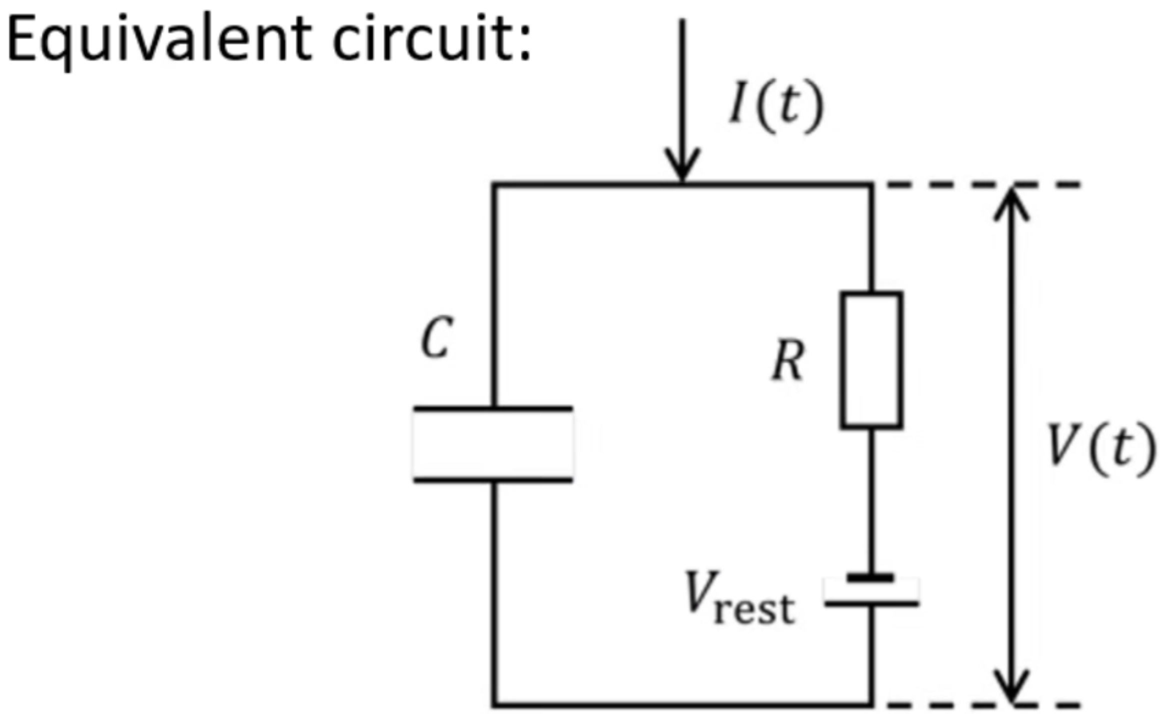
简化神经元模型及其动力学分析

目标

- 简化现有神经元模型，刻画出神经元动作电位的时间

LIF神经元模型

- $\tau\frac{dV}{dt} = -(V - V_{rest}) + RI(t)$
- 如果$I(t)$恒定，则$V(t) = V_{rest} + RI_c(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}})$
- $if\ V > V_{th},\ V \leftarrow V_{reset},\ last\ t_{ref}$（模拟不应期）
- 从 V_{rest} 到 V_{th} 所需的时间 $T = -\tau ln(1 - \frac{V_{th}-V_{rest}}{RI_c})$，频率 $f = \frac{1}{T+t_{ref}} = \frac{1}{t_{ref}-\tau lun(1-\frac{V_{th}}{})}$



电阻R不随电压变化

- 优点
  - 简单，高仿真效率
  - 直观
  - 阈下膜电位的模拟准确性高
- 缺点
  - 过度简化
  - 没有神经元发放的历史记忆

- 不能重复多元化的发放模式

其他单变量神经元模型

- QIF模型
  - $\tau\frac{dV}{dt} = a_0(V - V_{rest})(V - V_c) + RI(t)$
  - $if\ V > V_{th},\ V \leftarrow V_{reset},\ last\ t_{ref}$
- Theta模型
  - $\frac{d\theta}{dt} = 1 - cos\theta + (1 + cos\theta)(\beta + I(t))$
  - 不需要手动设置阈值
- ExpIF模型
  - $\tau\frac{dV}{dt} = -(V - V_{rest}) + \Delta_T e^{\frac{V-V_T}{\Delta T}} + RI(t)$

AdEx神经元模型

- $\tau\frac{dV}{dt} = -(V - V_{rest}) + \Delta_T e^{\frac{V-V_T}{\Delta T}} - R_w + RI(t)$
- $\tau_w\frac{dw}{dt} = a(V - V_{rest}) - w + b\tau_w \sum_{t^(f)}(\delta(t - t^{(f)}))$
- $if\ V > \theta,\ V \leftarrow V_{reset},\ last\ t_{ref}$
- 可以模拟的发放模式
  - 稳定后的发放模式
    - 常规的发放模式
    - 适应性的发放模式
    - 簇状发放模式
    - 不规则发放模式
  - 刚接收到输入电流时的发放模式
    - 经典发放模式
    - 簇状发放模式
    - 延迟发放模式

其他多变量神经元模型

- Izhikevich模型
  - $\frac{dV}{dt} = 0.04V^2 + 5V + 140 - u + I$
  - $\frac{du}{dt} = a(bV - u)$
  - $if\ V > \theta,\ V \leftarrow c, u \leftarrow u + d,\ last\ t_{ref}$
- FHN模型
  - $\dot{v} = v - \frac{v^3}{3} - w + RI_{ext}$
  - $\tau\dot{w} = v + a - bw$
- GIF模型

- $\tau\frac{dV}{dt}=-(V-V_{rest})+R\sum_j I_j+RI$
- $\frac{d\Theta}{dt}=a(V-V_{rest})-b(\Theta-\Theta_\infty)$
- $\frac{dI_j}{dt}=-k_jI_j, j=1,2,\cdots,n$
- $if\ V>\theta,\ I_j\leftarrow R_jI_j+A_j, V\leftarrow V_{reset}, \Theta\leftarrow max(\Theta_{reset},\Theta)$

动力学分析方法: 相平面分析（phase-plane analysis）

- 对变量的动力学行为进行分析
- 零线：$\frac{dV}{dt}=0$ 以及 $\frac{dw}{dt}=0$ 构成的两条曲线，这两条曲线上每一个点的向量都与其变量坐标轴垂直
  - 零线的一侧 $\frac{dV}{dt}$ ($\frac{dw}{dt}$)朝向同一个方向
- 固定点：两条零线的交点 $\frac{dV}{dt}=0$ 并且 $\frac{dw}{dt}=0$
  - 稳定焦点：所有向量场朝向稳定交点
  - 不稳定焦点：排斥周围的向量场
  - 鞍点：一侧向量场汇聚，另一侧向量场远离
- 向量场：根据相平面上每一个点的 $\frac{dV}{dt}$ 和 $\frac{dV}{dt}$ 的矢量和
- 变量轨迹，对微分方程求通解，绘制轨迹曲线，轨迹曲线按照向量场的方向移动

- 发放间隔时间长：轨迹跨过零线，V先减小，后增大
- 发放间隔时间长：轨迹位于零线一侧，V始终增大
- 停止发放：稳定交点位于轨迹曲线上，V和w趋于稳定

动力学分析方法:分叉分析（bifurcation analysis）

- 外界条件变化的条件下（参数变化），定量分析固定点的数量和性质
- 绘制“变量1-参数”图，“变量2-参数”图，结合分析