Fagpakke dag 1

Algoritmer og problemløsning

Arinbjörn Brandsson
Benjamin Rotendahl
Mathias Mortensen

1. Programmet
2. Introduktion til algoritmer
3. Algoritme vs Algoritme
4. Algoritme design
5. Øvelser
6. Opsamling og Spørgsmål

Program for i dag

Program

- 09:00-10:30 : Algoritme Oplæg og Øvelser
- 10:30-10:45 : Pause
- 10:45-12:15 : Programmering Oplæg og Øvelser
- 12:15-12:45 : Pause
- 12:45-14:30 : Machine Learning Oplæg og Øvelser
- 14:30-15:00 : Social Oplæg og Spørgsmål

Algoritmer

Dette Oplæg vil Dække:

- Introduktion til algoritmer
- Algoritme design og metoder
- Hvordan man kan sammenligne forskellige løsninger
- Øvelser i algoritmer

Hvad er en Algoritme?

An algorithm is a self-contained step-by-step set of operations to be performed that can be expressed within a finite amount of space and time and in a well-defined formal language.

Hvad er en Algoritme?

An algorithm is a self-contained step-by-step set of operations to be performed that can be expressed within a finite amount of space and time and in a well-defined formal language.

På dansk

En algoritme er en opskrift på hvordan et bestemt problem kan løses.

Havregryns algoritme

Eksempel

Algorithm 1

Indgangsbetingelser: En skål, mælk, havregryn

Udgangsbetingelser: Morgenmad

```
while Skålen ikke er fyldt do
    Hæld Gryn i Skålen
end while
if Jeg er tyk then
    mælk = Minimælk
else
    mælk = Letmælk
end if
while Skålen ikke er fyldt do
    Hæld mælk i Skålen
end while
```

Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som:" så tager du det bedste resultat . . . "

Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som:" så tager du det bedste resultat . . . "

Terminerer Den må ikke køre for evigt, du skal garantere at den rent faktisk finder sit svar.

Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som:" så tager du det bedste resultat . . . "

Terminerer Den må ikke køre for evigt, du skal garantere at den rent faktisk finder sit svar.

input og output Jeg skal vide at hvis jeg giver den *A* så returnerer den *B*.

Krav til en algoritme?

Krav til en algoritme

Veldefineret Ingen tvetydigheder og vendinger som:" så tager du det bedste resultat . . . "

Terminerer Den må ikke køre for evigt, du skal garantere at den rent faktisk finder sit svar.

input og output Jeg skal vide at hvis jeg giver den A så returnerer den B.

Kan bevises Det er muligt både at bevise korrekthed og køretid for algoritmen.

Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsning.

Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsning.

Bioinformatik

Longest commen subsequence: Sammenligning af DNA strenge for at se hvor beslægtet to strenge er.

Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsning.

Bioinformatik

Longest commen subsequence: Sammenligning af DNA strenge for at se hvor beslægtet to strenge er.

Primtals faktorisering

Bruges i *kryptering:* Basis for at vi kan have sikker kommunikation.

Eksempler på algoritmer

Algoritmer bruges inden for alle former for problemløsning.

Bioinformatik

Longest commen subsequence: Sammenligning af DNA strenge for at se hvor beslægtet to strenge er.

Primtals faktorisering

Bruges i *kryptering:* Basis for at vi kan have sikker kommunikation.

Machine Learning

En samling af algoritmer der selv kan lære og finde egenskaber i store data sæt. Gør det muligt at løse problemer der før var uden for menneskers kunnen.

Valget af algoritme

Sorterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n.

Valget af algoritme

Sorterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n.

Hold *A*

- Har en computer

Hold *B*

Valget af algoritme

Sorterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n.

Hold *A*

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*

Hold *B*

Valget af algoritme

Sorterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n.

Hold *A*

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter

Hold *B*

Valget af algoritme

Sorterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n.

Hold *A*

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold *B*

Valget af algoritme

Sorterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n.

Hold *A*

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold *B*

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A

Valget af algoritme

Sorterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n.

Hold *A*

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold *B*

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A
- Bruger algoritmen *Insertion Sort*

Valget af algoritme

Sorterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n.

Hold *A*

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold *B*

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A
- Bruger algoritmen *Insertion Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på 5 timer.

Valget af algoritme

Sorterings algoritmer

Givet en liste af n tal ønsker vi at returnere en sorteret liste af længde n.

