

# 简单多边形方向识别的健壮算法

丁 健<sup>1 2 3)</sup> 江 南<sup>1)</sup> 芮 挺<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> 中国科学院南京地理与湖泊研究所 南京 210008)

<sup>2)</sup> 中国科学院研究生院 北京 100039)

<sup>3)</sup> 解放军理工大学工程兵工程学院 南京 210007)

( ydjian@yahoo.com.cn )

**摘 要** 极值顶点前后相邻边矢量叉积法是识别任意简单多边形方向的最优算法. 该算法存在的问题是: 当极值顶点前后相邻边夹角接近  $0^\circ$  或  $180^\circ$  时, 叉积结果接近 0, 因此存在二义性, 会导致错误的方向识别. 针对现有算法对奇异情形方向判别解决不彻底的问题, 定义了多边形极值顶点奇异情形, 对相邻边夹角接近  $0^\circ$  和  $180^\circ$  两种奇异情形给出了判定方法, 提出了极点前后点坐标比较法和极点序号大小比较法, 有效地解决了所有奇异情形下的方向识别问题, 它们都可以发展成为独立的方向判断算法. 实验结果表明, 该算法简单高效, 健壮性强, 时间复杂度为  $O(n)$ .

**关键词** 简单多边形; 多边形方向; 极值顶点

中图法分类号 TP301; TP391

## Robust Algorithm for Identifying the Orientation of Simple Polygons

Ding Jian<sup>1 2 3)</sup> Jiang Nan<sup>1)</sup> Rui Ting<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> Nanjing Institute of Geography and Limnology, The Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008)

<sup>2)</sup> Graduate School of the Chinese Academy of Science, Beijing 100039)

<sup>3)</sup> Engineering Institute of Engineering Corps, PLA University of Science & Technology, Nanjing 210007)

**Abstract** Traditional cross product method faces the difficulty in identifying the orientation of simple polygons in the case that the included angle between two neighboring edges is near  $0$  or  $180$  degree, with their cross product close to  $0$ , so that a wrong result may be generated. In this paper, a new method in distinguishing  $0$  degree case from  $180$  degree case is given, and a novel orientation identification algorithm is presented. In the case of  $0$  degree, the extreme vertex serial number comparison method is used to get the orientation. And in the case of  $180$  degree, the coordinate value comparison method is used to get the orientation. Experimental results show that the new algorithm is robust, and an improvement on the identification performance is achieved in comparison with the cross product method.

**Key words** simple polygon; polygon's orientation; extreme vertex

## 1 引 言

判断给定简单多边形的方向性、顶点的凸凹性是计算机图形学、地理信息系统技术中的基本问题, 相应算法一直处于不断改进中<sup>[1-5]</sup>. 目前, 使用较多的是极值顶点(简称极点)前后相邻边矢量叉积

法<sup>[3-4]</sup>, 基于多边形的 4 个极点——最左点、最右点、最下点、最上点必定为凸点的性质, 通过搜索极点、计算极点前后相邻边矢量叉积, 并根据叉积结果的正负可迅速得到多边形的方向. 相对于有向面积法<sup>[1]</sup>和分治法<sup>[2]</sup>, 极点相邻边叉积法无疑是重大改进, 其时间复杂度降低到  $O(n)$ , 整个算法共需要  $n+2$  次判断、10 次加减法及 4 次乘法运算<sup>[4]</sup>, 可以

说叉积法速度已经是任意简单多边形方向判断的极限. 但当多边形极点(尤其是4个极点)的相邻边矢量叉积都趋向于0,即极点前后相邻边夹角趋向于0°或180°时,由于存在二义性,叉积法无法作出判断. 对于叉积法可能遇到的这种奇异情况,文献[6]先构造一个新的凸多边形(它是由原简单多边形的极点围成的三角形或凸四边形),使其顶点走向与原多边形顶点的走向完全一致,将求解简单多边形方向的问题转化为求新构造凸多边形方向的问题. 文献[6]的方法在某些情况下能有效地解决奇异情形,而对于极点二次奇异情形,即新凸多边形的顶点仍然全部为奇异顶点时,显然存在欠缺. 当极点两两重合时,新多边形将退化为只有两个顶点的对角线段,因而不能通过新凸多边形判断. 另外,文献[6]构造新凸多边形,并对新凸多边形判断方向,需要较多的时间开销.

因此,研究简单多边形奇异情形下的方向算法有较强的理论和实际应用意义. 本文算法能有效地对奇异情形作出正确的方向判断.

