne sammen)
- 3 Vi løser den sammen på tavlen.



Søgning

Mål

Givet en sorteret liste og et element, bestem om element er i listen, ved at kigge på så få elementer som muligt.



Søgning

Mål

Givet en sorteret liste og et element, bestem om element er i listen, ved at kigge på så få elementer som muligt.

Eksempel

Lad en liste være givet ved $[2, 4, 5, 7, 8, 11, 25]$, hvor vi ønsker at finde ud af om elementet 11 er i listen. Svaret skulle gerne være ja. (det første element har indeks 0).



Sortering

Mål

Sorter en givet usorteret liste.



Sortering

Mål

Sorter en givet usorteret liste.

Eksempel

Lad en liste være givet ved $[7, 4, 5, 12, 1]$, denne vil vi gerne sortere! Den sorterede liste skulle gerne være $[1, 4, 5, 7, 12]$.



Overlappende under problemer

Eksempel

Det n 'te *Fibonacci* tal er defineret som summen af de to forgående.

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$$


Overlappende under problemer

Eksempel

Det n 'te *Fibonacci* tal er defineret som summen af de to forgående.

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$$

Hvordan bestemmer vi dem?



Programmering

Hvorfor skal vi kode?

- 1 Vi kan bruge at computeren kan lave 10.240 millioner instruktioner per sekund.



Programmering

Hvorfor skal vi kode?

- 1 Vi kan bruge at computeren kan lave 10.240 millioner instruktioner per sekund.
- 2 Vi slipper for at håndkøre algoritmer



Programmering

Hvorfor skal vi kode?

- ① Vi kan bruge at computeren kan lave 10.240 millioner instruktioner per sekund.
- ② Vi slipper for at håndkøre algoritmer
- ③ Algoritmer kan testes og udføres med computere effektivt



Programmering

Hvorfor skal vi kode?

- ① Vi kan bruge at computeren kan lave 10.240 millioner instruktioner per sekund.
- ② Vi slipper for at håndkøre algoritmer
- ③ Algoritmer kan testes og udføres med computere effektivt
- ④ Vi kan arbejde med data som mennesker ikke kan overskue



Programmering

Hvorfor skal vi kode?

- ① Vi kan bruge at computeren kan lave 10.240 millioner instruktioner per sekund.
- ② Vi slipper for at håndkøre algoritmer
- ③ Algoritmer kan testes og udføres med computere effektivt
- ④ Vi kan arbejde med data som mennesker ikke kan overskue
- ⑤ Computeren har allerede vist sig over menneskelig i visse situationer.



Hvorfor python?

Høj niveau sprog Man skal ikke tænke på hvordan maskinen fortolker det.



Hvorfor python?

Høj niveau sprog Man skal ikke tænke på hvordan maskinen fortolker det.

Alsidigt Bliver brugt mange steder, fra webudvikling til kræftforskning



Hvorfor python?

Høj niveau sprog Man skal ikke tænke på hvordan maskinen fortolker det.

Alsidigt Bliver brugt mange steder, fra webudvikling til kræftforskning

Nemt at lære Det har en simpel pæn syntax og er meget tilgivende. Minder meget om pseudokode



Hvorfor python?

Høj niveau sprog Man skal ikke tænke på hvordan maskinen fortolker det.

Alsidigt Bliver brugt mange steder, fra webudvikling til kræftforskning

Nemt at lære Det har en simpel pæn syntax og er meget tilgivende. Minder meget om pseudokode

Minimums algoritmen

```
nums = [42, 314, 1337, 69, 13, 7, 3]
mini = nums[0]
for x in nums:
    if(x < mini):
        mini = x
print mini
```



Hvad med et gætte spil?

Vi ønsker at kode et lille spil hvor brugeren skal gætte det tal computeren har valgt.

Demo

Den koder vi!



Øvelsestid

Kode øvelser i python!

