UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Marcos	Roberto Chi	ndelar de O	liveira Leite	

Uma Combinação de VND e ACO para Otimização em Dois Níveis de Localização de Estações de Recarga e Roteamento de Veículos

Marcos Roberto Chindelar de Oliveira Leite

Uma Combinação de VND e ACO para Otimização em Dois Níveis de Localização de Estações de Recarga e Roteamento de Veículos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Orientador: D.Sc. Heder Soares Bernardino

Coorientadora: D.Sc. Luciana Brugiolo Gonçalves

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Leite, Marcos Roberto Chindelar de Oliveira.

Uma Combinação de VND e ACO para Otimização em Dois Níveis de Localização de Estações de Recarga e Roteamento de Veículos / Marcos Roberto Chindelar de Oliveira Leite. -- 2022. 72 p. : il.

Orientador: Heder Soares Bernardino Coorientadora: Luciana Brugiolo Gonçalves Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, ICE/Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, 2022.

1. Multinível. 2. Roteamento. 3. Alocação. I. Bernardino, Heder Soares, orient. II. Gonçalves, Luciana Brugiolo, coorient. III. Título.

Marcos Roberto Chindelar de Oliveira Leite

Uma Combinação de VND e ACO para Otimização em Dois Níveis de Localização de Estações de Recarga e Roteamento de Veículos

Dissertação apresentada ao Programa de Pósgraduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação. Área de concentração: Ciência da Computação.

Aprovada em 16 de março de 2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Heder Soares Bernardino - Orientador Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof^a. Dra. Luciana Brugiolo Gonçalves - Coorientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Helio José Corrêa Barbosa

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Luiz Satoru Ochi

Universidade Federal Fluminense

Juiz de Fora, 02/05/2022.



às 09:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do <u>Decreto nº</u> 10.543, de 13 de novembro de 2020.



Documento assinado eletronicamente por **Luciana Brugiolo Goncalves**, **Professor(a)**, em 02/05/2022, às 09:45, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do <u>Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020</u>.



Documento assinado eletronicamente por **Helio Jose Correa Barbosa**, **Professor(a)**, em 02/05/2022, às 11:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do <u>Decreto nº</u> 10.543, de 13 de novembro de 2020.



Documento assinado eletronicamente por **LUIZ SATORU OCHI**, **Usuário Externo**, em 02/05/2022, às 19:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do <u>Decreto nº 10.543</u>, de 13 de novembro de 2020.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **0760253** e o código CRC **7DOCBOBE**.

BANCA EXAMINADORA

D.Sc. Heder Soares Bernardino - Orientador Universidade Federal de Juiz de Fora

D.Sc. Luciana Brugiolo Gonçalves - Coorientadora Universidade Federal de Juiz de Fora

D.Sc. Helio José Corrêa Barbosa Universidade Federal de Juiz de Fora

D.Sc. Luiz Satoru Ochi Universidade Federal Fluminense Dedico esse trabalho a pessoa que mais acreditou em mim, que sempre esteve ao meu lado desde que eu nasci, que me amou desde a primeira vez que colocou seus olhos em mim, que nunca mediu esforços para que eu fosse feliz e que sempre será o meu eterno confidente e melhor amigo: meu pai.

Lembro, como se fosse ontem, quando te disse que havia sido aprovado no mestrado e da alegria que você ficou. Isso me encheu de coragem para começar essa etapa. Lembro também das vezes em que estava estudando para o mestrado e você vinha para conversar e sempre dizia que iria ser rápido para não me atrapalhar, vindo muitas vezes, apenas para dizer que me amava.

Tudo era motivo de alegria para você, toda conquista era uma festa, sempre cheio de orgulho, por mais que insistisse muitas vezes que não era grande coisa o que fazia. Mas para você era. Mesmo não entendendo muito bem em que eu trabalhava, você sempre me pedia para falar e parecia não cansar de escutar sobre os algoritmos e modelos matemáticos. Sempre me apoiando e acreditando no meu potencial.

Infelizmente o destino não permitiu que você visse o final dessa etapa, mas sei que, esteja onde estiver, você esta se sentindo orgulhoso de mim e festejando sem parar. Obrigado por acreditar que esse dia chegaria. Obrigado por ter me ajudado a me tornar o que sou hoje. Obrigado por me deixar preparado pra enfrentar as próximas etapas que virão. Obrigado por tudo. Te amo para sempre.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter iluminado o meu caminho até aqui, permitindo que eu pudesse ter uma vida maravilhosa e repleta de pessoas ótimas ao meu redor que me auxiliam, cada um a sua maneira, a ser uma pessoa melhor e continuar nessa estrada.

A minha avó, por ter sempre acreditado em mim, por sempre estar ao meu lado, por sempre me apoiar em todos os momentos e por todo seu imenso amor. Sem ela eu não teria chegado até aqui. Tenho certeza de que onde ela estiver está orgulhosa.

Ao meu pai e minha mãe, por todo apoio, encorajamento e amor incondicional durante toda minha vida até aqui. Eles foram fundamentais para que eu chegasse até aqui e também serão fundamentais para que eu possa chegar ainda mais longe. Tenho certeza de que onde meu pai estiver está orgulhoso.

Ao meu amor, que continua sempre me apoiando em todos os momentos, sempre apta à me ajudar, pronta pra enfrentar todas as dificuldades e claro, sempre fazendo o que há de melhor da cozinha mundial. Quero dizer que não tenho palavras para descrever o quanto eu te amo, o quanto você é importante para mim e o quanto eu tenho a agradecer a Deus por ter você na minha vida.

Aos meus amigos, que estiveram e aos que ainda estão comigo até aqui me contemplando com o melhor da amizade. Vocês são os melhores. Não existe pessoa com amigos melhores do que os meus. A vocês meu muito obrigado.

Aos professores Heder e Luciana, pela orientação, pela grande amizade e principalmente, pela incrível paciência. Sem as suas orientações e apoio, este trabalho não se realizaria.

Aos professores do Departamento de Ciência da Computação, em especial aqueles que integram o Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação pelos seus ensinamentos que contribuíram para o nosso enriquecimento pessoal e profissional.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais(FAPEMIG) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ), pelo suporte a esse porjeto.

A todos os que fizeram parte da minha história, pelos bons momentos que passamos. Com certeza pude retirar ensinamentos e aprendizados dessas experiências. Mesmo que hoje não façam mais parte dessa caminhada, meu muito obrigado.

"Sometimes I wonder... will God ever forgive us for what we've done to each other...? Then I look around and I realise... God left this place a long time ago." - Leonardo Di Caprio in Blood Diamond (2006).

RESUMO

Os veículos elétricos estão se tornando cada vez mais populares nos sistemas de transporte devido aos subsídios fornecidos pelos governos que buscam aumentar a sua adoção por parte das empresas que, por sua vez, buscam diminuir o custo operacional de sua frota. Dessa forma, temos dois agentes envolvidos no processo, com cada um tendo como objetivo resolver o seu próprio problema de otimização, sendo eles o Problema de Alocação de Estações de Recarga, de responsabilidade do governo e o Problema de Roteamento de Veículos, de responsabilidade da empresa. Um problema de otimização em dois níveis surge quando os interesses de ambos são abordados simultaneamente. Além disso, tanto os veículos elétricos como os de combustão interna podem ser utilizados, aumentando a complexidade do problema. Este trabalho propõe uma estratégia de solução que combina a meta-heurística Descida de Vizinhança Variável com a Otimização por Colônia de Formigas com Busca Local e um Procedimento de Seleção de Rotas para a resolução de um problema de otimização em dois níveis envolvendo o Problema de Alocação de Estações no nível superior e o Problema de Roteamento de Veículos no nível inferior. A Descida de Vizinhança Variável é aplicada ao nível superior, enquanto a Otimização por Colônia de Formigas e os demais métodos são usados no nível inferior. Experimentos computacionais foram realizadas utilizando dois conjuntos diferentes de instâncias que abrangem diferentes cenários, que são construídos variando alguns de seus parâmetros, como por exemplo a capacidade energética e de carga dos veículos e a distribuição geográfica das localizações. Os resultados obtidos indicam que a estratégia proposta alcançou bons resultados em ambos os níveis quando comparada com outra abordagem da literatura, apresentando custo de construção da estrutura e roteamento menores.

Palavras-chave: Otimização em dois níveis. Roteamento de Veículos. Alocação de Estações. Frota mista. Meta-heurísticas.

ABSTRACT

Electric vehicles are becoming increasingly popular in transportation systems due to subsidies provided by governments that seek to increase their adoption by companies that, in turn, seek to lower the operating cost of their fleet. In this way, we have two agents involved in the process, with each one aiming to solve its own optimization problem, namely the Recharge Station Allocation Problem, which is the responsibility of the government, and the Vehicle Routing Problem, the responsibility of the company. company. A two-level optimization problem arises when the interests of both are addressed simultaneously. In addition, both electric and internal combustion vehicles can be used, increasing the complexity of the problem. This work proposes a solution strategy that combines the Variable Neighborhood Descent metaheuristic with Ant Colony Optimization with Local Search and a Route Selection Procedure for solving a two-level optimization problem involving the Allocation Problem of Stations at the upper level and the Vehicle Routing Problem at the lower level. Variable Neighborhood Descent is applied at the top level, while Ant Colony Optimization and other methods are used at the lower level. Computational experiments were carried out using two different sets of instances that cover different scenarios, which are constructed by varying some of their parameters, such as the energy and load capacity of vehicles and the geographic distribution of locations. The results obtained indicate that the proposed strategy achieved good results at both levels when compared to another approach in the literature, with lower structure construction and routing costs.

Keywords: Mixed fleet. Multilevel Optmization. Vehicle Routing. Station Allocation. Metaheuristics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	_	Solução do PAER	20
Figura 2	_	Solução do VRP	23
Figura 3	_	Comportamento das formigas na natureza	27
Figura 4	_	Operadores Switch e Swap	42
Figura 5	_	Soluções da instância c 101-21 para α igual a 60%	64
Figura 6	_	Soluções da instância r 101-21 para α igual a 60%	65
Figura 7	_	Soluções da instância rc 101-21 para α igual a 60%	66
Figura 8	_	Soluções da instância c 101-21 para α igual a 100%	67
Figura 9	_	Soluções da instância r 101-21 para α igual a 60%	68
Figura 10) –	– Soluções da instância rc 101-21 para α igual a 60%	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Comparação dos resultados da construção (C) e do Roteamento (R) obtido	S
	pelas abordagens com $\alpha = 0$	2
Tabela 2 –	Resultados para valores menores de α (0%, 20% e 40%) 5	5
Tabela 3 –	Resultados para valores maiores de α (60%, 80% e 100%) 5	6
Tabela 4 –	Comparação dos resultados da construção (C) e do Roteamento (R) obtido	S
	pelas abordagens com $\alpha = 0$	8
Tabela 5 –	Resultados para valores menores de α (0%, 20% e 40%) 6	0
Tabela 6 –	Resultados para valores maiores de α (60%, 80% e 100%) 6	31

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PRV Problema de Roteamento de Veículos

PAER Problema de Alocação de Estações de Recarga

ACO Ant Colony Optimization

VND Variable Neighborhood Descent

VC Veículo a Combustão

VE Veículo Elétrico

LISTA DE SÍMBOLOS

\forall	Para todo
\in	Pertence
\sum	Somatório
Ø	Vazio

 $\begin{array}{ccc} \cdot & & & & & \\ & & & & \\ \neq & & & & \\ \cup & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & \\ & & \\ & \\ & & \\ & \\ & & \\ & \\ & & \\ & \\ & & \\ & \\ & & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\$

 \geq Maior ou igual \leq Menor ou igual

 $|\cdot|$ Módulo

min Minimização

fc Função

 $arg \max$ Argumento Máximo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	.6
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 1	9
2.1	PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE ESTAÇÕES DE RECARGA 1	19
2.2	PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS	21
2.3	MÉTODOS DE SOLUÇÃO	24
2.3.1	VARIABLE NEIGHBORHOOD DESCENT	25
2.3.2	OTIMIZAÇÃO POR COLÔNIA DE FORMIGAS	26
2.4	OTIMIZAÇÃO EM DOIS NÍVEIS	29
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
3.1	FORMULAÇÕES EM NÍVEIS	
3.2	OTIMIZAÇÃO POR COLÔNIA DE FORMIGAS APLICADO AO PRO	Э.
	BLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS	32
4	PROBLEMA EM DOIS NÍVEIS COM ALOCAÇÃO DE ESTA	4.
	ÇÕES DE RECARGA E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS . 3	35
5	ABORDAGEM EM DOIS NÍVEIS PROPOSTA 4	10
5.1	VARIABLE NEIGHBORHOOD DESCENT PARA A ALOCAÇÃO DE E	S
	TAÇÕES	4 C
5.2	OTIMIZAÇÃO POR COLÔNIA DE FORMIGAS PARA O ROTEAMENT	О
	DE VEÍCULOS	13
5.3	BUSCA LOCAL	16
5.4	MODELO DE SELEÇÃO DE ROTAS	47
6	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS 4	19
6.1	PARÂMETROS UTILIZADOS	1 9
6.2	ANÁLISE DOS RESULTADOS	50
6.2.1	RESULTADOS OBTIDOS NO PRIMEIRO CONJUNTO DE INSTÂNCIAS	5.
6.2.2	RESULTADOS OBTIDOS NO SEGUNDO CONJUNTO DE INSTÂNCIAS	57
7	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	71
	REFERÊNCIAS	73

1 INTRODUÇÃO

A utilização de veículos elétricos (VE) já é realidade em vários setores, desde o uso pessoal por parte dos consumidores ao uso comercial por parte das empresas. A sua adoção tornou-se uma alternativa adequada à utilização de veículos de combustão interna (VC) devido à crescente preocupação com as questões ambientais, uma vez que os VE emitem menos poluentes, como mostra Guo et al.(1). Um outro fator que os tornam atrativos são os subsídios fornecidos pelos governos para encorajar a sua adoção, o que faz com que haja uma redução em seus custos. Contudo, os VE possuem limitações quanto às distâncias que podem ser percorridas por eles devido às capacidades energéticas de suas baterias. Dessa forma, é necessário utilizar alguma estratégia para contornar essa limitação.

Para isso, existem diferentes abordagens, como por exemplo a criação de estações de trocas de bateria, utilização de linhas de carga nas estradas e a construção de estações de recarga das baterias. Porém, algumas dessas opções podem não estar disponíveis para serem utilizadas. Uma opção muito utilizada é a construção de estações de recarga, como mostrado por Marcos et al.(2). Ao chegarem em uma dessas estações de recarga, os VE tem suas baterias recarregadas e assim podem prosseguir as suas rotas sem a preocupação de ficarem sem bateria durante o seu trajeto. Assim, é necessário planejar a construção de uma infraestrutura de recarga adequada que seja capaz de atender às demandas dos usuários de VE.

Na maioria dos casos, esta construção é feita pelo governo como forma de encorajar a utilização de VE pelos consumidores e empresas como considerado por Marcos et al.(3), Ying Li et al.(4) e Yanhai Xiong(5). O orçamento para a construção desta infraestrutura de recarga é frequentemente limitado e, portanto, a redução do custo de construção torna-se um dos objetivos do governo. As empresas de transporte, por sua vez, utilizam a infraestrutura de recarga construída e os subsídios fornecidos pelo governo para reduzir os seus custos operacionais com à adição de VE em sua frota.

Consequentemente, o governo deve decidir em quais dos locais disponíveis serão construídas as estações de recarga e a empresa deve definir a composição da sua frota e as suas rotas. É possível notar que este processo é composto de dois problemas distintos, sendo eles o Problema de Alocação de Estações de Recarga (PAER) e o Problema de Roteamento de Veículos (PRV), com cada um referente a um agente (governo e empresa, respectivamente) e com as suas próprias restrições e objetivos. Estes problemas podem ser organizados em níveis, com o PAER no nível superior e o PRV no nível inferior, tornando a otimização em dois níveis uma boa opção para resolver ambos os problemas simultaneamente.

O modelo em dois níveis abordado nesse trabalho é o mesmo modelo apresentado por Ying Li et al.(4). No PAER do nível superior, considera-se que o governo não tem

limite orçamentário para a construção de estações, no entanto, é necessário que o custo de construção das estações seja minimizado. No PRV do nível inferior, a empresa possui uma frota que pode ser composta por VE e VC, com ambos possuindo a mesma capacidade de carga e se diferenciando apenas pelo seu custo operacional. Dessa forma, o objetivo da empresa é definir a composição da sua frota e realizar as suas rotas a fim de minimizar o seu custo operacional e atendendo a porcentagem mínima de VE exigida pelo governo na composição da frota. Para tal, a empresa deve utilizar a infraestrutura de recarga construída pelo governo.

Assim, propõe-se aqui duas abordagens como em Marcos et al.(6) e Marcos et al. (3) para resolver esse modelo em dois níveis que combina Variable Neighborhood Descent (VND) como proposto por Abraham Duarte(7) e Ant Colony Optimization (ACO) elaborado por Dorigo e Gambardella (8). O VND é aplicado no nível superior para resolver o Problema de Alocação de Estações de Recarga que é de responsabilidade do governo, enquanto o ACO é aplicado no nível inferior para resolver o Problema de Roteamento de Veículos que envolve também a definição da frota e é de responsabilidade da empresa. Além disso, o ACO utiliza procedimentos de busca local para refinar as suas soluções. Um Procedimento de Seleção de Rotas (PSR) baseado no desenvolvido por Balinski et al(9) também é empregado no nível inferior para gerar a melhor solução possível com base na combinação de rotas geradas durante o processo de busca pelo ACO. Ao final do processo, as abordagens retornam a alocação das estações de recarga, a composição da frota e suas rotas.

Para verificar a eficiência das abordagens propostas, elas foram comparadas com uma outra abordagem da literatura proposta por Ying Li et al.(4). As comparações foram feitas com a utilização de dois grupos diferentes de instâncias, sendo o primeiro composto por 18 instâncias desenvolvidas por Michalis et al.(10) e o outro composto por 17 instâncias instâncias desenvolvidas por Solomon(11). As instâncias dos dois conjuntos são originalmente instâncias propostas apenas para o PRV na literatura, porém, neste trabalho, as instâncias de ambos os conjuntos foram utilizadas como instâncias para o problema em dois níveis proposto para verificar a sua eficiência em casos maiores e mais realistas. Em especial, grande parte das instâncias do segundo conjunto ainda não haviam sido utilizadas nessa modelagem em dois níveis abordada aqui neste trabalho. Testes estatísticos como os propostos por Kruskal e Wallis(12) foram realizados para verificar a equidade dos critérios utilizados e resultados obtidos para a comparação das abordagens. A análise dos resultados mostra a efetividade das abordagens propostas para resolver o modelo em dois níveis e sua maior eficiência quando comparada com a abordagem encontrada na literatura.

O restante do trabalho é organizado como segue: Capítulo 2 com a apresentação das definições dos problemas e métodos de solução envolvidos. Capítulo 3 com alguns dos trabalhos encontrados na literatura que envolvem os problemas abordados. Capítulo 4

com a descrição do modelo em dois níveis. Capítulo 5 com a implementação dos métodos de solução para os problemas abordados nesse trabalho. Capítulo 6 com a descrição das instâncias, dos parâmetros utilizados e a análise dos resultados obtidos. E por fim as conclusões obtidas pelo presente trabalho, melhorias que estão sendo desenvolvidas, ideias e modificações que podem ser investigados futuramente.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Existem diversas classes de problemas que compõem o Problema de Roteamento de Veículos na literatura, com cada uma delas apresentando suas próprias características, como observado por Michael Drexl(13). O mesmo pode ser observado para o Problema de Alocação de Estações de Recarga , como identificado pro Baouche et al(14). Também é possível encontrar na literatura diversos métodos e abordagens diferentes para resolver estes problemas e suas variações.

Dessa forma, nesse capítulo são abordados alguns dos conceitos, restrições e variações encontradas na literatura para ambos os problemas de alocação de estações de recarga e roteamento de veículos. Também são abordados alguns dos métodos disponíveis na literatura para a resolução deles. Em especial, é apresentada uma abordagem que combina ambos os problemas em uma formulação em dois níveis.

2.1 PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE ESTAÇÕES DE RECARGA

O Problema de Alocação de Instalações é um problema clássico de otimização combinatória que tem como objetivo definir localizações que serão utilizadas para a construção de instalações dentre um conjunto de possíveis localidades. A escolha é feita de maneira a otimizar um conjunto de objetivos atendendo a um conjunto de restrições. Tipicamente, as restrições envolvidas estão relacionadas às demandas que devem ser atendidas pelas instalações que forem construídas e os objetivos relacionados à redução dos custos de construção e operação das instalações.

O Problema de Alocação de Estações de Recarga consiste em escolher dentre um conjunto de possíveis localidades, em quais serão construídas estações de recarga que serão utilizadas pelos veículos elétricos para reabastecerem, permitindo assim que concluam as suas rotas sem o risco de ficarem sem bateria. Dessa forma, podemos classificar esse problema como uma variação do Problema de Alocação de Instalações, onde as instalações são as estações de recarga, como mostrado por Klose e Drexl(15). Uma ilustração desse problema pode ser vista na Figura 1.

Na Figura 1, o depósito central que também pode funcionar como uma estação de recarga está representado pelo símbolo maior simbolo, que está no centro e em preto. Os consumidores que devem ser atendidos estão representados pelos círculos azuis e os locais que podem ser selecionados para receberem a construção de uma estação estão representados pelos símbolos menores semelhantes ao símbolo do depósito central, sendo os apresentados em cor cinza os locais não selecionados e os selecionados para receberem a construção de uma estação em preto.

Existem diferentes características que podem compor o Problema de Alocação de Estações de Recarga, sendo uma delas a organização geográfica da região, como evidenciado

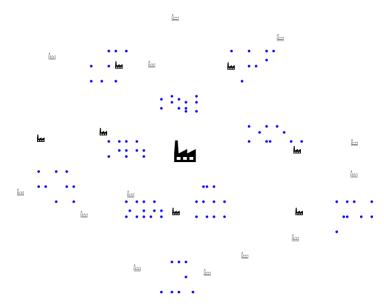


Figura 1 – Exemplo de uma solução do PAER.