2 基本概念

定义1. 多边形(简单多边形). 多边形是一个首尾相连的多边线,它可以用点序列  $V_1 V_2 \dots V_n$  表示,  $V_1 V_2, \dots, V_{n-1} V_n, V_n V_1$  称为多边形的边,  $V_1, V_2, \dots, V_n$  称为多边形的顶点. 对给定多边形的  $n$  个顶点,若对任意  $i, j(i \neq j), i, j = 1, 2, 3, \dots,$

$n$ , 线段  $V_i V_{i+1}$  与  $V_j V_{j+1}$  或是相邻且相交于一端点或不相交,则称该多边形为简单多边形. 文中所提到的多边形,均指简单多边形.

定义2. 顶点的凹凸性. 设  $V_1, V_2, \dots, V_n, V_{n+1} = V_1$  是一个简单多边形. 若线段  $V_{i-1} V_i$  与线段  $V_i V_{i+1}$  所形成的内角(即由该多边形所围有界区域内所形成的角)不超过180°,则称顶点  $V_i$  是凸的;否则,称  $V_i$  是凹的. 显然,对任意一个简单多边形,其每个顶点或是凸的、或是凹的.

定义3. 多边形正负向. 设  $V_1, V_2, \dots, V_n, V_{n+1} = V_1$  是一个简单多边形. 若沿  $V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow \dots \rightarrow V_n \rightarrow V_{n+1}$  方向走,该简单多边形所围的有界区域总在左边,则称该多边形的走向是逆时针的;反之,称其走向是顺时针的. 参考计算机图形学的规定,本文约定,多边形走向为逆时针时方向为正,走向为顺时针时方向为负.

定义4. 极值顶点与奇异顶点. 设  $V_1, V_2, \dots, V_n, V_{n+1} = V_1$  是一个简单多边形,其顶点中,将  $X$  坐标值最小/最大的顶点,分别称为最左/最右顶点;将  $Y$  坐标值最大/最小的顶点,分别称为最上/最下顶点. 这4种顶点统称为极点. 极点可能单独存在,也可能重合. 极点必为凸点<sup>[4,6]</sup>. 在如图1a所示的多边形中,极点  $V_o, V_p, V_q, V_r$  都是凸点,  $\theta_o$  接近180°,  $\theta_p$  接近0°. 规定若某顶点内角  $\theta$  满足  $|\theta - \phi_i| < \varepsilon_\theta$  ( $\phi_i = 0^\circ, 180^\circ$ ;  $\varepsilon_\theta$  为  $\theta$  的精度,趋向于0),则称该顶点为奇异顶点(即图1b~d中顶点  $V_o, V_p, V_q, V_r$ ).

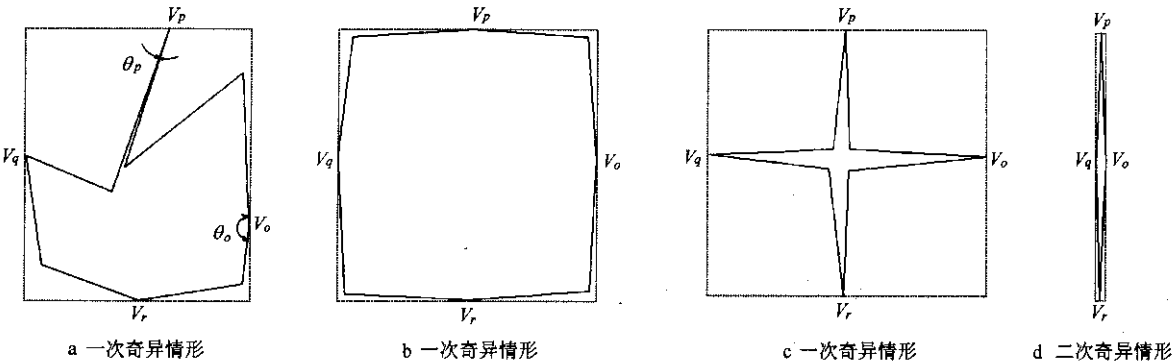


图1 极值顶点与奇异顶点

定义5. 尖锐奇异、平坦奇异. 若某顶点内角  $\theta$  满足  $|\theta - \phi_i| < \varepsilon_\theta$  ( $\phi_i = 0^\circ, 360^\circ$ ;  $\varepsilon_\theta$  为  $\theta$  的精度),则称该顶点为尖锐奇异顶点. 若某顶点内角  $\theta$  满足  $|\theta - \phi_i| < \varepsilon_\theta$  ( $\phi_i = 180^\circ$ ,  $\varepsilon_\theta$  为  $\theta$  的精度),则称该顶点为平坦奇异顶点. 图1a中多边形顶点  $V_o$  为平坦奇异,  $V_p$  为尖锐奇异;图1b中  $V_o, V_p, V_q, V_r$  均为

平坦奇异;图1c中  $V_o, V_p, V_q, V_r$  均为尖锐奇异;图1d中  $V_o, V_q$  为平坦奇异,  $V_p, V_r$  为尖锐奇异.

