# Fysik A
# Eksamenprojekt
# **Vandraketter**


*Af*
Simon Skjernaa Erfurth

*I sammerbejde med*
Jonas Stigsen
Ninna Liigaard

*Vejleder*
Søren Peter Møller

Odense Tekniske Gymnasium


27. april 2015

# Indhold

# 1 Indledning

I denne rapport udleder vi en formel for hvordan at en vandraket accelere. Vi basere denne på Newtons 2. lov:

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

$$a = \frac{F}{m} \tag{2}$$

Vi udleder derudover en metode at beregne de krafter der påvirker raketten, tyngdekraften og den fremadrettede kraft, som opstår som beskrevet af newtons 3. lov, og skabt ved at vi presser vandet ud af ventilen.

$$F_{\text{tyn}} = m \cdot g \tag{3}$$

$$F_{\text{frem}} = v \cdot m \cdot \Delta t \tag{4}$$

Vi kan herved beregne den teoretiske accelereation, og ud fra den bestemme hastigheden.

Derudover efterviser vi den ved at sende vandraketter op i virkeligheden med forskellige mængder vand, hvor vi bestemmer deres acceleration og hastighed teoretisk og praktisk. Dette bruger vi til at eftervise at vores model passer.

# 2 Formål

Formålet med dette projekt er at bestemme en teoretisk formel for accelerationen af en vandraket, og ud fra denne at bestemme hastigheden. Vi ønsker så at eftervise den ved at affyre vandraketter med forskelligt startvolumen af vand.

# 3 Teori

Vi vil her se på to stadier. Stadie 1 hvor den accelere ved at der kommer vand ud af den, og stadie to hvor der ikke mere er noget vand tilbage og de eneste krafter der virker på den er tyngdekraften og luftmodstanden.

## 3.1 Stadie 1

Vi vil her fokusere på at finde accelerationen af raketten. Derudfra kan vi finde hastigheden og strækning ved integration.

$$v(t) = \int a(t)\,\mathrm{d}t \tag{5}$$

$$s(t) = \int v(t)\,\mathrm{d}t = \iint a(t)\,\mathrm{d}t \tag{6}$$

Vi finder accelerationen ud fra Newtons 2. lov, som siger:

$$F = m \cdot a \tag{7}$$

I det vi vælger kun at se på bevægelsen opad, og ikke hvordan den bevæger sig paralelt med jorden behøves vi ikke at regne med vektore. I det vi ønsker at kende accelerationen til en given tid bruger vi:

$$F_{\text{total}}(t) = m(t) \cdot a(t) \tag{8}$$

$$a(t) = \frac{F_{\text{total}(t)}}{m(t)} \tag{9}$$

$F_{\text{total}}$ er summen af alle de krafter der virker på raketten:

$$F_{\text{total}} = F_{\text{tyn}} + F_{\text{frem}} \tag{10}$$

Her ser vi desuden bort fra den kraft som påvirker raketten mens den forlader affyringsventilen, samt den kraft som at raketten modtager fra luften, efter der ikke er mere vand tilbage. Endeligt ser vi også bort fra luftmodstanden. Denne kunne være regnet med ind, men havde gjort beregningerne yderligt besværglige.

#### 3.1.1 Luften og vandet i flasken

I det vi kender det oprindelige tryk af luften i flasken, og det oprindelige volumen af luften kan vi bruge Boyle's lov til at beregne trykket til et givent volumen, da:

$$V_{\text{luft}}(t) \cdot p_{\text{luft}}(t) = V_{\text{luft}}(0) \cdot p_{\text{luft}}(0) \tag{11}$$

$$\Rightarrow p_{\text{luft}}(t) = \frac{V_{\text{raket}}(0) \cdot p_{\text{luft}}(0)}{V_{\text{raket}}(t)} \tag{12}$$

Dette gælder naturligvis kun indtil at der ikke er mere vand i flasken, hvor at stofmængden stopper med at være konstant.

Vi kan desuden finde volumet af luften i flasken til en given tid som flaskens totale volumen minus det volumen som at vandet fylder på et givent tidspunkt. Dette volumen vil vi senere bestemme en formel for.

$$V_{\text{raket}}(t) = V_{\text{total}} - V_{\text{vand}}(t) \tag{13}$$

Vi ønsker desuden også at bestemme hvor højt at vandet står inde i vores flæaske. For at gøre dette antager vi at vores flaske er en perfekt cylinder hele vejen ned. Vi kan derved findeoverfladearealet af vandet til at være det samme som det af flasken. Ud fra dette kan vi bestemme højden af vand i flasken som en funktion af volumet til tiden.

$$h_{\text{raket}} = \frac{V_{\text{vand}}(t)}{A_{\text{raket}}} \tag{14}$$

### 3.1.2 Massen af raketten

Vi kan finde den totale masse til en tid som massen af raketten plus massen af vand i raketten til den givne tid:

$$m(t) = m_{\text{raket}} + m_{\text{vand}}(t) \tag{15}$$

Vi kan desuden bestemme massen af vandet til en given tid som volumet af vandet gange densiteten af vand.

$$m_{\text{vand}}(t) = V_{\text{vand}}(t) \cdot \rho_{\text{vand}} \tag{16}$$

### 3.1.3 Drivkraften

Den primære kraft der driver vores raket frem er impulsen at vandet forlade raketten, i det Newtons 3. lov siger at for hver kraft er der en ligeså stor modsatrette kraft. Vores ene kraft er her at vi sender vandet afsted, mens at den modsatrettede kraft er det der driver vores raket fremad. Vi kan derfor også sige at de er lige store.

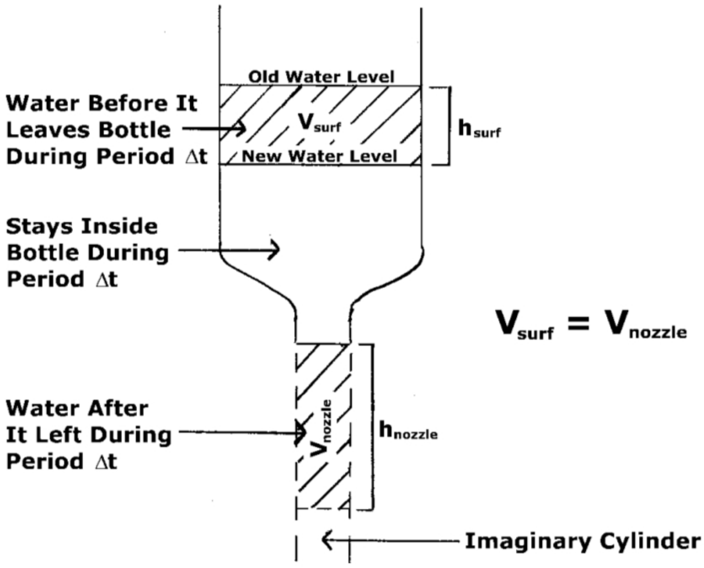
Vi ønsker at starte med at finde den hastighed som at vandet bevæger sig på når det forlader raketten. Her er det vigtigt at huske på at hastigheden ved toppen af vandet er en anden end ved ventilen, men desuden også at i løbet af et tidsrum, $\Delta t$, vil det volumen der er forsvudnet ved vandets overflade være lig det volumen der er røget ud af ventilen, se figur 1.

