

Algorithms

Advanced Python

Induction

استقرا

Induction

Induction

- یکی از راه های اثبات یک گزاره، رابطه یا ادعا در ریاضیات
- یک مثال:
- رابطه زیر را ثابت کنید:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n + 1)}{2}.$$

Solution

• گام اول (پایه استقرا): رابطه را به ازای $n = 1$ بررسی میکنیم:

• $left\ side\ of\ equation = 1$

رابطه برقرار است

• $right\ side\ of\ equation = \frac{1 \times 2}{2} = 1$

Solution

- گام دوم (فرض استقرا): فرض می کنیم رابطه فوق به ازای $n = k$ برقرار است. یعنی:

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$$

Solution

- گام سوم (گام استقرا): به کمک فرض استقرا و دیگر فرض های مسئله، رابطه را برای $n = k + 1$ اثبات می کنیم:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \cdots + (k + 1) &= 1 + 2 + 3 + \cdots + k + (k + 1) \\ &= \frac{k(k + 1)}{2} + (k + 1) \\ &= (k + 1) \left(\frac{k}{2} + 1 \right) \\ &= (k + 1) \cdot \frac{k + 2}{2}. \end{aligned}$$

توابع بازگشتی

Recursive Functions

Recursive Functions

- به تابعی به صورت مستقیم یا غیر مستقیم خودش را در بدنه اش صدا بزند، تابع بازگشتی گفت می شود.
- این تکنیک به ما کمک می کند تا با نگاه استقرایی، بسیاری از مسائل به ظاهر دشوار را حل کنیم.

ساختار یک تابع بازگشتی

```
def recursive_function(...):  
    if (...):  
        ...                # 1- Base Case  
  
    else:  
        ...                # 2- Recursive Step  
        recursive_function(...)
```

