Test 1, Gruppe 1

1 Wie ist das Karthesische Produkt von n Mengen $M_1, M_2, M_3, \ldots, M_n$ definiert?

2 Wie lauten die Gesethe von $DeMorgan$ für Mengen?

3 Wie ist die **Potenzmenge** einer Menge M definiert?

4 Wie sind (a) **Maximum** und (b) **Minimum** einer Menge $M \subset \mathbb{R}$ definiert? (c) Gibt es diese immer? (d) Warum ist es für die Definition relevant, dass $M \subset \mathbb{R}$?

5 Wann sind zwei Abbildungen $f(x)$ und $g(x)$ **gleich**?

6 Was muss eine Abbildung $f : X \to Y$ erfüllen, damit sie **injektiv** ist?

Aufgabe 7 - 9 nicht erkennbar

10 Sei $f : [0,5] \to [-1,9], f(x) = 2 \cdot x - 1 eineAbbildung, BerechnenSie(a)dasBilddermenge[3,4]$

Test 2, Gruppe 2

1 (a) Wie ist die **identische Abbildung** auf einer Menge X definiert? (b) Welche zusätzliche bedingung wird an die Menge X gestellt?

2 Existiert zu jeder Abbildung $f : X \to Y$ eine Umkehrabbildung? Begründen Sie ihre Antwort!

3 Wie ist die Konjunktion zweier Aussagen A und B definiert?

4 Wann sind zwei Aussageformeln F_1, F_2 nach der Definition **gleichweirtig**?

5 Wie lauten die **Distributivgesetze** der Aussagenlogik?

6 Auf welcher Aussagenlogischen Äquivalenz beruht das Beweisprinzip der Kontraposition?

7 Sei $f : -2, -1, 0, 1, 2, 3 \to X, f(x) := \begin{cases} -2 \cdot x & \text{, falls } x \leq 0 \\ 3 \cdot & \text{, sonst} \end{cases}$ eine Abbildung. Bestimmen Sie die Menge X so, dass f bijektiv ist.

8 Seien (f: Z $\to \mathbb{N}), (f(x) = |x|) und (g : \mathbb{R} \to \mathbb{Z}), (g(x) := \lfloor x \rfloor)((\lfloor x \rfloor) istdieFloor- Funktion, siegibtimmerdiezudergegebenenZahlnächstkleinereodergleicheZahlzurück).(a)Wiek\ddot{o}$

9 Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 1$ eine Funktion. (a) Wie lautet die Umkehrfunktion $f^{-1} zuf.(b) ZeigenSie, dassIhreUmkehrfunktionwirklichdieUmkehrfunktionist$

10 Zeigen Sie mittels Wahrheitstabelle, dass die Aussageformeln $F_1(A, B, C) = A \vee (B \wedge C)$ und $F_2(A, B, C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ äquivalent sind.

A	B	C	$B \wedge C$	F_1	$A \vee B$	$A \vee C$	F_2	$F_1 \Leftrightarrow F_2$
W	W	W	W	W	W	W	W	W
W	W	F	F	W	W	W	W	W
W	F	W	F	W	W	W	W	W
W	F	F	F	W	W	W	W	W
F	W	W	W	W	W	W	W	W
F	W	F	F	F	W	F	F	W
F	F	W	F	F	F	W	F	W
F	F	F	F	F	F	F	F	W

Test 3, Gruppe 3 **1** Wie wird eine binäre Relation (R$_1 \subset M \times M) auf der Menge (M) genannt im G$
$N_1 \times N_2) mit (N_1 \neq N_2)$?

2 Was muss eine Relation $R \subset X \times Y$ erfüllen, um rechtstotal zu sein?

3 Was muss eine homogene Relation $R \subset M^2$ erfüllen, um symmetrisch zu sein?

4 Was muss eine homogene Relation $R \subset M^2$ erfüllen, um transitiv zu sein?

5 Nennen Sie die Namen der Eigenschaft einer abelschen Gruppe (G, *).

6 Was ist S_n und wie ist es definiert?

7 Sei $M = 0, 1, 2, 3$. Bauen Sie eine Relation $R \subset M \times M$, sodass Ihre Relation $reflexiv$ ist.

8 Seien $M = \{0, -1, -2, -3, -4, -5\}$, $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ Mengen und

$$R = \{(0, 0), (-1, 1), (0, 2), (-3, 3), (0, 4), (-5, 5)\} \subset M \times N$$

eine Relation. Kann R dann auch der Graph einer Funktion sein? Falls ja, wie lautet dann die Definition der Funktion, und falls nein, warum nicht?

9 Gegeben sind die beiden Permutationen $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ und $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ aus der Gruppe $(S_3, \circ)$. Berechnen Sie (a) $\sigma_1 \circ \sigma_2$, (b) $\sigma_2 \circ \sigma_1$ sowie (c) $(\sigma_1)^{-1}$ und (d) $(\sigma_2)^{-1}$.