Lad os starte med at se på hvor langt at vandet vil flytte sig i løbet af et tidsrum hvor at vandet bevæger sig med en given hastighed:

$$\Delta h_{\text{vand}} = v_{\text{overflade}}(t) \cdot \Delta t \tag{17}$$

Vi kan derved også beregne volumet af vand der har forladt raketten:

$$V_{\text{ud}} = \Delta h_{\text{vand}} \cdot A_{\text{raket}} \tag{18}$$




Figur 1: Sammenhænget mellem volumet af vand ved ventilen og i flasken.

Denne mængde vand må være røget gennem ventilen. Antager vi at de har beholdt formen som en cylinder kan vi beregne højden af denne på samme måde som vi beregnede hvor højt vandet stod i flasken:

$$\Delta h_{\text{vent}} = \frac{V_{\text{vent}}}{A_{\text{vent}}} \tag{19}$$

Det vil altså sige at hvis $\Delta h$ meter vand er kommet ud af rakketen i $\Delta t$ tid er hastigheden vandet forlader ventilen med givet ved:

$$v_{\text{vent}}(t) = \frac{\Delta h_{\text{vent}}}{\Delta t} \tag{20}$$

Da vi desuden ved at der må være flyttet den samme mængden vand gennem ventilen som der er flyttet vand fra overfladen i raketten.

$$V_{\text{vand}} = V_{\text{vent}} \tag{21}$$

$$\Delta h_{\text{vand}} \cdot A_{\text{vand}} = \Delta h_{\text{vant}} \cdot A_{\text{vent}} \tag{22}$$

$$v_{\text{overflade}} \cdot \Delta t \cdot A_{\text{vand}} = v_{\text{vent}} \cdot \Delta t \cdot A_{\text{vent}} \tag{23}$$

$$v_{\text{overflade}} \cdot A_{\text{vand}} = v_{\text{vent}} \cdot A_{\text{vent}} \tag{24}$$

$$\Rightarrow v_{\text{overflade}} = \frac{v_{\text{vent}} \cdot A_{\text{vent}}}{A_{\text{raket}}} \tag{25}$$

I den sidste formel vil vi senere erstatte $v_{\text{overflade}}$.

Vi vil nu se på Bernoullis lov som siger at ved et givent punkt langs med vandet er:

$$p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot d \cdot v^2 = \text{kosntant} \tag{26}$$

Bruger vi denne lov ved overfalden af vandet giver det os følgende formel:

$$(p_{\text{raket}}(t) - p_{\text{atms}}) + \rho_{\text{vand}}(g - a(t))h_{\text{vand}}(t) + \frac{1}{2}\rho_{\text{vand}}(v_{\text{overflade}}(t))^2 = k \tag{27}$$

Vi vælger her at trække trykket af atmosfæren fra, da dette vil hindre vandets løb. Derudover trækker vi rakettens acceleration fra tyngdeacceleleationen, som allerede er negativ. Dette skyldes at som vores rakket accelere vil denne acceleration hjælp vandet ud af raketten.

Bruger vi Bernoullis lov på vandet ved ventilen giver det os:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{vand}} \cdot (v_{\text{vent}}(t))^2 = k \tag{28}$$

Det første led forsvinder da der netop ikke mere er noget tryk der virker på vandet her, og det andet led forsvinder da vi altid regner $h$ herfra, og det derfor giver nul. De to led er lig den samme konstant (da det er samme løb af vand), og vi kan derfor sætte dem lig hinanden.

$$(p_{\text{raket}}(t) - p_{\text{atms}}) + \rho_{\text{vand}}(g - a(t))h_{\text{vand}}(t) \tag{29}$$
$$+\frac{1}{2}\rho_{\text{vand}}(v_{\text{overflade}}(t))^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{vand}} \cdot (v_{\text{vent}}(t))^2 \tag{30}$$

Som vi kan omskrive til:

$$\left(\frac{\rho_{\text{vand}}}{2}\right) \cdot \left((v_{\text{vent}}(t))^2 - (v_{\text{overflade}}(t))^2\right) \tag{31}$$
$$= p_{\text{raket}}(t) - p_{\text{atms}} + \rho_{\text{vand}} \cdot (g - a(t)) \cdot h_{\text{vand}}(t) \tag{32}$$

Vi erstatter nu $v_{\text{overflade}}$.

$$\left(\frac{\rho_{\text{vand}}}{2}\right)\left((v_{\text{vent}}(t))^2 - \frac{A_{\text{vent}}^2 \cdot (V_{\text{vent}}(t))^2}{A_{\text{raket}}^2}\right) \tag{33}$$
$$= p_{\text{raket}}(t) - p_{\text{atms}} + \rho_{\text{vand}} \cdot (g - a(t)) \cdot h_{\text{vand}}(t) \tag{34}$$

Dernæst isolere vi $v_{\text{vent}}(t)$.

$$v_{\text{vent}}(t) = \sqrt{\frac{2(p_{\text{raket}}(t) - p_{\text{atms}} + \rho_{\text{vand}} \cdot (g - a(t)) \cdot h_{\text{vand}})}{\rho_{\text{vand}} \cdot \left(1 - \left(\frac{A_{\text{vent}}}{A_{\text{raket}}}\right)^2\right)}} \tag{35}$$

Endeeligt ønsker vi at bestemme den masse af vand vi har udsendt i løbet af perioden. Dette gøres ved at vi antager at det beholder en form som en cylinder. Vi kan da beregne højden af cylinderen som hastigheden gange tiden:

$$h_{\text{udsendt}}(t) = v_{\text{vent}}(t) \cdot \Delta t \tag{36}$$
$$V_{\text{udsendt}}(t) = h_{\text{udsendt}}(t) \cdot A_{\text{vent}} \tag{37}$$
$$m_{\text{udsendt}}(t) = V_{\text{udsendt}}(t) \cdot \rho_{\text{vand}} \tag{38}$$

Og til sidste kan vi så finde fremdriften for raketten:

$$F_{\text{frem}} = v_{\text{vent}}(t) \cdot m_{\text{udsendt}}(t) \cdot \Delta t \tag{39}$$

#### 3.1.4 Tyngdekraften

Til at beregne tyngdekraftens effekt på vores raket bruger vi igen Newtons 2. lov, denne gang blot med tyngdeaccelerationen som vores a.

$$F_{\text{tyn}}(t) = m(t) \cdot g \tag{40}$$

### 3.2 Stadie 2

Efter at der ikke er mere vand tilbage kan vi stadigvæk benytte vores formel, da vores $F_{\text{frem}}$ blot giver 0. Derved er det kun tyngdekraften der påvirker den (vi ser stadig bort fra luftmodstand) og vi kan altså finde hastigheden som arealet under vores acceleration.