根据定义可以得出尖锐奇异、平坦奇异的判定条件:

设  $V_i$  为奇异极点,其前后相邻点分别记为  $V_{i+1}$  和  $V_{i-1}$ ,  $\triangle V_{i-1} V_i V_{i+1}$  的三条边长度分别记为

$|V_{i-1}V_i|, |V_iV_{i+1}|, |V_{i+1}V_{i-1}|$ . 如果  $|V_{i-1}V_i| + |V_iV_{i+1}| - |V_{i+1}V_{i-1}| \approx 2|V_{i-1}V_i|$  或  $2|V_iV_{i+1}|$ , 则  $V_i$  为尖锐奇异极点; 如果  $|V_{i-1}V_i| + |V_iV_{i+1}| - |V_{i+1}V_{i-1}| \approx 0$ , 则  $V_i$  为平坦奇异极点. 图 2a 中  $V_i$  为尖锐奇异极点, 图 2b 中  $V_i$  为平坦奇异极点.

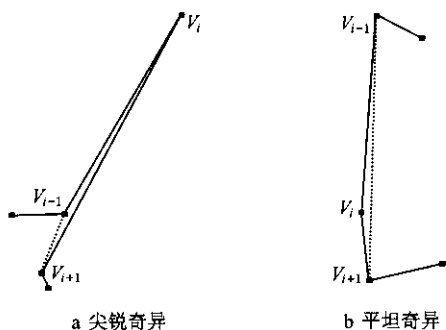


图 2 尖锐奇异和平坦奇异判定

定义 6. 极点的一次奇异和二次奇异. 设  $V_1, V_2, \dots, V_n, V_{n+1} = V_1$  是一个简单多边形. 考察连接其极点形成的新凸多边形, 如果顶点中至少有一个不是奇异顶点, 则称之为一次奇异, 如图 1a~1c 中多边形; 如果顶点都是奇异顶点, 则称之为二次奇异, 如图 1d 所示. 图 1d 中多边形以  $V_r$  为轴心, 向左或向右旋转一定角度而成的多边形也是二次奇异.

对一个多边形来说, 奇异极点可能存在也可能不存在, 极点可以都是尖锐奇异, 也可以都是平坦奇异, 或是两种的组合. 图 1 所示为多边形极点类型的归纳, 只抽象示意极点分布情况, 易知图 1a~1c 都是一次奇异, 图 1d 为二次奇异. 二次奇异只会发生在类似图 1d 的多边形 (或将图 1d 旋转) 中发生, 二次奇异多边形有两个极点必为尖锐奇异.

显然, 对于判断图 1a 中多边形的方向, 直接采用最上极点相邻边矢量叉积法有可能会产生错误结果. 对图 a 中多边形, 可在先检测最上极点, 发现最上极点是奇异顶点后, 再检测其他 3 个极点, 根据最左顶点  $V_q$  或最下顶点  $V_r$  继续使用叉积法就可以

正确地判断多边形的方向. 对图 1b, 1c 中多边形, 在检测到 4 个极点都是奇异顶点后, 可以采取连接极点构建新凸多边形, 通过判断新多边形  $V_oV_pV_qV_r$  的方向确定原始多边形方向<sup>[6]</sup>, 构建新凸多边形需要较多时间开销. 若对图 1d 中多边形构建新凸多边形仍无法通过极点相邻边叉积判断出多边形方向, 则需要寻求新的判断方法. 本文算法——极点前后点坐标比较法和极点序号大小比较法, 可以对图 1b~1d 类多边形快速作出方向判断.

### 3 算法的基本思想

极点前后点坐标比较法和极点序号大小比较法都可以发展成为独立的方向判断算法.

#### 3.1 极点前后点坐标比较法

极点前后点坐标比较法的基本思想是: 以考察最上极点为例, 找出多边形顶点中 Y 坐标最大的点, 记为  $V_i$ , 前后相邻两点分别记为  $V_{i+1}$  和  $V_{i-1}$ . 考察三点的位置关系, 不外乎图 3 所示 6 种可能, 这 6 种可能可以进一步归为 3 类: 第 1 类如图 3a, 3b 所示,  $V_{i-1}$  和  $V_{i+1}$  分布在  $V_i$  的两侧, 成左右关系; 第 2 类如图 3c, 3d 所示,  $V_{i-1}$  和  $V_{i+1}$  均分布在  $V_i$  的左侧, 成左侧关系; 第 3 类如图 3e, 3f 所示,  $V_{i-1}$  和  $V_{i+1}$  均分布在  $V_i$  的右侧, 成右侧关系.

