


2023.8.28 PM
 Day-06



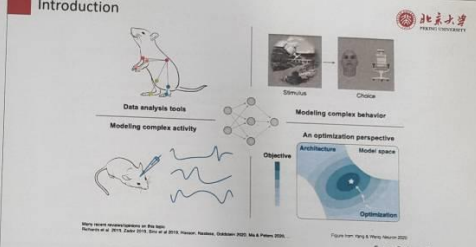
Reservoir Computing

special of recurrent network

张天秋

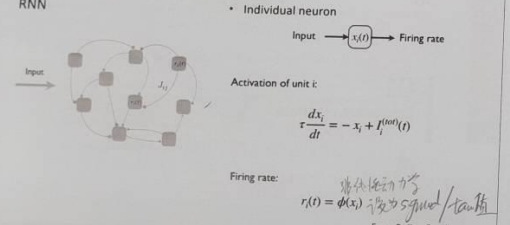
记着 1hr 2 min
echo state 性质

RNN Introduction



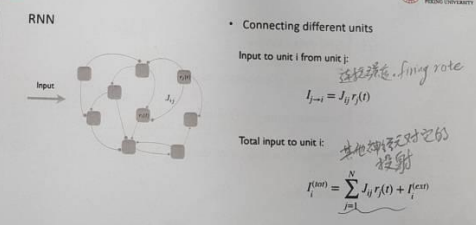
From Robert Yang

RNN Introduction



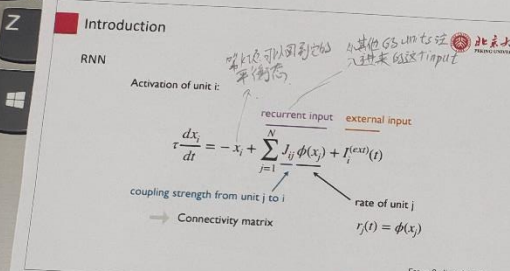
From Srdjan Ostojic

RNN Introduction



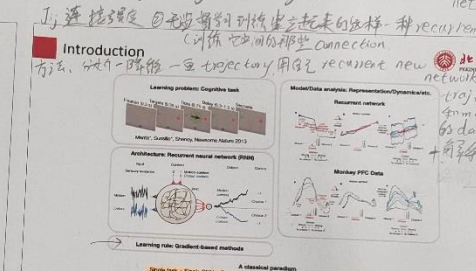
From Srdjan Ostojic

RNN Introduction



From Srdjan Ostojic

RNN Introduction



From Robert Yang

CONTENTS

- 01 Echo state machine define
- 02 Constraints of echo state machine
- 03 Training of echo state machine (训练器需要训练)
- 04 Echo state machine programming (用公共语言来训练)
- 05 Applications

training 中的 components

Echo state machine

回声状态机
基于 supervised learning 范式去学 temporal 人工神经网络 model.
reservoir 更 special RNN

01 Echo state machine
网络的 echo 指网络会记住 history
有 echo state 将信息收敛到一个稳定值
可以设计一个 uniform GS distribution 放进去

Echo state machine

Echo State Networks (ESNs) are applied to supervised temporal machine learning tasks where for a given training input signal $x(n)$ a desired target output signal $y^{target}(n)$ is known. Here $n = 1, \dots, T$ is the discrete time and T is the number of data points in the training dataset.

The "echo state" approach to analysing and training recurrent neural networks - with an Erratum note¹

Herbert Jaeger
Franklin Institute for Autonomous Intelligent Systems
January 26, 2010

echo state:

$$\mathbf{x}(n+1) = f(\mathbf{W}^{in}\mathbf{u}(n+1) + \mathbf{W}\mathbf{x}(n) + \mathbf{W}^{back}\mathbf{y}(n))$$

$$\mathbf{y}(n+1) = \mathbf{W}^{out}(\mathbf{u}(n+1), \mathbf{x}(n+1), \mathbf{y}(n))$$

Handwritten notes: *W x(n) dimension expansion 累加(求和)*, *input: u*, *库神经元状态 x*, *输出 y*, *离散化微分方程*, *训练的是 W*, *其中 Wⁱⁿ和 W^{out}是不需要训练的*

What is echo state?