## 4 Fremgangsmåde

Det praktiske arbejde er to delt. I den ene halvdel affyres rakketen lodret, og i den anden halvdel affyres den i en vinkel på $45^o$. Fremgangsmåden er dog tilnærmelsesvist det samme, og vil derfor kun blive gennemgået generelt.

Vores data opsamling foregik ved at vi filmede affyringen af raketterne, samt deres bane og derefter satte det ind i loggerpro, og mappede dens bevægelse billede for billede. Ud fra dette finder programmet dens hastighedder i x- og y-retningenm, og man kan derfra finde dens samlede hastighed og accelereation.

Forsøget blev udført ved at vi først fyldte den ønskede mængden væske i raketten, og dernæst satte en tætlukkende ventil fast. Raketten placeres herefter på affyringsrampen, og ved hjælp af en pumpe dannede vi herefter et overtryk på 25 psi i flaseken, hved hvilket tryk at ventilen selvudløste og affyrede raketten.

# 5 Resultater

For målteværdier og tabelværdier se tabel 1.

| Variabel | Værdi | Enhed |
|---|---|---|
| $p_{\text{atms}}$ | 101000 | Pa |
| $M_{\text{atms}}$ | 0.029 | kg/mol |
| $p_{\text{start}}$ | 172000 | Pa |
| $T_{\text{OMG}}$ | 10 | °C |
| $O_{\text{flask}}$ | 0.29 | m |
| $m_{\text{raket}}$ | 81 | g |
| $V_{\text{raket}}$ | 1.59 | L |
| $A_{\text{vent}}$ | $1.0 \cdot 10^{-6}$ | $\text{m}^3$ |
| $\rho_{\text{vand}}$ | 1000 | $\text{kg}\,\text{m}^{-3}$ |

Tabel 1: Målteværdier og tabelværdier

Vi bestemmer radius af vores flaske.

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r \Leftrightarrow r = \frac{O}{2\pi} \tag{41}$$

$$r_{raket} = \frac{0.29\text{m}}{2\pi} = 0.046\text{m} \tag{42}$$

Ud fra denne bestemmer vi det største tværsnitsareal af raketten i det vi ser bort fra det som at vingerne tilfører.

$$A = \pi \cdot r^2 \tag{43}$$

$$A_{\text{raket}} = \pi \cdot (0.046\text{m})^2 = 0.0067\text{m}^2 \tag{44}$$

# 6 Databehandlinge og diskussion

## 6.1 Teoretiske bevægelser

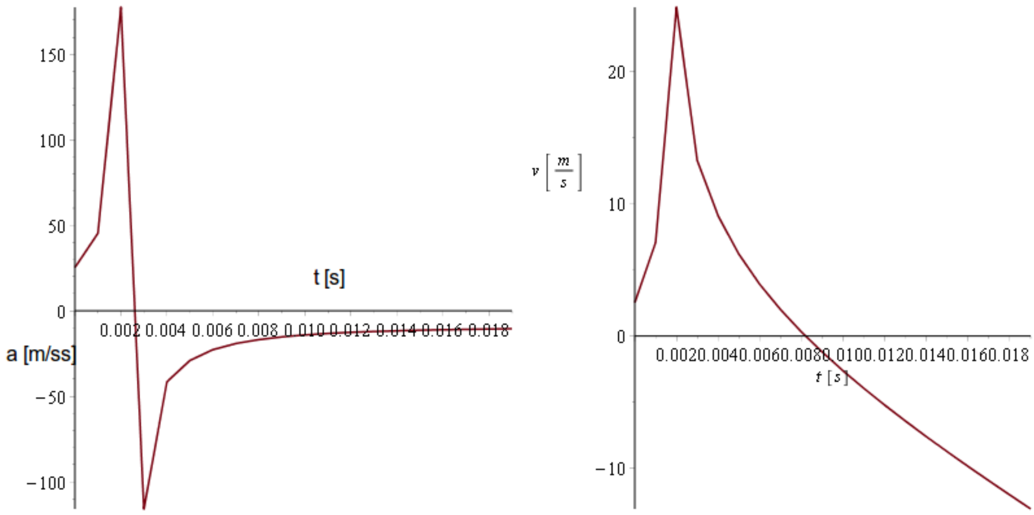
Vi ønsker at teste vores raket med 100, 250 og 500mL vand i. Lad os starte med at se på den med 100mL.

Vores teoretiske bestemmelse foregår ved at vi regner på mange, meget små tidsintervaller. Vi starter altså med at regne for de føste 10 ms, hvor vi antager at alt er som det er til tiden $t = 0$. Derefter kan vi bestemme hvad alt er til tiden $t = 10$ms, og igen bestemme $a$ for de næste 10 ms. Jeg vil starte med at bestemme hvad vores a er for de første 10 ms.