Hold *A*

- Har en computer
- Bruger algoritmen *Merge Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på under 20 minutter
- De kan sortere 100 millioner tal på 4 timer.

Hold *B*

- Har en computer der er 1000 gange hurtigere end hold A
- Bruger algoritmen *Insertion Sort*
- De kan sortere 10 millioner tal på 5 timer.
- De kan sortere 100 millioner tal på 23 dage!

Sammenligning af Algoritmer

Vi bruger begrebet Køretid for at beskrive hvordan tiden en algoritme bruger stiger med input.

Sammenligning af Algoritmer

Vi bruger begrebet Køretid for at beskrive hvordan tiden en algoritme bruger stiger med input.

Definition på køretid

En øvregrænse for den tid der bliver brugt på at løse et problem af størelse n. Skrives som

$$O(n), O(n^2), O(n \lg n), O(n!), O\left(\frac{a}{b}\right)$$

Sammenligning af Algoritmer

Vi bruger begrebet Køretid for at beskrive hvordan tiden en algoritme bruger stiger med input.

Definition på køretid

En øvregrænse for den tid der bliver brugt på at løse et problem af størelse n. Skrives som

$$O(n), O(n^2), O(n \lg n), O(n!), O\left(\frac{a}{b}\right)$$

Algoritme for minimums funktionen

Givet en liste usorteret $X = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$ ønsker vi at returnere det mindste tal i listen. Hvad er algoritmen og hvad er køretiden?

Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 2

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$

Ouput: Det mindste tal i listen.

```
min = x_1
for x_i in X do
    if x_i < min then
        min = x_i
    end if
end for
```

Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 3

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$

Ouput: Det mindste tal i listen.

```
min = x_1
for x_i in X do
    if x_i < min then
        min = x_i
    end if
end for
```

Analyse af algoritmen

Køretid?

Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 4

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$

Ouput: Det mindste tal i listen.

```
min = x_1
for x_i in X do
    if x_i < min then
        min = x_i
    end if
end for
```

Analyse af algoritmen

Køretid? $O(n)$

Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 5

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$

Ouput: Det mindste tal i listen.

```
min = x_1
for x_i in X do
    if x_i < min then
        min = x_i
    end if
end for
```

Analyse af algoritmen

Køretid? $O(n)$

Er den optimal?

Minimums algoritme

Eksempel

Algorithm 6

Input: En liste $X = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$

Ouput: Det mindste tal i listen.

```
min = x_1
for x_i in X do
    if x_i < min then
        min = x_i
    end if
end for
```

Analyse af algoritmen

Køretid? $O(n)$

Er den optimal? Jeps!