下面分别讨论 3 类位置关系:

(1) 左右关系 (图 3a, 3b) 通过不等式  $(V_{i-1}.X - V_i.X) \times (V_{i+1}.X - V_i.X) \leq 0$  判断三点成左右关系, 即点  $V_{i-1}$  和  $V_{i+1}$  的 X 坐标有且只有一个大于等于  $V_i$  的 X 坐标时, 点  $V_{i-1}$  和  $V_{i+1}$  分布在  $V_i$  的两侧. 此时, 如果  $V_{i-1}.X < V_i.X < V_{i+1}.X$  成立, 表明多边形为逆时针方向; 否则, 多边形为顺时针方向.

(2) 左侧关系 (图 3c, 3d), 通过三个不等式  $(V_{i-1}.X - V_i.X) \times (V_{i+1}.X - V_i.X) > 0, V_{i-1}.X < V_i.X, V_{i+1}.X < V_i.X$  判断三点成左侧关系, 当三

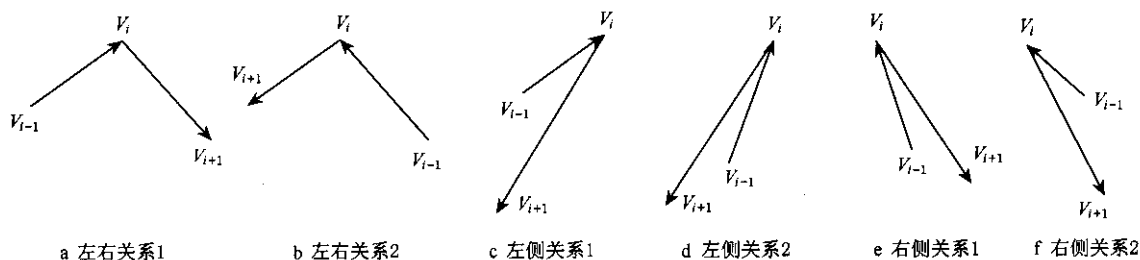


图 3 三点位置关系的 6 种可能

个不等式都成立时,  $V_{i-1}$  和  $V_{i+1}$  都分布在  $V_i$  的左侧. 取  $\max(V_{i-1}.X, V_{i+1}.X)$ , 以  $X = \max(V_{i-1}.X, V_{i+1}.X)$  作垂直线, 分别求得垂直线与边  $V_{i-1}V_i$  和  $V_iV_{i+1}$  的交点  $Y$  坐标, 记为  $E_{i-1}-Y$  和  $E_{i+1}-Y$ , 如图 4 左图所示, 则当  $E_{i-1}-Y < E_{i+1}-Y$  时多边形为逆时针方向, 反之, 则为顺时针方向.

(3) 右侧关系(图 3 e, 3 f), 通过三个不等式  $(V_{i-1}.X - V_i.X) \times (V_{i+1}.X - V_i.X) > 0$ ,  $V_{i-1}.X > V_i.X$ ,  $V_{i+1}.X > V_i.X$  判断三点成右侧关系, 当三个不等式都成立时,  $V_{i-1}$  和  $V_{i+1}$  都分布在  $V_i$  的右侧. 取  $\min(V_{i-1}.X, V_{i+1}.X)$ , 以  $X = \min(V_{i-1}.X, V_{i+1}.X)$  作垂直线, 分别求得垂直线与边  $V_{i-1}V_i$  和  $V_iV_{i+1}$  的交点  $Y$  坐标, 记为  $E_{i-1}-Y$  和  $E_{i+1}-Y$ , 如图 4 右图所示, 则当  $E_{i-1}-Y > E_{i+1}-Y$  时多边形为逆时针方向, 反之, 则为顺时针方向.

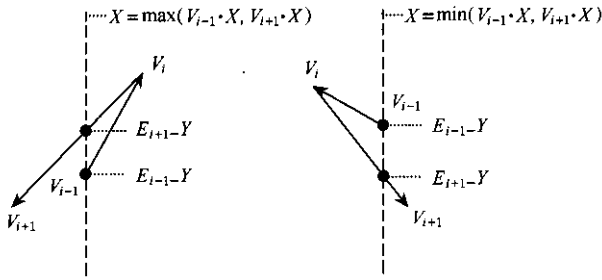


图 4 坐标比较

算法中极点还可以推广到最下、最左、最右类型, 限于篇幅, 本文不详述.