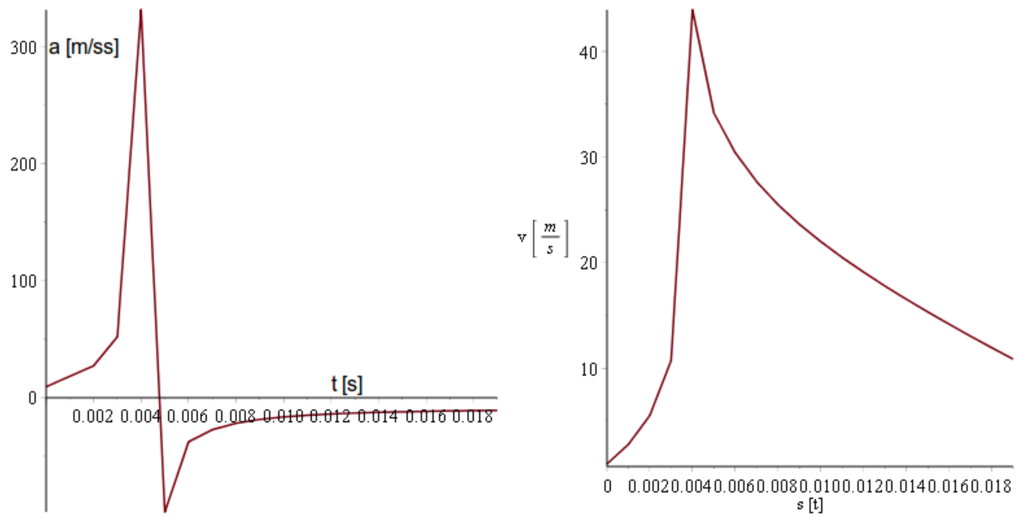
$$\Delta t = 0.001\mathrm{s} \tag{45}$$
$$m = 0.081\mathrm{kg} + 0.1\mathrm{kg} \tag{46}$$
$$p_{\mathrm{flaske}} = 172350\mathrm{Pa} \tag{47}$$
$$V_{\mathrm{vand}} = 0.0001\mathrm{m}^3 \tag{48}$$
$$V_{\mathrm{flaske}} = 0.00159\mathrm{m}^3 \tag{49}$$
$$V_{\mathrm{luft}} = V_{\mathrm{flaske}} - V_{\mathrm{vand}} = 0.00149\mathrm{m}^3 \tag{50}$$
$$h_{\mathrm{raket}} = \frac{V_{\mathrm{vand}}}{A_{\mathrm{raket}}} = 0.01492537313\mathrm{m} \tag{51}$$
$$F_{\mathrm{tyn}} = m \cdot g = -1.77742 \tag{52}$$
$$v_{\mathrm{vent}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_{\mathrm{flaske}} - p_{\mathrm{atms}} + \rho_{\mathrm{vand}} \cdot (g-0) \cdot h_{\mathrm{raket}})}{\rho_{\mathrm{vand}} \cdot \left(\frac{A_{\mathrm{vent}}}{A_{\mathrm{raket}}}\right)}} \tag{53}$$
$$= 79781.98567\frac{\mathrm{m}}{s} \tag{54}$$
$$h_{\mathrm{fjernet}} = v_{\mathrm{vent}} \cdot \Delta t = 79.78198567\mathrm{m} \tag{55}$$
$$V_{\mathrm{fjernet}} = h_{\mathrm{fjernet}} \cdot A_{\mathrm{vent}} = 0.00007978198567\mathrm{m}^3 \tag{56}$$
$$m_{\mathrm{fjernet}} = V_{\mathrm{fjernet}} \cdot \rho_{\mathrm{vand}} = 0.07978198567\mathrm{kg} \tag{57}$$
$$F_{\mathrm{frem}} = m_{\mathrm{fjernet}} \cdot v_{\mathrm{vent}} \cdot \Delta t = 6.365165237 \tag{58}$$
$$a = \frac{F_{\mathrm{tyn}} + F_{\mathrm{frem}}}{m} = 25.34665877\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \tag{59}$$

Vi har efter den første omgagn regnet de næste 20 værdier for $a$ ud vha. maple 18, se billag B.1 (Der er det beregnet for 250mL forsøget, fremgangsmåden var det samme). Dette har sat os i stand til at tegne teoretiske grafer for accelerationen. Hastigheden fandt vi ved at tage summen af alle tidliger accelerationer i den tid de var blevet hold (10 ms). Derved kunne vi også tegne grafer for hastighedderne, se figur 2, 3 og 4.

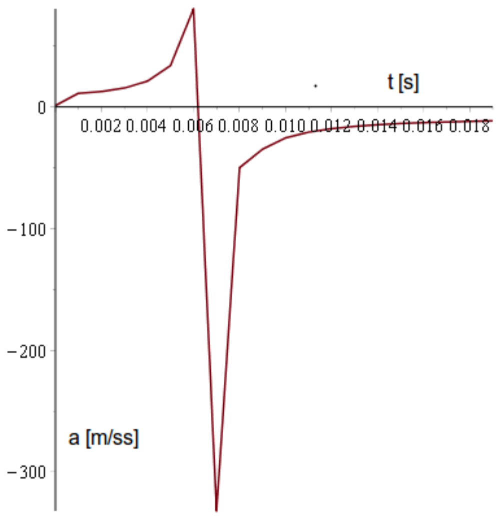
En usikkerhed ved metoden er at krafterne der påvirker vores raket jo ikke kun opdateres hvert 10 ms, men hele tiden. Derfor kommer vores grafer ikke til at stemme helt overens med hvordan vores praktiske grafer ser ud, dog burde vi kunne følge de samme overordnede bevægelser.

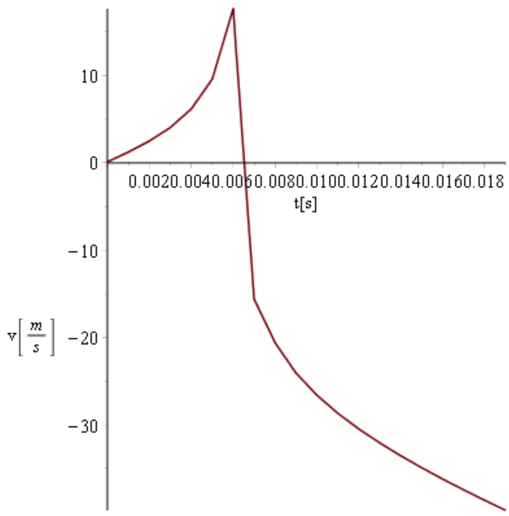



Figur 2: Acceleration og hastighed for vores raket med 100 mL vand.




Figur 3: Acceleration og hastighed for vores raket med 250 mL vand.






Figur 4: Acceleration og hastighed for vores raket med 500 mL vand.

