

Colles - Semaine 15

I. Série 1

Exercice 1

Un professeur oublie fréquemment ses clés. Ces oublis vérifient le schéma suivant :

- × si le jour n il oublie ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité $\frac{1}{10}$,
- × si le jour n il n'oublie pas ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité $\frac{4}{10}$.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note E_n l'événement : « le jour n , le professeur oublie ses clés » et $p_n = \mathbb{P}(E_n)$.

1. Établir une relation entre p_{n+1} et p_n .
2. En déduire l'expression explicite de p_n .

On notera $p_1 = a \in \mathbb{R}$, la probabilité que le professeur oublie ses clés le premier jour.

Exercice 2

Un QCM comporte 10 questions. Pour chaque question, 4 réponses sont proposées dont une seule est exacte.

1. Combien y a-t-il de grilles réponses possibles ?
2. Combien y a-t-il de grilles comportant au moins 6 réponses correctes ?

II. Série 2

Exercice 1

On considère une urne U contenant 9 boules blanches et 1 boule noire, et une urne V contenant 3 boules blanches et 7 boules noires. On lance un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 :

- × si on obtient 1, on effectue deux tirages (avec remise) dans l'urne U ,
- × si on n'obtient pas 1, on effectue deux tirages (avec remise) dans l'urne V .

On considère les événements U : « on tire dans l'urne U », V : « on tire dans l'urne V », B_i : « la i ème boule est blanche » et N_i : « la i ème boule est noire » pour $i \in \{1, 2\}$.

1. Les événements B_1 et N_2 sont-ils indépendants ?
2. Sachant que l'on a obtenu une boule blanche puis une boule noire, de quelle urne est-il plus probable qu'on les ait tirées ?

Exercice 2

On souhaite ranger sur une étagère 4 livres de maths distincts, 6 livres de philosophie distincts et 2 livres de géographie distincts. De combien de façon peut-on effectuer ce rangement dans les cas suivants :

1. Les livres doivent être groupés par matière.
2. Seuls les livres de maths doivent être groupés.

III. Série 3

Exercice 1

On a décelé dans une population une probabilité de 0,01 pour qu'un enfant soit atteint par une maladie M. La probabilité qu'un enfant non atteint par M ait une réaction négative à un test T est de 0,9. S'il est atteint par M, la probabilité qu'il ait une réaction positive au test est de 0,95.

1. Quelle est la probabilité qu'un enfant ait une réaction positive au test ?
2. Quelle est la probabilité qu'un enfant et ayant une réaction positive soit atteint par M ?

Exercice 2

1. Combien de nombres de 4 chiffres peut-on écrire avec des chiffres compris entre 1 et 6 ?
2. Et si les chiffres sont distincts ?