极点前后点坐标比较算法几何意义明显, 尤其适合处理图 1a~1d 中的平坦奇异极值顶点, 通过简单比较即可得出多边形方向.

### 3.2 极点序号大小比较法

极点序号大小比较法根据极点序号之间的大小关系, 通过罗列不等式直接得出方向, 它可以发展成为独立的多边形方向判断算法. 其基本思想是: 找出多边形顶点中最上、最左、最下、最右点, 记录序号分别为  $Y_{\max\_index}$ ,  $X_{\min\_index}$ ,  $Y_{\min\_index}$ ,  $X_{\max\_index}$ ; 罗列多边形方向在逆时针和顺时针时起始点的各种位置(即序号为 1 顶点的位置)与这 4 个序号之间的大小关系可以发现, 在方向和起始点位置确定时, 4 个序号之间的大小关系是惟一的; 反之根据 4 个序号之间的大小关系也可以惟一确定多边形方向. 多边形 4 个极点序号可能出现重合的情况, 下面分别进行讨论:

(1) 如图 5 所示, 4 个序号各不重合, 考察不等式组

$$\begin{cases} X_{\max\_index} > Y_{\min\_index} > X_{\min\_index} > Y_{\max\_index}, \\ \text{起始点在 } X_{\max\_index} \text{ 与 } Y_{\max\_index} \text{ 之间} \\ Y_{\max\_index} > X_{\max\_index} > Y_{\min\_index} > X_{\min\_index}, \\ \text{起始点在 } Y_{\max\_index} \text{ 与 } X_{\min\_index} \text{ 之间} \\ X_{\min\_index} > Y_{\max\_index} > X_{\max\_index} > Y_{\min\_index}, \\ \text{起始点在 } X_{\min\_index} \text{ 与 } Y_{\min\_index} \text{ 之间} \\ Y_{\min\_index} > X_{\min\_index} > Y_{\max\_index} > X_{\max\_index}, \\ \text{起始点在 } Y_{\min\_index} \text{ 与 } X_{\max\_index} \text{ 之间} \end{cases} \quad (1)$$

当式(1)中有一个成立时, 多边形为逆时针; 都不成立时, 多边形为顺时针.

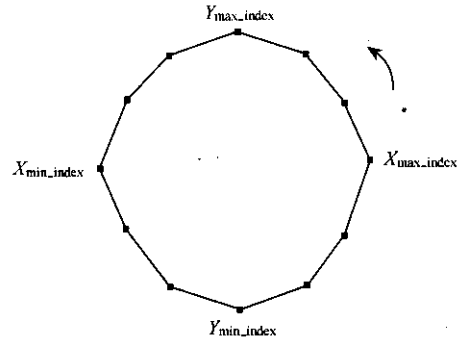


图 5 4 个序号各不重合

(2) 4 个序号两个重合, 有最上与最左极点重合、最左与最下极点重合、最下与最右极点重合、最右与最上极点重合 4 种情况, 分别对应不等式组 (2)(3)(4)(5)

$$\begin{cases} Y_{\max\_index} = X_{\min\_index} \text{ and } X_{\max\_index} > Y_{\min\_index} \text{ and } Y_{\min\_index} > X_{\min\_index} \\ Y_{\max\_index} = X_{\min\_index} \text{ and } X_{\min\_index} > X_{\max\_index} \text{ and } X_{\max\_index} > Y_{\min\_index} \\ Y_{\max\_index} = X_{\min\_index} \text{ and } Y_{\min\_index} > X_{\min\_index} \text{ and } X_{\min\_index} > X_{\max\_index} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} X_{\min\_index} = Y_{\min\_index} \text{ and } X_{\max\_index} > X_{\min\_index} \text{ and } X_{\min\_index} > Y_{\max\_index} \\ X_{\min\_index} = Y_{\min\_index} \text{ and } Y_{\max\_index} > X_{\max\_index} \text{ and } X_{\max\_index} > X_{\min\_index} \\ X_{\min\_index} = Y_{\min\_index} \text{ and } X_{\min\_index} > Y_{\max\_index} \text{ and } Y_{\max\_index} > X_{\max\_index} \end{cases} \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{\max\_index} = Y_{\min\_index} \text{ and } X_{\max\_index} > \\ X_{\min\_index} \text{ and } X_{\min\_index} > Y_{\max\_index} \\ X_{\max\_index} = Y_{\min\_index} \text{ and } Y_{\max\_index} > \\ X_{\max\_index} \text{ and } X_{\max\_index} > X_{\min\_index} \\ X_{\max\_index} = Y_{\min\_index} \text{ and } X_{\min\_index} > \\ Y_{\max\_index} \text{ and } Y_{\max\_index} > X_{\max\_index} \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_{\max\_index} = X_{\max\_index} \text{ and } Y_{\min\_index} > \\ X_{\min\_index} \text{ and } X_{\min\_index} > X_{\max\_index} \\ Y_{\max\_index} = X_{\max\_index} \text{ and } X_{\max\_index} > \\ Y_{\min\_index} \text{ and } Y_{\min\_index} > X_{\min\_index} \\ Y_{\max\_index} = X_{\max\_index} \text{ and } X_{\min\_index} > \\ X_{\max\_index} \text{ and } X_{\max\_index} > Y_{\min\_index} \end{array} \right. \quad (5)$$