Fonte – Elaborado pelo autor. (2022).

por Klose e Drexl(15). Essa organização pode ser feita de forma livre ou restrita. No primeiro caso, qualquer localidade pertencente à região do espaço planar do problema e pode ser escolhida para a instalação de uma estação de recarga. No segundo caso, apenas um conjunto de localidades especificas podem ser escolhidas para a instalação de estações de recarga.

Diferentes tipos de estações de recarga também podem ser consideradas no problema, como mostra Marcos et al. (2). As estações podem se diferenciar pela sua capacidade energética, que é a quantidade de energia que uma determinada estação de recarga é capaz de oferecer, sendo que, quanto maior a sua capacidade energética mais consumidores ela é capaz de atender e maior o seu custo de operação, como mostrou Zhang et al.(16).

Como mostra Marcos et al.(2), as estações também podem se diferenciar pela tecnologia de recarga utilizada, podendo ser ela sem fio (tornado necessário que o veículo esteja na área de cobertura para ser carregado), durante a rota (tornando necessário que o veículo passe por rotas especificas onde estão instaladas as linhas de transmissão energética responsáveis pelo carregamento) ou na própria estação (tornando necessário que o veículo permaneça na estação para realizar a recarga. O último o modelo é o mais utilizado de acordo com Liu e Wang(17).

Geralmente, a construção das estações de recarga é de responsabilidade do governo e, portanto, ele pode estabelecer restrições para a construção das estações, como um limite orçamentário ou quantitativo de construção, como explicitado por He et al.(18). Cada estação pode apresentar o mesmo custo de construção ou custos diferentes baseados em critérios como o tipo, tamanho ou número de clientes que podem ser atendidos por ela,

como mostrado por He et al.(19). O governo também pode estabelecer outras restrições para a construção das estações, como a precedência na escolha dos locais, subconjuntos de localidades que devem ter estações construídas obrigatoriamente e grupos de localidades em que, caso uma das localidades desse grupo seja selecionada para receber a construção de uma estação, todas as outras localidades pertencentes ao mesmo grupo também são selecionadas, como mostrado por Baouche et al.(14). Também é possível que o custo de construção seja dividido pelo governo e pelas empresas que as utilizam, como considerado pro Yang e Sun(20).

É comum que o objetivo da construção das estações de recarga seja relacionado à redução do seu custo de construção, principalmente quando é envolvido dinheiro público na construção da infraestrutura de recarga como mostrado por Ying Li et al.(4). Porém, há outros objetivos que podem ser empregados, como a redução do número de visitas às estações, como considerado por Jung et al.(21), a distância necessária para se chegar a uma estação, como considerado por Lee et al.(22), a redução dos tempos de serviço e espera de atendimento (fila) nas estaçõe, como considerado por Zheng et al.(23). Também podem ser incluídos os custos energéticos de utilização das estações, como feito por Zhang et al.(16). Esses objetivos também podem ser combinados para que sejam atendidos ao mesmo tempo e geralmente são agrupados em uma função que os une através de uma soma ponderada. Essa função é comumente chamada de custo social, como descrito em Marcos et al.(2).

Existem portanto diferentes variações do PAER na literatura, cada uma apresentando um objetivo, restrições e características diferentes. De forma resumida, o problema abordado nesse trabalho considera que não há um limite orçamentário ou quantitativo para a construção das estações e todas as estações tem a mesma capacidade de carga. As estações tem seu custo de construção proporcional ao número de clientes que se encontram em seu entorno. Caso um cliente esteja localizado a até uma distância determinada de uma estação, ele é considerado no calculo do custo de construção dessa estação. Esse cálculo do custo é feito de forma independente para cada estação, ou seja, um mesmo cliente pode ser contabilizado para mais de uma estação. Não são considerados os tempos de carregamento e tempo de serviço das estações, logo, é considerado que os veículos são carregados instantaneamente ao chegarem na estação. Exemplos de trabalhos presentes na literatura podem ser vistos no Capítulo 3 e os detalhes do modelo implementado podem ser vistos no Capítulo 4.

2.2 PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

O PRV é um nome genérico dado a toda uma classe de problemas que consiste em atender a um determinado número de clientes com uma frota de veículos, como mostrado em Marcos et al.(2). Além disso, o PRV é um dos problemas mais importantes e estudados

nas áreas de transporte, distribuição e logística devido às suas aplicações presentes no dia a dia, como, por exemplo, o proposto por Buhrkal et al.(24), que é na coleta de lixo; no transporte de encomendas como proposto por Cattaruzza et al.(25); no transporte público (26), como o proposto por Borowska; e particular, como considerado por Lee et al.(22).

Originalmente, o PRV foi proposto por Irnich et al.(27) como uma generalização do bem conhecido Problema do Caixeiro Viajante (PCV), que consiste em determinar a menor rota para percorrer uma série de cidades, visitando-as uma única vez e retornando à cidade de origem. Dessa forma, assim como PCV, o PRV pertence à classe de problemas NP-difíceis, que são problemas para os quais não se tem conhecimento de algoritmos que os resolvam em um tempo polinomial, como demonstrado por Irnich et al.(27).

Conforme mencionado anteriormente, existem diversas variações do PRV na literatura, sendo a distribuição de mercadorias a abordada nesse trabalho. Esse problema consiste em realizar o transporte de mercadorias por veículos em um determinado período de tempo e para um conjunto de clientes através de uma malha rodoviária estabelecida. Dessa forma, a solução do problema consiste na seleção de um conjunto de rotas dentre as disponíveis, com cada uma sendo executada por um veículo, de forma que todas as restrições operacionais sejam respeitadas, todos os clientes sejam atendidos e o custo referente ao transporte seja minimizado.

Em muitos casos, a malha rodoviária disponível é representada através de um grafo, onde cada arco representa uma estrada (caminho) disponível e os vértices representam as junções dos caminhos e as localizações de interesse, como por exemplo, os clientes a serem atendidos, o depósito de onde os veículos devem partir no início das suas rotas e retornar ao final delas (há a possibilidade de se utilizar múltiplos depósitos) e as estações de recarga (quando há a possibilidade de se utilizar veículos elétricos e de recarregá-los durante suas rotas), como explicado por Michalis et al.(28). Um exemplo de uma solução para o VRP pode ser visto na Figura 2, onde os pontos representam os consumidores, o triangulo central o depósito e as ligações representam as rotas dos veículos.

Com relação ao direcionamento dos arcos, eles podem ser direcionados, indicando que aquela estrada só pode ser percorrida em um sentido (algo comum em áreas urbanas), ou não direcionados, indicando que eles podem ser percorridos em ambas as direções (comum no caso das estradas) como mostrado por Irnich et al.(27). Também é comum que os arcos apresentem valores relacionados aos custos de utilizá-los, esses custos geralmente estão relacionados à distância representada pelo arco e o tempo gasto para percorrê-lo. Também é possível que os arcos apresentem restrições referentes aos tipos de veículos que podem passar por eles e a quantidade máxima de carga que um veículo pode transportar ao utilizá-lo, como utilizado por Liu e Wang(17).

Os consumidores por sua vez podem apresentar demandas, que são valores relacionados à quantidade de mercadorias que devem ser entregues ou recolhidas pelos veículos

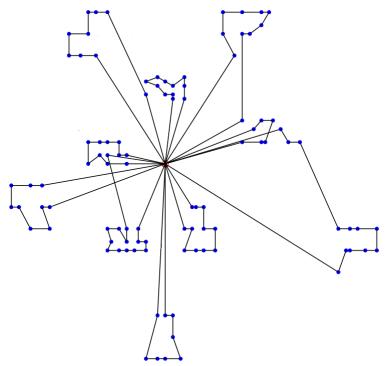


Figura 2 – Exemplo de uma solução do PRV.

Fonte – Elaborado pelo autor. (2022).

ao passarem por eles como mostrado por Ying Li et al.(4). Como mostrado em Marcos et al.(2), também é possível que determinados consumidores tenham que ser visitados por veículos específicos, devido à alguma limitação de acesso que os caminhos que os ligam possam apresentar. Outra características que os consumidores podem apresentar são restrições quanto ao período do dia em que eles estão disponíveis, devido ao seu horário de funcionamento e restrições relacionadas ao tempo que pode ser utilizado para atendê-lo, entregando ou recolhendo mercadorias devido às questões de fila e agendamento de atendimento, como considerado por Zang et al.(29). Também é possível que os consumidores possam ser atendidos por mais de um veículo, uma vez que em determinados cenários pode não ser possível satisfazer totalmente a demanda de um consumidor, como considerado por Jabali et al.(30).

A frota responsável pelo transporte pode ser composta por diferentes veículos (frota heterogênea), cada um apresentando uma capacidade de carga total diferente ou capacidades diferentes para cada um dos tipos de mercadoria que estejam envolvidos no problema, como proposto por Panicker et al.(31). A frota também pode ser composta por veículos que utilizam diferentes tipos de combustível (frota mista) como elétricos, à combustão e híbridos como exibido por Ying Li et al.(4). Dessa forma, os veículos podem apresentar diferentes custos de operação, dado as suas características e, caso hajam múltiplos depósitos, cada um deles pode pertencer a um depósito específico, como

considerado por Ramos et al.(32).

Pode ser necessário que as rotas satisfaçam determinadas restrições, dependendo da natureza do problema, como por exemplo, pode se ser necessário que determinado cliente seja visitado antes, ou após outro cliente, pode ser necessário que determinados clientes devam ser atendidos na mesma que rota caso exista a possibilidade se realizarem entregas e recolhimentos de mercadorias de um mesmo cliente ou pode ser necessário que ele seja visitado pelo mesmo veículo. Também podem haver restrições previstas em lei ou regulamentadas pela própria empresa que podem afetar, por exemplo, o período do dia em que a frota é utilizada ou a duração máxima do tempo de condução.

Dadas as diferentes características que podem compor a formulação do PRV, as suas abordagens podem apresentar diferentes objetivos a serem otimizados, como por exemplo: a minimização da distância total percorrida, como proposto por He et al.(18); composta da soma de todas as distâncias percorridas por todos os veículos em suas rotas; a redução do tempo total de condução, como proposto por He et al.(19), que é calculado de maneira semelhante ao caso anterior, trocando apenas a distância pelo tempo; e a redução do número de veículos que compõe a frota. Esses objetivos também podem ser combinados de diferentes formas como, por exemplo, atribuindo pesos a cada um deles e os unindo na função objetivo do problema, como mostrado em Marcos et al.(2).

Como pode ser visto, existe uma grande quantidade de variantes do PRV na literatura, cada uma com as suas restrições, características e objetivos. O problema abordado nesse trabalho consiste em atender as demandas dos consumidores de forma a minimizar os custos operacionais dos veículos que estão relacionados ao seu tipo de combustível e à distância percorrida por eles. Não há restrições quanto ao número de veículos utilizados, porém há restrições quanto à composição da frota. Há somente um único e fixo depósito e não há restrições de tempo envolvidas no período e no atendimento de consumidores. Exemplos de trabalhos presentes na literatura podem ser vistos no Capítulo 3 e os detalhes do modelo adotado podem ser encontrados no Capítulo 4.

2.3 MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Existem diversas formas de resolver problemas de otimização combinatória, como os métodos exatos e métodos heurísticos. Esses problemas de otimização combinatória são classificados como NP-difícil, portando, são problemas que até o momento não podem ser resolvidos em tempo polinomial, mas podem ser verificados em tempo polinomial, como mostrado por Irnich et al.(27). Dessa forma, buscam-se soluções que representem o menor (minimização) ou o maior (maximização) valor da função objetivo encontrado em uma região factível (que respeite as restrições) do espaço de busca do problema. O ponto em que esses valores são encontrados é chamado de Ótimo Global. Podem existir muitos pontos ao longo do espaço de busca de um problema que são considerados ótimos locais,

pois apresentam o melhor valor para a função objetivo em uma dada região do espaço de busca. A presença desses pontos pode atrapalhar o processo de busca, dificultando que boas soluções sejam encontradas.

Devido aos fatores mencionados anteriormente relacionados à busca por soluções, casos práticos desses problemas são resolvidos normalmente por meio de métodos heurísticos. Em geral, esses métodos são capazes de encontrar soluções de boa qualidade em um tempo computacional aceitável, sendo essas soluções consideradas suficientes para a maioria das situações reais.

2.3.1 VARIABLE NEIGHBORHOOD DESCENT

O VND é uma heurística de busca que explora de maneira sistemática e em uma ordem pré-estabelecida diferentes estruturas de vizinhança em busca de soluções para o problema se baseando na premissa de que diferentes estruturas de vizinhança usualmente apresentam diferentes ótimos locais. Dessa forma, utilizando a troca de estruturas de vizinhança, o VND é capaz de explorar de forma mais eficiente o espaço de busca, quando comparado com opção de se utilizar apenas uma única estrutura. E, por isso, é capaz de encontrar uma quantidade maior de novas soluções, que podem virem a serem melhores que as soluções que foram encontradas em iterações anteriores do próprio VND como descrito por Abraham Duarte(7).

A vizinhança de uma solução é composta por todas as soluções que podem ser alcançadas a partir de uma solução e que são geradas após a aplicação de um operador que modifica uma parte da solução em que é aplicado para gerar uma nova solução como mostrado por Abraham Duarte(7). A solução gerada não necessariamente é viável para o problema devido às restrições que podem estar envolvidas no problema. Com a aplicação de diferentes operadores, diferentes vizinhanças são geradas e, por consequência, diferentes soluções também, o que aumenta a taxa de exploração do espaço de busca do problema e, conforme dito anteriormente, diferentes vizinhanças podem apresentar diferentes ótimos locais. Esses fatores aumentam a probabilidade do VND encontrar melhores soluções.

Para encontrar soluções para o problema, o VND estabelece uma ordem pré-fixada para aplicação de um conjunto de operadores e eles são aplicados à solução atual seguindo essa ordem. Sempre que uma solução é encontrada com aplicação de um operador, ela é comparada com a melhor solução encontrada até o momento e, caso essa nova solução seja melhor, ela se torna a nova melhor solução encontrada até o momento e o próximo operador passa a ser aplicado com base nela. Esse processo se repete até um critério de parada seja atingido. Dessa forma, cada operador é aplicado na solução ao menos uma vez na tentativa de se encontrar melhores soluções.

Um pseudo-código de um VND pode ser visto no Algoritmo 1. Uma solução inicial e viável S_{melhor} é gerada e, enquanto a condição de parada não for atendida, um

Algoritmo 1: Pseudo-código de um VND.

```
1 S_{melhor} \leftarrow \text{gerarSoluçãoInicial}();
2 k \leftarrow 1;
3 enquanto crit\'erio de parada não \'e atingido faça
4 | enquanto k \leq k_{max} faça
5 | S' \leftarrow N_k(S_{melhor});
6 | k \leftarrow k+1;
7 | se f(S') < f(S_{melhor}) então
8 | S_{melhor} \leftarrow S'
9 retorna S_{melhor}
```

procedimento de busca local N_k (aplicação de um operador para gerar e encontrar a melhor solução em uma vizinhança de uma solução) é aplicado na melhor solução atual (passo 5), seguida por uma mudança de vizinhança (passo 6). Essa alteração é feita sequencialmente, seguindo uma ordem determinada que define a estrutura de vizinhança que será examinada a seguir. Se a melhor solução encontrada na vizinhança atual é melhor que a melhor solução, então esta nova solução encontrada torna-se a melhor solução encontrada até aquele momento e será utilizada na próxima iteração.

2.3.2 OTIMIZAÇÃO POR COLÔNIA DE FORMIGAS

A Otimização por Colônia de Formigas (ACO, do inglês Ant Colony Optmization), proposta por Dorigo e Gambardella (8), é uma meta-heurística inspirada no comportamento das formigas na natureza na busca por alimentos, que são capazes de encontrar o melhor caminho para se moverem entre o ninho (colônia) e a fonte de alimento. Um exemplo desse comportamento pode ser visto na Figura 3.

Como pode ser visto na Figura 3, as formigas possuem dois caminhos distintos que levam ao alimento, sendo o caminho inferior menor que o superior, o que o torna uma melhor opção para as formigas. Inicialmente, como mostra a Figura 3(a), as formigas percorrem ambos os caminhos até chegarem ao alimento e durante o processo depositam feromônios ao longo dele. A partir disso, outras formigas começam a percorrer os caminhos seguindo a trilha de feromônios deixada pelas formigas anteriormente, que indica o caminho a ser seguido. Além disso, as formigas continuam a depositar seus feromônios enquanto fazem o percurso.

Com a informação dos feromônios depositados nos caminhos ao decorrer do tempo, as formigas conseguem descobrir qual o melhor caminho a seguir. Com isso, as formigas consequentemente optam pelo caminho de baixo por ser mais curto como mostra a Figura 3. Com o passar do tempo, mais formigas vão optando pelo caminho de baixo, o que faz com que o seu nível de feromônio aumente, enquanto o nível de feromônio do caminho de cima diminui, devido ao menor número de formigas depositando feromônios por ele e devido a

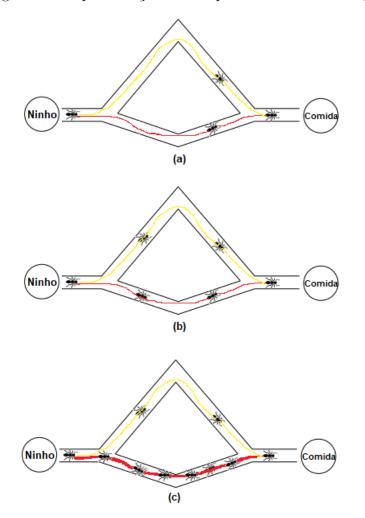


Figura 3 – Representação do comportamento das formigas.

Fonte – Baseado no proposto por Dorigo e Gambardella (8).

evaporação natural que ocorre dos feromônios, como mostra a Figura 3(b).

Quanto maior é o nível de feromônio presente em um caminho, maior é a probabilidade de uma formiga utilizá-lo e, conforme mencionado anteriormente, as formigas depositam feromônios enquanto percorrem seus caminhos. Dessa forma, após algum tempo, o caminho inferior se torna a principal rota para as formigas irem do ninho até o alimento, porém algumas formigas continuaram a seguir o caminho superior em busca de outros caminhos, como mostra a Figura 3(c). Caso uma formiga encontre um melhor caminho, ela irá depositar seus feromônios ao longo dele e com o tempo, mais formigas irão percorrê-lo, tornando-o o novo melhor caminho. Esse comportamento faz com que as formigas não deixem de procurar por novas possibilidades enquanto utilizam a melhor opção até o momento.

Assim, o ACO se baseia nesse comportamento das formigas na procura de alimento, levando em consideração o processo de escolha do caminho a ser utilizado, de maneira que,

quanto maior for o seu nível de feromônio, maior é probabilidade das formigas o utilizarem. Durante a construção de uma solução para um problema, podem existir diferentes opções (passos) disponíveis naquele momento para serem escolhidos para compor essa nova solução. Para realizar essa escolha, o ACO utiliza uma regra de seleção probabilística que calcula, para cada uma dessas opções, a sua probabilidade de ser escolhida para incorporar a solução. Essa regra é definida de acordo com o problema em qual o ACO é aplicado e pode ser composta por diversos fatores, além dos níveis de feromônios de cada opção.

O ACO consiste basicamente de 3 passos básicos: a inicialização da matriz de feromônios, a construção da solução para o problema baseada na distribuição de probabilidades e a atualização dos valores da matriz de feromônios, como utilizado por Marcos et. al e Marcos et al.(2, 6). Um pseudo-código de um ACO pode ser visto no Algoritmo 2.

Algoritmo 2: Pseudo-código de um ACO.

- 1 InicializaçãoDosFeromônios()
- 2 enquanto Critério de parada não é atingido faça
- з | para cada formiga na colônia faça
- 4 ConstruçãoDaSolução()
- 5 AtualizaçãoDosFeromônios()
- 6 retorna MelhorFormiga

A inicialização dos feromônios (passo 1) pode ser feita usando um valor fixo prédeterminado ou usando uma heurística para encontrar uma solução inicial, como proposto por Michalis et al.(28). Com os feromônios inicializados, cada formiga constrói a sua solução para o problema (passo 4). Esta construção é feita passo a passo com base na função de probabilidade definida para o problema, que é responsável por determinar qual será o próximo passo a ser executado em cada passo. Para atualizar a matriz de feromônios (passo 5) podem ser utilizadas todas as formigas como proposto por Dorigo e Gambardella(8) ou apenas aquelas com as melhores soluções como proposto por Thomas e Holger(33). Para isso, pode ser utilizada a melhor formiga da iteração corrente ou a melhor formiga encontrada até o momento, como proposto por Michalis et al.(28).

No caso do PRV, o objetivo é encontrar o melhor caminho que interliga um conjunto de localizações de acordo com um conjunto de restrições pré-estabelecidas e, no caso das formigas, o seu objetivo é encontrar o menor caminho que conecta a colônia à sua fonte de alimento. Esse objetivo é o mesmo do PRV abordado nesse trabalho, uma vez que ele tem como meta a redução dos custos operacionais da frota que está diretamente relacionado com a distância total percorrida, que é composta pela soma das distâncias percorridas por todos os veículos. Dessa forma, o ACO é uma abordagem adequada para ser aplicada ao PRV abordado nesse trabalho.

2.4 OTIMIZAÇÃO EM DOIS NÍVEIS

A Otimização em níveis é uma forma de abordar um ou vários problemas que envolvem diferentes agentes que influenciam no processo de solução tomando decisões nos problemas que estão envolvidos como pode ser vistro em Marcos et al.(2). A Otimização em níveis combina os diferentes objetivos e restrições dos problemas envolvidos de forma que todos sejam atendidos pelas soluções encontradas, como definido por Dempe(34). A Otimização em níveis é baseada na teoria dos jogos de Stackelberg (35) onde, um jogador (líder) faz o seu movimento, que é observado pelo outro jogador (seguidor) e, com base no movimento realizado pelo líder, realiza o seu próprio movimento.