Eksempler på køretid

Bogo Sort

- Køretid på $O(n!)$

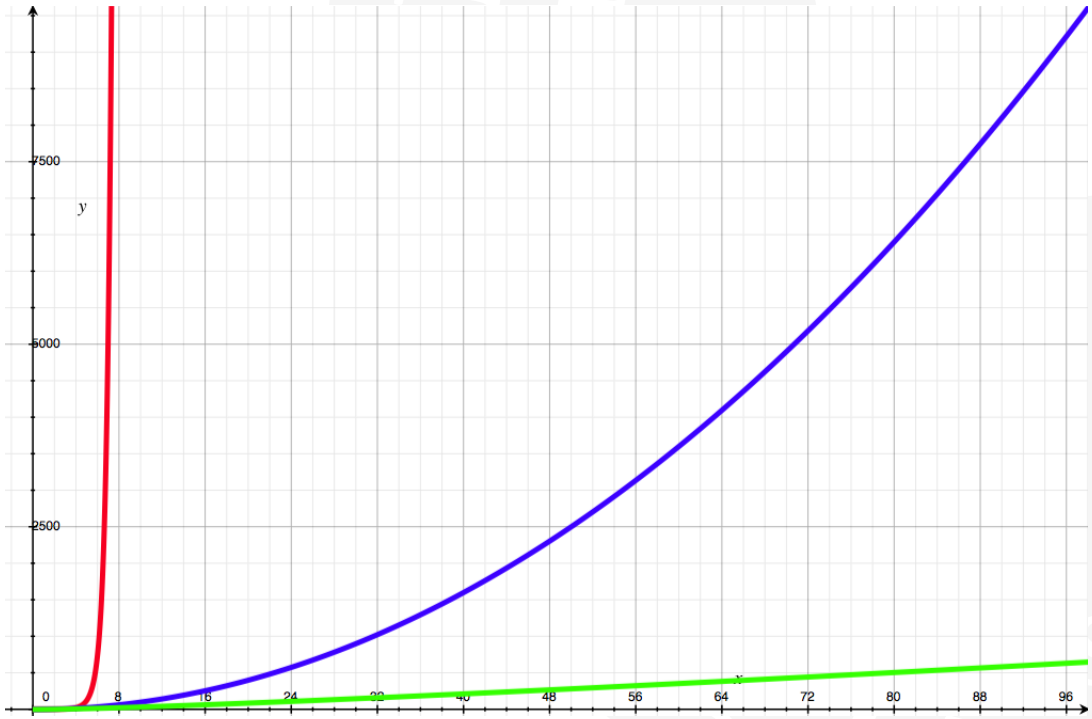
Insertion Sort

- Køretid? $O(n^2)$

Merge sort

- Køretid på $O(n \lg n)$

Figure : Graf over køretider



Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

1. Beskriv problemet med egne ord.

Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

1. Beskriv problemet med egne ord.
2. Del problemet op i mindre dele.

Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

1. Beskriv problemet med egne ord.
2. Del problemet op i mindre dele.
3. Definer output

Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

1. Beskriv problemet med egne ord.
2. Del problemet op i mindre dele.
3. Definer output
4. Definer input

Hvordan finder man på en algoritme

Algoritme for algoritmer

1. Beskriv problemet med egne ord.
2. Del problemet op i mindre dele.
3. Definer output
4. Definer input
5. Beskriv trin for at gå fra input til output

Fibonacci

Algoritme for at finde et Fibonacci Tal

Givet et tal n, vil vi gerne finde det n'te Fibonacci tal i Fibonacci rækken ($[1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...]$). For eksempel, hvis vi giver som input 6, skal algoritmen returnere 13.

En løsning

En mulig løsning: Divide and Conquer, ved brug af rekursion.

Fibonacci

Algoritme for at finde et Fibonacci Tal

Givet et tal n, vil vi gerne finde det n'te Fibonacci tal i Fibonacci rækken ($[1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...]$). For eksempel, hvis vi giver som input 6, skal algoritmen returnere 13.

En løsning

En mulig løsning: Divide and Conquer, ved brug af rekursion.

- Divide and Conquer: Split problemet op i mindre dele som er nemme at løse, og opsaml problemerne efterfølgende

Fibonacci

Algoritme for at finde et Fibonacci Tal

Givet et tal n, vil vi gerne finde det n'te Fibonacci tal i Fibonacci rækken ($[1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...]$). For eksempel, hvis vi giver som input 6, skal algoritmen returnere 13.

En løsning

En mulig løsning: Divide and Conquer, ved brug af rekursion.

- Divide and Conquer: Split problemet op i mindre dele som er nemme at løse, og opsaml problemerne efterfølgende
- Rekursion: En funktion der på et tidspunkt kalder sig selv igen.

Fibonacci

Algoritme for at finde et Fibonacci Tal

Givet et tal n, vil vi gerne finde det n'te Fibonacci tal i Fibonacci rækken ($[1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...]$). For eksempel, hvis vi giver som input 6, skal algoritmen returnere 13.

En løsning

En mulig løsning: Divide and Conquer, ved brug af rekursion.

- Divide and Conquer: Split problemet op i mindre dele som er nemme at løse, og opsaml problemerne efterfølgende
- Rekursion: En funktion der på et tidspunkt kalder sig selv igen.

Fibonacci (cont.)

Observation:

For at finde det n’te Fibonacci tal, skal vi finde det (n-1)’te og (n-2)’te Fibonacci tal

Fibonacci (cont.)

Observation:

For at finde det n'te Fibonacci tal, skal vi finde det (n-1)'te og (n-2)'te Fibonacci tal

Algoritmen

Algorithm 8

Input: Et tal, n

Ouput: Det n'te Fibonacci tal

```
function FIB(n)
    if n is 0 or 1 then  return 1
    else return FIB(n-1) + FIB(n-2)
    end if
end function
```