- For an RNN, the state of its internal neurons reflects the historical information of the external inputs.
- Assuming that the updates of the network are discrete, the external input at the n th moment is $u(n)$ and the neuron state is $\mathbf{x}(n)$, then $\mathbf{x}(n)$ should be determined by $u(n), u(n-1), \dots$ uniquely determined. At this point, $\mathbf{x}(n)$ can be regarded as an "echo" of the historical input signals.

Definition 1 Assume standard compactness conditions. Assume that the network has no output feedback connections. Then, the network has echo states, if the network state $\mathbf{x}(n)$ is uniquely determined by any left-infinite input sequence $u^{(-\infty, n]}$. More precisely, this means that for every input sequence $\dots, u(n-1), u(n) \in U^N$, for all state sequences $\dots, \mathbf{x}(n-1), \mathbf{x}(n)$ and $\mathbf{x}(n-1), \mathbf{x}(n) \in A^N$, where $\mathbf{x}(i) = T(\mathbf{x}(i-1), u(i))$ and $\mathbf{x}(i) = T(\mathbf{x}(i-1), u(i))$, it holds that $\mathbf{x}(n) = \mathbf{x}'(n)$.

Jaeger, 2001

Echo state machine with leaky integrator

ESNs use an RNN type with leaky-integrated discrete-time continuous-value units. The typical update equations are

$$\hat{\mathbf{h}}(n) = \tanh(\mathbf{W}^{in}\mathbf{z}(n) + \mathbf{W}^{rec}\mathbf{h}(n-1) + \mathbf{W}^{out}\mathbf{y}(n-1) + \mathbf{b}^{rec})$$

$$\mathbf{h}(n) = (1 - \alpha)\mathbf{z}(n-1) + \alpha\hat{\mathbf{h}}(n)$$

where $\mathbf{h}(n)$ is a vector of reservoir neuron activations, \mathbf{W}^{in} and \mathbf{W}^{rec} are the input and recurrent weight matrices respectively, and $\alpha \in (0, 1)$ is the leaking rate. The model is also sometimes used without the leaky integration, which is a special case of $\alpha = 1$.

The linear readout layer is defined as

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{W}^{out}\mathbf{h}(n) + \mathbf{b}^{out}$$

where $\mathbf{y}(n)$ is network output, \mathbf{W}^{out} the output weight matrix, and \mathbf{b}^{out} is the output bias.

02

Constraints of echo state machine

Echo state property

Theorem 1. For the echo state network defined above, the network will be echoey as long as the maximum singular value $\sigma_{max} < 1$ of the recurrent connectivity matrix \mathbf{W} .

Proof:

$$\begin{aligned} d(\mathbf{x}(n+1), \mathbf{x}'(n+1)) &= d(T(\mathbf{x}(n), u(n+1)), T(\mathbf{x}'(n), u(n+1))) \\ &= d(\mathbf{W}(\mathbf{x}(n) - \mathbf{x}'(n)) + \mathbf{W}\mathbf{x}(n) + \mathbf{W}\mathbf{x}'(n) + \mathbf{b}, \mathbf{W}(\mathbf{x}'(n) - \mathbf{x}(n)) + \mathbf{W}\mathbf{x}(n) + \mathbf{W}\mathbf{x}'(n) + \mathbf{b}) \\ &= d(\mathbf{W}(\mathbf{x}(n) - \mathbf{x}'(n)), \mathbf{W}(\mathbf{x}(n) - \mathbf{x}'(n))) \\ &= \|\mathbf{W}(\mathbf{x}(n) - \mathbf{x}'(n))\| \\ &\leq \sigma_{max}(\mathbf{W}) d(\mathbf{x}(n), \mathbf{x}'(n)) \end{aligned}$$

Echo state property

Theorem 1. For the echo state network defined above, the network will be echoey as long as the maximum singular value $\sigma_{max} < 1$ of the recurrent connectivity matrix \mathbf{W} .