Dessa forma, durante o processo de tomada de decisão, os agentes envolvidos tomam as suas decisões individuais em sequência, dos níveis superiores aos níveis inferiores, de forma a otimizar os seus respectivos objetivos. Nesse processo, os agentes de nível superior tem prioridade nas decisões para otimizar seus próprios objetivos e os agentes de nível inferior reagem em vista das decisões tomadas pelos níveis superiores, com a decisão de cada agente sendo afetada pelas decisões tomadas pelas outros agentes. Assim, quanto mais alto o nível, maior é a importância desse agente no processo otimização e menor a influência em seu processo de tomada de decisão dos outros agentes que estão em níveis inferiores. O problema em dois níveis abordado nesse trabalho e nos trabalhos discutidos aqui podem ser formulados como segue (36):

$$(P_{1}) \qquad \min_{\mathbf{x}^{(1)} \in X^{(1)}} f_{1}(\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(k)}) \\ \text{sujeito a} \quad \mathbf{g}_{1}(\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(k)}) \leq \mathbf{0} \\ (P_{2}) \qquad \min_{\mathbf{x}^{(2)} \in X^{(2)}} f_{2}(\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(k)}) \\ \text{sujeito a} \quad \mathbf{g}_{2}(\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(k)}) \leq \mathbf{0} \\ \vdots \\ (P_{k}) \qquad \min_{\mathbf{x}^{(k)} \in X^{(k)}} f_{k}(\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(k)}) \\ \text{sujeito a} \quad \mathbf{g}_{k}(\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(k)}) \leq \mathbf{0}$$

onde k é o número de níveis, $\mathbf{x}^{(i)} \in X^{(i)} \subset \mathbb{R}^{n_i}$, $i = 1, \dots, k$, são as variáveis de controle (limitadas) do nível i, $f_{(i)} : \mathbb{R}^{n_1 + \dots + n_k} \to \mathbb{R}$, e n_i é o número de variáveis de projeto do nível i. O problema está sujeito às restrições de desigualdade $\mathbf{g}_{(i)} : \mathbb{R}^{n_1 + \dots + n_k} \to \mathbb{R}^{m_i}$, onde m_i é o número de restrições do nível i. Uma restrição de igualdade $\mathbf{h}_{(i)} = \mathbf{0}$ pode ser reformulada para $\mathbf{h}_{(i)} \leq \mathbf{0}$ e $-\mathbf{h}_{(i)} \leq \mathbf{0}$.

Quando k=2, temos um problema de otimização de dois níveis e, nesse caso, P_1 é denominado líder ou nível superior e P_2 é denominado seguidor ou nível inferior, como definido por Dempe(34). Em um processo de tomada de decisão de dois níveis, o agente de decisão do nível superior realiza seu processo de tomada de decisão e, com base nesse movimento, o agente do nível inferior realiza o seu processo de tomada de decisão. Ambos buscando otimizar os seus objetivos respeitando as suas restrições. Essa formulação de

dois níveis é a mais comum envolvendo problemas de roteamento de veículos e alocação de estações de recarga, com o problema de alocação de estações de recarga no nível superior e o problema de roteamento de veículos no nível inferior. Essa formulação é a utilizada nesse trabalho.

Assim, neste trabalho, são abordados o Problema de Alocação de Estações de Recarga, de responsabilidade do governo, e o Problema de Roteamento de Veículos, de responsabilidade da companhia. No caso do primeiro problema, o objetivo é definir uma alocação de estações de forma a minimizar o custo de construção total da infraestrutura de recarga. No caso do segundo problema, os objetivos são definir a composição da frota e suas rotas com base na alocação definida no primeiro problema, de forma a reduzir o seu custo operacional atendendo a porcentagem de veículos elétricos na frota se possível. Dessa forma, temos dois problemas com restrições, objetivos e agentes tomadores de decisão envolvidos diferentes. É possível notar que há uma relação de hierarquia entre os problemas, devido ao fato de que a solução do primeiro é necessária para que o segundo possa ser resolvido, o que torna a formulação em dois níveis uma opção adequada para aborda-los.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo, são abordados alguns dos trabalhos presentes na literatura para os Problemas de Alocação de Estação de Estações de Recarga e Roteamento de Veículos Elétricos, contemplando diferentes cenários em que eles podem ser aplicados e as diferentes restrições envolvidas. Também são abordados alguns trabalhos que envolvem ambos os problemas simultaneamente, em especial, aqueles que abordam ambos os problemas através da otimização em dois níveis. Também são abordados trabalhos que utilizam o ACO para resolver o PRV.

3.1 FORMULAÇÕES EM NÍVEIS

Para planejar um roteamento eficiente quando a frota é composta totalmente ou parcialmente por veículos elétricos, é preciso lidar com suas limitações. Uma forma de lidar com isso é inserir visitas às estações de recarga nas suas rotas, conforme é proposto em (37). Dessa forma, torna-se necessário o desenvolvimento de uma rede de distribuição de energia capaz de atender a demanda das empresas e seus clientes. Assim, a otimização em dois níveis surge como uma opção apropriada para abordar o PAER e o PVR em conjunto, com cada problema sendo resolvido em um nível. Em grande parte dos trabalhos, o nível superior corresponde ao PAER enquanto o nível inferior ao PVR.

Essa ideia foi desenvolvido por Zhang et al.(16), onde os custos de construção são calculados anualmente e consideram a capacidade do transformador, magnitude de tensão e vazão. O nível inferior utiliza a demanda e o raio de serviço de cada estação para realizar o roteamento. Além disso, as baterias dos VE são totalmente carregadas quando eles visitam as estações de recarga. Em (37), a bateria também é totalmente recarregada quando o VE visita uma estação de recarga, mas recargas parciais também são possíveis em outros modelos da literatura como por exemplo o proposto por Zang et al. (29), onde o nível da bateria é carregado com uma quantidade suficiente para completar a rota ou chegar a algum outro destino. Uma outra opção é trocar a bateria por uma totalmente carregada, como considerado por Zhang et al.(38) e Jung et al.(21).

Embora a recarga parcial e a troca de baterias sejam estratégias mais rápidas, nem sempre são possíveis devido aos tipos de estações disponíveis. Uma análise desses procedimentos pode ser encontrada em (39). Como proposto por Ying Li et al.(4), a frota é mista e é necessária uma porcentagem mínima de VE em sua composição. Além disso, recargas parciais são permitidas em (40) e restrições relacionadas à emissão de poluentes são consideradas no modelo. Em (41) a frota é mista e são permitidas recargas parciais.

Conforme mencionado, geralmente é do governo a responsabilidade de construir estações de recarga para aumentar a adoção de veículos elétricos e reduzir os seus custos de recarga. No entanto, as empresas também podem construir estações, como feito por

Yang e Sun(20), onde a empresa constrói as estações de troca de baterias e define as rotas de seus VEs. Yanhai Xiong et al.(5), propõe em seu trabalho que o governo minimiza o custo de construção das estações de recarga enquanto os clientes minimizam seus custos de recarga.

He et al.(18), propôs em seu trabalho que as estações de carregamento são alocadas no nível superior para maximizar o número de usuários atendidos, enquanto o tempo de carregamento dos usuários é minimizado no nível inferior. Zheng et al.(23), consideraram eu seu trabalho que o nível superior busca minimizar o custo de construção das estações para que o custo total seja menor que o limite orçamentário, e o tempo de deslocamento dos usuários de VEs seja minimizado no nível inferior. Tal abordagem de dois níveis também é usada por Guo et al.(1) e Zheng et al.(23). Uma revisão da literatura é apresentada por Marcos et al.(2), com informações sobre os objetivos e restrições mais comuns dos problemas envolvidos, além de exemplos de métodos de solução utilizados para resolvê-los.

Existem diversos trabalhos na literatura que empregam a otimização em níveis para o PAER e o PVR, porem poucos utilizaram uma frota mista e decisão de localização de infraestruturas de carregamento simultaneamente como mostrado por Marcos et al.(3) e Ying Li et al.(4). Dessa maneira, adotar uma frota mista pode ser mais adequado para as empresas e atraente para o governo (42). Neste último caso, o custo de construção dos postos de recarga pode ser menor com o uso de frota mista, pois os VC não dependem de uma infraestrutura de recarga, de modo que diminuem o número de postos necessários. Este modelo é proposto em por Ying Li et al.(4).

3.2 OTIMIZAÇÃO POR COLÔNIA DE FORMIGAS APLICADO AO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

A Otimização por Colônia de Formigas é uma meta-heurística utilizada para resolver problemas de otimização baseada no comportamento das formigas e sua estratégia coletiva utilizada para encontrar comida e trazê-la para a colônia. As formigas representam agentes que se movem no espaço de busca do problema abordado e no caso do problema de roteamento de veículos, cada formiga representa um veículo da frota, como em (43). Nesse caso, cada formiga representa um veículo e constrói suas rotas concorrentemente, ou seja, uma formiga escolhe seu destino, a próxima formiga faz sua escolha e assim sucessivamente até que todos os clientes sejam visitados.

Uma outra alternativa que pode ser utilizada no processo de construção das soluções é cada formiga elaborar uma rota completa e, somente depois disso, outra formiga começar a construir sua rota (44). Além disso, em (44) vários fatores são considerados na escolha dos trajetos, como a qualidade do asfalto, o número de semáforos e os eventuais congestionamentos. Todos esses fatores são resumidos em uma única variável que representa o tempo necessário para viajar de um local para outro passando por uma determinada

rota. Desta forma, cada rota pode ter um tempo necessário diferente para percorrê-la. A análise dos resultados obtidos no estudo de caso utilizado mostram que a abordagem proposta no trabalho é capaz de resolvê-lo.

O problema de roteamento de veículos com janelas de tempo é abordado em (45). Para resolvê-lo, foi adotada uma variação do ACO, que utiliza duas ou mais colônias, denominada Otimização por Múltiplas Colônias de Formigas. Em (45), foram utilizadas duas colônias que, apesar de trabalharem de forma independente e utilizarem diferentes matrizes de feromônios, colaboram para a elaboração da solução, de modo que uma fica responsável por encontrar soluções que utilizem o número mínimo de veículos e a outra é responsável por encontrar soluções com o menor tempo total de viagem e refinar as soluções encontradas pela primeira colônia. Apesar de trabalharem de forma independente, elas trabalham de maneira colaborativa através do uso de uma mesma variável, onde a melhor solução é armazenada. O trabalho também apresenta diversas análises e provas de teoremas referentes ao ACO e algumas de suas variações. Os resultados obtidos pelo ACO mostram sua eficacia na resolução do VRP nos problemas abordados, quando comparado com outras abordagens encontradas na literatura.

Uma das formas de melhorar o desempenho e as soluções encontradas pelo ACO é combiná-lo com outras abordagens, como em (46), onde ele é combinado com uma versão melhorada da técnica K-means, uma operação de recombinação e a heurística 2-Opt para resolver uma variação do VRP que considera o dinamismo do ambiente do mundo real na definição das rotas, chamado Problema de Roteamento Dinâmico de Veículos. Em (46), o dinamismo está focado em mudanças no tempo de atendimento devido a alterações nas solicitações dos clientes e portanto, a técnica de busca deve trata-las de forma dinâmica. Primeiramente, para resolver o problema, é aplicado o K-means para dividir os consumidores em grupos. Após isso o ACO, então gera rotas para cada um dos grupos e em seguida a operação de recombinação é aplicada para gerar novas rotas com a troca de consumidores entre elas. Ao final, as rotas encontradas são aprimoradas com a aplicação da heurística 2-Opt. Os resultados obtidos pelo trabalho mostram a eficácia dos métodos propostos quando comparados com outras abordagens apresentadas no trabalho em questão.

Em (47), os parâmetros do ACO são definidos e adaptados dinamicamente usando lógica difusa, para que ele possa ser aplicado a diferentes problemas sem a necessidade de ter que se buscar a melhor configuração de parâmetros para cada problema em particular. Já em (48), os parâmetros utilizados pelo ACO para resolver uma instância do PRV são previamente definidos por um Algoritmo Genético de forma a defini-los para o melhor valor para cada caso em particular. O ACO também pode ser usado para otimizar os parâmetros de outros métodos como em (49). Em todos os trabalhos citados anteriormente, os resultados obtidos pelas suas abordagens propostas mostram a eficacia do ACO na resolução dos problemas abordados.

O ACO é aplicado em (50) para resolver um problema de dois níveis do PRV, onde no nível mais alto, o ACO é usado para gerar rotas para o problema de forma a atender somente as restrições relacionadas a capacidade de carga do veículo e, no nível inferior, um método heurístico de remoção é usado para definir o cronograma de recarga do veículo, tornando as rotas encontradas no nível superior viáveis também em relação ao nível de bateria e restrições de energia. Ao final do processo a solução encontrada é refinada por meio de um método de enumeração restrita para minimizar o seu custo reduzindo o número de visitas aos postos de recarga. Os resultados encontrados mostram que o ACO é capaz de resolver o problema proposto no trabalho e que são melhores do que outras abordagens encontradas na literatura.

Conforme se vê pelos trabalhos presentes na literatura, o ACO pode ser implementado de várias maneiras e utilizado de forma eficiente para resolver o PRV e outros problemas combinatórios. Isso ocorre devido à natureza do PRV, que consiste em encontrar rotas que conectem um conjunto de localidades atendendo suas restrições e demandas. Essas características se aproximam muito do comportamento das formigas na natureza (inspiração da criação do ACO), que buscam as melhores formas de conectar a colônia à fonte de alimento. Isso torna o ACO facilmente aplicável ao PRV, de modo que é necessário apenas adaptá-lo às diferentes características presentes em cada uma de suas variações. Logo, o ACO é uma abordagem apropriada para resolver o PRV e por conta disso, é utilizado pela abordagem proposta.

4 PROBLEMA EM DOIS NÍVEIS COM ALOCAÇÃO DE ESTAÇÕES DE RECARGA E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

No modelo do problema abordado, que é o mesmo proposto por Ying Li et al.(4), existem dois agentes envolvidos no processo de tomada de decisão: o governo e a companhia. O governo é responsável por planejar a construção da infraestrutura de recarga, incluindo também o financiamento da construção das estações. Dessa forma, é importante para o governo que o custo total de construção da infraestrutura de recarga seja o menor dentro do possível.

A companhia, por sua vez, é responsável por definir tanto a composição da sua frota (que pode ser composta por veículos elétricos ou por veículos tradicionais à combustão) quanto as suas rotas, visando sempre atender a taxa de adoção mínima requerida de VE em sua frota. Esses processos são feitos com base na infraestrutura de recargada definida pelo governo. Assim, os problemas de alocação de estações de recarga e roteamento de veículos são combinados em um modelo de dois níveis, como proposto por Ying Li et al.(4).

O governo é o responsável pelas tomadas de decisão no nível superior, onde a infraestrutura de recarga é otimizada de modo que o custo total de construção da infraestrutura de recarga seja minimizado. O custo de construção das estações é composto de um valor fixo de construção acrescido de um valor variável para cada uma das estações calculado com base na quantidade de consumidores no entorno de uma dada estação. Além disso, há uma restrição referente à porcentagem mínima de veículos elétricos que deve haver na frota da companhia. Dessa forma, para que uma dada alocação de estações seja considerada viável, deve ser possível a companhia atender seus clientes utilizando uma frota que tenha em sua composição ao menos a porcentagem mínima de veículos elétricos definida pelo governo.

Portanto, o objetivo do governo é elaborar a construção de uma estação de recarga com o menor orçamento possível e com a qual seja possível utilizar uma frota de veículos composta por uma porcentagem de veículos elétricos que seja maior ou igual a uma porcentagem pré-estabelecida. A notação utilizada aqui na formulação do modelo em dois níveis é como segue:

Conjuntos

{o} o depósito único

C conjunto de consumidores indexado por c

S conjunto de estações de recarga indexado por s

V conjunto de localizações; $V = C \cup S \cup \{o\}$

K conjunto de veículos indexado por k

Parâmetros e variáveis comuns

 \mathbf{d}_{gh} a distância entre as localizações $g,h\in V$

U a capacidade de carga dos veículos $\forall k \in K$

 \mathbf{u}_c a demanda do consumidor c

Q a capacidade energética dos veículos elétricos

r a taxa de consumo de energia (por unidade de distância)

 \mathbf{p}_{gk}^1 o nível de energia restante da bateria quando o veículo k chega na localização g

 \mathbf{p}_{gk}^2 o nível de energia restante da bateria quando o veículo k deixa a localização g

 $\mathbf{F}_s\,$ o custo de construção da estação de recarga s

 $\alpha\,$ a porcentagem de veículos elétricos exigida

CI o custo operacional unitário dos veículos a combustão (por unidade de distância)

CE o custo operacional unitário dos veículos elétricos (por unidade de distância)

M um número suficientemente grande

Variáveis de Decisão

$$\mathbf{x}_{ghk} = \left\{ \begin{array}{l} 1, & \text{se o veículo k percorre o caminho da localização g até a h} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{array} \right.$$

$$\mathbf{y}_k = \begin{cases} 1, & \text{se k \'e um ve\'aculo el\'etrico} \\ 0, & \text{se k \'e um ve\'aculo a combust\~ao} \end{cases}$$

$$\mathbf{z}_s = \begin{cases} 1, & \text{se a estação s \'e selecionada para ser construída} \\ 0, & \text{caso contr\'ario} \end{cases}$$

No nível superior, o problema de otimização da infraestrutura de recarga por parte do governo pode ser definido como:

$$\min \sum_{s \in S} F_s z_s \tag{4.1}$$

sujeito a

$$\sum_{k \in K} y_k \ge \alpha \times |K| \tag{4.2}$$

$$z_s \in \{0, 1\} \ \forall s \in S \tag{4.3}$$

A função objetivo (4.1) tem como meta minimizar o custo total de construção das estações de recarga. As restrições (4.2) garantem que o número de veículos elétricos na frota é maior ou igual ao percentual mínimo indicado pelo governo. As restrições (4.3) indicam que as variáveis z_s são binárias.

Conforme mencionado anteriormente, o custo de construção de uma estação (F_s) é composto pela soma de duas parcelas, com uma delas sendo fixa e a outra variável. A parcela fixa é a mesma para todas as estações. Já a parcela variável, tem seu valor calculado com base na distância e no número de consumidores considerados pertencentes à vizinhança da estação (N_s) , portanto pode apresentar um valor diferente para cada estação. Um consumidor é considerado pertencente à vizinhança de uma determinada estação quando a distância entre eles é menor que Q/3, onde Q é a capacidade energética dos veículos elétricos. Um mesmo consumidor pode pertencer simultaneamente a várias vizinhanças de diferentes estações. Assim, o custo de construção é definido como:

$$F_s = A + B \cdot N_s \tag{4.4}$$

onde A e B são coeficientes relacionados ao custos fixo e variável, respectivamente.

A companhia é a responsável pelas tomadas de decisão no nível inferior, onde a composição da frota e suas rotas são definidas de forma a atender todos os consumidores, com cada consumidor sendo visitado por um único veículo e apenas uma única vez. Todos os veículos devem iniciar as suas rotas a partir do único e fixo depósito da companhia e devem retornar a este ao final de suas rotas.

A frota pode ser composta por dois tipos de veículos que possuem a mesma capacidade de carga, se diferenciando apenas pelo tipo de combustível utilizado: elétricos e à combustão. Os veículos elétricos, devido às limitações referentes à capacidade energética de suas baterias, podem necessitar de recarga durante as suas rotas e, portanto, devem realizar visitas as estações de recarga quando necessário para continuar as suas rotas ou retornar ao depósito para encerrar suas rotas. Sempre que um veículo elétrico deixa o depósito ou uma estação de recarga é considerado que sua bateria está totalmente carregada. O consumo da bateria é calculado através de uma função linear baseada na distância percorrida. No caso dos veículos à combustão, é considerado que estes sempre terão combustível suficiente para completar as suas rotas, não sendo necessário que sejam reabastecidos.

O custo de operação total de cada veículo é calculado com base na distância percorrida e no valor referente ao tipo de combustível utilizado. Dessa forma, o objetivo da companhia é definir as rotas e a composição de sua frota de forma a atender a todos os seus consumidores, respeitando as restrições mencionadas anteriormente e minimizando o seu custo total de operação.

O problema do nível inferior de otimização da composição da frota e suas rotas por parte do companhia pode ser definido como:

$$\min f_C = CE \sum_{k \in K} TD_k^{EV} + CI \sum_{k \in K} TD_k^{CV}$$

$$\tag{4.5}$$

sujeito a

$$\sum_{g \in V, g \neq c} \sum_{k \in K} x_{gck} = 1 \ \forall c \in C$$

$$\tag{4.6}$$

$$\sum_{h \in V, h \neq o} x_{ohk} \le 1 \ \forall k \in K \tag{4.7}$$

$$\sum_{g \in V, g \neq v} x_{gvk} = \sum_{h \in V, h \neq v} x_{vhk} \ \forall v \in V, \forall k \in K$$

$$(4.8)$$

$$\sum_{c \in C} u_c \sum_{v \in V} x_{cvk} \le U \ \forall k \in K \tag{4.9}$$

$$p_{hk}^1 \le p_{gk}^2 - r \cdot d_{gh} x_{ghk} + \tag{4.10}$$

$$M(2 - x_{ghk} - y_k) \ \forall g, h \in V, k \in K$$

$$p_{ok}^2 = Q \ \forall k \in K \tag{4.11}$$

$$p_{sk}^2 = Q \cdot z_s \ \forall s \in S, \forall k \in K \tag{4.12}$$

$$p_{ck}^2 = p_{ck}^1 \ \forall c \in C, \forall k \in K$$

$$\tag{4.13}$$

$$p_{vk}^1 \ge 0 \ \forall v \in V, k \in K \tag{4.14}$$

$$\sum_{g \in V} \sum_{h \in V} d_{gh} x_{ghk} \le T D_k^{EV} + M(1 - y_k) \ \forall k \in K$$
 (4.15)

$$\sum_{g \in V} \sum_{h \in V} d_{gh} x_{ghk} \le T D_k^{CV} + M \cdot y_k \ \forall k \in K$$

$$\tag{4.16}$$

$$TD_k^{EV}, TD_k^{CV} \ge 0 \ \forall k \in K \tag{4.17}$$

$$x_{ahk}, y_k \in \{0, 1\} \ \forall g, h \in V, k \in K$$
 (4.18)

A função objetivo (4.5) está relacionada com a minimização do custo operacional total que está relacionado com a distância percorrida e o tipo de combustível utilizado. A distância total percorrida é registrada em duas variáveis TD_k^{EV} e TD_k^{CV} que armazenam as distâncias totais percorridas pelos veículos elétricos e a combustão, respectivamente. As restrições (4.6) garantem que cada consumidor é visitado uma e somente uma vez. As restrições (4.7) determinam que cada veículo é atribuído a no máximo uma rota. As restrições (4.8) são referentes ao equilíbrio de fluxo, garantindo que para qualquer localização o número de veículos que chegam e partem é o mesmo. As restrições (4.9) garantem que a carga transportada por cada veículo não ultrapasse a sua capacidade de carga. As restrições (4.10) calculam a energia restante do veículo com base na sequência de localizações visitadas por ele: se a localização h é visitada após a localização q por um veículo elétrico, a energia restante da bateria na localização h é reduzida pelo consumo de energia entre as localizações g e h, mas se a localização h não é visitada após a localização q ou o veículo é um veículo a combustão, as restrições (4.10) são relaxadas. As restrições (4.11) e (4.12) redefinem o valor restante da bateria do veículo para o valor máximo Q quando um veículo elétrico deixa o depósito ou uma das infraestruturas de recarga

construídas. As restrições (4.13) definem que o nível restante de bateria de um veículo se mantém o mesmo ao visitar um consumidor. As restrições (4.14) garantem que o veículo sempre tenha bateria suficiente para visitar os consumidores ou estações de recarga e retornar ao depósito.