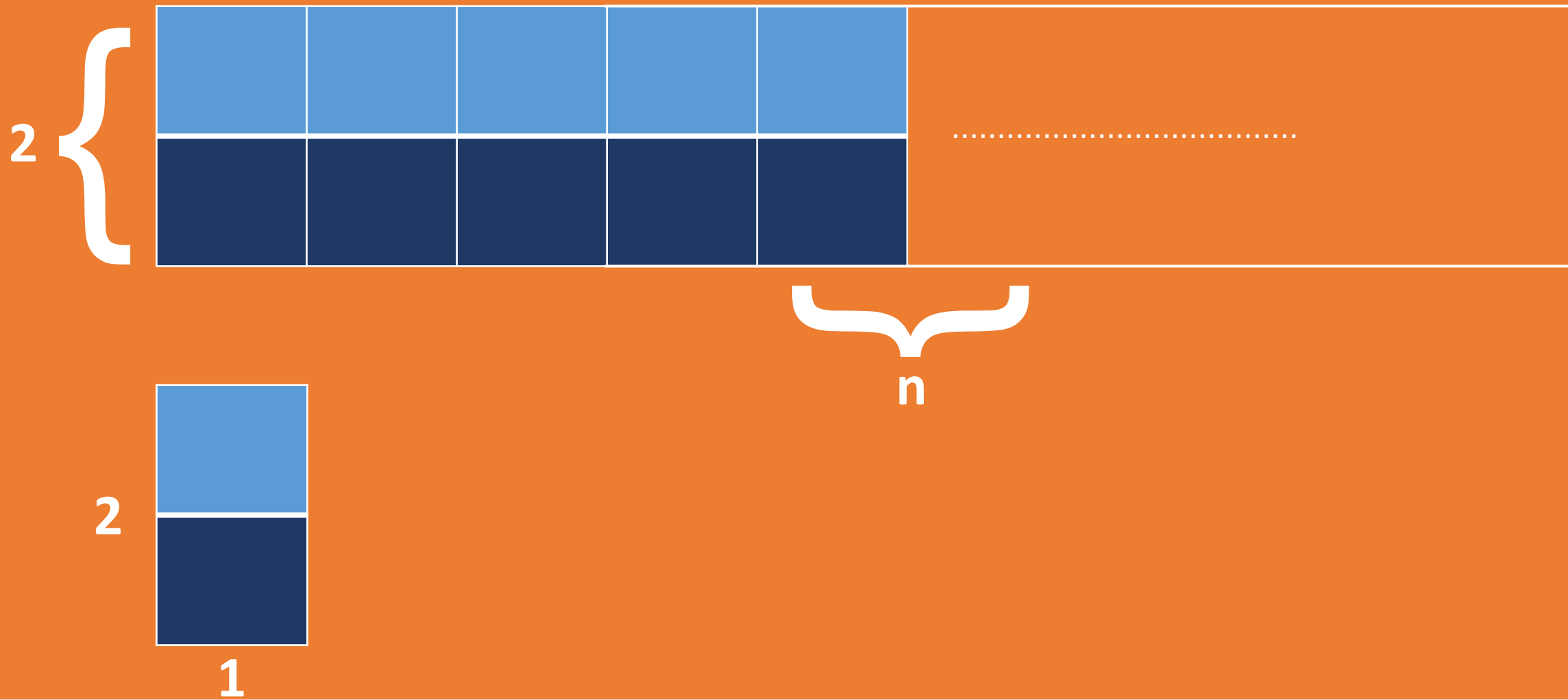

Exercise

- می‌خواهیم تابعی بنویسیم که عدد N را به عنوان ورودی بگیرد، سپس N امین عدد دنباله ی فیبوناچی را به صورت بازگشتی محاسبه کند.