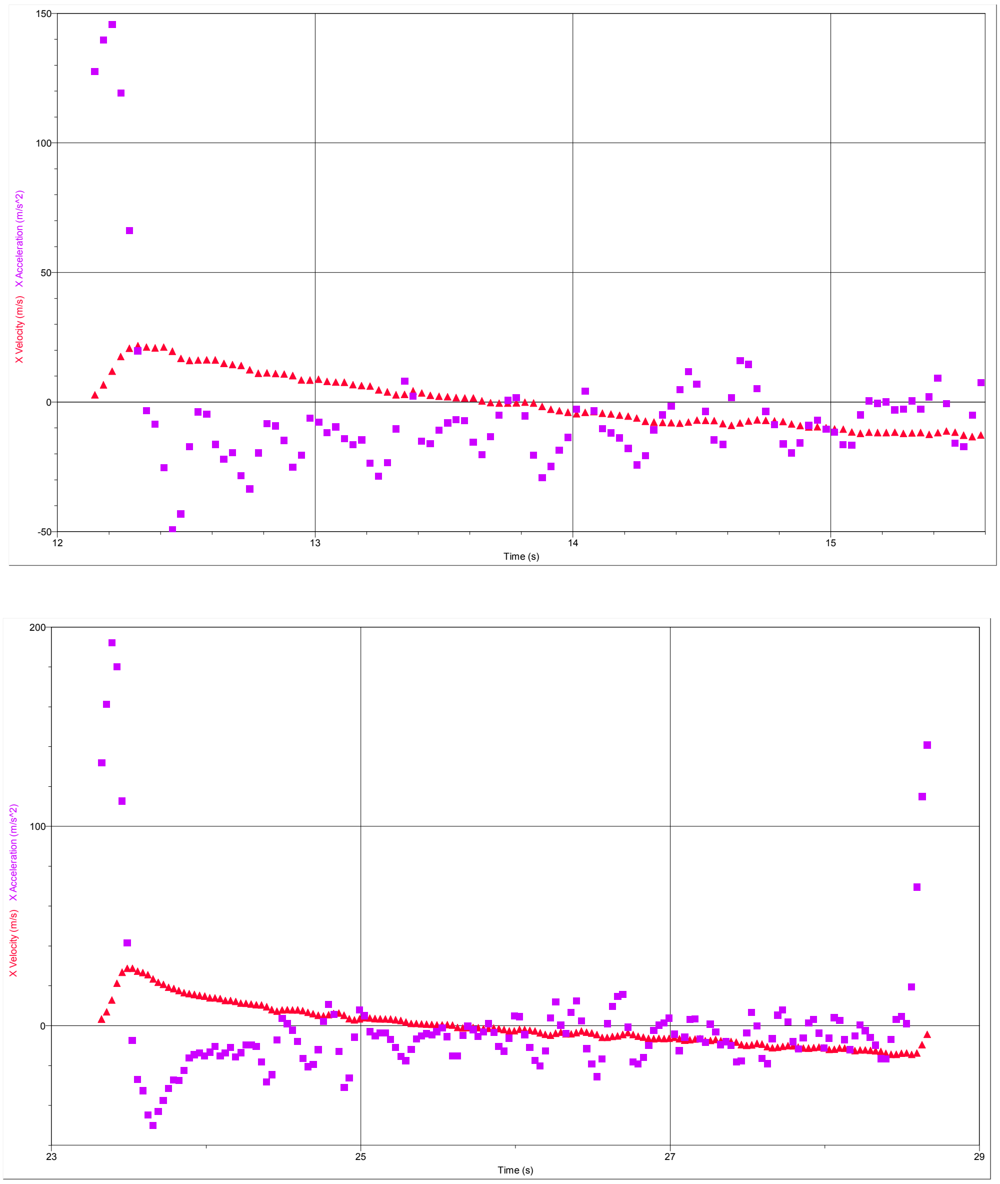
## 6.2 Praktiske bevægelser

Som tidliger nævnt plottede vi vores raketters baner i loggerpro. Ud fra dette kan programmet bestemme både den 1. og 2. afledte, altså hastigheden og accelerationen. Disse ses for vores 2 afffyringer for 100mL på figur 5, vores 2 affyringer for 250mL på figure 6 og endeligt vores to affyringer med 500mL på figure 7.

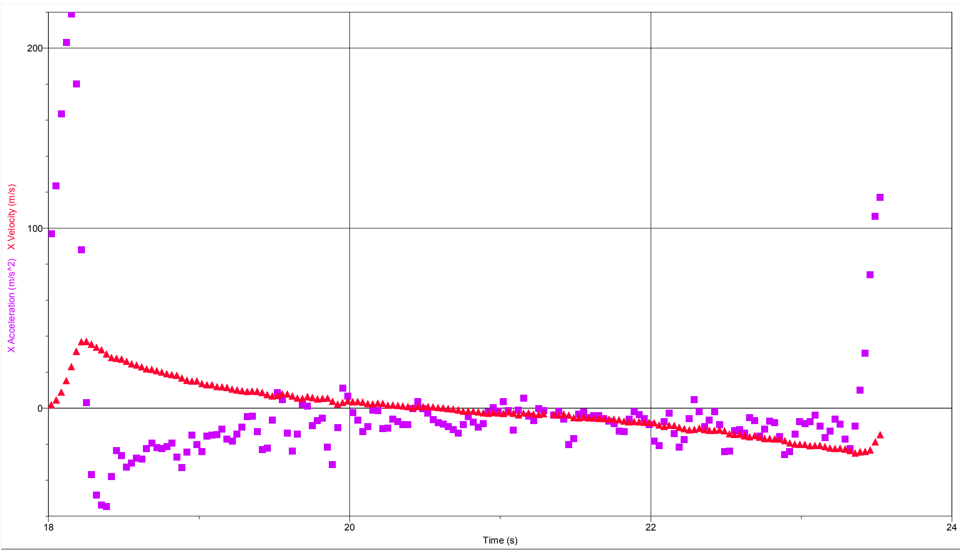
Vi kan på de enkelte se at de ikke passer lige godt over hinaden. Vores graf for 100mL raketterne har fx. en forskel i $a_{\text{max}}$ på næsten 50 m s$^{-2}$. Det er svært at afgøre præcis hvad dette skyldes. En mulighed er at ventilen har været skrådt i i forsøg to, og den derfor har krævet et noget højere tryk for at ryge ud. Dette ville forklare den øgede acceleration.

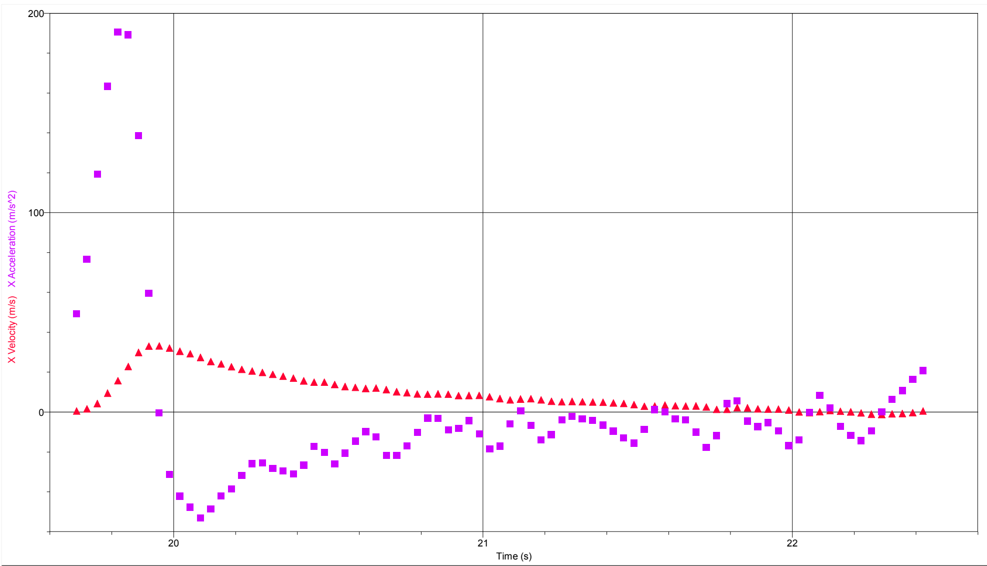
En anden ting man skal være opmærksom på er at der er forskel på hvor længe vi har været i stand til at følge raketten på de enkelte grafer. Ser vi på vores grafer for 250mL raketterne har vi kunne følge den første til den ramte jorden, mens at vi kun har kunne følge den anden til lige efter toppunktet. Dette skyldtes at vinden har taget den.