Theorem 2. For the echo state network defined above, as long as the spectral radius $|\lambda_{max}|$ of the recurrent connection matrix $\mathbf{W} > 1$, then the network must not be echoey. The spectral radius of the matrix is the absolute value of the largest eigenvalue λ_{max} .

Handwritten notes: *证明*, *证明 4*, *证明 1*, *证明 2*, *证明 3*, *证明 4*, *证明 5*, *证明 6*, *证明 7*, *证明 8*, *证明 9*, *证明 10*, *证明 11*, *证明 12*, *证明 13*, *证明 14*, *证明 15*, *证明 16*, *证明 17*, *证明 18*, *证明 19*, *证明 20*, *证明 21*, *证明 22*, *证明 23*, *证明 24*, *证明 25*, *证明 26*, *证明 27*, *证明 28*, *证明 29*, *证明 30*, *证明 31*, *证明 32*, *证明 33*, *证明 34*, *证明 35*, *证明 36*, *证明 37*, *证明 38*, *证明 39*, *证明 40*, *证明 41*, *证明 42*, *证明 43*, *证明 44*, *证明 45*, *证明 46*, *证明 47*, *证明 48*, *证明 49*, *证明 50*, *证明 51*, *证明 52*, *证明 53*, *证明 54*, *证明 55*, *证明 56*, *证明 57*, *证明 58*, *证明 59*, *证明 60*, *证明 61*, *证明 62*, *证明 63*, *证明 64*, *证明 65*, *证明 66*, *证明 67*, *证明 68*, *证明 69*, *证明 70*, *证明 71*, *证明 72*, *证明 73*, *证明 74*, *证明 75*, *证明 76*, *证明 77*, *证明 78*, *证明 79*, *证明 80*, *证明 81*, *证明 82*, *证明 83*, *证明 84*, *证明 85*, *证明 86*, *证明 87*, *证明 88*, *证明 89*, *证明 90*, *证明 91*, *证明 92*, *证明 93*, *证明 94*, *证明 95*, *证明 96*, *证明 97*, *证明 98*, *证明 99*, *证明 100*, *证明 101*, *证明 102*, *证明 103*, *证明 104*, *证明 105*, *证明 106*, *证明 107*, *证明 108*, *证明 109*, *证明 110*, *证明 111*, *证明 112*, *证明 113*, *证明 114*, *证明 115*, *证明 116*, *证明 117*, *证明 118*, *证明 119*, *证明 120*, *证明 121*, *证明 122*, *证明 123*, *证明 124*, *证明 125*, *证明 126*, *证明 127*, *证明 128*, *证明 129*, *证明 130*, *证明 131*, *证明 132*, *证明 133*, *证明 134*, *证明 135*, *证明 136*, *证明 137*, *证明 138*, *证明 139*, *证明 140*, *证明 141*, *证明 142*, *证明 143*, *证明 144*, *证明 145*, *证明 146*, *证明 147*, *证明 148*, *证明 149*, *证明 150*, *证明 151*, *证明 152*, *证明 153*, *证明 154*, *证明 155*, *证明 156*, *证明 157*, *证明 158*, *证明 159*, *证明 160*, *证明 161*, *证明 162*, *证明 163*, *证明 164*, *证明 165*, *证明 166*, *证明 167*, *证明 168*, *证明 169*, *证明 170*, *证明 171*, *证明 172*, *证明 173*, *证明 174*, *证明 175*, *证明 176*, *证明 177*, *证明 178*, *证明 179*, *证明 180*, *证明 181*, *证明 182*, *证明 183*, *证明 184*, *证明 185*, *证明 186*, *证明 187*, *证明 188*, *证明 189*, *证明 190*, *证明 191*, *证明 192*, *证明 193*, *证明 194*, *证明 195*, *证明 196*, *证明 197*, *证明 198*, *证明 199*, *证明 200*, *证明 201*, *证明 202*, *证明 203*, *证明 204*, *证明 205*, *证明 206*, *证明 207*, *证明 208*, *证明 209*, *证明 210*, *证明 211*, *证明 212*, *证明 213*, *证明 214*, *证明 215*, *证明 216*, *证明 217*, *证明 218*, *证明 219*, *证明 220*, *证明 221*, *证明 