

Colle 1,d

27/09

Question de cours: Définition et propriétés de la partie entière.

1 Exercice 1

Montrer que: $\forall x \in \mathbb{R}$, et $\forall n \in \mathbb{N}^*$:

1) $0 \leq E(nx) - nE(x) \leq n - 1$

2) $E(\frac{1}{n}E(nx)) = E(x)$

3) $\sum_{k=0}^{n-1} E(x + \frac{k}{n}) = E(nx)$

2 Exercice 2

Calculer: $E(\frac{m+n}{2}) + E(\frac{n-m+1}{2}) =$ pour tout $(m, n) \in (\mathbb{Z}^*)^2$.