Køretid

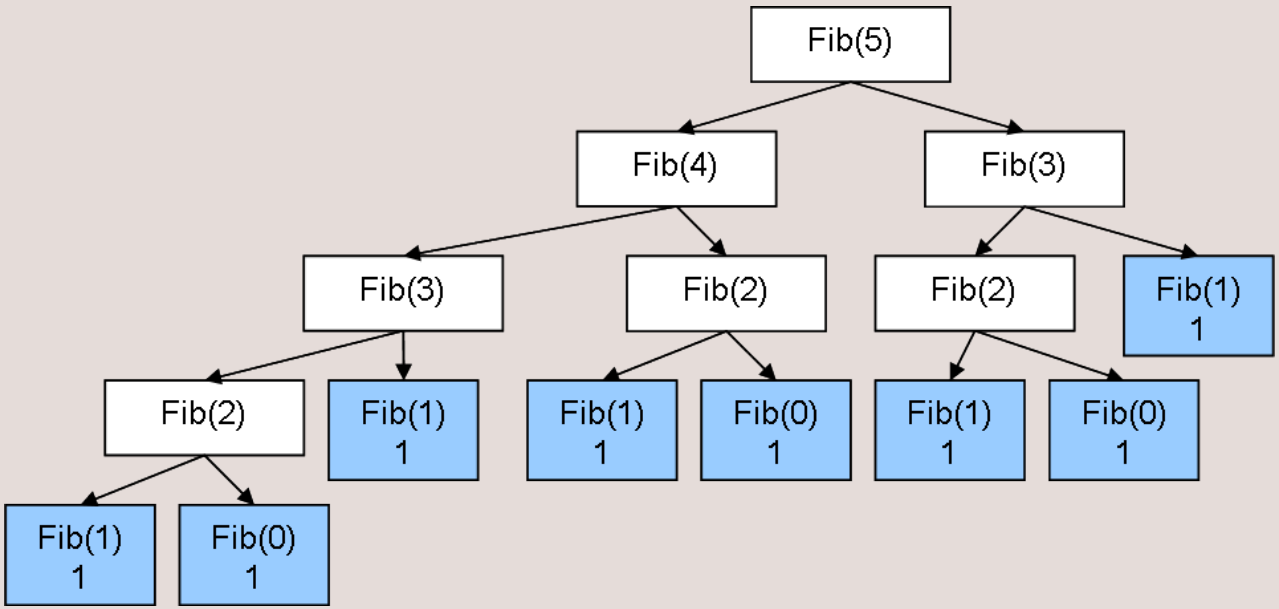
Køretiden

Vi kan illustrere udregningen af fibonacci tal som et binært træ:

Køretid

Køretiden

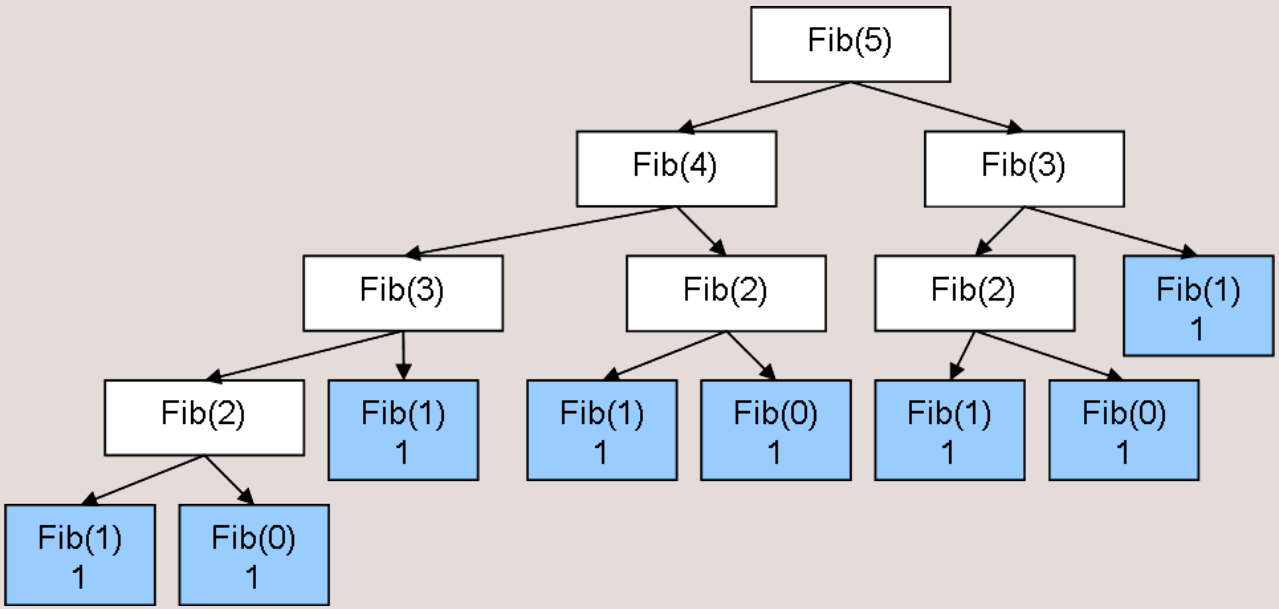
Vi kan illustrere udregningen af fibonacci tal som et binært træ:



Køretid

Køretiden

Vi kan illustrere udregningen af fibonacci tal som et binært træ:



Et binært træ kan indeholde maksimalt 2^n blade, så køretiden er $O(2^n)$.