222*, *证明 223*, *证明 224*, *证明 225*, *证明 226*, *证明 227*, *证明 228*, *证明 229*, *证明 230*, *证明 231*, *证明 232*, *证明 233*, *证明 234*, *证明 235*, *证明 236*, *证明 237*, *证明 238*, *证明 239*, *证明 240*, *证明 241*, *证明 242*, *证明 243*, *证明 244*, *证明 245*, *证明 246*, *证明 247*, *证明 248*, *证明 249*, *证明 250*, *证明 251*, *证明 252*, *证明 253*, *证明 254*, *证明 255*, *证明 256*, *证明 257*, *证明 258*, *证明 259*, *证明 260*, *证明 261*, *证明 262*, *证明 263*, *证明 264*, *证明 265*, *证明 266*, *证明 267*, *证明 268*, *证明 269*, *证明 270*, *证明 271*, *证明 272*, *证明 273*, *证明 274*, *证明 275*, *证明 276*, *证明 277*, *证明 278*, *证明 279*, *证明 280*, *证明 281*, *证明 282*, *证明 283*, *证明 284*, *证明 285*, *证明 286*, *证明 287*, *证明 288*, *证明 289*, *证明 290*, *证明 291*, *证明 292*, *证明 293*, *证明 294*, *证明 295*, *证明 296*, *证明 297*, *证明 298*, *证明 299*, *证明 300*, *证明 301*, *证明 302*, *证明 303*, *证明 304*, *证明 305*, *证明 306*, *证明 307*, *证明 308*, *证明 309*, *证明 310*, *证明 311*, *证明 312*, *证明 313*, *证明 314*, *证明 315*, *证明 316*, *证明 317*, *证明 318*, *证明 319*, *证明 320*, *证明 321*, *证明 322*, *证明 323*, *证明 324*, *证明 325*, *证明 326*, *证明 327*, *证明 328*, *证明 329*, *证明 330*, *证明 331*, *证明 332*, *证明 333*, *证明 334*, *证明 335*, *证明 336*, *证明 337*, *证明 338*, *证明 339*, *证明 340*, *证明 341*, *证明 342*, *证明 343*, *证明 344*, *证明 345*, *证明 346*, *证明 347*, *证明 348*, *证明 349*, *证明 350*, *证明 351*, *证明 352*, *证明 353*, *证明 354*, *证明 355*, *证明 356*, *证明 357*, *证明 358*, *证明 359*, *证明 360*, *证明 361*, *证明 362*, *证明 363*, *证明 364*, *证明 365*, *证明 366*, *证明 367*, *证明 368*, *证明 369*, *证明 370*, *证明 371*, *证明 372*, *证明 373*, *证明 374*, *证明 375*, *证明 376*, *证明 377*, *证明 378*, *证明 379*, *证明 380*, *证明 381*, *证明 382*, *证明 383*, *证明 384*, *证明 385*, *证明 386*, *证明 387*, *证明 388*, *证明 389*, *证明 390*, *证明 391*, *证明 392*, *证明 393*, *证明 394*, *证明 395*, *证明 396*, *证明 397*, *证明 398*, *证明 399*, *证明 400*, *证明 401*, *证明 402*, *证明 403*, *证明 404*, *证明 405*, *证明 406*, *证明 407*, *证明 408*, *证明 409*, *证明 410*, *证明 411*, *证明 412*, *证明 413*, *证明 414*, *证明 415*, *证明 416*, *证明 417*, *证明 418*, *证明 419*, *证明 420*, *证明 421*, *证明 422*, *证明 423*, *证明 424*, *证明 425*, *证明 426*, *证明 427*, *证明 428*, *证明 429*, *证明 430*, *证明 431*, *证明 432*, *证明 433*, *证明 434*, *证明 435*, *证明 436*, *证明 437*, *证明 438*, *证明 439*, *证明 440*, *证明 441*, *证明 442*, *证明 443*, *证明 444*, *证明 445*, *证明 446*, *证明 447*, *证明 448*, *证明 449*, *证明 450*, *证明 451*, *证明 452*, *证明 453*, *证明 454*, *证明 455*, *证明 456*, *证明 457*, *证明 458*, *证明 459*, *证明 460*, *证明 461*, *证明 462*, *证明 463*, *证明 464*, *证明 