As restrições de (4.10) até (4.14) lidam com a limitação de distância de condução dos veículos elétrios e mesmo que as restrições de (4.11) a (4.14) também restrinjam os veículos a combustão, com o relaxamento das restrições (4.10) elas não os afetam, ou seja, não limitam ou influenciam a sua distância de condução. As restrições (4.15) e (4.16) garantem que os valores de TD_k^{EV} e TD_k^{CV} não sejam inferiores ao total percorrido por cada tipo de veículo, com as restrições (4.15) sendo aplicadas aos veículos elétricos e relaxada para os veículos a combustão e, de forma semelhante, as restrições (4.16) aplicadas aos veículos a combustão e relaxada para os veículos elétricos. As restrições (4.16) e (4.16) utilizam a estratégia de penalização Big-M e, portanto, é necessário definir um valor para M que seja suficientemente grande penalizar a solução caso as restrições sejam violadas, mas que não seja grande o suficiente para atrapalhar no processo de solução. As restrições (4.17) garantem que os valores de TD_k^{EV} e TD_k^{CV} sejam não negativos. As restrições (4.18) declaram a natureza binária das variáveis de decisão x_{ghk} e y_k .

5 ABORDAGEM EM DOIS NÍVEIS PROPOSTA

Neste capítulo são apresentadas as abordagens propostas que combinam o VND com ACO, Busca Local e um Modelo de Seleção de Rotas para resolver o modelo em dois níveis que envolve o Problema de Alocação de Estações de Recarga no nível superior com o Problema de Roteamento de Veículos no nível inferior. O VND é aplicado no nível superior onde o custo da infraestrutura de recarga é minimizado enquanto o ACO com busca local e o Modelo de Seleção de Rotas são aplicados no nível inferior, onde a frota é definida e seus custos operacionais minimizados.

A primeira abordagem utiliza o mesmo VND que foi proposto rpor Ying Li et al.(4) e a segunda abordagem utiliza uma versão mais simples e eficiente deste mesmo VND. Ambas empregam o mesmo ACO que foi proposto por Michalis et al.(28), porém com modificações para atender ao problema em dois níveis como, por exemplo, o uso de frota mista, e com a adição de procedimentos de busca local. Os métodos propostos serão discutidas nas seções seguintes.

Para resolver o problema do nível superior, o VND seleciona, dentre as opções disponíveis, estações (S) para serem construídas, gerando então uma proposta de alocação para o problema. Sempre que um conjunto de estações é selecionado, é necessário verificar sua viabilidade, ou seja, verificar se é possível atender aos clientes a partir de uma frota que possua a proporção mínima (α) de veículos elétricos. Para isso é necessário executar o algoritmo do nível inferior, pois será necessário alterar o roteamento e a composição da frota atual com base no conjunto de estações selecionadas. Se a porcentagem de veículos elétricos (P_{ev}) da solução encontrada pelo nível inferior é maior ou igual ao desejado, então essa solução é considerada viável e, portanto, essa nova alocação passa a ser a melhor solução encontrada até o momento.

Assim, o processo de definição da composição da frota e suas rotas é conduzido pelo ACO. A cada iteração a melhor solução é refinada com a aplicação dos procedimentos de busca local. Ao final da execução do ACO, o Procedimento de Seleção de Rotas retorna a melhor solução possível com base na combinação das rotas das soluções encontradas durante a execução do ACO. Esse processo se repete até que a melhor solução encontrada até o momento permaneça inalterada após a aplicação dos dois operadores.

5.1 VARIABLE NEIGHBORHOOD DESCENT PARA A ALOCAÇÃO DE ESTAÇÕES

O objetivo do nível superior é minimizar o custo de construção das estações de recarga, que é de responsabilidade do governo. Para fazer isso, foi empregada a heurística de busca VND baseada no que foi proposto por Ying Li et al.(4), utilizando a mesma estrutura vetorial binária para a representação das alocações, onde cada posição representa uma estação dentre as disponíveis para construção. Nessa representação, caso uma posição

apresente o valor 1 significa que aquela estação foi escolhida para ser construída e o seu custo de construção será acrescido no custo total da infraestrutura de recarga. Caso a posição apresente o valor 0, significa que aquela estação não foi selecionada para construção e seu custo de construção não será contabilizado no custo total da infraestrutura de recarga.

Com relação aos operadores *Switch* e *Swap* utilizados por Ying Li et al.(4), a primeira abordagem proposta aqui os utiliza da forma como foi proposto por Ying Li et al.(4), enquanto a segunda abordagem, utiliza o mesmo *Switch* proposto por Ying Li et al.(4) e uma versão modificada do operador *Swap*. Um pseudo-código do VND implementado pode ser visto no Algorítimo 3.

Algoritmo 3: Pseudo-código do VND implementado.

```
1 S_{best} \leftarrow \text{gerarAlocaçãoInicial}();
 2 repita
         repita
 3
              S' \leftarrow \text{Switch}(S_{best});
 4
              P_{ev} \leftarrow \text{n\'e inferior(S')};
 5
              se P_{ev} \geq \alpha então S_{best} \leftarrow S';
 6
         até houver melhoria;
 7
         repita
 8
              S'' \leftarrow Swap(S_{best});
 9
              P_{ev} \leftarrow \text{nível inferior(S")};
10
              se P_{ev} \geq \alpha então S_{best} \leftarrow S";
11
         até houver melhoria;
13 até condição de parada é atingida;
```

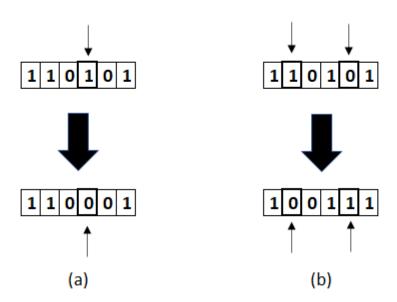
O operador Switch seleciona e remove aleatoriamente uma estação escolhida para construção na melhor solução atual (S_{best}) . Dessa forma, é necessário verificar se a solução obtida (S') é viável e para isso é executado o algoritmo do nível inferior que irá retornar a composição da frota e suas rotas. Caso a proporção retornada de veículos elétricos na frota (P_{ev}) seja ao menos o percentual mínimo de veículos elétricos pré-estabelecido (α) , então a solução é considerada viável $(P_{ev} \ge \alpha)$. Nesse caso, a melhor solução obtida até o momento é substituída por essa nova solução, visto que a nova alocação é melhor que a atual, pois apresenta um custo menor devido a não construção de uma estação, o que leva a uma redução no custo de construção total. O operador Switch é aplicado a todas as estações escolhidas para serem construídas na solução. Um exemplo da aplicação do operador Switch pode ser visto na Figura 4(a).

O operador de *Swap* proposto por Ying Li et al.(4) seleciona aleatoriamente uma estação dentre as que não foram escolhidas para construção e um subconjunto de estações dentre as estações que foram escolhidas para serem construídas da solução atual. Caso o custo de construção da primeira estação seja menor que o ganho com a não construção de todas as estações do subconjunto selecionado, então a troca é realizada. Caso contrário,

uma nova seleção é feita. O operador de *Swap* proposto aqui, seleciona aleatoriamente uma estação dentre as que não foram escolhidas para construção e, ao invés de selecionar um subconjunto das estações que não foram selecionadas para construção, seleciona apenas uma estação. De maneira semelhante ao caso anterior, caso o custo de construção da primeira estação seja menor que o ganho com a não construção da segunda estação, então a troca é realizada. Caso contrário uma nova seleção é feita.

Semelhante ao Switch, é necessário verificar a viabilidade da nova solução gerada (S'') e ela será melhor que a solução atual caso seja viável, pois o custo total será reduzido. O operador Swap é aplicado a todas as estações não escolhidas para serem construídas na solução atual. Um exemplo da aplicação do operador Swap proposto aqui, pode ser visto na Figura 4(b).

Figura 4 – Operadores Switch e Swap.



Fonte – Baseado no desenvolvido em Ying Li et al.(4).

Esse processo se repete até que a melhor solução encontrada até o momento permaneça inalterada após a aplicação dos dois operadores. Dada a natureza dos operadores, todas as soluções encontradas terão um custo menor de construção que a solução atual, pois eles geram apenas soluções com custo menor que a solução corrente. Porém, elas podem ser inviáveis por não atenderem a porcentagem mínima pré-estabelecida de veículos elétricos na frota. Desta forma, não é preciso verificar se o custo da nova solução encontrada é menor que o da melhor solução atual, sendo necessário apenas verificar a sua viabilidade, reduzindo assim o número de comparações necessários entre soluções.

5.2 OTIMIZAÇÃO POR COLÔNIA DE FORMIGAS PARA O ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

O objetivo do nível inferior é minimizar o custo operacional da frota da companhia que está relacionado diretamente com a composição da frota e suas rotas. Além disso, a frota utilizada pela companhia deve respeitar a porcentagem pré-estabelecida de veículos elétricos em sua composição. Para isso, é aplicado o ACO em conjunto com os procedimentos de busca local e o procedimento de seleção de rotas. O ACO utilizado é baseado no que foi proposto por Michalis et al.(28), porém modificado para atender as características do problema de utilizar veículos a combustão (frota mista), o que aumenta a complexidade do problema. Um pseudo-código do ACO implementado pode ser visto no Algoritmo 4.

```
Algoritmo 4: Pseudo-código do ACO proposto.
```

```
1 \pi_{best} \leftarrow \text{GerarSolu}\tilde{\text{gaoInicial}}(S);
2 InicializarFeromonios(S);
3 enquanto criterio de parada faça
4 | para cada formiga na colonia faça
5 | \mathbb{C} ConstruirSolucao(S);
6 | \pi' \leftarrow \text{encontrarMelhorFormigaDaIteracao}();
7 | ProcedimentosDeBuscaLocal(\pi');
8 | P_{ev} \leftarrow \text{SelecaoDeRotas}();
9 | se P_{ev} \geq \alpha e \pi' \leq \pi_{best} então
10 | \mathbb{C} \pi_{best} \leftarrow \pi'
11 | AtualizarFeromonios()
```

O tipo do veículo que será utilizado é definido aleatoriamente antes do início de cada rota, respeitando a porcentagem pré-estabelecida de veículos elétricos na composição da frota. No ACO proposto, cada formiga constrói uma solução completa para o problema de roteamento definindo a composição da frota e suas rotas de maneira estocástica. Todas as rotas começam e terminam no depósito. As localizações são selecionadas de acordo com a probabilidade:

$$P_{ij}^{t} = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{l \in \mathcal{N}_{i}^{k}} [\tau_{il}]^{\alpha}[\eta_{il}]^{\beta}}, \text{ se } j \in \mathcal{N}_{i}^{t} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$
(5.1)

onde, para uma determinada formiga t, i é a localização atual da formiga t, j é a localização de destino de uma formiga t (com j pertencendo ao conjunto \mathcal{N}_i^t das localizações que podem ser visitadas pela formiga t à partir de i), τ_{ij} é a informação do feromônio, η_{ij} é a informação heurística e α e β são parâmetros definidos pelo usuário usados para mitigar ou reforçar os valores de cada informação, feromônio e heurística. A informação heurística adotada aqui é $\eta_{ij} = 1/d_{ij}$, onde d_{ij} é a distância entre as localizações i e j.

O conjunto \mathcal{N}_i^t é diferente para cada um dos tipos de veículos. Para os veículos a combustão, não é necessário se preocupar com a possibilidade de que o veículo fique sem combustível, uma vez que é considerado que eles sempre possuem combustível suficiente para irem para qualquer localização. Porém, no caso dos veículos elétricos, devido à limitação energética das suas baterias, pode ser necessário recarregá-los durante as suas rotas. Quando $\mathcal{N}_i^t = \emptyset$, é considerado que o depósito será a próxima localização a ser visitada.

Portanto, para construir soluções que sejam viáveis e determinar a composição do conjunto \mathcal{N}_i^t , o algoritmo verifica antes da escolha da próxima localização se as restrições energéticas serão respeitadas e se será possível ir para alguma estação ou retornar ao depósito após chegar a essa localização. Dessa forma, não há riscos de que os veículos elétricos fiquem sem bateria durante as suas rotas. Caso o veículo atinja a capacidade máxima de carga ou não seja possível visitar outro consumidor (mesmo visitando uma ou mais estações antes), então o veículo irá retornar para o depósito (podendo ser necessário visitar uma ou mais estações antes), terminando a sua rota.

A escolha da próxima localização pela formiga t é definida de maneira aleatória baseada no valor de q_0 ($0 \le q_0 \le 1$): com probabilidade $(1 - q_0)$, a formiga utiliza a regra probabilística definida na Equação 5.1 e, com probabilidade q_0 , a formiga escolhe a localização com maior valor de probabilidade de acordo com:

$$j = \arg\max_{l \in \mathcal{N}_i^t} \{P_{il}^t\} \tag{5.2}$$

Visando reduzir o tempo necessário para a construção de uma solução por uma formiga, sempre que ela for selecionar um destino, é gerado um conjunto de tamanho fixo contendo os consumidores mais próximos de sua localização atual (51). Inicialmente, somente os consumidores nesse conjunto são considerados possíveis destinos e somente quando todos esses consumidores já tiverem sido visitados, ou seja, já fazem parte da solução parcial, que os consumidores que não estão no conjunto passam a ser possíveis locais de destino (52).

A informação dos feromônios (τ_{ij}) é inicializada com o valor τ_0 para todas as localizações que é calculado de acordo com:

$$\tau_0 = 1/\rho C^{nnh} \tag{5.3}$$

onde ρ ($0 \le \rho \le 1$) é um parâmetro que controla a evaporação do feromônio e C^{nnh} é o custo da solução gerada pela Heurística do Vizinho Mais Próximo.

A Heurística do Vizinho mais Próximo consiste em uma heurística gulosa para a construção de uma solução para o problema de roteamento de veículos: a partir do depósito, cada rota é construída selecionado o consumidor mais próximo a cada passo enquanto as restrições de carga do veículo não sejam violadas. Quando não é possível

q_0 ??

prosseguir para o próximo consumidor, a rota é finalizada com a adição do depósito ao final da rota e uma nova rota começa. Dessa forma, não há garantias de que as restrições energéticas serão respeitadas uma vez que o vizinho mais próximo é selecionado sem levá-las em consideração. Portanto, essa solução pode ser inviável para o problema, o que não impede a sua utilização para a inicialização dos níveis de feromônio, uma vez que apenas o seu custo será utilizado. O processo se repete até que todos os consumidores tenham sido visitados.

Ao final de cada iteração, após todas as formigas terem construído suas soluções para o problema, o feromônio é evaporado de acordo com:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij}, \ \forall (i, j) \in L \tag{5.4}$$

onde $L = \{(i, j) \mid i, j \in N\}$ é o conjunto de rotas conectando os locais $i \in j$. E na sequência, a melhor formiga deposita uma quantidade de feromônio proporcional ao custo da sua solução de acordo com:

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} + \Delta \tau_{ij}^{best}, \forall (i,j) \in L^{best}$$
 (5.5)

onde L_{best} é o conjunto das rotas da melhor formiga, $\Delta \tau_{ij}^{best} = 1/C^{best}$ é a quantidade de feromônio que a melhor formiga deposita e C^{best} é o custo da sua solução. O feromônio é atualizado usando a melhor formiga de cada iteração e a melhor formiga encontrada até o momento de forma alternada. Conforme estabelecido por Ying Li et al.(4), a melhor formiga em cada iteração pode depositar o feromônio enquanto a melhor formiga encontrada até agora é usada apenas a cada f_{req} iterações.

São impostos valores máximos e mínimos para os feromônios de acordo com a estratégia de *Min-Max Ant System* (33), sendo que o valor máximo do feromônio (τ_{max}) é inicializado com τ_0 e tem seu valor alterado para $1/C^{best}$ sempre que a melhor formiga encontrada até o momento é substituída. O valor mínimo do feromônio (τ_{min}) é calculado de acordo com:

$$\tau_{min} = \tau_{max} (1 - \sqrt[n]{0.05}) / ((avg - 1)(\sqrt[n]{0.05})$$
(5.6)

onde \underline{avq} é o número médio de localizações diferentes disponíveis em cada etapa de seleção do destino de cada formiga e n é o número total de consumidores.

Como somente a melhor formiga de cada iteração e a melhor formiga encontrada até o momento podem depositar feromônios, o ACO proposto é considerado elitista e isso pode levar a uma estagnação prematura do seu processo de busca. Para evitar isso, foi implementado um mecanismo denominado suavização das trilhas (52), que é utilizado para controlar a intensidade das trilhas de feromônio. Esse mecanismo é utilizado de acordo com o esquema de ramificação λ (53), que calcula as estatísticas sobre a distribuição das trilhas de feromônio atuais. O fator de ramificação λ de uma localização i é dado pelo número de arcos saindo de i que obedecem:

$$\tau_{ij} > \tau_{ij}^{min} + \lambda \cdot (\tau_{ij}^{max} - \tau_{ij}^{min}) \tag{5.7}$$

onde τ é o valor do feromônio no arco, τ_{ij}^{min} e τ_{ij}^{max} são os valores mínimo e máximo do feromônio considerando todos os arcos saindo do nó i e λ um parâmetro. O fator de ramificação λ médio $\bar{\lambda}$ é a média dos fatores de ramificação λ de todos as localizações e é uma indicação da quantidade de espaço de busca que está sendo explorado no processo de busca. Se seu valor for muito pequeno, significa que poucos consumidores estão sendo escolhidos pelas formigas na construção de suas soluções e isso indica que o espaço de busca não está bem explorado e o processo de busca pode estar estagnado.

Portanto, sempre que essa situação ocorre, significa que não são exploradas novas rotas suficientes, portanto, a intensidade de todas as trilhas de feromônios deve ser ajustada para que novas opções de destino possam ser exploradas. Para isso, o feromônio em cada trilha é aumentado de acordo com a diferença entre o valor da intensidade máxima permitida (τ_{max}) e o valor da intensidade atual da trilha (τ_{ij}) como:

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} + (\tau_{max} - \tau_{ij}) \tag{5.8}$$

Este processo é chamado de suavização de trilhas. Como resultado, a seleção dos locais (Equação 5.1) é enviesada para localizações anteriormente com probabilidades mais baixas de serem escolhidas e, consequentemente, aumenta a exploração do espaço de busca sem perda completa das informações obtidas durante as iterações anteriores. Também com a utilização deste mecanismo, é possível fazer execuções mais longas do algoritmo com uma exploração mais eficiente do espaço de busca o que pode levar a uma melhoria na qualidade das soluções obtidas.

5.3 BUSCA LOCAL

Para refinar as soluções encontradas pelo ACO, foram adotados quatro procedimentos de busca local: Mudança, Troca, Remoção e a heurística 2-opt, como proposto por Marcos et al (6, 3). Na heurística 2-opt, 2 arestas não adjacentes são eliminadas e os nós são reconectados usando duas outras arestas, formando uma nova rota. Este processo é repetido para todos os pares de arestas e o movimento que resulta em maior ganho, ou seja, aquele que torna o percurso o menor possível, é realizado.

No procedimento de Mudança, para cada estação presente em uma rota, é verificado se é possível substituí-la por outra estação dentre as disponíveis para construção para que o custo da rota seja reduzido. Semelhante ao procedimento anterior, no procedimento de Remoção é verificado se é possível remover a estação da rota, reduzindo seu tamanho e, assim, reduzindo seu custo. No procedimento de Troca, dois consumidores pertencentes a diferentes rotas são trocados e é verificado se o custo total, ou seja, a soma dos custos das duas rotas, é reduzido.

Esses procedimentos são sempre executados na mesma ordem em que foram apre-

sentados e suas mudanças só são efetivadas caso haja a redução do custo da solução de roteamento. Para todos eles, no caso de rotas que são feitas por veículos elétricos, também é necessário verificar se as restrições de energia de suas baterias não estão sendo violadas.

MODELO DE SELEÇÃO DE ROTAS

Um procedimento baseado na formulação de particionamento de conjuntos também foi implementado para auxiliar na seleção das melhores rotas. Esta formulação do modelo foi originalmente proposta por Balinski et al.(9) e associa uma variável de decisão binária a cada rota viável, definindo se a rota pertence ou não à melhor solução possível. Para o problema abordado, esse procedimento foi modelado como segue:

$$\min \sum_{r \in R} c_r (w_r + w'_r)$$
 sujeito a (5.9)

$$\sum_{r \in R} a_{rc}(w_r + w_r') = 1 \ \forall c \in C$$
 (5.10)

$$\sum_{r \in R} w_r \ge \alpha \sum_{r \in R} (w_r + w_r') \tag{5.11}$$

$$w_r, w_r' \in \{0, 1\} \ \forall r \in R$$
 (5.12)

onde R é o conjunto de rotas, C é o conjunto de consumidores, c_r é o custo da rota r, a_{rc} é um vetor binário que indica se a rota correspondente possui o cliente c $(a_{rc} = 1)$ ou não $(a_{rc}=0)$ e somente ele, α é a porcentagem de adoção de veículos elétricos desejada, w_r e $w_r^{'}$ são variáveis que representam se a rota r foi escolhida ou não para compor a solução, sendo w_r referente a rotas feitas por veículos elétricos e $w_r^{'}$ referente a rotas feitas por veículos à combustão.

