

## Colle 1,e

27/09

**Question de cours:** Donner les principales égalités et inégalités pour les nombres complexes.

### 1 Exercice 1

Racines carrées d'un complexe:

Résoudre l'équation  $z^2 = 1 + i$  de deux manières différentes.

### 2 Exercice 2

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation:  $z^2 - (1 + i)z + 4 + 8i = 0$

### 3 Exercice 3

Soit  $n$  un entier naturel non nul. Pour tout réel  $t$ , calculer la somme:

$$D_n(t) = \frac{1}{2} + \cos(t) + \cos(2t) + \dots + \cos(nt)$$

### 4 Exercice 4

Soient  $a, b, c$  trois nombres complexes de module 1.

- 1) Comparer  $\bar{a}$  et  $a^{-1}$ .
- 2) On pose  $z_1 = \frac{a+b}{a-b}$  et  $z_2 = \frac{a+b}{1-ab}$ . Prouver que  $z_1$  et  $z_2$  sont des imaginaires purs.
- 3) On note  $\alpha$  l'argument de  $a$  et  $\beta$  l'argument de  $b$ . Réécrire  $z_1$  et  $z_2$  en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$ .
- 4) Comparer les modules de  $a + b + c$  et  $ab + bc + ca$ .
- 5) Montrer que le complexe:  $\frac{c+ab\bar{c}-(a+b)}{a-b}$  est un imaginaire pur.