

Programme de colle - Semaine 10

Notation

On adoptera les principes suivants pour noter les étudiants :

- × si l'étudiant sait répondre à la question de cours, il aura une note > 8 .
- × si l'étudiant ne sait pas répondre à la question de cours ou s'il y a trop d'hésitations, il aura une note ≤ 8 .

Questions de cours

La question de cours sera **pour tous les élèves** le calcul d'une intégrale à vue (impropre ou non), une IPP ou un changement de variable.

Exemples

$$\int_1^e \frac{1}{t \ln(t)} dt, \quad \int_2^{+\infty} \frac{1}{3^t} dt, \quad \int_0^{+\infty} \frac{t}{(1+t^2)^3} dt$$

Connaissances exigibles

Réduction

- Matrices de passages, représentations matricielles d'un endomorphisme dans des bases différentes, changement de bases
- Matrices semblables, lien entre puissances k ème de 2 matrices semblables
- Valeurs propres, vecteurs propres, spectre, sous-espaces propres
- Liens entre éléments propre de f et éléments propre de $A = \text{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$, caractérisation des éléments propres, lien entre inversibilité et la valeur propre 0, valeurs propres d'une matrice triangulaire
- Polynômes annulateurs
- Lien entre diagonalisabilité et dimensions des sous-espaces propres
- Diagonalisabilité des matrices symétriques
- **Les élèves ne savent pas trigonaliser une matrice seuls. On les guidera toujours pour un tel exercice**

Remarque : les élèves doivent connaître les méthodes pour :

- passer de la représentation par endomorphisme à la représentation matricielle et vice versa.
- montrer qu'un vecteur est un vecteur propre
- déterminer les valeurs propres d'un endomorphisme ou d'une matrice
- déterminer les sous-espaces propres d'un endomorphisme ou d'une matrice
- savoir repérer si une matrice est diagonalisable dans les cas simples (triangulaire, symétrique)
- savoir repérer si 0 est valeur propre d'un endomorphisme grâce à matrice représentative
- déterminer une matrice de passage et savoir interpréter son inverse.
- diagonaliser une matrice (sans les guider dans les étapes de diagonalisation)

Intégration

- Techniques de calculs d'intégrales sur un segment : IPP, changement de variables (les élèves doivent être capable d'identifier un changement de variable affine et peuvent être guidés pour les autres), intégration à vue.
- Utilisation de la définition de la convergence d'une intégrale impropre
- Intégrales de Riemann impropres en 0 ou en $+\infty$ (encadrement, négligeabilité, équivalence).
- Critère de comparaison / équivalence / négligeabilité des intégrales impropres de fonctions continues positives
- Convergence absolue d'une intégrale
- Comparaison série / intégrale
- Somme de Riemann (la colle ne doit pas se focaliser sur ce point)