As restrições garantem que um consumidor pertença a uma e apenas uma rota e também que caso ele faça parte de uma rota feita por um veículo elétrico ($w_r = 1$ e $w_r^{'}=0$), então ele não faz parte de outra rota feita por um veículo a combustão ($w_r=0$ e $w_r'=1$), com o mesmo sendo válido para o caso inverso. Também é garantido pelas restrições que o conjunto de rotas selecionado esteja de acordo com o percentual de adoção de veículos elétricos desejado (α).

O conjunto R é gerado com base nas rotas encontradas por todas as formigas em cada iteração do ACO, de modo que quando uma formiga conclui a construção de uma solução, suas rotas são adicionadas ao conjunto R desde que ainda não pertençam a ele, evitando duplicatas. Além disso, não é necessário verificar a viabilidade das rotas para adicioná-las ao conjunto R, pois as rotas geradas pelas formigas são todas viáveis.

Assim, o conjunto de rotas R é utilizado com base de dados para o modelo proposto, que é resolvido com o auxilio de um solver comercial, que seleciona automaticamente qual

o melhor método para solucionar o modelo proposto e retorna a melhor solução que pode ser obtida pela combinação das rotas presentes no conjunto R.

6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Para verificar a eficiência das abordagens propostas foram realizados experimentos computacionais com a utilização de diferentes instâncias e variando alguns dos parâmetros do problema. As abordagens propostas foram implementadas¹ utilizando Python e os experimentos computacionais foram realizados em um computador com um Processador Intel(R) Core(TM) i7-10700K CPU @5.0GHz, 16GB de RAM e com sistema operacional Windows 10 Pro 64 bits.

Foram utilizadas instâncias de dois conjuntos diferentes, sendo o primeiro conjunto composto por instâncias propostas por Michalis et al.(10) que foram originalmente propostas como instâncias para o problema de roteamento de veículos, mas foram utilizadas aqui como instâncias do problema em dois níveis proposto para verificar a sua eficiência em casos maiores e mais realistas. O segundo conjunto de instâncias é composto por instâncias utilizadas por Ying Li et al.(4) e que foram originalmente propostas por Solomon(11).

As instâncias pertencentes ao primeiro conjunto cobrem uma gama de diferentes cenários, pois apresentam variações em sua composição, como a quantidade e forma como os consumidores estão distribuídos no espaço, com o mesmo sendo válido para as estações. Também são variadas as demandas de cada consumidor, as capacidades de carga dos veículos e capacidade de energia das baterias dos veículos elétricos. Já as instâncias do segundo conjunto se diferem quanto à quantidade e ao tipo de distribuição geográfica dos consumidores, podendo serem classificadas em três tipos diferentes: distribuição randômica (r), distribuição concentrada (c) e uma mistura das duas primeiras (rc). Todas as instâncias são compostas por 100 consumidores e 21 estações.

6.1 PARÂMETROS UTILIZADOS

Os parâmetros adotados no modelo são os mesmos estabelecidos por Marcos et al (4,3,6): a parcela fixa do custo de construção A=500, a parcela variável do custo de construção B=100, o custo operacional dos veículos à combustão CI=4 e o custo operacional dos veículos elétricos CE=1. Os parâmetros comuns do ACO tiveram seus valores definidos como os encontrados tipicamente na literatura: $\alpha=1$ e $\beta=5$ (4,52,33). Para verificar quais seriam os valores adequados para alguns dos outros parâmetros do ACO, foram realizados testes em instâncias menores, variando os seus valores: $q_0 \in \{0.0,0.2,0.5,0.8,0.9\}, \ \rho \in \{0.4,0.60,0.80,0.90,0.95\}$. Assim, a melhor configuração encontrada para os parâmetros do ACO foi: $\alpha=1, \beta=5, \rho=0.8, e \ q_0=0.8$. E alguns dos outros parâmetros foram extraídos diretamente da literatura: $f_{req}=25$ e o número de formigas $m=\frac{0.4}{q_0\log(1-\rho)}$, como definido por Dorigo e Gambardella(8). O número máximo de iterações do ACO foi definido como sendo 1000. Para resolver o modelo de

O código fonte está disponível em: https://github.com/MarcosChindelar/Bi-Level

seleção de rotas, foi utilizado o Gurobi(54) com seus parâmetros de acordo com o seu valor padrão. Dessa forma, ao final de cada iteração, o conjunto de rotas R formado pelas rotas geradas por todas as formigas da iteração é passado ao Gurobi, que é aplicado para selecionar as melhores rotas dentre as pertencentes ao conjunto R.

O critério de parada adotado foi 10000 iterações completas do algoritmo em dois níveis ou até que a melhor solução encontrada permaneça inalterada após a execução dos dois operadores. O critério de parada utilizado é o mesmo utilizado por Marcos et al(4, 3, 6). Foram feitas 10 execuções independentes do algoritmo. Para verificar a equidade dos critérios de parada adotados, foi realizada uma análise estatística com base no método de Kruskal-Wallis, proposto por Kruskal e Wallis (12) com relação ao tempo de processamento. Obteve-se um p-valor = 0.95039, o que nos mostra que os tempos de processamento são estatisticamente similares e, assim, que o critério de parada é justo para realizar as comparações diante dos cenários escolhidos e instâncias.

Para resolver o modelo de dois níveis discutido neste trabalho, a abordagem proposta utiliza uma combinação de diferentes métodos. Assim, a complexidade computacional da proposta é proporcional às complexidades de cada um dos métodos que a constituem. A complexidade computacional do VND é proporcional ao seu número de iterações. Para ACO com os procedimentos de busca local, é proporcional ao número de iterações multiplicado pelo número de formigas somado ao número de métodos de busca local multiplicado pelo número de suas iterações. A complexidade computacional do RSP está relacionada ao número de rotas geradas pelo ACO com as buscas locais.

6.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Ambas as abordagens propostas aqui utilizam o VND e o ACO para resolver os problemas do nível superior e inferior, respectivamente, sendo que, a primeira abordagem utiliza o mesmo VND que foi proposto por Ying Li et al.(4), e a segunda abordagem utiliza o VND baseado no que foi proposto por Ying Li et al.(4), porém, com a modificação do operador *Swap* mencionada anteriormente na Seção 5.1. A primeira abordagem é nomeada aqui VND+ACO e, a segunda abordagem, é nomeada aqui VND*+ACO. Os resultados obtidos pelas abordagens propostas aqui, foram comparados com outra abordagem proposta por Ying Li et al.(4), nomeada aqui VND+SS, em que o problema em dois níveis é solucionado através da combinação do VND para o nível superior e Scater Search (SS) para o nível inferior.

Foram realizados dois tipos diferentes de testes para cada um dos conjuntos de instâncias utilizados, sendo que o primeiro teste foi elaborado para verificar o comportamento das abordagens quando não há nenhuma restrição na composição da frota ($\alpha=0$) e os custos operacionais dos veículos apresentam os seus valores médios (CI:CE = 4:1), para assim verificar o custos de ambos os níveis. O segundo teste foi elaborado para verificar o

comportamento das abordagens de uma forma mais detalhada e em diferentes cenários, que envolvem diferentes custos operacionais (4:0.5, 4:1, 4:2) e diferentes porcentagens exigidas de VE na frota (0% até 100%), para assim, analisar as infraestruturas de recargas construídas, as composições e custos das frotas utilizadas. Os melhores resultados obtidos em cada instância e cenário estão destacados em negrito nas tabelas de resultados.

Na otimização em dois níveis, as soluções obtidas pelas abordagens utilizadas para resolver um determinado modelo em dois níveis são compostas de várias partes, com cada uma correspondendo à solução de um dos problemas que o compõe. Portanto, para avaliar e comparar as soluções obtidas, é necessário avaliar todos os níveis. Devido a característica hierárquica de organização da otimização em níveis, as soluções são geralmente avaliadas a partir do resultado obtido no nível mais alto primeiro e depois pelos resultados obtidos nos níveis mais baixos sucessivamente como proposto por Marcos et al.(2), Dempe.(34) e Migdalas et al.(36).

Dessa forma, ao comparar duas soluções de um modelo em níveis, se o resultado obtido no nível superior de uma delas for melhor, então ela é considerada melhor, mesmo se os seus resultados nos níveis inferiores forem piores do que os resultados obtidos pela outra solução. Caso os resultados obtidos no nível superior sejam iguais, então a melhor solução é decidida com base nos resultados obtidos no próximo nível abaixo. Isso é válido para quantos forem os níveis que compõe o determinado modelo.

No modelo em níveis considerado neste trabalho, as soluções obtidas pelas abordagens são compostas por dois valores, sendo um referente ao custo de construção da infraestrutura de recarga no nível superior e outro referente ao custo operacional da frota no nível inferior. Dessa forma, ao comparar duas soluções viáveis para o problema abordado, aquela que tiver o menor custo de construção da infraestrutura de recarga é considerada melhor. Vale ressaltar que os resultados obtidos no nível inferior também serão analisados e avaliados.

6.2.1 RESULTADOS OBTIDOS NO PRIMEIRO CONJUNTO DE INSTÂNCIAS

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos com a utilização das instâncias do primeiro conjunto pela abordagem da literatura VND+SS e pelas abordagens propostas VND+ACO* e VND+ACO. Foi considerado que não há restrição quanto ao número de veículos elétricos na frota ($\alpha=0$). "C" denota o custo total de construção (nível superior), "R" denota o custo total do roteamento (nível inferior) considerando os veículos utilizados (elétricos e a combustão), "Instância" denota o nome da instância e as outras colunas representam na ordem o melhor, pior, média e desvio padrão das soluções encontradas durante a execução dos experimentos.

Os nomes das instâncias utilizadas são compostos de 3 partes (separadas por hífen), sendo elas o seu tamanho, número de clientes e a quantidade mínima de rotas necessárias

Tabela 1 – Comparação dos resultados da construção (C) e do Roteamento (R) obtidos pelas abordagens com $\alpha=0.$

	5		VND+SS	+SS			VND+ACO	ACO			VND*+ACO	+ACO	
Instancia	Custos	Melhor	Pior	Média	Desv.P.	Melhor	Pior	Média	Desv.P.	Melhor	Pior	Média	Desv.P.
17 CC H	Ö	6200	11100	8526.31	1631.66	6100	0096	7570	1388.38	4600	7400	0009	1211.34
F-1122-124	Я	655.97	762.3	677.34	47.23	596.85	653.87	630.34	25.52	507.59	653.87	580.78	21.38
F 202 12	C	7300	10400	8430	1084.32	0099	9200	8236.36	916.57	0099	7500	7050.00	714.98
-1120-NO	Я	1118.7	1297.94	1132.45	61.50	1049.46	1113.87	1058.58	20.71	761.58	811.11	786.34	12.45
T 1-3	Ŋ	4200	11300	7184	1737.73	4100	8700	6320	1085.04	4100	6700	5450	875.68
E-1150-K5	Ж	959.97	1184.19	1044.75	69.14	959.97	1020.78	987.54	33.66	910.21	959.97	944.24	21.61
1.00 T	C	10700	16900	12171.42	2066.91	0096	13200	11480	1539.69	2800	0096	2700	1457.35
E-1100-K4	В	1258.11	1443.41	1336.39	71.02	1196.89	1322.06	1238.59	54.18	1054.63	1196.89	1125,76	52.40
[4 2 2 2 3 4	Ŋ	24300	32000	28350	3647.62	18500	20500	19580	1545.4	13100	18500	16780	1478.65
E-HOI-RO	Я	1007.0	1665.87	1120.63	147.05	968.26	1024.0	1012.27	23.19	750.44	1020.88	988.40	21.30
78 L7	C	33000	37900	35160	5762.17	21700	33000	29160	2366.0	17400	21700	18570	2247.00
	Я	1623.43	3101.64	1662.58	415.60	1354.58	1473.23	1413.22	71,9824	1085.28	1412.94	1316.48	55.95
V 149 1.7	Ö	30200	39400	35350	2822.62	26700	31700	27200	1581.14	24600	26700	25500	1384.17
A-11149-K/	Я	39764.39	52526.65	37968.76	5621.53	33915.27	36776.63	34538.85	1031.08	25790.4	29561.36	26204.05	943.80
V 2014 L11	C	98500	118900	109620	10055.11	00982	118900	99.99986	8412.53	77400	98200	09296	6217.81
N-11214-K11	Я	22353.92	29415.09	24547.89	2069.52	21887.77	22894.03	22489.14	429.93	19785.23	21778.57	20953.45	224.73
V ~259 1.40	C	169900	213700	198360	12534.86	160500	188500	180088.88	7411.14	151400	164400	157900	5811.62
V-11302-140	Я	1675.63	1976.27	1790.06	98.45	1642.71	1708.48	1678.91	10.3	1574.55	1708.48	1630.78	07.78
V 2450 1.96	C	210300	284800	249968.42	28139.07	209100	271700	235490	20750.26	192600	221500	22611.11	17813.69
N-11403-140	Я	48365.45	68662.23	54782.67	5639.87	47779.86	53536.04	49461.02	2034.37	4589.36	51212.69	47975.65	1874.15
V 2573 L30	C	225900	254000	228710	21166.83	169400	209800	184836.84	19460.76	165900	174000	168978.32	15347.87
00A-01-01-V	꿈	80227.82	97292.61	84526.41	6775.49	72021.24	80526.4	74897.65	3900.34	70331.79	76527.12	736978.14	3771.68
X 2885 175	C	358800	407700	374200	16673.83	332000	382600	361480	8474.90	317900	350500	334200.00	6710.63
O I W-DOODI-W	Я	143433.51	181578.51	161585.13	11092.74	138733.27	146360.86	139496.02	2412.05	131796.61	139042.82	135419.71	2363.81
V 7740 1508	C	000088	455700	415771.42	23823.98	367600	422000	416560	12997.62	333200	367600	350400	12607.69
A-111 49-K30	Я	159091.31	194297.89	170784.92	13277.20	150301.12	159091.31	155710.22	2409.04	145792.08	154318.57	151038.9	2336.76
V n810 L171	C	398500	445900	420500	21937.38	384000	445300	415830	19488.04	362700	397100	006648	19293.15
THU-GIOU-W	Я	229662.62	262028.04	242455.90	11978.23	224561.11	244811.24	229356.43	8046.21	215578.66	235018.79	220182.17	7724.36
X-n916-1207	С	441500	441500	441500	0.0	416800	416800	416800	0.0	4137000	4137000	4137000	0.0
1024-01611-X	В	471963.62	524851.01	488631.31	18322.59	456819.21	472026.73	459854.40	6398.76	433978.24	448425.39	436861.68	6078.82
X-n1001-173	Ö	487500	530500	504890	39787.06	424900	487500	464890	34126.91	424900	487500	464890	34126.91
CENT TOOTHER	В	138846.93	175277.65	156893.11	30078.88	133005.15	168060.12	153797.17	11891.99	130345.04	164698.91	150721.22	11654.15

para resolvê-la, respectivamente. Dessa forma, caso a primeira letra seja um "E", indica que a instância possui menos de 150 consumidores, e, caso seja um "X", indica que ela possui mais de 150 consumidores. O número que segue logo depois do "n", indica o número de consumidores da instância. E, por fim, o número que vem logo após o "k", indica o número mínimo de rotas necessárias para resolvê-la (considerando os dados dos veículos fornecidos nos arquivos da própria instância).

Os resultados obtidos pelo VND*+ACO e VND+ACO são melhores em ambos os níveis que os resultados encontrados pelo VND+SS em todas as instâncias testadas, isto é, as abordagens propostas são melhores para ambos os problemas de alocação e roteamento de veículos. Considerando a média e o desvio padrão dos resultados obtidos, as abordagens propostas apresentam os melhores resultados e as menores variações quando comparados a abordagem da literatura, o que mostra que o VND*+ACO e o VND+ACO são capazes de achar soluções de maneira consistente. Considerando os piores resultados obtidos nos testes, as abordagens propostas também são superiores à abordagem da literatura. Em todos os casos mencionados anteriormente, o VND*+ACO apresenta melhores resultados que o VND+ACO.

Considerando os resultados obtidos pelas abordagens VND*+ACO e VND+SS no nível superior nas instâncias E-n51-k5, X-n143-k7 e X-n573-k30, é possível notar que a diferença das soluções é maior do que 40%, e quando se comparam os resultados obtidos pelo VND+ACO e VND+SS essa diferença é de 20%. No caso da instância E-n76-k7, a diferença é a maior nos dois níveis entre os resultados obtidos pelo VND*+ACO e VND+SS, chegando a 35% no nível superior e 20% no nível inferior. Comparando os resultados obtidos pelas abordagens da literatura para essa mesma instância, a diferença também é a maior, chegando a 30% no nível superior e 17%.

Analisando o desempenho geral dos algoritmos, é possível ver que à diferença entre os resultados de roteamento obtidos pelas abordagens nas instâncias com mais de 143 consumidores são maiores do que aquelas observadas nas outras instâncias menores. Esta variação ocorre devido à alta complexidade das instâncias maiores, que quando comparadas às outras instâncias apresentam um maior número de consumidores e localizações que se encontram mais distantes das estações e do depósito. Apesar disso, como mostram os resultados obtidos, foi possível reduzir a distância total percorrida, sem afetar a proporção de veículos eléctricos (α) que compõem a frota. Também foram reduzidos os custos operacionais dos veículos à combustão, apesar de terem um custo operacional total mais elevado.

Como explicado anteriormente, as instâncias utilizadas apresentam características diferentes visando cobrir o maior número de casos possível e, portanto, pode-se notar que o VND*+ACO tem um desempenho melhor mesmo em diferentes cenários. Os seus resultados permanecem superiores mesmo nos casos em que o número de consumidores é

muito maior do que o número de estações, como no caso da instância X-n916-k207 com 915 consumidores e apenas 9 estações. Neste caso, a abordagem proposta pode encontrar rotas utilizando VE mesmo com o baixo número de estações, gerando soluções melhores do que as da literatura.

Apesar da ampla utilização de VE nas soluções encontradas pelas abordagens propostas, o número de estações utilizadas é também menor do que as soluções da literatura. Isto ocorre devido ao melhor desempenho no roteamento que torna possível que mais clientes possam ser ser servidos na mesma rota utilizando menos estações ou utilizando estações cujo custo de construção é menor.

Vale notar que os resultados obtidos pelo VND*+ACO quando comparados apenas com os resultados obtidos pelo VND+SS são melhores em todos os níveis de todas as instâncias utilizadas, sendo que o mesmo é válido quando comparados os resultados obtidos pelo VND+ACO e VND+SS (conforme mencionado anteriormente). Isso reforça a boa qualidade das soluções do roteamento encontradas pelas abordagens que utilizam o ACO para o nível inferior, que é capaz de encontrar boas soluções e que atendam aos critérios da composição da frota utilizando uma infraestrutura de recarga menor e mais barata.

Para realizar uma análise mais detalha do desempenho das abordagens propostas em diferentes cenários, 3 instâncias do primeiro conjunto com um número mais elevado de consumidores foram selecionadas. Para cada uma dessas instâncias, foram testados seis valores diferentes de porcentagem de veículos elétricos na frota (α) , variando de 0%, onde não há restrição até 100%, onde toda a frota deve ser composta exclusivamente de veículos elétricos. Também foram testados três diferentes proporções de custos operacionais (CI:CE) para os veículos: 4:0.5, 4:1 e 4:2. Com isso, foram obtidos $3 \times 6 \times 3 = 54$ casos de teste.

Os resultados obtidos foram divididos na Tabela 2 e na Tabela 3, com a primeira apresentando os resultados para valores menores de α (0%, 20% e 40%) e a segunda para valores maiores de α (60%, 80% e 100%). Em ambas, "CC" denota o custo de construção total no nível superior, "VC" e "VE" denotam o custo operacional total dos veículos a combustão e elétricos respectivamente, e "Total" denota o custo operacional total do nível inferior formado pela soma dos custos operacionais anteriores.

As abordagens propostas apresentam melhores resultados que a abordagem da literatura no nível superior em todos os casos analisados, sendo que com exceção dos casos em que a frota deve ser totalmente elétrica e em um caso onde $\alpha=80\%$, o custo de construção da infraestrutura de recarga é 0 nas soluções encontradas pelo VND*+ACO, o que significa que não é necessário construir nenhuma estação para atender a demanda de veículos elétricos na composição da frota estabelecida. O mesmo pode ser observado nas soluções encontradas pelo VND+ACO quando $\alpha \leq 60$. Isso mostra que as abordagens propostas são capazes de encontrar boas soluções para o problema, isto é, soluções com

Tabela 2 – Resultados para valores menores de α (0%, 20% e 40%).