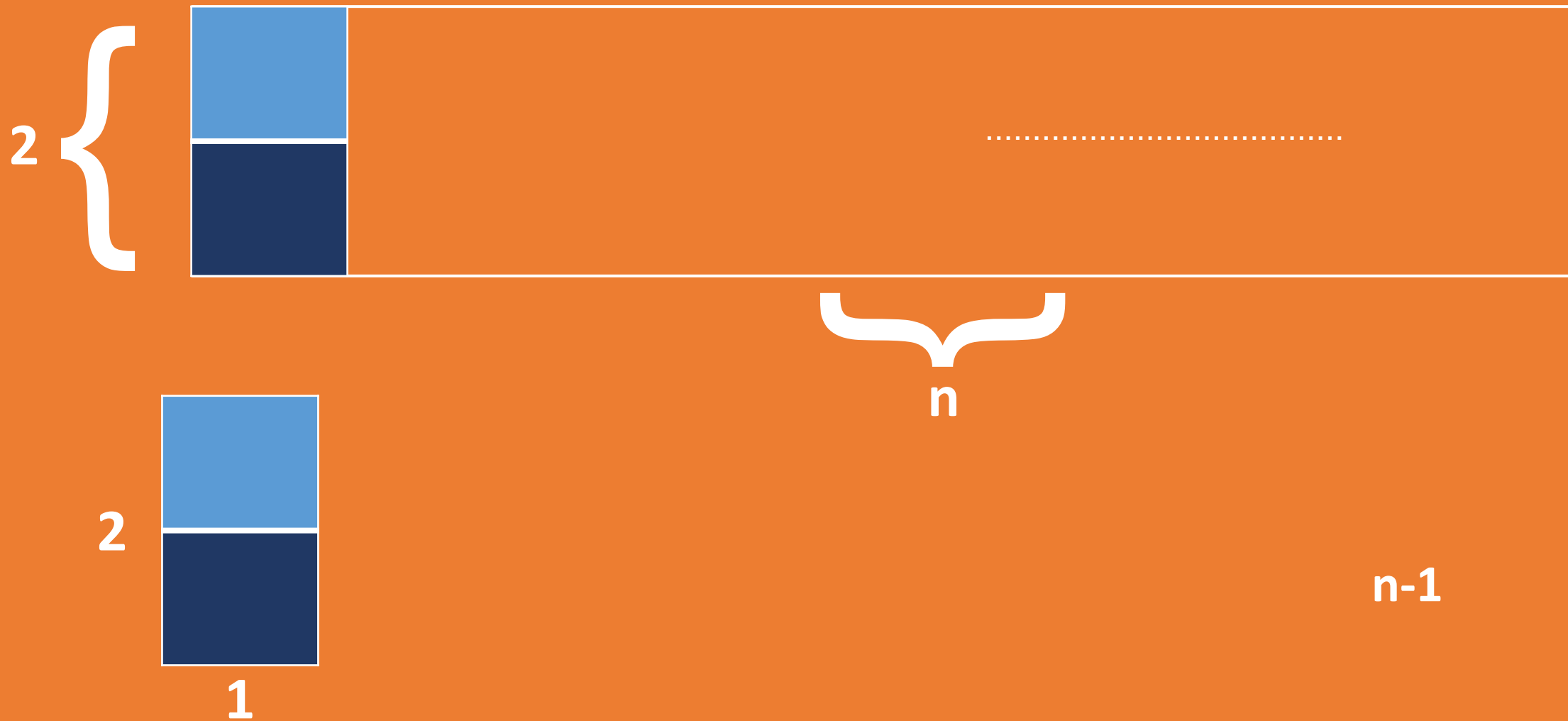
- $\text{Fib}(N) = 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$
- **$\text{Fib}(N) = \text{Fib}(n-2) + \text{Fib}(n-1)$**