465*, *证明 466*, *证明 467*, *证明 468*, *证明 469*, *证明 470*, *证明 471*, *证明 472*, *证明 473*, *证明 474*, *证明 475*, *证明 476*, *证明 477*, *证明 478*, *证明 479*, *证明 480*, *证明 481*, *证明 482*, *证明 483*, *证明 484*, *证明 485*, *证明 486*, *证明 487*, *证明 488*, *证明 489*, *证明 490*, *证明 491*, *证明 492*, *证明 493*, *证明 494*, *证明 495*, *证明 496*, *证明 497*, *证明 498*, *证明 499*, *证明 500*, *证明 501*, *证明 502*, *证明 503*, *证明 504*, *证明 505*, *证明 506*, *证明 507*, *证明 508*, *证明 509*, *证明 510*, *证明 511*, *证明 512*, *证明 513*, *证明 514*, *证明 515*, *证明 516*, *证明 517*, *证明 518*, *证明 519*, *证明 520*, *证明 521*, *证明 522*, *证明 523*, *证明 524*, *证明 525*, *证明 526*, *证明 527*, *证明 528*, *证明 529*, *证明 530*, *证明 531*, *证明 532*, *证明 533*, *证明 534*, *证明 535*, *证明 536*, *证明 537*, *证明 538*, *证明 539*, *证明 540*, *证明 541*, *证明 542*, *证明 543*, *证明 544*, *证明 545*, *证明 546*, *证明 547*, *证明 548*, *证明 549*, *证明 550*, *证明 551*, *证明 552*, *证明 553*, *证明 554*, *证明 555*, *证明 556*, *证明 557*, *证明 558*, *证明 559*, *证明 560*, *证明 561*, *证明 562*, *证明 563*, *证明 564*, *证明 565*, *证明 566*, *证明 567*, *证明 568*, *证明 569*, *证明 570*, *证明 571*, *证明 572*, *证明 573*, *证明 574*, *证明 575*, *证明 576*, *证明 577*, *证明 578*, *证明 579*, *证明 580*, *证明 581*, *证明 582*, *证明 583*, *证明 584*, *证明 585*, *证明 586*, *证明 587*, *证明 588*, *证明 589*, *证明 590*, *证明 591*, *证明 592*, *证明 593*, *证明 594*, *证明 595*, *证明 596*, *证明 597*, *证明 598*, *证明 599*, *证明 600*, *证明 601*, *证明 602*, *证明 603*, *证明 604*, *证明 605*, *证明 606*, *证明 607*, *证明 608*, *证明 609*, *证明 610*, *证明 611*, *证明 612*, *证明 613*, *证明 614*, *证明 615*, *证明 616*, *证明 617*, *证明 618*, *证明 619*, *证明 620*, *证明 621*, *证明 622*, *证明 623*, *证明 624*, *证明 625*, *证明 626*, *证明 627*, *证明 628*, *证明 629*, *证明 630*, *证明 631*, *证明 632*, *证明 633*, *证明 634*, *证明 635*, *证明 636*, *证明 637*, *证明 638*, *证明 639*, *证明 640*, *证明 641*, *证明 642*, *证明 643*, *证明 644*, *证明 645*, *证明 646*, *证明 647*, *证明 648*, *证明 649*, *证明 650*, *证明 651*, *证明 652*, *证明 653*, *证明 654*, *证明 655*, *证明 656*, *证明 657*, *证明 658*, *证明 659*, *证明 660*, *证明 661*, *证明 662*, *证明 663*, *证明 664*, *证明 665*, *证明 666*, *证明 667*, *证明 668*, *证明 669*, *证明 670*, *证明 671*, *证明 672*, *证明 673*, *证明 674*, *证明 675*, *证明 676*, *证明 677*, *证明 678*, *证明 679*, *证明 680*, *证明 681*, *证明 682*, *证明 683*, *证明 684*, *证明 685*, *证明 686*, *证明 687*, *证明 688*, *证明 689*, *证明 690*, *证明 691*, *证明 692*, *证明 693*, *证明 694*, *证明 695*, *证明 696*, *证明 697*, *证明 698*, *证明 699*, *证明 700*, *证明 701*, *证明 702*, *证明 703*, *证明 704*, *证明 705*, *证明 706*, *证明 707*, *证明 