当式(2)~(5)中有一个成立时,多边形为逆时针,都不成立时多边形为顺时针。

(3) 4个序号两两重合,即最上与最左且最右与最下极点两两重合、最下与最左且最右与最上极点两两重合两种。此时,极点连接成的多边形退化为对角线,单一地靠  $Y_{\max\_index}$ ,  $X_{\min\_index}$ ,  $Y_{\min\_index}$ ,  $X_{\max\_index}$  之间的关系已不足以判断方向。本文在极点间找距离极点连线(对角线)距离最大的两点,记录为上距离特征点和下距离特征点,按特征点与  $Y_{\max\_index}$ ,  $X_{\min\_index}$ ,  $Y_{\min\_index}$ ,  $X_{\max\_index}$  之间的关系进行判断:

a. 最下与最左且最右与最上极点重合时,将沿最下(最左)向最右(最上)极点之间搜索到的距对角线距离最大的顶点称为上距离特征点,序号记录为  $Index-y_{\min}2y_{\max}$ ,将沿最右(最上)向最下(最左)极点之间搜索到的距对角线距离最大的顶点称为下距离特征点,序号记录为  $Index-y_{\max}2y_{\min}$ ,考察不等式组

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{\min\_index} = Y_{\min\_index} \text{ and } Y_{\max\_index} = \\ X_{\max\_index} \text{ and } Index-y_{\min}2y_{\max} > \\ Index-y_{\max}2y_{\min} > Y_{\max\_index} \\ X_{\min\_index} = Y_{\min\_index} \text{ and } Y_{\max\_index} = \\ X_{\max\_index} \text{ and } Y_{\max\_index} > Y_{\min\_index} > \\ Index-y_{\max}2y_{\min} \\ X_{\min\_index} = Y_{\min\_index} \text{ and } Y_{\max\_index} = \\ X_{\max\_index} \text{ and } Index-y_{\max}2y_{\min} > \\ Index-y_{\min}2y_{\max} > Y_{\min\_index} \\ X_{\min\_index} = Y_{\min\_index} \text{ and } Y_{\max\_index} = \\ X_{\max\_index} \text{ and } Y_{\min\_index} > Y_{\max\_index} > \\ Index-y_{\min}2y_{\max} \end{array} \right. \quad (6)$$

当其中有一个成立时,多边形为逆时针,都不成立时多边形为顺时针。

b. 最上与最左且最右与最下极点重合时,将沿最下(最右)向最左(最上)极点之间搜索到的距对角线距离最大的顶点序号记录为  $Index-y_{\min}2y_{\max}$ ,将沿最左(最上)向最下(最右)极点之间搜索到的距对角线距离最大的顶点序号记录为  $Index-y_{\max}2y_{\min}$ ,考察不等式组

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{\min\_index} = Y_{\max\_index} \text{ and } Y_{\min\_index} = \\ X_{\max\_index} \text{ and } Index-y_{\min}2y_{\max} > \\ Index-y_{\max}2y_{\min} > Y_{\max\_index} \\ X_{\min\_index} = Y_{\max\_index} \text{ and } Y_{\min\_index} = \\ X_{\max\_index} \text{ and } Y_{\max\_index} > Y_{\min\_index} > \\ Index-y_{\max}2y_{\min} \\ X_{\min\_index} = Y_{\max\_index} \text{ and } Y_{\min\_index} = \\ X_{\max\_index} \text{ and } Index-y_{\max}2y_{\min} > \\ Index-y_{\min}2y_{\max} > Y_{\min\_index} \\ X_{\min\_index} = Y_{\max\_index} \text{ and } Y_{\min\_index} = \\ X_{\max\_index} \text{ and } Y_{\min\_index} > Y_{\max\_index} > \\ Index-y_{\min}2y_{\max} \end{array} \right. \quad (7)$$