Inet	CICE	30430		NND+SS			VND+ACO			VND*+ACO	
		Custos	%0	20%	40%	%0	20%	40%	%0	20%	40%
		CC	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		Total	121227.5	121227.5	121227.5	119277.36	119277.36	119277.36	118994.73	118994.73	118994.73
	7:7	ΛC	67636.2	67636.2	67636.2	65476.48	65476.48	65476.48	66434.92	66434.92	66434.92
		VE	53591.3	53591.3	53591.3	53800.88	53800.88	53800.88	52559.08	52559.08	52559.08
		CC	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	,	Total	97820.45	97820.45	97820.45	81097.12	81097.12	81097.12	80983.25	80983.25	80983.25
	4:1	ΛC	68401.5	68401.5	68401.5	64047.96	64047.96	64047.96	60058.00	60058.00	60058.00
		VE	29418.95	29418.95	29418.95	17049.16	17049.16	17049.16	20925.25	20925.25	20925.25
		CC	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		Total	78068.85	78068.85	78068.85	74751.07	74751.07	74751.07	76562.43	76562.43	76562.43
	4:0.5	ΛC	62657.2	62657.2	62657.2	60480.72	60480.72	60480.72	60020.32	60020.32	60020.32
		VE	15411.65	15411.65	15411.65	14270.35	14270.35	14270.35	14730.75	14730.75	14730.75
\vdash		CC	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		Total	306779.12	306779.12	306779.12	296885.2	296885.2	296885.2	288685.53	288685.53	288685.53
	4:2	ΛC	108317.92	108317.92	108317.92	122318.72	122318.72	122318.72	107998.32	107998.32	107998.32
		VE	198461.2	198461.2	198461.2	174566.48	174566.48	174566.48	180687.21	180687.21	180687.21
		CC	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	,	Total	205826.25	205826.25	205826.25	188803.55	188803.55	188803.55	172177.22	172177.22	172177.22
	4:1	ΛC	102965.96	102965.96	102965.96	85081.56	85081.56	85081.56	93302.92	93302.92	93302.92
		VE	102860.29	102860.29	102860.29	103721.99	103721.99	103721.99	78874.3	78874.3	78874.3
		CC	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	7.	Total	153498.16	153498.16	153498.16	144645.67	144645.67	144645.67	145579.85	145579.85	145579.85
	4:0.9	VC	100235.6	100235.6	100235.6	92470.24	92470.24	92470.24	94567.46	94567.46	94567.46
		ΛE	53262.56	53262.56	53262.56	52175.44	52175.44	52175.44	51012.39	51012.39	51012.39
L		CC	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ς.	Total	303710.18	303710.18	303710.18	303289.56	303289.56	303289.56	302998.24	302998.24	302998.24
	4:4	VC	110064.84	110064.84	110064.84	109361.64	109361.64	109361.64	109586.37	109586.37	109586.37
		ΛE	193645.34	193645.34	193645.34	193927.92	193927.92	193927.92	193411.87	193411.87	193411.87
		CC	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		Total	380465.64	380465.64	380465.64	375027.16	375027.16	375027.16	335929.55	335929.55	335929.55
	4:T	VC	247633.28	247633.28	247633.28	241530.6	241530.6	241530.6	293437.31	293437.31	293437.31
		ΛE	132830.36	132830.36	132830.36	133496.56	133496.56	133496.56	42492.24	42492.24	42492.24
		CC	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	, 7	Total	154528.39	154528.39	154528.39	143821.53	143821.53	143821.53	147322.11	147322.11	147322.11
	4:0.9	ΛC	102149.08	102149.08	102149.08	94647.76	94647.76	94647.76	96334.50	96334.50	96334.50
		ΛE	52379.31	52379.31	52379.31	49173.77	49173.77	49173.77	50987.61	50987.61	50987.61

uma infraestrutura de recarga de baixo custo orçamentário (as vezes com custo nulo) e com a porcentagem de veículos elétricos exigida.

Esses resultados se devem à eficiência do ACO no nível inferior, que é capaz de encontrar soluções de roteamento com menos visitas a estações de recarga e mais

Tabela 3 – Resultados para valores maiores de α (60%, 80% e 100%).

60% 133800 86563.06 115979.88 70583.18 70583.18 70583.18 70583.18 167300 1 23492.49 3410.96 20081.53 0 0 1 306779.12 108317.92 198461.2 0 0 1 205826.25 102965.96 102860.29 102860.29 102860.29 102860.29 102860.29 102860.29 102860.29 102860.29 1138619.3 0 1 380465.64 24763.28 1132830.36							VIV.+400	
4:2 Total 86563.06 4:1 VC 119979.88 VE 70583.18 VE 70583.18 VE 68401.5 VE 29418.95 CC 0 0 4:0.5 VC 3410.96 VE 29418.13 CC 167300 CC 167300 VE 29418.13 CC 100831.792 VE 198461.2 CC 0 4:1 VC 102965.96 VE 102860.29 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 199619.3 CC 362100 CC 36210	80%	100%	%09	%08	100%	%09	%08	100%
4:2 Total 86563.06 VE 70583.18 VE 70583.18 CC 0 0 4:1 VC 68401.5 VE 29418.95 CC 167300 4:0.5 VC 3410.96 VE 20081.53 CC 108317.92 VE 108461.2 CC 0 4:2 VC 108317.92 VE 108461.2 CC 0 4:1 VC 102965.96 VE 102860.29 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 53262.56 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 199619.3 CC 0 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 199619.3 CC 0 CC 1000235.6 CC 0 CC 362100 CC 1000235.6 CC 1000235.6 VE 132830.36 CC 0 CC 10003.33	133800	172100	0	0	145000	0	0	92300
4:1 VC 15979.88 VE 70583.18 CC 0 4:1 VC 68401.5 VE 29418.95 CC 167300 4:0.5 VC 167300 CC 167300 4:2 VC 108317.92 VE 2081.53 CC 0 4:2 VC 108317.92 VE 198461.2 CC 0 4:1 VC 102965.96 VE 53262.56 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 53262.56 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 199619.3 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 199619.3 CC 0 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 199619.3 CC 0 CC 0 CC 0 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 132830.36 CC 0 CC	86563.06	86276.5	119277.36	119277.36	83033.62	118354.67	118354.67	81357.96
VE 70583.18 CC 0 CC 0 VC 68401.5 VE 29418.95 CC 167300 A:0.5 VE 23492.49 VE 3410.96 3410.96 VE 108317.92 VC VE 108317.92 VC VE 108317.92 VC VE 108317.92 VC VE 102860.29 O CC 0 O A:1 VC 102965.96 VE 100285.65 C VE 53262.56 362100 CC 362100 C VE 199619.3 C CC 0 0	15979.88	0	65476.48	65476.48	0	66768.24	66768.24	0
4:1 Total 97820.45 4:1 VC 68401.5 VE 29418.95 CC 167300 4:0.5 VE 20081.53 CC 3410.96 VE 20081.53 CC 0 4:1 VC 3410.96 VE 198401.2 CC 0 CC 0 4:1 Total 205826.25 VE 102860.29 CC 0 CC 0 4:0.5 VC 102965.96 VE 100235.6 VE 100235.6 VE 199619.3 CC 362100 4:1 VC 110064.84 VE 199619.3 CC 0 CC 0 CC 0 CC 0 A:1 VC 110064.84 VE 199619.3 CC 0 CC 0 CC 0 CC 0 CC 0 CC 362100 CC 0 CC	70583.18	86276.5	53800.88	53800.88	83033.62	51586.43	51586.43	81357.96
4:1 Total 97820.45 VC 68401.5 VE 29418.95 CC 167300 CC 167300 CC 167300 CC 167300 A:2 VC 3410.96 VE 20081.53 CC 0 CC 0 A:1 Total 205826.25 VE 102860.29 CC 0 A:1 Total 205826.25 CC 0 A:0.5 VC 1100235.6 CC 0 A:0.5 VC 1100235.6 CC 0 A:0.5 VC 1100235.6 CC 0 A:0.5 VC 11004.84 VE 199619.3 CC 0 CC	155700	190600	0	127900	166300	0	0	92300
4:0.5 VC 68401.5 VE 29418.95 CC 167300 4:0.5 VC 3410.96 VE 20081.53 VE 20081.53 CC 0 4:1 VC 108317.92 VE 198461.2 CC 0 4:1 VC 102965.96 VE 102860.29 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 53262.56 VE 53262.56 VE 100235.6 VE 100235.6 VE 100235.6 VE 100235.6 CC 0 4:1 VC 100235.6 VE 100235.6 VE 100235.6 VE 53263.38 VE 199619.3 CC 0 CC	44445.91	43818.24	81097.12	41740.33	41740.33	80983.25	93435.85	60731.82
VE 29418.95 CC 167300 4:0.5 VC 3410.96 VC 3410.96 3410.96 VE 20081.53 0 CC 0 0 CC VC 102365.36 VE 102365.36 0 VE 53262.56 0 VE 53263.56 0 VC 100235.6 0 VE 199619.3 0 CC 0 0	5181.0	0	64047.96	25934.96	0	60058	59631.28	0
4:0.5 Total 23492.49 4:0.5 VC 3410.96 VE 20081.53 CC 0 CC 0 CC 0 4:1 VC 108317.92 VE 198461.2 CC 0 CC 0 4:1 VC 102965.96 VE 102860.29 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 53262.56 VE 100235.6 VE 100235.8 VE 199619.3 CC 0 C	39264.91	43818.24	17049.16	35411.98	41740.33	20925.25	3804.57	60731.82
4:0.5 Total 23492.49 VC 3410.96 VE 20081.53 CC 0 108317.92 VC 108317.92 VC 108317.92 VC 102965.96 VE 102860.29 CC 0 4:0.5 VC 102965.96 VE 102860.29 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 53262.56 VE 199619.3 CC 0 4:1 VC 10064.84 VE 199619.3 CC 0 CC 0 4:1 VC 10064.84 VE 199619.3 CC 0	167300	192800	0	0	157600	0	0	92300
4:0.5 VC 3410.96 VE 20081.53 CC 0 Total 306779.12 VE 198461.2 VE 198461.2 CC 0 4:1 VC 102965.96 VE 10286.29 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 53262.56 VE 53262.56 VE 199619.3 CC 362100 4:2 VC 110064.84 VE 199619.3 CC 362100 CC 110064.84 CC 0 CC 0 CC 0 CC 1052839 CC 0 CC 0 CC 1052839	23492.49	21333.4	74751.07	74751.07	20284.98	72463.45	72463.45	20186.09
4:2 Total 306779.12 YE 70tal 306779.12 YC 108317.92 YC 108317.92 YE 198461.2 CC 0 0 CC 0 CC 0 0 CC 0	3410.96	0	60480.72	60480.72	0	58467.21	58467.21	0
4:2 Total 306779.12 Ye 108317.92 YE 108461.2 YE 108461.2 YE 108461.2 YE 108461.2 YE 102965.95 YE 102965.96 YE 70tal 153498.16 YE 53262.56 YE 53262.56 YE 53262.56 YE 1000235.6 YE 1000235.6 YE 1000235.6 YE 1000235.6 YE 1000235.6 YE 10004.84 YE 1000	20081.53	21333.4	14270.35	14270.35	20284.98	13996.24	13996.24	20186.09
4:2 Total 306779.12 YC 108317.92 VC 108317.92 YE 198461.2 OCC 0 0 OCC 102965.96 YE 102965.96 YE 102965.96 YE 102965.96 YC 100235.6 YC 100235.6 YC 100235.6 YC 100235.6 YC 10064.84 YC 110064.84 YC 124283.38 YC 124283.38 YC 124283.38 YC 124283.38 YC 124283.38 YC 124528.39 TOtal 154528.39	345100	373900	0	324000	355400	0	0	278900
4:1 VC 108317.92 VE 198461.2 CC 0 CC 0 4:1 Total 205826.25 VE 102965.96 VE 102965.96 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 53262.56 CC 362100 CC C 362100 CC C 362100 CC C C C 362100 CC C C C C C C C C C C C C C C C C C	235045.78	237586.98	296885.2	240129.24	215119.34	302709.24	238987.09	213939.17
VE 198461.2 CC 0 CC 0 CC 0 VC 102965.96 VE 102960.29 CC 0 CC 0 VE 53262.56 VC 362100 CC 362100 CC 362100 CC 362100 CC 362100 CC 362100 CC 0 CC	26125.12	0	122318.72	40873.08	0	123135.84	42994.41	0
4:1 Total 205826.25 VC 102965.96 VE 102860.29 CC 0 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 53262.56 CC 362100 CC 362100 CC 362100 CC 362100 4:2 VC 110064.84 VE 199619.3 CC 0 0 CC 122830.36 CC 0 0 CC 122830.36 CC 10645.64 CC 10645.64 CC 10645.64 CC 10645.64 CC 10645.64 CC 10645.64 CC 10646.64 CC 10666.89 CC 1	208920.66	237586.98	174566.48	199256.16	215119.34	179573.4	195992.68	213939.17
4:1 Total 205826.25 VC 102965.96 VE 102860.29 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VE 53262.56 VE 53262.56 CC 362100 4:2 VC 110064.84 VE 199619.3 CC 0 4:1 VC 247633.28 VE 132830.36 CC 0 CC C 0 CC C C C	335600	364200	0	319200	301900	0	0	278900
4:0.5 VC 102965.96 VE 102860.29 CC 0 4:0.5 VC 100235.6 VC 100235.6 CC 33262.56 CC 332100 4:2 VC 110064.84 VC 110064.84 VC 199619.3 CC 0 4:1 VC 247633.28 VC 132830.36 CC 0 CC 0 Total 380465.64 CC 0 CC 0 CC 0 Total 154528.39	135837.41	109575.83	188803.55	157900.61	103479.76	172177.22	172177.22	143257.96
VE 102860.29 CC 0 CC 0 VC 10235.6 VE 53262.56 362100 362100 CC 362100 VC 110064.84 VC 110064.84 VC 1099619.3 CC 0 CC 247633.28 VE 132830.36 CC 0	33591.0	0	85081.56	65375.04	0	93302.92	93302.92	0
4:0.5 Total 153498.16 153498.16 153498.16 153498.16 153498.16 153498.16 153498.16 153498.16 153498.16 153498.16 153498.16 1534998.16 153498.36 1534998.36 153498.36 153498.39 15359.39	102246.41	109575.83	103721.99	92525.57	103479.76	78874.3	78874.3	143257.96
4:0.5 Total 153498.16 VC 100235.6 VE 53262.56 4:2 CC 362100 CC 362100 CC 110064.84 VC 110064.84 VC 199619.3 CC 0 4:1 VC 247633.28 VE 132830.36 CC 0 CC 0 CC 0 Total 380465.64 CC 0 CC 132830.36 CC C 154528.39	329000	329000	0	319600	342700	0	0	278900
4:2 VC 100235.6 VE 53262.56 CC 362100 CC 362100 CC 110064.84 VC 110064.84 VE 199619.3 CC 0 4:1 VC 247633.38 VE 132830.36 CC 0 CC 0 CC 0 CC 0 CC Total 154528.39	_	53550.99	144645.67	77917.63	53542.16	144645.67	75170.14	55215.92
VE 53262.56 CC 362100 CC 362100 Total 242433.7 VC 110064.84 VE 199619.3 CC 0 VE 247633.28 VE 132830.36 CC 0 CC 0 CC 0 Total 154528.39	74573.2	0	92470.24	28835.44	0	92470.24	27984.01	0
4:2 Total 242433.7 5 4:2 VC 110064.84 VE 199619.3 CC 0 4:1 VC 247633.28 VE 132830.36 CC 0 CC 0 Total 154528.39	47355.45	53550.99	52175.44	49082.19	53542.16	52175.44	47186.13	55215.92
4:2 Total 242433.7 5 VC 110064.84 VE 199619.3 CC 0 4:1 Total 380465.64 VC 247633.28 VE 132830.36 CC 0 CC 0 Total 154528.39	396700	396700	0	0	361600	0	0	154700
VC 110064.84 VE 199619.3 CC 0 4:1 Total 380465.64 VC 247633.28 VE 132830.36 CC 0 CC 0 Total 154528.39	223826.7	223826.7	303289.56	303289.56	215369.42	306232.79	303289.56	213567.96
VE 199619.3 CC 0 4:1 Total 380465.64 VC 247633.28 VE 132830.36 CC 0 CC 0 Total 154528.39	42814.4	0	109361.64	0	0	108456.78	0	0
4:1 Total 380465.64 VC 247633.28 VE 132830.36 CC 0 A.O. F Total 154528.39	223826.7	223826.7	193927.92	193927.92	215369.42	197776.01	193927.92	213567.96
4:1 Total 380465.64 VC 247633.28 VE 132830.36 CC 0 CC Total 154528.39	398300	398300	0	353200	353200	0	154700	154700
VC 247633.28 VE 132830.36 CC 0 A.o. F Total 154528.39	182828.75	182828.75	375027.16	181582.28	181582.28	335929.55	221430.72	221430.72
VE 132830.36 CC 0 CC 0 Total 154528.39	0	0	241530.6	0	0	293437.31	0	0
CC 0 4.0 E Total 154528.39	182828.75	182828.75	133496.56	181582.28	181582.28	42492.24	221430.72	221430.72
Total 154528.39 7		359200	0	0	359200	0	0	154700
		56534.93	143821.53	143821.53	52415.51	142975.88	142975.88	51984.45
VC 102149.08	18183.48	0	94647.76	0	0	96711.56	96711.56	0
VE 52379.31 51911	51911.19	56534.93	49173.77	52415.51	52415.51	46264.32	46264.32	51984.45

consumidores visitados por rota, o que tornam as rotas mais eficientes. Isso faz com que as soluções sejam compostas por uma quantidade menor de rotas, fazendo com que cheguem bem próximo ao limite inferior do número de rotas necessárias (número mínimo de rotas

= demanda total de todos os consumidores / capacidade de carga dos veículos).

Apesar do melhor desempenho em todos os cenários no nível superior e em grande parte dos cenários no nível inferior, é possível notar que em alguns dos casos as soluções obtidas pelas abordagens propostas apresentam um uso mais elevado de veículos à combustão, que apresentam um custo operacional maior, aumentando o custo operacional total da frota. Isso é acarretado pelo menor número de estações de recarga disponíveis, que em alguns casos é 0, o que torna necessário a maior utilização dos veículos à combustão, principalmente para atender os consumidores que se encontram mais afastados das estações de recarga. Isso ocorre mesmo em casos em que a diferença (CI:CE) dos custos operacionais é a maior considerada.

Assim como nos casos de teste anteriores, comparando os resultados obtidos pelo VND+ACO somente com aqueles encontrados pelo VND+SS, é possível notar o VND+ACO também apresenta melhores resultados em todos os casos no nível superior e em grande parte dos resultados do nível inferior, reforçando a eficácia do ACO em encontrar boas soluções para o problema de roteamento mesmo com uma infraestrutura de recarga menor e de custo reduzido.

Em geral, as abordagens propostas apresentam bons resultados em todos os cenários testados, sendo superior em todos os cenários no nível superior e na grande maioria no nível inferior, mostrando a sua eficiência quando comparada com a abordagem presente na literatura. Embora em alguns cenários o custo operacional total das abordagens propostas sejam superiores devido à maior utilização de veículos à combustão, elas conseguem ser melhores em outros cenários e alcançar pelo menos a percentagem mínima de veículos eléctricos exigida pelo governo na frota, mostrando que conseguem resolver o modelo em níveis proposto de forma eficiente e com bons resultados.

6.2.2 RESULTADOS OBTIDOS NO SEGUNDO CONJUNTO DE INSTÂNCIAS

A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos com a utilização das instâncias do segundo conjunto pela abordagem da literatura VND+SS e pelas abordagens propostas VND*+ACO e VND+ACO. Foi considerado que não há restrição quanto ao número de veículos elétricos na frota ($\alpha=0$). A estrutura da Tabela 4 é a mesma apresentada na Tabela 1.

Considerando a média e o desvio padrão dos resultados obtidos, as abordagens propostas apresentam os melhores resultados e as menores variações, quando comparados a abordagem da literatura, o que mostra que o VND*+ACO e o VND+ACO são capazes de achar soluções de maneira consistente. Considerando os piores resultados obtidos nos testes, as abordagens propostas também são superiores à abordagem da literatura. Em todos os casos mencionados anteriormente, o VND*+ACO apresenta melhores resultados que o VND+ACO.

Tabela 4 – Comparação dos resultados da construção (C) e do Roteamento (R) obtidos pelas abordagens com $\alpha=0.$

			ND	D+SS			VND	VND+ACO			VND	VND*+ACO	
Instancia	Custos	Melhor	Pior	Média	Desv.P.	Melhor	Pior	Média	Desv.P.	Melhor	Pior	Média	Desv.P.
2109 91	O	22700	40000	27400	7171.27	18700	39200	27200	5715.1	14700	33600	26850	4989.2
C102-21	Я	693.82	1721.67	1540.55	295.48	637.52	1635.99	1419.775	287.84	571.32	1632.53	1400.73	281.88
109 91	C	33200	58600	43350	8379.35	31500	55300	42200	8082.28	30100	46300	38350	6083.23
C109-71	R	842.33	1235.84	1107.015	140.9	789.85	1224.7	1076.52	114.75	725.47	1186.63	1071.115	114.6
10.100-	C	18800	35900	27200	5428.57	18200	33000	25250	4314.38	18000	27900	25000	3804.86
CZ01-Z1	В	1930.52	2211.3	2066.96	257.27	1463.56	2102.98	1714.78	251.54	1295.4	2071.77	1666.73	93.59
2009 91	Ö	29700	67100	49250	12364.3	27100	56800	39800	10182.8	24700	37800	33000	4217.65
C202-21	R	781.37	1442.21	1078.685	174.16	754.45	1207.08	1039.535	122.33	740.85	1200.06	992.575	120.44
100 91	Ö	20900	33000	27050	4955.18	17500	32500	24100	3582.87	15600	29300	22450	3396.42
F102-21	В	1552.14	2109.64	1685.625	230.05	1322.79	1677.91	1540.56	109.35	1230.51	1616.24	1510.145	108.56
105 91	Ö	16600	33400	25300	6453.46	18800	32400	22150	5312.92	8800	18800	17750	5284.2
17-6011	В	1404.5	2461.83	1700.95	377.38	1357.83	1725.52	1629.995	141.01	1263.02	1688.78	1558.035	93.85
.901 91	Ö	76400	146800	108850	33736.9	49000	138700	107850	26801.47	40800	95500	76400	14682.7
F201-21	В	892.55	1463.45	1298.33	184.98	864.89	1432.12	1258.76	141.53	804.3	1336.56	1200.625	137.57
10 000	C	73300	157400	125900	29071.81	62900	146800	115300	26665.14	42000	94400	73350	17645.59
12021	Я	933.18	1476.84	1292.025	183.33	892.72	1420.36	1270.51	161.39	753.88	1399.18	1252.03	139.83
10 000	C	69500	129100	89750	21061.96	00929	117400	83400	16234.48	29000	00666	74150	16156.51
12-0021	Я	864.91	1447.56	1288.015	177.82	846.51	1370.74	1247.355	172.49	729.14	1345.8	1200.15	157.27
10 91	Э	17400	00928	28200	6235.06	14500	33900	25100	6153.55	14100	28700	21450	4889.4
rc102-21	В	1586.56	2595.41	1882.585	292.17	1470.25	2247.36	1880.79	228.11	1378.37	2059.39	1849.555	221.55
rc103 91	C	16700	39100	28950	8900.09	16600	33800	28600	5657.85	12500	30700	25250	5201.67
10100-21	Я	1537.12	2129.55	1878.76	179.64	1488.61	2043.42	1857.785	178.44	1383.26	2004.46	1791.015	139.12
107 91	Ö	412900	31000	24950	7825.46	12900	30200	21100	6092.3	2000	15000	13500	1081.67
10104-21	\mathbf{R}	1492.54	2203.18	1895.405	227.45	1431.37	2155.89	1886.475	211.28	1346.04	1984.32	1836.44	147.35
10000	C	164700	139400	94650	23228.09	62600	110900	27100	15946.05	52100	78200	65200	8760.99
10201-21	\mathbf{R}	1915.94	1665.18	1356.9	216.45	873.05	1635.83	1305.01	205.11	854.81	1406.92	1281.4	138.83
rc909-91	C	72400	145100	102550	21029.24	71400	143800	98300	20984.25	51400	93700	83100	13175.44
10202-21	R	956.23	1777.29	1434.78	231.33	890.32	1732.66	1431.86	218.4	870.64	1544.01	1402.785	206.58
rc903_91	Э	00949	140100	95400	21645	00899	112500	88100	12549.74	52200	84800	00892	11333.9
10200-21	R	972.87	1668.12	1375.755	249.32	916.51	1622.01	1371.74	197.24	841.01	1551.27	1359.52	150.74
2001 91	C	31700	83700	66100	15647.29	25700	76500	29600	13752.05	25700	45200	35000	7932.42
10204-21	R	1090.09	1655.22	1467.96	212.28	988.03	1625.4	1378.315	177.96	905.51	1545.69	1291.15	147.5

Analisando os resultados alcançados pelas abordagens no nível superior nas instâncias c102-21, c103-21, c201-21 e c202-21 é possível notar que o desvio padrão das soluções obtidas pelo VND*+ACO são muito menores quando comparados aos resultados da abordagem da literatura, chegando a ser 50% menor em alguns casos. O mesmo pode ser observado quando avaliados os piores resultados obtidos pelas abordagens no nível superior. Considerando os resultados obtidos no nível inferior, a abordagem proposta é melhor em todos eles, porém com diferenças menos expressivas.