10 Zeigen Sie mittels folgender Wahrheitstabelle, dass die Aussageformeln $F_1(A, B, C) = A \Rightarrow (B \vee C)$ und $F_2(A, B, C) = \neg(A \wedge \neg(B \vee C))$ äquivalent sind.

A	B	C	$B \vee C$	F_1	$\neg(B \vee C)$	$A \wedge \neg(B \vee C)$	F_2	$F_1 \Leftrightarrow F_2$
W	W	W	W	W	F	F	W	W
W	W	F	W	W	F	F	W	W
W	F	W	W	W	F	F	W	W
W	F	F	F	F	W	W	W	W
F	W	W	W	W	F	F	F	W
F	W	F	W	W	F	F	W	W
F	F	W	W	W	F	F	W	W
F	F	F	F	W	W	F	W	W

Test 4, Gruppe 2

1 Sei $(K, \oplus, \odot)$ ein Körper und sei $k \in K_0 := K \setminus \{0\}$. Wie bezeichnen / schreiben wir allgemein das Inverse von k bezüglich der Verknüpfung $\odot$?

2 Sei $(K, \oplus, \odot)$ ein Körper und sei $k \in K$. Wie bezeichnen oder schreiben wir allgemein das Inverse von k bezüglich der Verknüpfung $\oplus$?

3 Unter welcher Bedingung ist der Restklassenring $\mathbb{Z}_m$ ein Körper?

4 (a) Aus welchen drei Abschnitten besteht ein Induktions-Beweis? (b) Skizzieren Sie was in jedem der Abschnitte passiert.

5 Wie lautet die **Gaußsche Summenformel** (Inklusive Verbedingungen)?

6 Wie lautet der **binomische Satz** für $a, b \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}_0$?

7 Gegeben sei der endliche Restklassenkörper $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$. Geben Sie die Inversen der Multiplikation $(\cdot)$ an (soweit diese existieren). (Ergebnisse in Standardrepräsentanten)

8

Berechnen Sie das folgende:

$$([4]_11)^{-1} + ([5]_11)^{-1} \cdot [-10]_11$$

9

$$\text{Berechnen Sie } \binom{6}{4}$$

10 (c) Wie viele Mögliche schsstellige Metrikelnummern gibt es im Dezimalsystem (Bestehend aus den Ziffern 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)? (Ziehen (a) mit/ohne Zurücklegen, (b) mit/ohne Beachtung der Reihenfolge?)

Test 5, Gruppe 2

1 Wie ist die Menge der komplexen Zahlen ($\mathbb{C}$) mittels der reellen Zahlen ($\mathbb{R}$) definiert?

2 Sei $z = a + ib \in \mathbb{C}$, $a, b \in \mathbb{R}$ eine komplexe Zahl. Wie sind $\mathrm{Re}(z)$ und $\mathrm{Im}(z)$ definiert?

3 Wie ist die **Multiplikation** zweier komplexer Zahlen $z = a + ib, w = c + id \in \mathbb{C}$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ definiert? $z \cdot w = \dots$

4 Wie ist der **Betrag** einer komplexen Zahl $z = a + ib \in \mathbb{C}$, $a, b \in \mathbb{R}$ definiert?

5 Welchen Grad hat das folgende Polynom? $f(z) = (z^2 - z + \frac{1}{4})(z - (1 - i))^2$

6 Betrachten Sie das folgende Polynom $f(z) = z^7 - 15z^6 + 97z^5 - 375z^4 + 1103z^3 - 2305z^2 + 2799z - 1305$ mit den Nullstellen $n_0 = 1$, $n_1 = i3$, $n_3 = 2 - i$, $n_5 = 5 + i2$. Geben Sie die fehlenden Nullstellen n_2, n_4 und n_6 an.

7 Vervollständigen Sie: (Fundamentalsatz der ____________ und ____________ satz) Es sei $P(z) = \sum_{v=0}^{d} a_v z$ ein Polynom vom ____ > 0. Dann existieren $z_1, ..., z_k \in$ __ und zugehörige $\alpha_1, ..., \alpha_k \in$ __, so dass $P(z) = a_d(z - \_\_)^{\_\_}(z - \_\_)^{\_\_}...(z - \_\_)^{\_\_}$ gilt, dabei ist $\alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_k =$ __.

8 Wie lautet die allgemeine Formel für eine Kreisscheibe mir Radius r und Mittelpunkt $a + ib$ in der Komplexen-Ebene?

9 Zeichnen Sie die folgende Menge in der komplexen Ebene:

$$M := \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(z) \geq -\frac{5}{2} \wedge \mathrm{Im}(z) < \frac{\pi}{2}\}$$

10 Beschreiben Sie die im folgenden Skizzierte Menge mittels der Mengenschreibweise.