当其中有一个成立时,多边形为逆时针,都不成立时多边形为顺时针。

上述多边形方向与极点序号大小关系的证明可以用列举法,限于篇幅,本文不再详述。

极点序号大小比较法通过比较直接得出多边形方向,适合处理图1a~c类一次奇异多边形,也适合处理图1d类二次奇异情形。

#### 4 算法实现与执行效率分析

将叉积法和极点前后点坐标比较法、极点序号大小比较法有机结合,形成多边形方向判断新算法。新算法可以对任意多边形作出正确的方向判断,健壮性强。

本文算法的具体实现过程如下:

Step1. 对一给定多边形,找出多边形顶点中最上、最左、最下、最右点,记录序号分别为  $Y_{\max\_index}$ ,  $X_{\min\_index}$ ,  $Y_{\min\_index}$ ,  $X_{\max\_index}$ 。

Step2. 计算  $Y_{\max\_index}$  极点前后相邻边矢量叉积,如无奇异结果出现,给出方向,程序结束;如为奇异,接着计算  $X_{\min\_index}$ ,  $Y_{\min\_index}$ ,  $X_{\max\_index}$  极点前后相邻边矢量叉积,如无奇异结果出现,给出方向,程序结束;如4个极点均为奇异,

转 Step3;

Step3. 依次判定  $Y_{\max\_index}$  , $X_{\min\_index}$  , $Y_{\min\_index}$  , $X_{\max\_index}$  4 点是否是平坦极点,只要其中有一个为平坦极点,用极点前后点坐标比较法的左右关系判定法得出方向,程序结束;如都不是平坦极点,则只能都是尖锐极点,转 Step4;

Step4. 用极点序号大小比较法按极点的重合类型,用不等式(1)~(7)进行判定,给出方向,算法结束.

采用本文算法确定多边形的方向,算法中优先计算极点叉积,用叉积结果先期判断,对奇异情形优先采用坐标比较法,其次再采用序号大小比较法.这种组合是合理的,彻底解决了多边形方向识别问题.算法的 Step1 和 Step4 最坏情况下执行顶点数—— $n$  次,Step2 和 Step3 最坏情况下执行常数 $c$ 次,所以算法的时间复杂度为  $O(n)$ .

关于算法的执行效率比较,为了突出极点序号大小比较法和极点前后点坐标比较法的优劣,本文将它们与传统叉积法独立比较.选择的实验多边形样本如图 6 所示,其中图 6a 为左右关系类型,图 6b 为右侧关系类型,重复判断 50 000 000 次.实验结果如表 1 所示,由表 1 可见,极点序号大小比较法比传统叉积法提高效率约 64%;在左右关系类型时,极点前后点坐标比较法比传统叉积法提高效率约 15%,而在左(或右)侧关系类型时,该方法比传统叉积法降低效率约 70%.

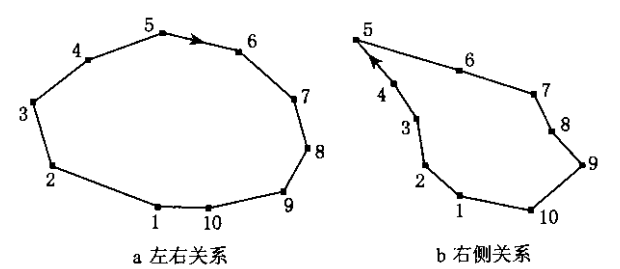


图 6 实验多边形样本

表 1 算法效率比较

	传统叉积法(s)	极点序号大小比较法(s)	极点前后点坐标比较法(s)
左右关系	4.285 714	1.538 462	3.626 374
右侧关系	4.285 714	1.538 462	7.230 769

5 结 论

本文算法有效地解决了奇异情形下的多边形方向判断问题,适用于简单多边形的所有情况,有良好的稳定性和通用性,健壮性强.实验结果表明,该算法简单、有效,有较高的检测速度.算法已应用于我们自行开发的虚拟现实系统中,效果良好.

参 考 文 献

[1] Feito F R, Torres J C, Urena A. Orientation, simplicity, and inclusion test for planar polygons[J]. Computers & Graphics, 1995, 19(4): 595~600

[2] Zhou Peide. An algorithm for determining convexo-concave vertices of an arbitrary polygon[J]. Journal of Software, 1995, 6(5): 275~279(in Chinese)  
(周培德. 确定任意多边形凸凹顶点的算法[J]. 软件学报, 1995, 6(5): 275~279)

[3] Wang Zhiqiang, Xiao Lijin, Hong Jiazhen, et al. Simplicity, orientation, and inclusion test algorithms for polygons[J]. Chinese Journal of Computers, 1998, 21(2): 183~187(in Chinese)  
(王志强, 肖立瑾, 洪嘉振, 等. 多边形的简单性、方向及内外点的判别算法[J]. 计算机学报, 1998, 21(2): 183~187)