Vores måde at følge raketterne på er også påvirket af en megen usikkerhed. Vores kamara har været stationært, og har derfor haft en varierende afstand til raketten, hvor vi kun har kunne tage højde for hvad skalaen var for raketten da vi startede med at følge den.

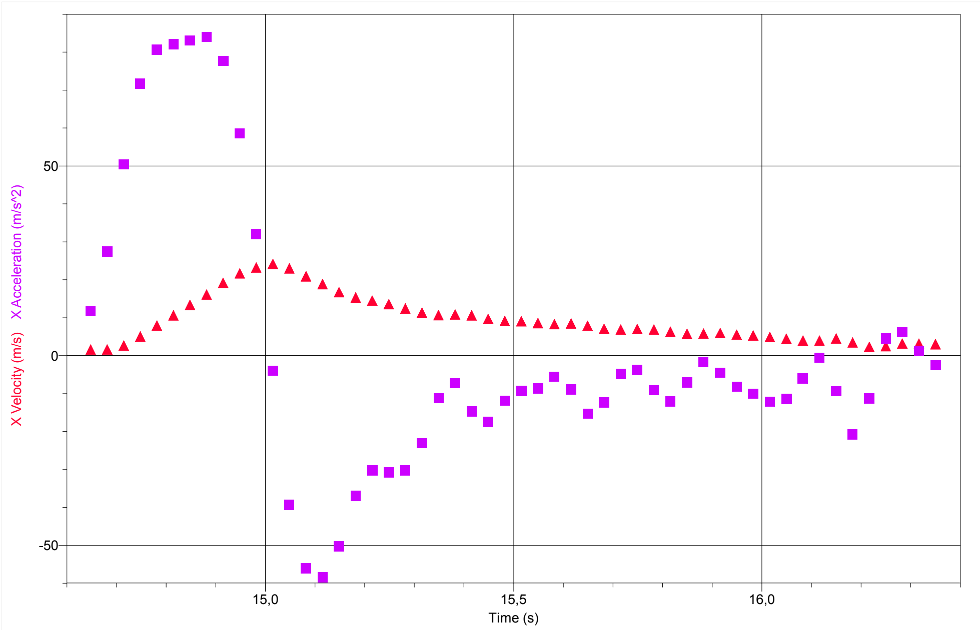


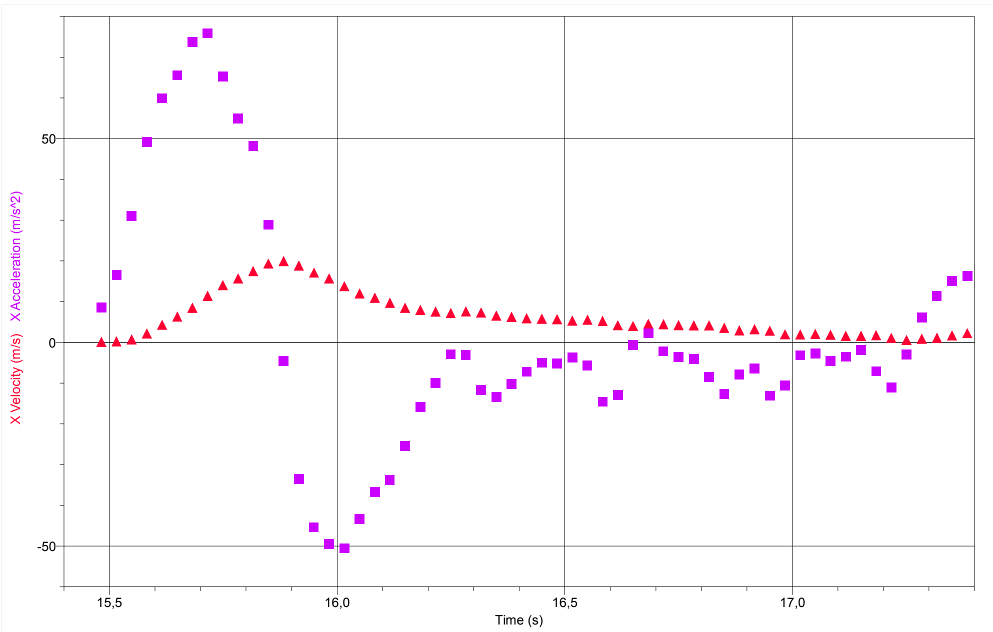

Figur 5: De praktiske accelerationer og hastigheder for vores 100mL raketer. Raket 1 øverst, raket 2 nederst.




Figur 6: De praktiske accelerationer og hastigheder for vores 250mL raketer. Raket 1 øverst, raket 2 nederst.




Figur 7: De praktiske accelerationer og hastigheder for vores 500mL raketer. Raket 1 øverst, raket 2 nederst.

## 6.3 Sammenholdning

Sammenligner vi vores praktiske og teoretiske grafer kan vi se at de passer ret godt over hinaden. Ud over accelerationen opnået i vores 2. måling for 100mL passer vores grafer ret godt sammen. En afgørende forskel er at accelerationen i den praktiske graf svinger mellem at være negativ og posetiv. Dette skyldes sandsynligvis at vores klik når vi følger kurven har været for upræcises.

Fortsætter vi med vores grafer for 250mL ser vi at de i form passer rimlig godt igen. Her er dog den store forskel at vores teoretiske acceleration er næsten $300\,\mathrm{m\,s^{-2}}$, mens at vores praktiske kun er omkring 200. Dette skyldes muligvis at vores teoretiske udledning ikke har taget højde for luftmodstanden, som jo stiger med $v^2$.

Endeligt kan vi se at vores graf for 500mL raketten igen passer meget godt. De blev begge taget af vinden, og vi har derfor ikke data fra efter de nåede deres toppunkt. En ting de har tilfælles er at de var betydentligt langsommere til at accelere end de andre var. Dette ses tydeligt på virkelighedsgraferne, hvor der er næsten 0.5s fra de starter med at accelere til de når toppunktet for 50mL raketterne, men under halvt så lang tid for 100 og 250mL raketterne.

En ting som ikke stemmer overens mellem de teotreitske og de praktiske er hvor lang tid det tager. På vores teoretiske går der mellem 2 og 6ms før de når deres toppunkt, mens at de på de praktiske tager mellem 100 og 500ms. Dette må vi se som en fejl ved selve metoden vil bruger til at estimere accelerationen.

Sammenligner vi graferne for hastighedderne Passer formen ikke så godt, i det at de går meget hurgtigt under 0 igen. Dette skyldes nok at vi ikke har taget højde for luftmodstand, hvor at vores raket ikke er faldet med spidsen først og derfor har $C_w$ været endnustørre end den har været på vej op.