Considerando os melhores resultados obtidos no nível superior nas instâncias r102-21, r105-21, r201-21, r201-21, r203-21 é possível ver que a diferença chega a mais de 40% quando comparadas as abordagens VND*+ACO e VND+SS. No caso do nível inferior as soluções encontradas pelas abordagens VND*+ACO e VND+ACO apresentam uma diferença menos expressiva em relação ao nível superior em que o custos de construção se diferem de forma expressiva, o que é justificado pelo desempenho mais eficiente do nível superior.

Considerando os casos analisados, é possível notar que em alguns a diferença entre as soluções encontradas na literatura e pelas abordagens propostas chegam a 50% no nível superior, o que mostra a eficácia das abordagens propostas em resolver o problema de alocação das estações. Apesar disso, em muitos casos as soluções do nível inferior encontradas pelas abordagens são bem próximas, isso se deve ao fato de que com menos estações disponíveis, mais veículos devem ser utilizados e possivelmente a frota será composta também de mais veículos a combustão, que possuem um custo operacional mais elevado e portanto aumentam o custo total de roteamento.

Também é possível notar que os desvios padrões das soluções encontradas pelas abordagens propostas são menores em todos os casos, chegando em alguns deles a uma diferença de 40% dos valores encontrados pela abordagem da literatura. Isso mostra uma maior consistência nas soluções encontradas pelas abordagens propostas, o que também é corroborado pela média das soluções encontradas pelas abordagens propostas que são menores em todos os casos analisados e mais próximas dos valores das melhores soluções encontradas.

Conforme os casos de testes com as instâncias do primeiro conjunto, as abordagens que utilizam o ACO para a resolução do nível inferior são melhores em todos os casos quando comparadas com a abordagem que utiliza a SS e apresentam uma diferença entre as soluções menor do que quando comparadas individualmente com ela. Isso reforça mais uma vez que o ACO é uma boa escolha para o nível inferior, sendo capaz de encontrar soluções melhores mesmo com infraestruturas de recarga de custo inferior ao encontrado pela literatura.

Para realizar uma análise mais detalha das performances das abordagens propostas em diferentes cenários, 3 instâncias do segundo conjunto com características de distribuição

Tabela 5 – Resultados para valores menores de α (0%, 20% e 40%).

msc.	O.I.O.E			マートコートロロ		_	マントはつつ	_	_	ND*+ACC	_
0		Custos	%0	20%	40%	%0	20%	40%	%0	20%	40%
• ——		CC	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<u> </u>	60	Total	3137.31	3172.9	3061.42	2763.81	2763.81	2763.81	2727.37	2727.38	2727.39
	04:02	ΛC	2438.48	2451.25	2438.48	2126.48	2126.48	2126.48	2098.23	2098.23	2098.23
		ΛE	698.84	721.73	622.95	637.33	637.33	637.33	629.41	629.41	629.41
τ		CC	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7-1	1.0.1	Total	2778.15	2778.15	2778.15	2441.73	2441.73	2441.73	2433,04	2433.04	2433.04
	U4:01	ΛC	2477.18	2477.18	2477.18	1869.63	1869.63	1869.63	1754.10	1754.11	1754.12
Įэ		VE	300.97	300.97	300.97	572.09	572.09	572.09	678.94	678.94	678.94
		CC	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	Total	2539.51	2580.85	2629.3	2109.30	2109.30	2109.30	1988,9	1988,9	1988,9
4	4:0.5	ΛC	2376.42	2406.34	2467.26	1699.71	1699.71	1699.71	1478.28	1478.28	1478.28
		VE	163.1	174.51	162.03	409.58	409.58	409.58	510.62	510.62	510.62
		CC	0	0	1700	0	0	1700	0	0	0
	04.00	Total	3318.95	3364.02	3082.89	3086.48	3086.48	2833.62	3016.91	3016.91	3016.91
_	70:5	ΛC	3182.97	3171.97	2206.07	1445.80	1445.80	1012.36	1271.78	1271.78	1271.78
		ΛE	135.98	192.05	876.82	1640.68	1640.68	1821.26	1745.13	1745.13	1745.13
τ		CC	0	0	1700	0	0	1700	0	0	0
z-	10.7	Total	3258.87	3455.54	2644.48	2499.81	2499.81	2141.62	2006,59	2006,59	2006,59
	4:01	ΛC	3155.19	3387.15	2206.07	1701.4	1701.4	986.43	1130.67	1130.67	1130.67
[1		ΛE	103.68	68.38	438.41	798.41	798.41	1155.18	875.92	875.92	875.92
		CC	0	0	1700	0	0	1700	0	0	0
_	7	Total	3204.84	3200.69	2425.28	2797.25	2777.42	2138.63	2636.35	2636.35	2087,55
7	6.0.3	ΛC	3143.24	3150.12	2206.07	2741.07	2732.76	1923.81	2417.89	2417.89	1722,45
		VE	61.6	50.58	219.21	56.18	44.67	214.83	218.46	218.46	365.10
		CC	0	0	1600	0	0	1600	0	0	0
	60.70	Total	4137.51	4096.64	3904.49	3613.34	3557.96	3484.35	3259.15	3259.15	3259.15
	4:04	ΛC	4006.77	3834.38	3168.63	3494.11	3326.36	2763.21	2618,09	2618,09	2618,09
		ΛE	130.74	262.27	735.86	119.23	231.60	721.14	641,06	641,06	641,06
17		CC	0	0	1600	0	0	1600	0	0	0
	10.70	Total	3934.89	3934.89	3357.52	3722.08	3722.08	3189.69	3654.96	3654.96	3182,28
01	10.5	ΛC	3790.25	3790.25	2865.65	2767.31	2767.31	2562.68	2780.86	2780.86	2478.12
эī		VE	144.64	144.64	491.87	954.76	954.76	627.01	874.10	874.10	704.16
		CC	0	0	1600	0	0	1600	0	0	0
_	7.	Total	4038.76	3899.94	3120.07	3522.01	3522.01	2976.78	2788.44	2788.44	2788.44
r 	2	ΛC	4038.76	3834.38	2802.18	3522.01	3522.01	2743.65	1435.2	1435.2	1435.2
		VE	0	65.57	237.89	0.00	0.00	233.13	1353.24	1353.24	1353.24

geográficas dos consumidores foram selecionadas. Para cada uma dessas instâncias, foram testados seis valores diferentes de porcentagem de veículos elétricos na frota (α) , variando de 0%, onde não há restrição até 100%, onde toda a frota deve ser composta exclusivamente de veículos elétricos. Também foram testados três diferentes proporções de custos operacionais (CI:CE) para os veículos: 4:0.5, 4:1 e 4:2. Com isso, foram obtidos $3 \times 6 \times 3 = 54$ casos de teste.

Os resultados obtidos foram divididos na Tabela 5 e na Tabela 6, com a primeira apresentando os resultados para valores menores de α (0%, 20% e 40%) e a segunda para

Tabela 6 – Resultados para valores maiores de α (60%, 80% e 100%).

112-1015 04:01 4:0.5	Control Contro	60% 1300 2743.05 2743.05 1050.83 1050.83 1300 2285.92 1692.22 593.7 1300 1989.07 1692.22 296.85 4700	80% 2800 2558.86 996.13 1562.73 2800 1682.28 958.33 723.95	100% 9300 2219.4 0	1300	2800	9300	0 %09	80% 2800	9300
		1300 2743.05 2743.05 1050.83 1050.83 1300 12285.92 1692.22 593.7 1300 1989.07 1692.22 593.7 4700 296.85	2800 2558.86 996.13 1562.73 2800 1682.28 958.33 723.95	9300 2219.4 0	1300	2800	9300	0	2800	9300
		2743.05 2743.05 1050.83 1100 2285.92 1692.22 593.7 1300 1989.07 1692.22 598.07 4700 296.85	2558.86 996.13 1562.73 2800 1682.28 958.33 723.95	2219.4	2604.88		0000			2070.92
		2743.05 1050.83 1300 2285.92 1692.22 593.7 1300 1989.07 1692.22 296.85 4700 2996.11	996.13 1562.73 2800 1682.28 958.33 723.95	0	_ 00.H004	2345.94	7007	2534.48	2214.06	
		1050.83 1300 2285.92 1692.22 593.7 1300 1989.07 1692.22 296.85 4700 2996.11	1562.73 2800 1682.28 958.33 723.95		1716.24	916.76	0	1687.14	1125.78	0
		1300 2285.92 1692.22 593.7 1300 1989.07 1692.22 296.85 4700 2996.11	2800 1682.28 958.33 723.95	2219.04	888.63	1429.18	2082	847.34	1088.28	2070,92
		2285.92 1692.22 593.7 1300 1989.07 1692.22 296.85 4700 2996.11	1682.28 958.33 723.95	8000	1300	2800	8000	0	2800	8000
		1692.22 593.7 1300 1989.07 1692.22 296.85 4700 2996.11	958.33	1127.75	2275.09	1620.76	1052.48	2472.32	1887.68	977.42
		593.7 1300 1989.07 1692.22 296.85 4700 2996.11	723.95	0	1524.04	916.76	0	1624.98	1125.78	0
4:0.5		1300 1989.07 1692.22 296.85 4700 2996.11	0000	1127.75	751.05	704.0	1052.48	847.34	761.9	977.42
4:0.5		1989.07 1692.22 296.85 4700 2996.11	7800	8000	1300	2800	8000	0	2800	8000
4:0.5		1692.22 296.85 4700 2996.11	1301.04	580.35	1666.36	1295.25	524.27	1872.53	1236.26	471.61
		296.85 4700 2996.11	916.72	0	1354.0	956.39	0	1416.32	823.48	0
		4700 2996.11	384.82	580.35	312.36	338.86	524.27	456.21	412.78	471.61
		2996.11	0069	1	4700	0069	8300	0	0069	8300
0.4.00			2689.04	1	2995.89	2523.44	2322	3010,29	2496,42	2225.38
04:02	EV	1325.69	833.3	1	879.24	771.64	0	956,12	475,28	0
	>	1670.43	1855.74	ı	2116.66	1751.8	2322	2054,17	2021,14	2225.38
T	CC	4000	5500	7400	4000	5500	7400	0	5500	7400
	Total	2217.65	1734.06	1560.35	1927.71	1576.35	1508.40	1852,67	1444,74	1374,91
10.		1362.89	523.39	0	929.28	0	0	845,22	222,42	0
[1	EV	854.76	1210.67	1560.35	929.28	1576.35	1508.40	1007,45	1222,32	1374,91
	CC	3700	5500	7400	3700	5500	7400	0	5500	7400
		1759.91	1176.41	716.31	1604.81	1079.10	98.809	1638,98	1058,73	608,86
4:0.5	CC	1381.68	557.05	0	1284.96	512.67	0.00	1182,24	447,29	0.00
	EV	378.23	619.36	716.31	319.85	566.43	608.86	456,74	611,44	608,86
	သ	3400	6100	1	3400	6100	0092	0	6100	7600
04.03		3774.85	3161.08	ı	3392.00	2896.49	2311.82	3845,68	2989,45	2147,99
70.40		2368.68	961.57	ı	2202.87	884.95	0	2554,58	1026,25	0
	EV	1406.18	2199.5	ı	1189.13	2011.53	2311.82	1291,1	1963,2	2147,99
17	CC	2800	4400	0092	2800	4400	0092	0	4400	7600
:-I	Total	2686.69	2390.56	1705.75	2544.58	2256.25	1385.0	2386,69	2256.25	1385
		1746.21	952.05	0	1036.12	953.80	0	1040,09	953.80	0
	EV	940.48	1438.51	1705.75	1508.46	1302.45	1385.0	1346,6	1302.45	1385
	CC	2800	4400	7100	2800	4400	7100	0	4400	7100
	_	2254.02	1688.28	848.76	2132.42	1549.5	832,75	1998,56	1545,7	641,25
9		1697.91	952.05	0	1679.06	876.19	0	1475,45	818,14	0
	EV	536.11	736.23	848.76	453.36	673.31	832,75	523,11	727,56	641,25

valores maiores de α (60%, 80% e 100%). A estrutura das Tabelas 5 e 6 é a mesma apresentada nas Tabelas 2 e 3.

As abordagens propostas apresentam melhores resultados que a abordagem da literatura no nível superior em todos os casos analisados, sendo que para os casos analisados em que $\alpha \leq 60\%$, não é necessário a construção de nenhuma estação de recarga para atender a demanda da composição da frota, nas soluções encontradas pelo VND*+ACO. O mesmo pode ser observado para o VND+ACO quando $\alpha \leq 40\%$. Além disso, nesses casos, o custo total de roteamento também é menor do que os encontrados pela abordagem da literatura.

Comparando os custos operacionais dos veículos a combustão, em 85% dos casos mencionados anteriormente as abordagens propostas apresentam melhores resultados. Isso mostra que, mesmo diante da inexistência da infraestrutura de recarga, as abordagens propostas são capazes de encontrar boas soluções, que utilizam menos veículos à combustão, porém com mais veículos elétricos e, que apesar de terem custos operacionais maiores, acabam por aumentar o custo da solução devido ao seu maior uso. Isso faz com que os resultados das abordagens propostas fiquem abaixo dos encontrados pela literatura em alguns casos, como mostram os resultados.

Considerando os resultados no nível superior em que $\alpha \geq 80\%$, as abordagens propostas também apresentam resultados melhores ou idênticos aos encontrados na literatura. No caso do nível inferior, o VND*+ACO apresenta um custo operacional total melhor em todos os casos e em 90% dos casos quando se considera o custo dos veículos a combustão das soluções encontradas por ambas as abordagens propostas. Portanto, devido ao alto uso dos veículos elétricos, os custos operacionais destes acabam sendo maiores nas soluções encontradas pelo VND*+ACO. É possível notar também que mesmo nos casos em que algumas das abordagens da literatura não conseguiram encontrar soluções para o problema, as abordagens propostas foram capazes de encontrar soluções.

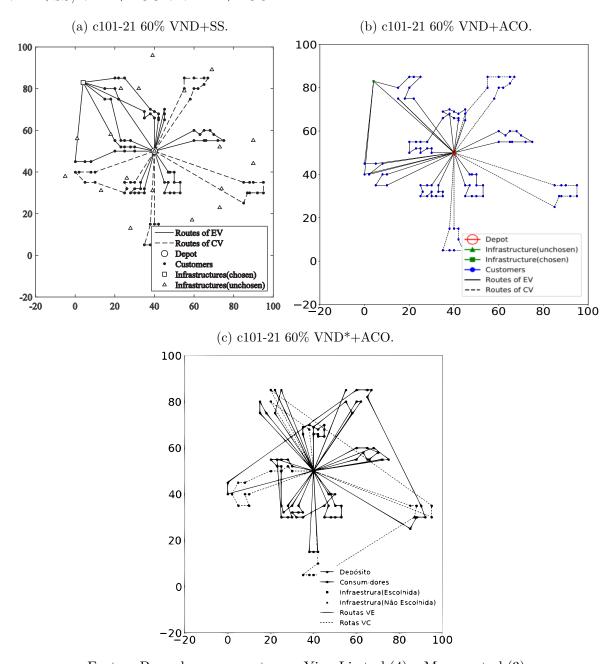
Quando a diferença entre os custos operacionais (CI e CE) dos veículos aumenta, também há um aumento na utilização de VE na frota em alguns casos. Esse fato somado ao aumento do valor de α , intensifica a utilização de mais VE nas soluções, principalmente nos cenários em que a diferença entre os custos é maior (4:0.5) e $\alpha \geq 80\%$. Esse relação não é observada em algum dos casos abordados, devido ao fato de que mesmo os custos operacionais dos VC sendo maiores, acaba por ser mais vantajoso utiliza-los por não precisarem recarregar durantes as rotas. Assim sendo, eles não precisam realizar desvios, o que pode levar a uma diminuição no custo da rota.

Exemplos das soluções obtidas pelas abordagens nas instâncias c
101-21, r
101-21 e rc101-21, para $\alpha=60\%$ podem ser vistas na Figuras 5, 6 e 7, respectivamente. Exemplos das soluções obtidas pelas abordagens nas instâncias c
101-21, r
101-21 e rc101-21, para $\alpha=100\%$ podem ser vistas nas Figuras 8,9, e 10, respectivamente. Em todas as imagens,

na primeira linha, estão as soluções obtidas pelas abordagens VND+SS e VND+ACO, respectivamente. E, na segunda linha, está a solução obtida pela abordagem VND*+ACO.

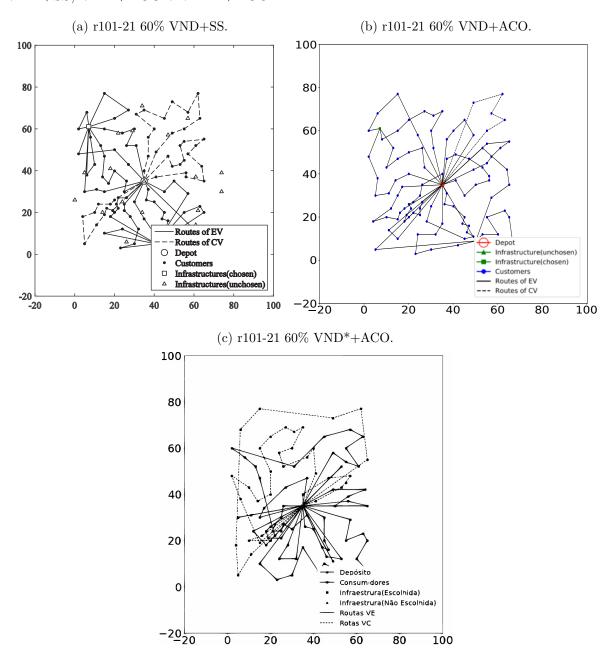
Como pode ser visto na Figuras 5, 6 e 7, as soluções apresentam um aspecto geral semelhante e algumas rotas idênticas. Também é possível ver que o número de rotas e de consumidores nas rotas das abordagens propostas é maior. Isso exemplifica o que foi observado pelos dados apresentados nas Tabelas 5 e 6: as abordagens propostas são capazes de obter soluções que não utilizam uma infraestrutura de recarga para atingirem a proporção requerida de veículos elétricos na frota, porém acabam aumentando o número de veículos (rotas) podendo em alguns casos ter um custo operacional dos veículos elétricos maior.

Figura 5 – Exemplo de soluções obtidas na instância c
101-21 para α igual a 60% pelo VND+SS, VND+ACO e VND*+ACO.



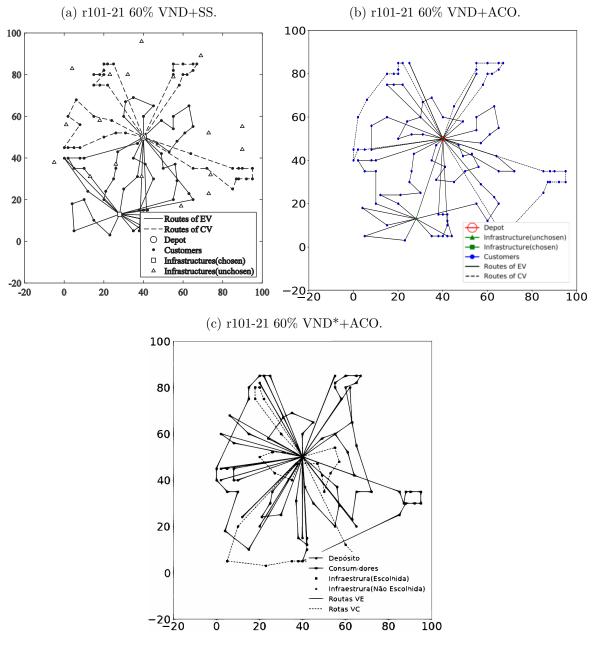
Fonte – Baseado no proposto por Ying Li et al.(4) e Marcos et al.(3).

Figura 6 – Exemplo de soluções obtidas na instância r
101-21 para α igual a 60% pelo VND+SS, VND+ACO e VND*+ACO.



Fonte – Baseado no proposto por Ying Li et al.(4) e Marcos et al.(3).

