

## Programme de colle - Semaine 15

---

### Notation

On adoptera les principes suivants pour noter les étudiants :

- × si l'étudiant sait répondre à la question de cours, il aura une note  $> 8$ .
- × si l'étudiant ne sait pas répondre à la question de cours ou s'il y a trop d'hésitations, il aura une note  $\leq 8$ .

### Questions de cours

On demandera à l'étudiant un ou plusieurs des points suivants :

- déterminer le DL à l'ordre 2 d'une fonction,
- démontrer la continuité d'une fonction ou calculer une limite à l'aide d'un DL d'ordre 2
- déterminer la position d'une tangente par rapport à une courbe à l'aide d'un DL d'ordre 2

### Connaissances exigibles

#### Comparaison de fonctions et développements limités

- Fonctions négligeables, équivalentes. Équivalents usuels
- Développements limités d'ordre 1 et 2. Formule de Taylor-Young. Développements limités usuels.

#### Fonctions de deux variables

- Définition et propriétés de la distance  $d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
- Continuité en un point, opérations sur les fonctions continues
- Dérivées partielles d'ordre 1, gradient
- Classe  $\mathcal{C}^1$ , opérations sur les fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ , DL à l'ordre 1
- Dérivées partielles d'ordre 2, matrice hessienne
- Classe  $\mathcal{C}^2$ , opérations sur les fonctions de classe  $\mathcal{C}^2$ , théorème de Schwarz, DL d'ordre 2
- Boule ouverte et fermée de  $\mathbb{R}^2$ , partie ouverte et fermée de  $\mathbb{R}^2$ , partie bornée de  $\mathbb{R}^2$
- Définition extremum local, point critique
- Condition nécessaire d'existence d'un extremum
- Condition suffisante d'existence d'un extremum (version avec les valeurs propres de la matrice hessienne : la version avec le déterminant de la matrice hessienne n'est pas au programme)
- Extremum global
- Toute fonction continue sur un fermé borné est bornée et atteint ses bornes