Vores maximalt opnåede hastihedder passer til gængæld meget godt. For 100mL raketten er det hhv. 23 m/s teoretisk og 25-30m/s for de praktiske. Forskellen mellem dem skyldes nok at vi ikke har taget højde for den ekstre fremdrift der kommer fra udblæsning af ventilen og luften. For 250mL raketten er det knap 45m/s for den teoretiske og lige derunder for den praktiske. Disse hastigheder er nok så store at luftmodstanden er det der har gjort at de ikke er over. For 500mL raketten er det knap 20m/s teoretisk og lige derover i praksis.

## 6.4 Fejlkilder

Også kendt som opremsning af alle de ting vi ikke har taget højde for.

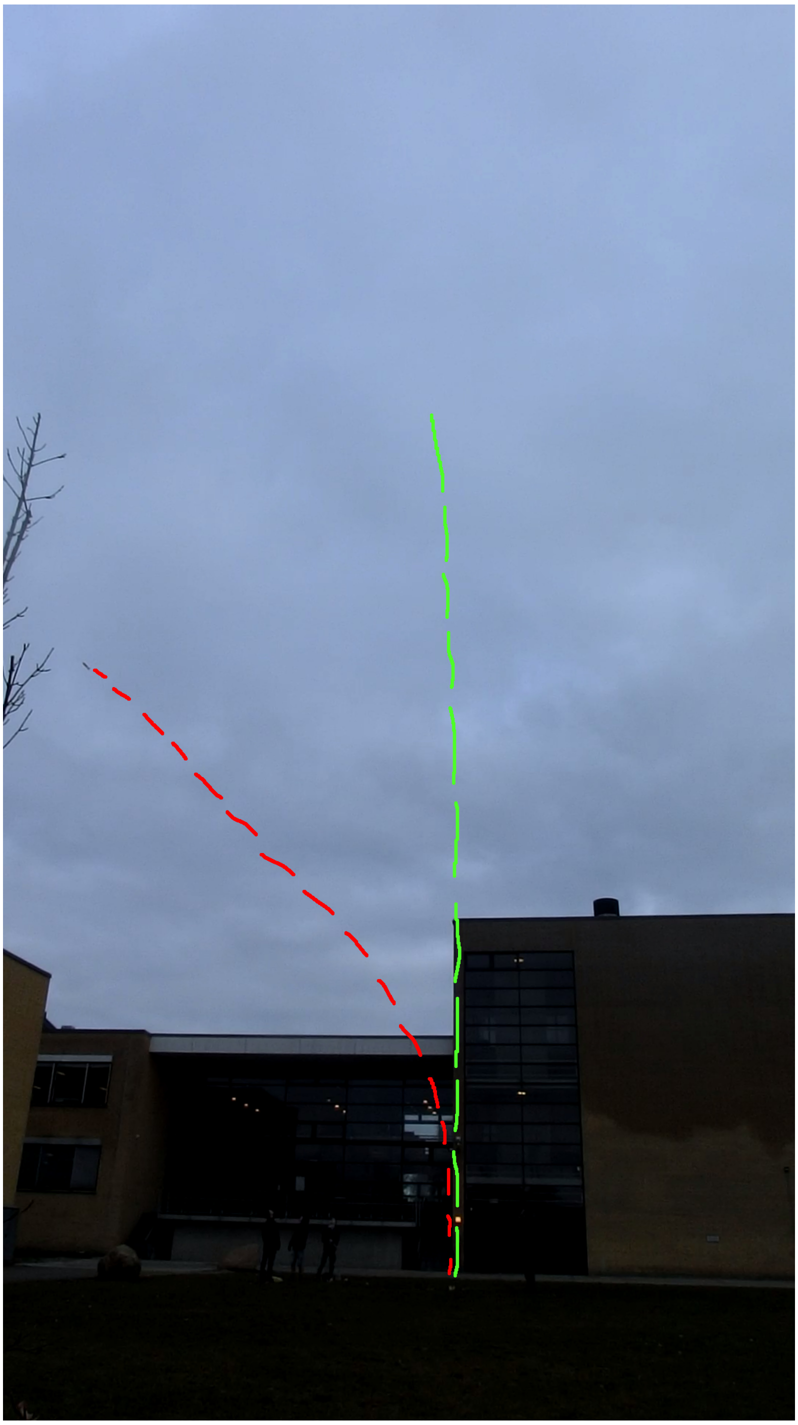
- Luftmodstanden. Denne kunne være beregnet ved:
  $F_{\text{lmod}} = \frac{1}{2} C_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$
  Da vi ikke kunne beregne $v$ løbene (tekniske begrænsninger) var dette umuligt at medtage.
- Vi har ikke taget højde for hvordan at vinden har påvirket raketten. Dette havde krævet betydentligt bedre kendskab til hvordan at vindforholdene var lige der hvor vi befandt os, se figur 9.
- Vi har ikke taget højde for massen af den sammentrykne luft inde i raketten, da vi vurderede at dette ikke havde en stor nok indflydelse, og vi ikke ønskede at gøre det unødigt besværgligt.
- Atmosfærsik luft er ikke en idealgas.
- Vores flaske var en kegle i bunden, og ikke en cylinder som vi i udregningerne har gået ud fra. Trykket på vandet vil derfor blive mindre, og mindre.
- Afstanden mellem kamaraet og raketten var ikke konstant.
- Ventilen kan vi ikke være sikker på var lige langt ind hver gang.
- Vi har slet ikke tage højde for den hastighed raketten fik fra at sende vetilen ud, får den begyndte at tabe vand.
- Vi har heller ikke taget højde for at der, efter vandet var væk, kom luft ud som også gav den yderliger hastighed.

- I de tildfælde hvor den ikke er blevet affyret i præcis $90^o$ med jorden er der blevet brugt energi på at få den til at bevæge sig sidlens. Dette har vi ikke medregnet.

- Selve måden vi lavede vores simulation på var upræcis. I virkeligheden ændre tyngdekraften på raktetten sig øjeblikkeligt, og ikke kun hvert 10 ms. Dette gælder desuden også alle de andre ting der har haft indvirkning på rakettens bevægelse.

Så det fremgår altså at der er en rimlig stor usikkerhed på vores forsøg.