708*, *证明 709*, *证明 710*, *证明 711*, *证明 712*, *证明 713*, *证明 714*, *证明 715*, *证明 716*, *证明 717*, *证明 718*, *证明 719*, *证明 720*, *证明 721*, *证明 722*, *证明 723*, *证明 724*, *证明 725*, *证明 726*, *证明 727*, *证明 728*, *证明 729*, *证明 730*, *证明 731*, *证明 732*, *证明 733*, *证明 734*, *证明 735*, *证明 736*, *证明 737*, *证明 738*, *证明 739*, *证明 740*, *证明 741*, *证明 742*, *证明 743*, *证明 744*, *证明 745*, *证明 746*, *证明 747*, *证明 748*, *证明 749*, *证明 750*, *证明 751*, *证明 752*, *证明 753*, *证明 754*, *证明 755*, *证明 756*, *证明 757*, *证明 758*, *证明 759*, *证明 760*, *证明 761*, *证明 762*, *证明 763*, *证明 764*, *证明 765*, *证明 766*, *证明 767*, *证明 768*, *证明 769*, *证明 770*, *证明 771*, *证明 772*, *证明 773*, *证明 774*, *证明 775*, *证明 776*, *证明 777*, *证明 778*, *证明 779*, *证明 780*, *证明 781*, *证明 782*, *证明 783*, *证明 784*, *证明 785*, *证明 786*, *证明 787*, *证明 788*, *证明 789*, *证明 790*, *证明 791*, *证明 792*, *证明 793*, *证明 794*, *证明 795*, *证明 796*, *证明 797*, *证明 798*, *证明 799*, *证明 800*, *证明 801*, *证明 802*, *证明 803*, *证明 804*, *证明 805*, *证明 806*, *证明 807*, *证明 808*, *证明 809*, *证明 810*, *证明 811*, *证明 812*, *证明 813*, *证明 814*, *证明 815*, *证明 816*, *证明 817*, *证明 818*, *证明 819*, *证明 820*, *证明 821*, *证明 822*, *证明 823*, *证明 824*, *证明 825*, *证明 826*, *证明 827*, *证明 828*, *证明 829*, *证明 830*, *证明 831*, *证明 832*, *证明 833*, *证明 834*, *证明 835*, *证明 836*, *证明 837*, *证明 838*, *证明 839*, *证明 840*, *证明 841*, *证明 842*, *证明 843*, *证明 844*, *证明 845*, *证明 846*, *证明 847*, *证明 848*, *证明 849*, *证明 850*, *证明 851*, *证明 852*, *证明 853*, *证明 854*, *证明 855*, *证明 856*, *证明 857*, *证明 858*, *证明 859*, *证明 860*, *证明 861*, *证明 862*, *证明 863*, *证明 864*, *证明 865*, *证明 866*, *证明 867*, *证明 868*, *证明 869*, *证明 870*, *证明 871*, *证明 872*, *证明 873*, *证明 874*, *证明 875*, *证明 876*, *证明 877*, *证明 878*, *证明 879*, *证明 880*, *证明 881*, *证明 882*, *证明 883*, *证明 884*, *证明 885*, *证明 886*, *证明 887*, *证明 888*, *证明 889*, *证明 890*, *证明 891*, *证明 892*, *证明 893*, *证明 894*, *证明 895*, *证明 896*, *证明 897*, *证明 898*, *证明 899*, *证明 900*, *证明 901*, *证明 902*, *证明 903*, *证明 904*, *证明 905*, *证明 906*, *证明 907*, *证明 908*, *证明 909*, *证明 910*, *证明 911*, *证明 912*, *证明 913*, *证明 914*, *证明 915*, *证明 916*, *证明 917*, *证明 918*, *证明 919*, *证明 920*, *证明 921*, *证明 922*, *证明 923*, *证明 924*, *证明 925*, *证明 926*, *证明 927*, *证明 928*, *证明 929*, *证明 930*, *证明 931*, *证明 932*, *证明 933*, *证明 934*, *证明 935*, *证明 936*, *证明 937*, *证明 938*, *证明 939*, *证明 940*, *证明 941*, *证明 942*, *证明 943*, *证明 944*, *证明 945*, *证明 946*, *证明 947*, *证明 948*, *证明 949*, *证明*