- راهنمایی، می‌توانید ابتدا تابع فیبوناچی را به صورت عادی پیاده سازی کنید، سپس مرحله به مرحله، آن را به بازگشتی تبدیل کنید.

Exercise



Exercise



Exercise

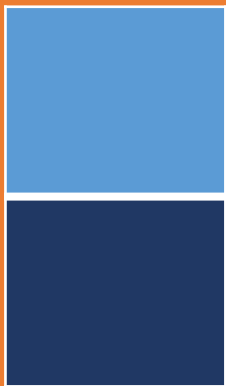
2 {



.....

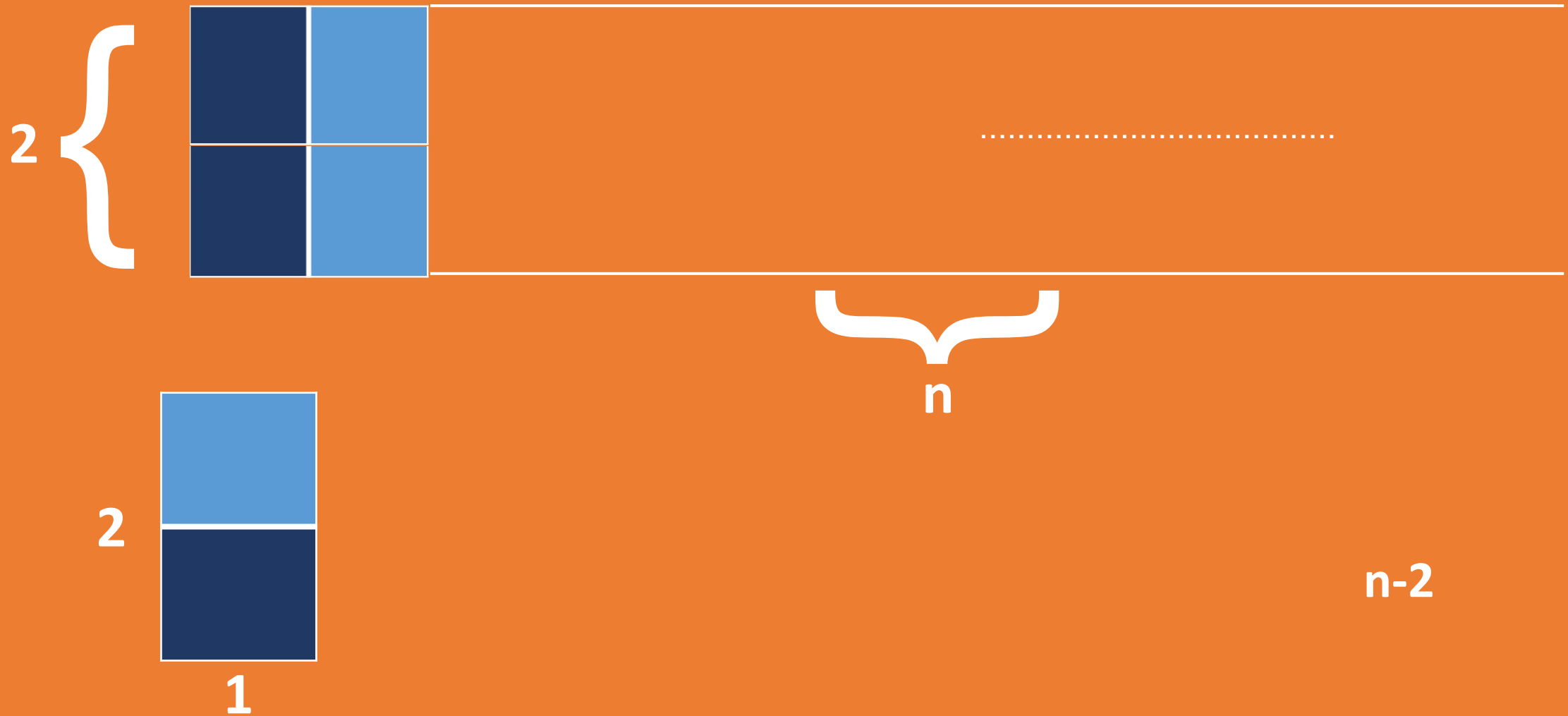
n

2

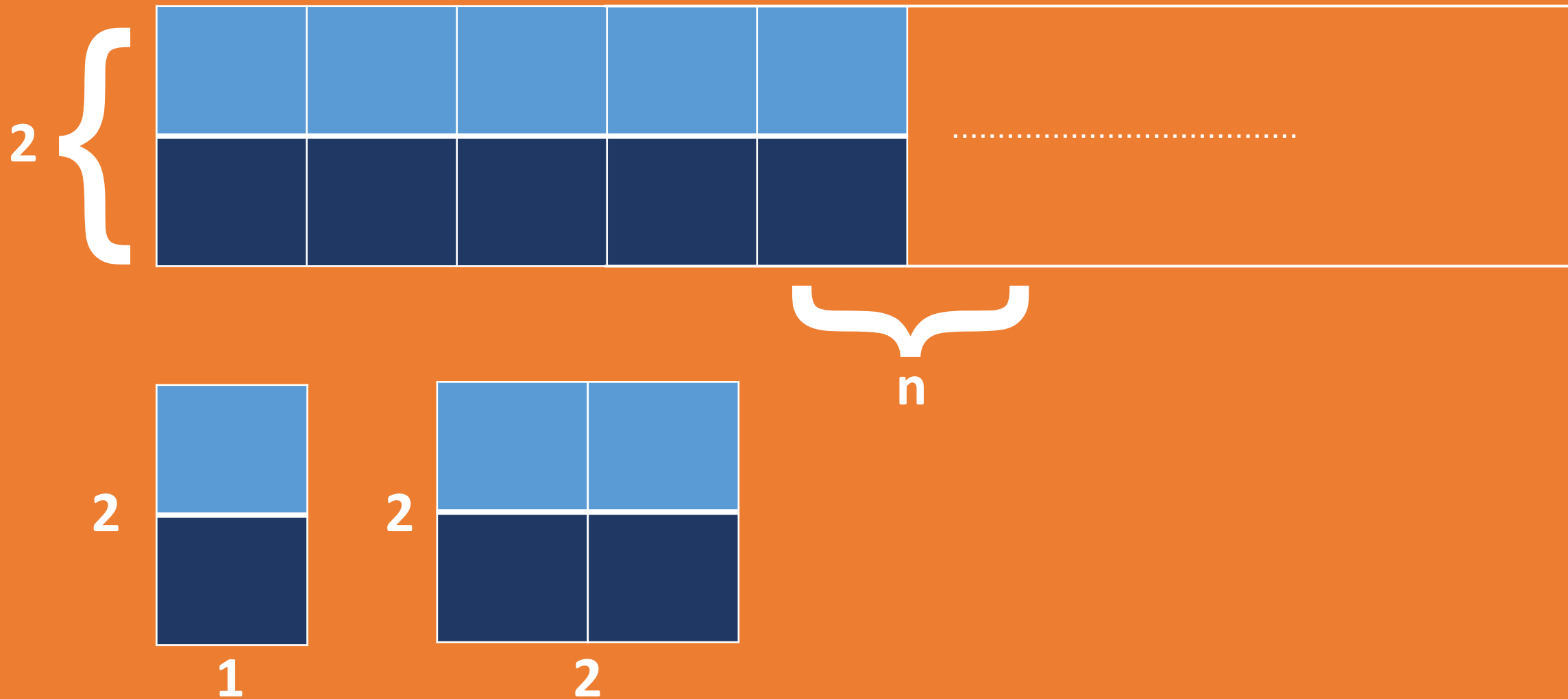