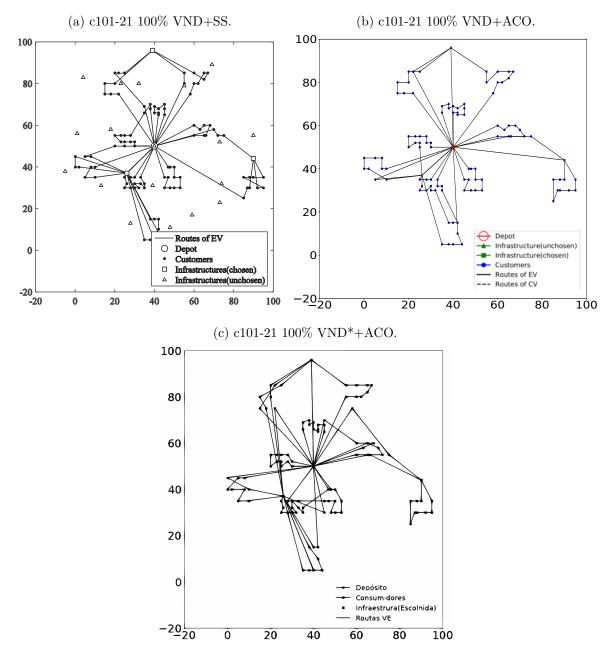
Figura 7 – Exemplo de soluções obtidas na instância rc
101-21 para α igual a 60% pelo VND+SS, VND+ACO e VND*+ACO.



Fonte – Baseado no proposto por Ying Li et al.(4) e Marcos et al.(3).

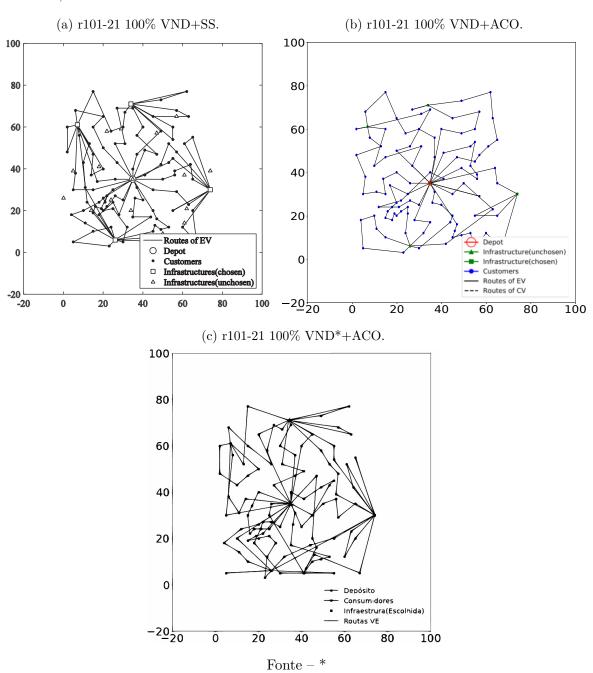
Diferente dos casos anteriores, todas as abordagens precisam construir estações de recarga para poderem utilizar uma frota totalmente elétrica, como mostram as soluções das Figuras 8, 9 e 10. É possível ver que de maneira geral as soluções também apresentam um aspecto semelhante. Também é possível notar que, em alguns casos, as mesmas estações são utilizadas em todas as soluções, o que mostra que algumas estações ao serem construídas são capazes de atender diferentes grupos de consumidores, mesmo com alguns estando fora de sua vizinhança, tornando-as estações chaves no planejamento da infraestrutura de recarga.

Figura 8 – Exemplo de soluções obtidas na instância c
101-21 para α igual a 100% pelo VND+SS, VND+ACO e VND*+ACO.



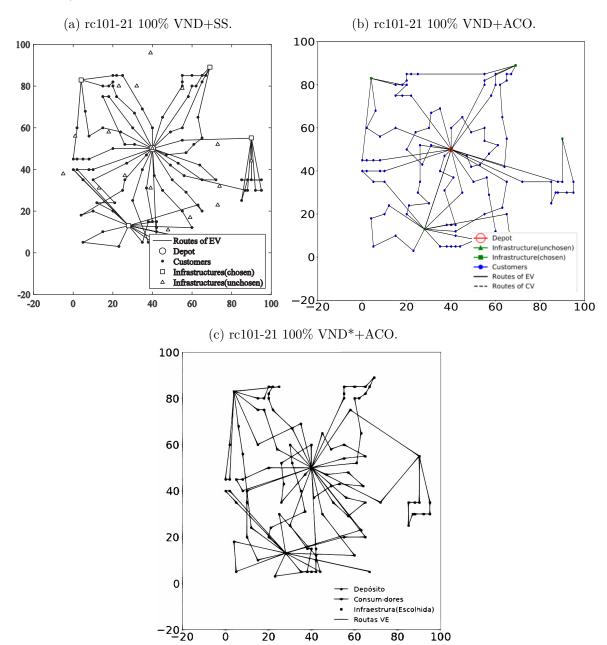
Fonte – Baseado no proposto por Ying Li et al.(4) e Marcos et al.(3).

Figura 9 – Exemplo de soluções obtidas na instância r
101-21 para α igual a 100% pelo VND+SS, VND+ACO e VND*+ACO.



Baseado no proposto por Ying Li et al.(4) e Marcos et al.(3).

Figura 10 – Exemplo de soluções obtidas na instância rc
101-21 para α igual a 100% pelo VND+SS, VND+ACO e V
ND*+ACO.



Fonte – Baseado no proposto por Ying Li et al.(4) e Marcos et al.(3).

Pode ser observado pelas figuras apresentadas que as soluções da literatura apresentam mais visitas às estações de recarga, o que possibilita a utilização do veículo para atender a mais consumidores porém acaba tornando as rotas mais longas. Já as soluções encontradas pela abordagem proposta realizam menos visitas durante as rotas, porém de maneira mais eficaz, o que faz com que seja possível atender a mais consumidores por rota com menos visitas as estações de recarga. Isso faz com que as soluções encontradas sejam melhores em ambos os níveis por terem o mesmo número de estações construídas ou menos, e um custo operacional total menor.

De maneira geral, quando considerado o custo operacional total do nível inferior, as abordagens propostas apresentam resultados iguais ou melhores que a literatura em todos os casos. As soluções encontradas pelas abordagens propostas possuem menos visitas as estações de recarga, uma maior proporção de veículos elétricos na sua frota e um uso menor dos veículos à combustão. Isso mostra que as abordagens propostas, além de serem mais simples, são mais eficientes para encontrar soluções para o problema nos diferentes cenários abordados.

7 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, foi apresentado um modelo de dois níveis que combina dois problemas, sendo eles o Problema de Alocação de Estações de Recarga no nível superior e o Problema de Roteamento de Veículos no nível inferior. O problema do nível superior é de responsabilidade do governo, que busca construir uma infraestrutura com o menor custo possível que atenda a uma porcentagem pré-estabelecida de veículos elétricos na composição da frota. O problema do nível inferior é de responsabilidade da empresa, que deve definir qual a composição de sua frota bem como as suas rotas, visando reduzir o seu custo operacional e atingir ao menos a proporção de veículos elétricos pré-estabelecida. Para isso a empresa deve utilizar a infraestrutura construída pelo governo no nível superior.

Para resolver o problema foram propostas duas novas abordagens que combinam VND para resolver o problema de alocação de estações no nível superior, e ACO com procedimentos de busca local em conjunto com um procedimento de seleção de rostas para resolver os problemas de definição da frota e suas rotas. Assim, temos uma abordagem que utiliza o VND proposto na literatura combinado com o ACO e os demais procedimentos e outra que utiliza uma nova versão simplificada do VND proposto na literatura combinado com o ACO e os demais procedimentos.

Em ambas, inicialmente é gerada uma alocação no nível superior pelo VND que deve ter sua viabilidade verificada pelo nível inferior. O ACO então gera soluções de roteamento viáveis com base nessa alocação, que são refinadas pelos procedimentos de busca local. Essas soluções são armazenadas e utilizadas como entrada para o procedimento de seleção de rotas, que gera a melhor solução possível com base nessas soluções. Esse processo se repete até que o critério de parada seja atingido.

Para verificar a eficácia das abordagens propostas, elas foram comparadas com outra abordagem da literatura utilizando 34 instâncias. Para realizar uma comparação mais detalhada, as abordagens propostas foram comparadas com a mesma abordagem da literatura utilizando 6 instâncias diferentes com 6 valores diferentes de porcentagem mínima de veículos elétricos na frota e 3 valores diferentes de custos operacionais, totalizando 108 problemas de teste. Para verificar a equidade dos critérios de parada adotados, foi realizada uma análise estatística com relação ao tempo de processamento, que mostrou que os tempos de processamento são estatisticamente similares e, assim, os critérios utilizados são justos em todos os cenários e instâncias utilizadas.

A análise dos resultados obtidos mostrou a eficácia das abordagens propostas em resolver o problema proposto nos diferentes cenários abordados, que apresentam características diferentes como o número e distribuição geográfica de consumidores e estações, capacidades de transporte e energéticas (no caso dos veículos elétricos), distribuição das demandas, e taxas de consumo de combustível. As comparações com a abordagem da

literatura mostram que as abordagens propostas são capazes de encontrar soluções com uma infraestrutura de recarga com custo inferior por utilizarem menos estações e estações mais baratas. Mesmo com uma infraestrutura reduzida, os resultados do nível inferior são melhores, o que mostra a eficiência das abordagens propostas na elaboração das rotas e definição da frota, que sempre é mantida com uma proporção igual ou maior ao requisitado.

É possível notar que o modelo abordado neste trabalho apresenta algumas limitações. Por exemplo, o modelo não contém restrições de tempo, como filas em estações de carregamento e janelas de tempo de atendimento ao cliente. Essas restrições tornam o modelo mais realista. Além disso, realizar recargas parciais e trocar as baterias não são considerados. A definição de um limite orçamentário para o nível inferior também é algo que não foi considerado e que tornaria o modelo mais realista, tendo em vista que as empresas possuem limites de gasto. Por fim, também não foram considerados no modelo a utilização de veículos com diferentes capacidades de carga e a possibilidade de veículos utilizarem o depósito como posto de recarga sem necessariamente encerrar suas rotas. Assim, essas limitações serão investigadas futuramente, incluindo outras funcionalidades no modelo para torná-lo mais realista.

Uma técnica muito utilizada para reformular modelos em níveis em modelos de programação linear inteira mista de um único nível, é a utilização das condições de Karush-Kuhn-Tucker. Dessa forma, esse novo modelo gerado com essa aplicação poderia ser resolvido com a utilização de um solver comercial, como o utilizado neste trabalho, no caso o Gurobi. Também é possível modelar os problemas através da otimização multiobjetivo, já que cada um dos problemas tem as suas restrições e objetivos diferentes e que podem ser conflitantes. Assim, essas opções serão investigadas no futuro. Para resolver o modelo de dois níveis discutido neste trabalho, a abordagem proposta utiliza uma combinação de diferentes métodos, o que torna a sua complexidade proporcional a dos métodos que a constituem, conforme mencionado anteriormente. Assim, encontrar formas de reduzir a complexidade das abordagens propostas também será investigado. Além disso, as abordagens propostas serão aplicadas a outros conjuntos de instâncias. Algumas alternativas para resolver o problema de otimização de dois níveis também serão investigadas, como o uso de outras meta-heurísticas (especialmente para o nível superior), abordagens de alto desempenho e a hibridização do ACO com outros métodos.

REFERÊNCIAS

- 1 GUO, F.; YANG, J.; LU, J. The battery charging station location problem: Impact of users' range anxiety and distance convenience. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, v. 114, p. 1 18, 2018.
- 2 LEITE, M. R. et al. Optimization in multilevel green transportation problems with electrical vehicles. In: _____. Solving Transport Problems. [S.l.]: John Wiley & Sons, Ltd, 2019. cap. 9, p. 203–228.
- 3 LEITE, M. R.; BERNARDINO, H. S.; GONÇALVES, L. B. A variable neighborhood descent with ant colony optimization to solve a bilevel problem with station location and vehicle routing. *Applied Intelligence*, v. 52, n. 7, p. 7070–7090, May 2022.
- 4 LI, Y.; ZHANG, P.; WU, Y. Public recharging infrastructure location strategy for promoting electric vehicles: A bi-level programming approach. *Journal of Cleaner Production*, v. 172, p. 2720 2734, 2018.
- 5 XIONG, Y. et al. Optimal electric vehicle fast charging station placement based on game theoretical framework. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, v. 19, n. 8, p. 2493–2504, Aug 2018.
- 6 LEITE, M. R. C. O.; BERNARDINO, H. S.; GONÇALVES, L. B. Solving a bilevel problem with station location and vehicle routing using variable neighborhood descent and ant colony optimization. In: MARREIROS, G. et al. (Ed.). *Progress in Artificial Intelligence*. [S.l.]: Springer, 2021. p. 211–223.
- 7 DUARTE, A. et al. Variable neighborhood descent. In: _____. Handbook of Heuristics. Cham: Springer, 2018. p. 341–367.
- 8 Dorigo, M.; Gambardella, L. M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 1, n. 1, p. 53–66, 1997.
- 9 BALINSKI, M. L.; QUANDT, R. E. On an integer program for a delivery problem. *Operations Research*, v. 12, n. 2, p. 300–304, 1964.
- 10 MAVROVOUNIOTIS, M. et al. Benchmark Set for the IEEE WCCI-2020Competition on Evolutionary Computationfor the Electric Vehicle Routing Problem. Nicosia, Cyprus, 2020.
- 11 SOLOMON, M. M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research*, v. 35, n. 2, p. 254–265, 1987.
- 12 KRUSKAL, W. H.; WALLIS, W. A. Use of ranks in one-criterion variance analysis. *Journal of the American Statistical Association*, Taylor & Francis, v. 47, n. 260, p. 583–621, 1952.
- 13 DREXL, M. Rich vehicle routing in theory and practice. *Logistics Research*, v. 5, n. 1, Aug 2012.

- 14 BAOUCHE, F. et al. Electric Vehicle Charging Stations Allocation Models. In: TRA 2014 Transport Research Arena: 5th Conference: Transport Solutions from Research to Deployment. PARIS, France: [s.n.], 2014. p. 10 p.
- 15 KLOSE, A. D. A. Facility location models for distribution system design. *European Journal of Operational Research*, v. 162, n. 1, p. 4–29, 2005. Logistics: From Theory to Application.
- 16 ZHANG, G.; YANG, H.; DONG, J. Electric vehicle charging stations layout research based on bi-level programming. In: 2015 5th International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies (DRPT). [S.l.: s.n.], 2015. p. 609–614.
- 17 LIU, H.; WANG, D. Z. Locating multiple types of charging facilities for battery electric vehicles. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 103, p. 30 55, 2017. Green Urban Transportation.
- 18 HE, J. et al. An optimal charging station location model with the consideration of electric vehicle's driving range. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, v. 86, p. 641 654, 2018.
- 19 HE, F.; YIN, Y.; ZHOU, J. Deploying public charging stations for electric vehicles on urban road networks. *Transp. Research Part C: Emerging Technologies*, v. 60, p. 227 240, 2015.
- 20 YANG, J.; SUN, H. Battery swap station location-routing problem with capacitated electric vehicles. *Comput. Oper. Res.*, Elsevier Science Ltd., GBR, v. 55, n. C, p. 217–232, mar. 2015.
- 21 JUNG, J. et al. Stochastic dynamic itinerary interception refueling location problem with queue delay for electric taxi charging stations. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, v. 40, p. 123 142, 2014.
- 22 LEE, Y.-G. et al. Ue-based location model of rapid charging stations for evs with batteries that have different states-of-charge. In: *Proc. of the Annual Meeting on Transportation Research Board.* [S.l.: s.n.], 2014. p. 12–16.
- 23 ZHENG, H. et al. Traffic equilibrium and charging facility locations for electric vehicles. *Networks and Spatial Economics*, v. 17, n. 2, p. 435–457, Jun 2017.
- 24 BUHRKAL, K.; LARSEN, A.; ROPKE, S. The waste collection vehicle routing problem with time windows in a city logistics context. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, v. 39, p. 241–254, 12 2012.
- 25 CATTARUZZA, D. et al. Vehicle routing problems for city logistics. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, v. 6, n. 1, p. 51–79, 2017.
- 26 BOROWSKA, M. Vehicle routing problem as urban public transport optimization tool. Computer Assisted Methods in Engineering and Science, v. 23, p. 213–229, 09 2017.
- 27 IRNICH, S.; TOTH, P.; VIGO, D. Chapter 1: The family of vehicle routing problems. In: ______. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–33.

- 28 MAVROVOUNIOTIS, M.; ELLINAS, G.; KIOS, M. P. Ant colony optimization for the electric vehicle routing problem. In: 2018 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI). [S.l.: s.n.], 2018. p. 1234–1241.
- 29 ZANG, H. et al. Bi-level planning model of charging stations considering the coupling relationship between charging stations and travel route. *Applied Sciences*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 8, n. 7, p. 1130, July 2018.
- 30 JABALI, O.; GENDREAU, W. R. e M.; LAPORTE, G. Partial-route inequalities for the multi-vehicle routing problem with stochastic demands. *Discrete Applied Mathematics*, v. 177, p. 121–136, 2014.
- 31 PANICKER, V. V.; MOHAMMED, I. O. Solving a heterogeneous fleet vehicle routing model a practical approach. In: 2018 IEEE international Conference on System, Computation, Automation and Networking (ICSCAN). [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–5.
- 32 RAMOS, T. R. P.; GOMES, M. I.; BARBOSA, A. P. Multi-depot vehicle routing problem: a comparative study of alternative formulations. *International Journal of Logistics Research and Applications*, Taylor & E., v. 23, n. 2, p. 103–120, 2020.
- 33 STüTZLE, T.; HOOS, H. H. Max-min ant system and local search for the traveling salesman problem. In: *Proceedings of 1997 IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC '97)*. [S.l.: s.n.], 1997. v. 16, p. 309 314. ISBN 0-7803-3949-5.
- 34 LINEAR Bilevel Problems. In: FOUNDATIONS of Bilevel Programming. Boston, MA: Springer US, 2002. p. 21--60. ISBN 9780306480454.
- 35 STACKELBERG, H. F. von. *The Theory of Market Economy*. [S.l.]: Oxford: Oxford University Press, 1952.
- 36 MIGDALAS, A.; PARDALOS, P. M.; VRBRAND, P. Multilevel Optimization: Algorithms and Applications. [S.l.]: Springer, 2012.
- 37 ERDOğAN, S.; MILLER-HOOKS, E. A green vehicle routing problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, v. 48, n. 1, p. 100 114, 2012. Select Papers from the 19th International Symposium on Transportation and Traffic Theory.
- 38 LIU, X.; GUO, R.-Y.; ZHANG, C.-Y. Bi-level programming model of locating public charging stations for electric vehicles. In: *International Conference of Transportation Professionals*. Shanghai, China: [s.n.], 2017. p. 3465–3474.
- 39 DESAULNIERS, G. et al. Exact algorithms for electric vehicle-routing problems with time windows. *Operations Research*, v. 64, p. 1–18, 10 2016.
- 40 MACRINA, G. et al. The green mixed fleet vehicle routing problem with partial battery recharging and time windows. *Computers & Operations Research*, v. 101, p. 183 199, 2019.
- 41 YU, V. F. et al. A mathematical programming model for the green mixed fleet vehicle routing problem with realistic energy consumption and partial recharges. In: 2019 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM). [S.l.: s.n.], 2019. p. 1339–1343.

- 42 IN, J.; BELL, J. E. Alternative fuel infrastructure and customer location impacts on fleet mix and vehicle routing. *Transportation Journal*, Penn State University Press, v. 54, n. 4, p. 409–437, 2015.
- 43 OTHMAN, W. A. F. W. et al. Solving Vehicle Routing Problem using Ant Colony Optimisation (ACO) Algorithm. *International Journal of Research and Engineering*, v. 5, n. 9, p. 500–507, nov. 2018.
- 44 ZHIKHAREVICH, V.; MATSIUK, N.; OSTAPOV, S. Solving the routing problem by ant colony optimization algorithms. *International Journal of Computing*, v. 15, p. 84–91, 01 2016.
- 45 PELLONPERÄ, T. Ant colony optimization and the vehicle routing problem. Dissertação (Mestrado) Tampere University, 2014.
- 46 XU, H.; PU, P.; DUAN, F. Dynamic vehicle routing problems with enhanced ant colony optimization. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, Hindawi, v. 2018, p. 1295485, Feb 2018.
- 47 OLIVAS, F. et al. Ant colony optimization with dynamic parameter adaptation based on interval type-2 fuzzy logic systems. *Applied Soft Computing*, v. 53, p. 74–87, 2017.
- 48 FAUST, O. S. et al. A genetic algorithm for optimizing parameters for ant colony optimization solving capacitated vehicle routing problems. In: *Proceedings of the 2020 4th International Conference on Intelligent Systems, Metaheuristics & Swarm Intelligence*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2020. (ISMSI '20), p. 52–58.
- 49 CASTILLO, O. et al. New approach using ant colony optimization with ant set partition for fuzzy control design applied to the ball and beam system. *Information Sciences*, v. 294, p. 203–215, 2015. Innovative Applications of Artificial Neural Networks in Engineering.
- 50 JIA, Y.-H.; MEI, Y.; ZHANG, M. A bilevel ant colony optimization algorithm for capacitated electric vehicle routing problem. *IEEE Transactions on Cybernetics*, p. 1–14, 2021.
- 51 REINELT, G. *The Traveling Salesman*: Computational solutions for tsp applications. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1994.
- 52 STTZLE, T.; HOOS, H. Improving the ant system: A detailed report on the max-min ant system. In: . [S.l.: s.n.], 1996.
- 53 GAMBARDELLA, L. M.; DORIGO, M. Ant-q: A reinforcement learning approach to the traveling salesman problem. In: PRIEDITIS, A.; RUSSELL, S. (Ed.). *Machine Learning Proceedings* 1995. San Francisco (CA): Morgan Kaufmann, 1995. p. 252 260.
- 54 OPTIMIZATION, L. G. Gurobi Optimizer Reference Manual. 2020.