Effektivitet

Effektivitet

- Køretiden er på $O(2^n)$. Er dette optimalt?

Effektivitet

Effektivitet

- Køretiden er på $O(2^n)$. Er dette optimalt? Nope!

Effektivitet

Effektivitet

- Køretiden er på $O(2^n)$. Er dette optimalt? Nope!
- Den nuværende algoritme laver rigtig mange genberegninger - dette er ikke særlig effektivt.

Effektivitet

Effektivitet

- Køretiden er på $O(2^n)$. Er dette optimalt? Nope!
- Den nuværende algoritme laver rigtig mange genberegninger - dette er ikke særlig effektivt.
- Ny idé: Vi regner Fibonacci tallene fra start, og gemmer de foregående resultater (Dynamic Programming)

Algoritmen

Algoritmen

Algorithm 9

Input: Et tal, n

Ouput: Det n'te Fibonacci tal

```
function FIB(n)
    counter = 2
    fib1 = 1
    fib2 = 1
    while counter ≤ n do
        temp = fib1 + fib2
        fib2 = fib1
        fib1 = temp
        counter = counter + 1
    end while
return fib1
end function
```

Køretid og Effektivitet

Køretid

I denne version regner vi fra de første Fibonacci tal op til det n'te. Hvad er vores køretid så?

Køretid og Effektivitet

Køretid

I denne version regner vi fra de første Fibonacci tal op til det n'te. Hvad er vores køretid så? $O(n)$. Er dette optimalt?

Køretid og Effektivitet

Køretid

I denne version regner vi fra de første Fibonacci tal op til det n'te. Hvad er vores køretid så? $O(n)$. Er dette optimalt? Jah!

Køretid og Effektivitet

Køretid

I denne version regner vi fra de første Fibonacci tal op til det n'te. Hvad er vores køretid så? $O(n)$. Er dette optimalt? Jah!

Effektivitet

Demonstration!

Øvelser

Algoritme for øvelserne

1. Der præsenteres et problem med eksempler.

Øvelser

Algoritme for øvelserne

1. Der præsenteres et problem med eksempler.
2. I finder på en algoritme for problemet (Arbejd gerne sammen)

Øvelser

Algoritme for øvelserne

1. Der præsenteres et problem med eksempler.
2. I finder på en algoritme for problemet (Arbejd gerne sammen)
3. Vi løser den sammen på tavlen.

Søgning

Mål

Givet en sorteret liste og et element, bestem om element er i listen, ved at kigge på så få elementer som muligt.

Søgning

Mål

Givet en sorteret liste og et element, bestem om element er i listen, ved at kigge på så få elementer som muligt.

Eksempel

Lad en liste være givet ved $[2, 4, 5, 7, 8, 11, 25]$, hvor vi ønsker at finde ud af om elementet 11 er listen. Svaret skulle gerne være ja. (det første element har indeks 0).

Sortering

Mål

Sorter en givet usorteret liste.

Sortering

Mål

Sorter en givet usorteret liste.

Eksempel

Lad en liste være givet ved [7, 4, 5, 12, 1], denne vil vi gerne sortere! Den sorterede liste skulle gerne være [1, 4, 5, 7, 12].

Implementering af sorteringsmetode

Mål

Skriv en algoritme for Bubble Sort.

Implementering af sorteringsmetode

Mål

Skriv en algoritme for Bubble Sort.

Eksempel

Tavledemonstration!

Primtal

Mål

Skriv en algoritme der finder det *n*'te primtal - prøv at gør den så hurtig som mulig.

Primtal

Mål

Skriv en algoritme der finder det *n*'te primtal - prøv at gør den så hurtig som mulig.

Eksempel

Find det femte primtal. Algoritmen skal gerne returnere 11.

Spørgsmål

Næste gang

I lærer at implementere algoritmer så i kan få en computer til at køre dem.

Nogle Spørgsmål?