

HEC 2019

Sujet Live

Exercice avec préparation 1

1. a) Formule du binôme de Newton.

b) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. En utilisant l'égalité suivante :

$$2^n = (1+1)^n + (1-1)^n$$

prouver : $\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n}{2k} = 2^{n-1}.$

2. a) Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer qu'il existe un unique polynôme P_n tel que :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus]-1, 1[, \quad P_n(x) = \left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)^n + \left(x - \sqrt{x^2 - 1}\right)^n$$

b) Quel est le coefficient de X^n dans l'expression de $P_n(X)$?

3. a) Justifier la relation de récurrence suivante :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad P_{n+2}(X) = 2X P_{n+1}(X) - P_n(X)$$

b) ???

4. a) Proposer deux fonctions **Scilab** :

- × l'une prenant en entrée deux vecteurs **P** et **Q** de tailles différentes et permettant d'en faire la somme. On supposera que la taille du vecteur **Q** est supérieure à celle du vecteur **P**.
- × l'autre prenant en entrée un vecteur **P** et permettant de concaténer au vecteur **P** un 0 à sa gauche.

(Énoncé déduit de souvenirs)

b) Proposer une fonction **Scilab** prenant en entrée un paramètre n et permettant de calculer le polynôme P_n . On pourra pour cela utiliser la représentation matriciel des polynômes en présence dans la base canonique de $\mathbb{R}[X]$.

(Énoncé extrapolé)

Exercice sans préparation 1

On considère une v.a.r. Z de loi normale centrée réduite. On note f une densité de Z .

1. Justifier que l'intégrale $\int_x^{+\infty} \frac{f(t)}{t^2} dt$ converge si $x > 0$.

Est-ce toujours le cas si $x = 0$?

2. ???