reserve model 特点 @ randomly generate trade 要是 fix rule, 有一个固定的规则, 可以产生这样一个 matrix, 不变的

底层算子

JIT connection operators

反射

Just-in-time randomly generated matrix.

Support for Mat@Vec and Mat@Mat.

Supporter different random generation methods (homogenous, uniform, normal)

```
import math, random

def jitconn_prob_homo(events, prob, weight, seed, outs):
    random.seed(seed)
    max_cdist = math.ceil(2/prob - 1)
    for event in events:
        if event:
            post_i = random.randint(1, max_cdist)
            outs[post_i] += weight
```

可能稀疏 可能基于事件驱动

JIT connection operators

矩阵乘法 weight matrix

```
from brainpy.scs.math.jitconn import (
    event_mv_prob_homo as event_mv_prob_homo,
    event_mv_prob_uniform as event_mv_prob_uniform,
    event_mv_prob_normal as event_mv_prob_normal,

    mv_prob_homo as mv_prob_homo,
    mv_prob_uniform as mv_prob_uniform,
    mv_prob_normal as mv_prob_normal,
)
```

JIT connection operators

矩阵乘法

Memory usage [MB]

Simulation time [s]

Matrix size

Speed comparison

Simulation time [s]

Matrix size

Network speed comparison

Simulation time [s]

Reservoir size

Building a ESN with BrainPy

```
class ESN(brainpy.DynamicalSystem):
    def __init__(self, num_in, num_hidden, num_out, seed, leaky_rate=1,
                 win_initializer=bp.layers.RectifiedSigmoid, k=1):
        super().__init__(num_in + num_hidden + num_out, seed)
        self.in = bp.layers.Dense(num_hidden, num_out, mode='training')
        self.out = bp.layers.Dense(num_hidden, num_out, mode='training')
        self.in_initializer = win_initializer
        self.out_initializer = win_initializer
        self.in_rate = leaky_rate
        self.out_rate = leaky_rate

    def update(self, x):
        return x * self.in + self.out

model = ESN(100, 100, 10)
model.reset_state()
trainer = bp.AdamTrainer(model, x_train=x, y_train=y)

# warmup
_ = trainer.predict(x_train)

# train
_ = trainer.train(x_train, y_train)
```

函数定义

更新

生成数据

预测

训练

05 Applications

From the perspective of kernel methods

The kernel trick 低维→高维

- The SVM only relies on the inner-product between vectors x_i, x_j
- If every data point is mapped into high-dimensional space via some transformation $\Phi: x \rightarrow \varphi(x)$, the inner-product becomes:

$$K(x_i, x_j) = \varphi(x_i) \cdot \varphi(x_j)$$
- $K(x_i, x_j)$ is called the kernel function.
- For SVM, we only need specify the kernel $K(x_i, x_j)$, without need to know the corresponding non-linear mapping, $\varphi(x)$.