1

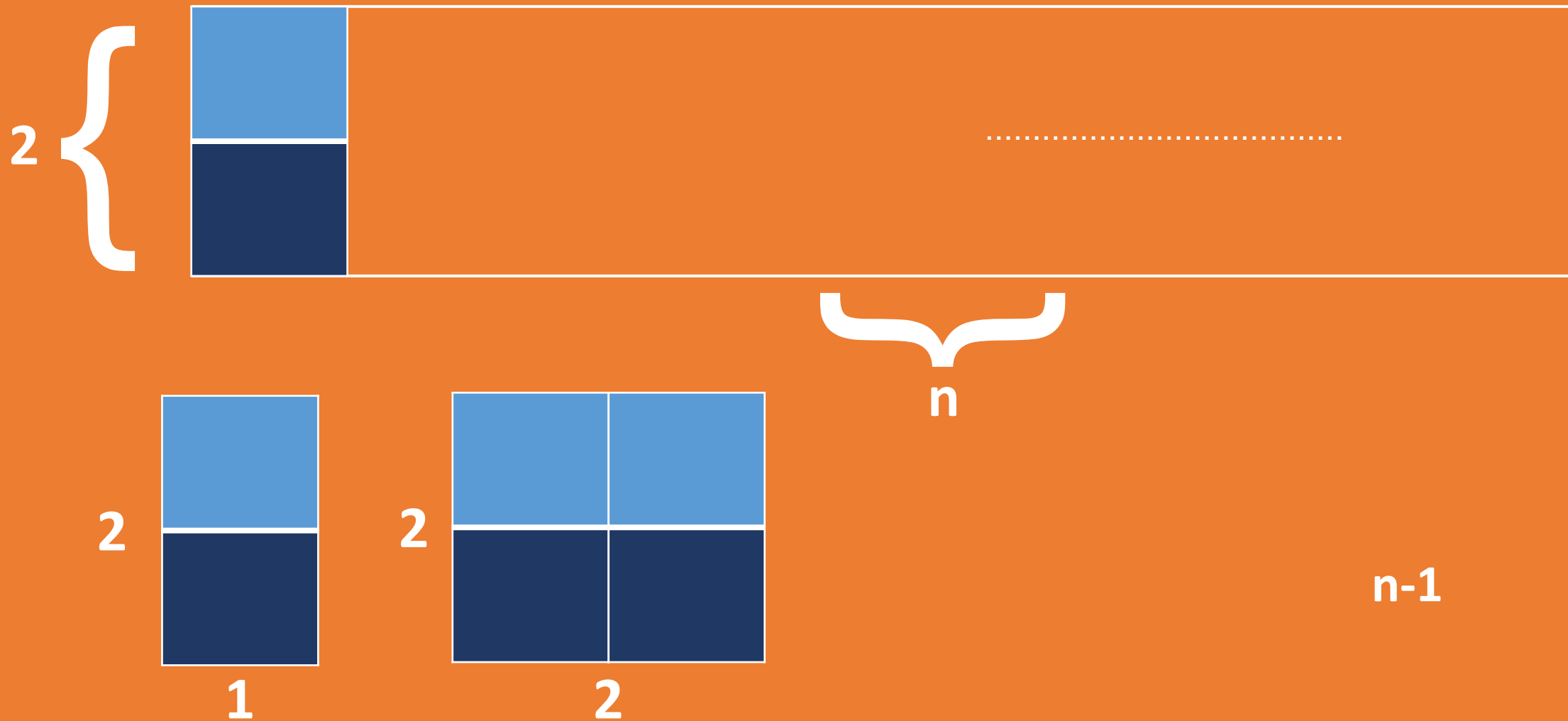
Exercise



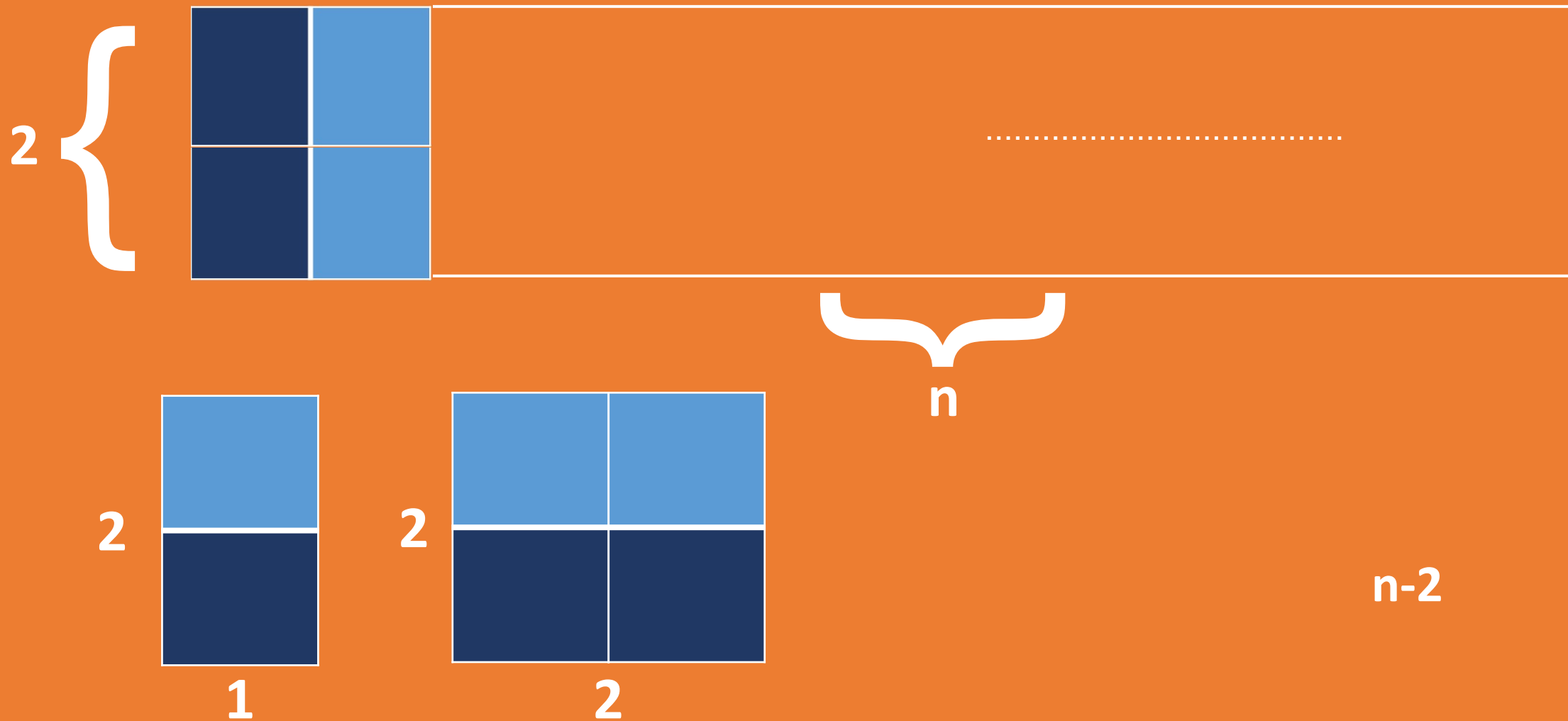
Exercise



Exercise



Exercise



Exercise