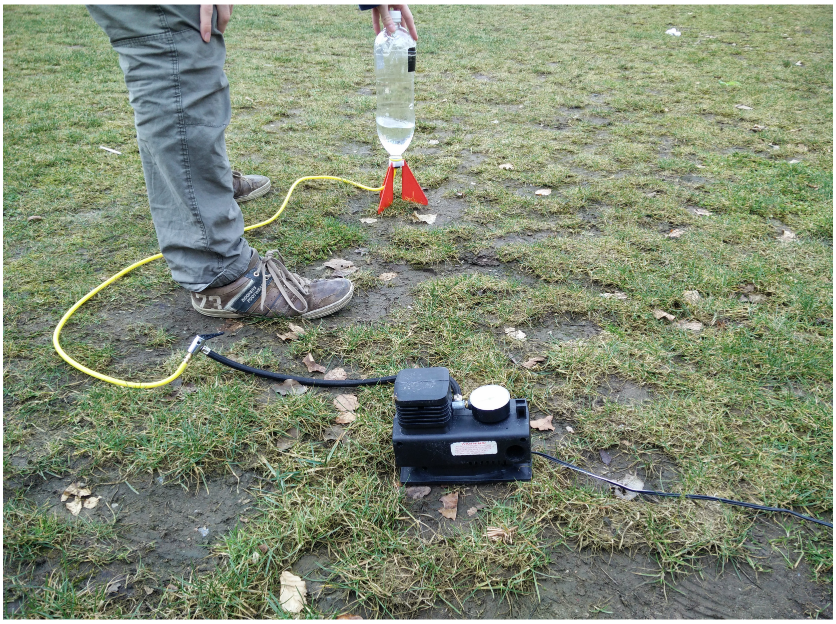
Figur 8: Det var til tider også en udfordring at følge raketten. Her ses et billede hvor der er zoomet ind på den.



Figur 9: Det ses hvordan vores raket blev taget af vinden og fulgte den røde linie, i stedet for den grønne vi havde ønsket.

# 7 Konklusion

Vi har udledt en formel for accelerationen af vores vandraket, og ud fra denne bestemt hastigheden. Vo res beregnede værdier passer udemærket, men der er for mange usikkerhedder i forsøget at den kan bruges til andet end at give en rimlig beskrivelse af hvordan at acceleratioen af raketterne ser ud og hvad max hastigheden er. Den kan dog bruges til at beskrive hvordan at de forskellgie raketter opføre sig i forhold til hinanden.



# A Kilder


- Leo C. Singleton IV, *Bottle Rocket Handbook*, 2001.
- A. H. Larsenm, B. Lehnoff & M. Grønborg, *Sammenhængen mellem en vandrakets initiale vandmængde og den derved opnåede maksimalhøjde*, 2011.
- http://www.aerospaceweb.org/question/aerodynamics/q0231.shtml $C_D$ for en kegle.


# B Billag

## B.1 Beregninger i maple

Se næste side.

$t := 0$

$$0 \quad (1)$$

$\Delta t := 0.001$

$$0.001 \quad (2)$$

$m := 0.081 + 0.25$

$$0.331 \quad (3)$$

$p_{atms} := 101325$

$$101325 \quad (4)$$

$p_{flask} := 172368.93$

$$1.7236893\ 10^5 \quad (5)$$

$\rho_{vand} := 1000$

$$1000 \quad (6)$$

$V_{vand} := 0.00025$

$$0.00025 \quad (7)$$

$V_{flaske} := 0.00159$

$$0.00159 \quad (8)$$

$V_{luft} := V_{flaske} - V_{vand}$

$$0.00134 \quad (9)$$

$g := -9.82$

$$-9.82 \quad (10)$$

$A_{vent} := 1e-6$

$$0.000001 \quad (11)$$

$A_{raket} := 0.0067$

$$0.0067 \quad (12)$$

$h_{raket} := \frac{V_{vand}}{A_{raket}}$

$$0.03731343284 \quad (13)$$

$F_{tyn} := m \cdot g$

$$-3.25042 \quad (14)$$

$v_{dy} := \sqrt{\left| \frac{2 \cdot (71043.93 - 146.5671641)}{\rho_{vand} \cdot \left( -1 \cdot \left( \frac{A_{vent}}{A_{raket}} \right)^2 \right)} \right|}$

$$79781.98567 \quad (15)$$

$H_{fjernet} := v_{dy} \cdot \Delta t$

$$79.78198567 \quad (16)$$

$V_{fjernet} := A_{vent} \cdot H_{fjernet}$

$$0.00007978198567 \quad (17)$$

$V_{fjernetsum} := V_{fjernet}$

$$0.00007978198567 \quad (18)$$

$$m_{fjernet} := V_{fjernet} \cdot \rho_{vand}$$

$$0.07978198567 \tag{19}$$

$$F_{frem} := m_{fjernet} \cdot v_{dy} \cdot \Delta t$$

$$6.365165237 \tag{20}$$

$$F_{air} := \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot p_{atms} \cdot A_{raket} \cdot (\ )$$

$$a := \frac{F_{tyn} + F_{frem}}{m}$$

$$9.410106456 \tag{21}$$

$$as := [a]$$

$$[9.410106456] \tag{22}$$

$$ts := [t]$$

$$[0] \tag{23}$$

$$t := t + \Delta t$$

$$0.001 \tag{24}$$

**while** $t < 0.02$ **do**

$V_{vand} := 0.00025 - V_{fjernetsum}$ :;

$m_{vand} := V_{vand} \cdot \rho_{vand}$ :;

$m := 0.081 + m_{vand}$ :;

$V_{luft} := V_{flaske} - V_{vand}$ :;

$p_{flask} := \dfrac{172368.93 \cdot 0.00149}{V_{luft}}$ :;

$h_{raket} := \dfrac{V_{vand}}{A_{raket}}$ :;

$F_{tyn} := m \cdot g$ :;

$v_{dy} := \sqrt{\left| \dfrac{2 \cdot \left(p_{flask} - p_{atms} + \rho_{vand} \cdot (g - a) \cdot h_{raket}\right)}{\mathrm{rho}_{vand} \cdot \left(-1 \cdot \left(\frac{A_{vent}}{A_{raket}}\right)^2\right)} \right|}$ :;

$H_{fjernet} := v_{dy} \cdot \Delta t$ :;

$V_{fjernet} := A_{vent} \cdot H_{fjernet}$ :;

$V_{fjernetsum} := V_{fjernetsum} + V_{fjernet}$ :;

$m_{fjernet} := V_{fjernet} \cdot \rho_{vand}$ :;

$F_{frem} := m_{fjernet} \cdot v_{dy} \cdot \Delta t$ :;

$a := \dfrac{F_{tyn} + F_{frem}}{m}$ :;

$as := [op(as), a]$ :;

$ts := [op(ts), t]$ :;

$t := t + \Delta t$ :;

**end do**

*as*

[9.410106456, 18.44159252, 27.32289142, 52.16326026, 331.9758250, −97.70909516, −37.68344110, −27.32240348, −21.76927421, −18.53066323, −16.43107189, −14.97511645, −13.91615218, −13.11818813, −12.50033723, −12.01161306, −11.61837037, −11.29757053, −11.03295081, −10.81273758] **(25)**

*ts*

[0, 0.001, 0.002, 0.003, 0.004, 0.005, 0.006, 0.007, 0.008, 0.009, 0.010, 0.011, 0.012, 0.013, 0.014, 0.015, 0.016, 0.017, 0.018, 0.019] **(26)**

$plot(ts, as)$