From the perspective of kernel methods

维度打乱思想

超平面, 线性可分

低维→高维

低维→高维 (线性特性等, 可得对更简单 readout) 做一些 perform 一些 task

From the perspective of kernel methods

Key ideas of SVM

- A hyper-plane classifier
- A hyper-plane that maximizes the margin between two classes of data points
- Using a kernel function to map the original data into a high-dimensional space
- Soft-margin to accommodate noises

Kernel methods in neural system?

Olfactory system of Locust

Visual system of primates

Retina LGN V1

Subcortical pathway for rapid motion processing

The first two stages of subcortical visual pathway:
Retina → superior colliculus

Dimension expansion: retinal network.

Wang et al. Nature Communications 2016

The first two stages of primary auditory pathway:
Inferior Ear → Cochlear Nuclei

Dimension expansion: Each inner hair cell synapses on about 10 spiral ganglion cells, each spiral ganglion cell receives input from only 1 inner hair cell.

Typical ganglion cells

快速motion信息进行processing/passway
reserver (生物学上指导意义)

Spatial-temporal tasks

Dimension expansion
reserver module 对信息 expansion 时上维度展开 - 高维信息

Evidence accumulation

Lin et al. Neural Networks 2021

Gait recognition

可加入 events drive.

Model	5 classes	10 classes	15 classes
LSH (MSE)	92.4 ± 2.3	83.7 ± 3.3	79.5 ± 3.9
LSH (MSE)	94.7 ± 2.0	87.7 ± 2.8	83.5 ± 3.1
LSH (MSE)	96.4 ± 3.6	79.5 ± 1.2	76.6 ± 2.1
GRU (MSE)	95.4 ± 2.5	82.2 ± 1.7	81.5 ± 3.9
GRU (MSE)	95.4 ± 2.1	88.2 ± 1.2	85.7 ± 1.8
GRU (MSE)	96.4 ± 3.6	90.5 ± 2.1	89.7 ± 1.9
ResNet	98.3 ± 1.8	93.4 ± 2.3	92.4 ± 2.5

Lin et al. Neural Networks 2021

Spatial-temporal tasks

large-scale

Human action recognition with a large-scale brain-inspired photonic computer

We report a classification accuracy of 91.3%, comparable to state-of-the-art digital implementations.

The experimental set-up can accommodate a reservoir of 16,384 nodes, while the physical limitation of the concept is set to be as high as 262,144 neurons.

KTH dataset

Related materials

Liquid state machine

Real-Time Computing Without Stable States: A New Framework for Neural Computation Based on Perturbations

Hailong Ma, Thomas Natschläger, Heinrich Markram

Advantages

1. Circuits are not hard coded to perform a specific task.
2. Continuous time inputs are handled "naturally".
3. Computations on various time scales can be done using the same network.
4. The same network can perform multiple computations.

Disadvantages

1. LSMs don't actually explain how the brain functions. At best they can replicate some parts of brain functionality.
2. There is no guaranteed way to dissect a working network and figure out how or what computations are being performed.
3. There is very little control over the process.

A liquid state machine (LSM) is a type of reservoir computer that uses a spiking neural network.

Related materials

Next generation

ground truth dynamics

Traditional Reservoir Computer

Exact equivalence RC=NNAB=NG-RC in Ref. (18)

Next Generation Reservoir Computer

W. A. S. Barbosa, "Autism"

如何衡量/评价网络性能?

主要是看做task, 它是 performance 效果, 做 regression/classification task, 基本上都有 accuracy, 求它还有 error 可用于评价模型做的好坏, AI 模型, 现在能做分析的比较有限.

THANK YOU

reservoir model

主要思想, 性质定义, 如何去训练它, 怎样用神经网络来实现它, 有什么指导意义 (model 在神经网络中), 用它来做什么样 task.