[4] Liu Runtao. A simple and fast algorithm for detecting the convexity and concavity of vertices for an arbitrary polygon[J]. Journal of Software, 2002, 13(7): 1309~1312(in Chinese)  
(刘润涛. 任意多边形顶点凸、凹性判别的简捷算法[J]. 软件学报, 2002, 13(7): 1309~1312)

[5] Jin Wenhua, Tang Rongxi, He Tao, et al. An entitative relation between simple polygon direction and it's vertices convexity-concavity[J]. Computer Engineering and Design, 1999, 20(5): 7~10(in Chinese)  
(金文华, 唐荣锡, 何 涛, 等. 简单多边形方向与顶点凸凹性的本质联系[J]. 计算机工程与设计, 1999, 20(5): 7~10)

[6] Chen Bingfa, Qian Zhifeng, Liao Wenhe. An algorithm for identifying convexity-concavity of a simple polygon[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2002, 14(3): 214~217(in Chinese)  
(陈炳发, 钱志峰, 廖文和. 简单多边形凸凹性自识别算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2002, 14(3): 214~217)



丁 健 男,1973 年生,博士研究生,讲师,主要研究方向为地理信息系统.




江 南 男,1957 年生,硕士,研究员,博士生导师,主要研究方向为遥感、地理信息系统.



芮 挺 男,1972 年生,博士后研究人员,讲师,主要研究方向为图像处理.

# 简单多边形方向识别的健壮算法

作者: [丁健](#), [江南](#), [芮挺](#), [Ding Jian](#), [Jiang Nan](#), [Rui Ting](#)  
作者单位: [丁健, Ding Jian \(中国科学院南京地理与湖泊研究所, 南京, 210008; 中国科学院研究生院, 北京, 100039; 解放军理工大学工程兵工程学院, 南京, 210007\)](#), [江南, Jiang Nan \(中国科学院南京地理与湖泊研究所, 南京, 210008\)](#), [芮挺, Rui Ting \(解放军理工大学工程兵工程学院, 南京, 210007\)](#)  
刊名: [计算机辅助设计与图形学学报](#)   
英文刊名: [JOURNAL OF COMPUTER-AIDED DESIGN & COMPUTER GRAPHICS](#)  
年, 卷(期): 2005, 17(3)  
被引用次数: 2次

## 参考文献(6条)

1. [Feito F R;Torres J C;Urena A Orientation, simplicity, and inclusion test for planar polygons](#) 1995(04)
2. [周培德 确定任意多边形凸凹顶点的算法](#) 1995(05)
3. [王志强;肖立瑾;洪嘉振 多边形的简单性、方向及内外点的判别算法](#)[期刊论文]-[计算机学报](#) 1998(02)
4. [刘润涛 任意多边形顶点凸、凹性判别的简捷算法](#)[期刊论文]-[软件学报](#) 2002(07)
5. [金文华;唐荣锡;何涛 简单多边形方向与顶点凸凹性的本质联系](#)[期刊论文]-[计算机工程与设计](#) 1999(05)
6. [陈炳发;钱志峰;廖文和 简单多边形凸凹性自识别算法](#)[期刊论文]-[计算机辅助设计与图形学学报](#) 2002(03)

## 本文读者也读过(10条)

1. [丁健](#), [江南](#), [芮挺](#), [DING Jian](#), [JIANG Nan](#), [RUI Ting](#) 一种多边形方向识别的新算法[期刊论文]-[计算机工程](#) 2006, 32(9)
2. [刘晓平](#), [吴磊](#), [LIU Xiao-ping](#), [WU Lei](#) 简单多边形方向及顶点凹凸性的快速判定[期刊论文]-[工程图学学报](#) 2005, 26(4)
3. [高静](#), [江南](#), [周国全](#), [GAO Jing](#), [JIANG Nan](#), [ZHOU Guoquan](#) 电力GIS的缓冲数据同步及相关问题研究[期刊论文]-[水电能源科学](#) 2009, 27(4)
4. [丁健](#), [江南](#), [芮挺](#), [Ding Jian](#), [Jiang Nan](#), [Rui Ting](#) 基于边方向角长度表示的多边形方向、凹凸性及点包含算法[期刊论文]-[计算机辅助设计与图形学学报](#) 2005, 17(6)
5. [温星](#), [陆国栋](#), [李基拓](#) 基于拓扑映射的点集在凸多边形内外判断算法[期刊论文]-[中国图象图形学报A辑](#) 2003, 8(4)
6. [周欣](#) 图像精细分割算法的改进和优化研究[学位论文] 2006
7. [刘恒](#), [江南](#), [魏楠](#) 基于BSP树的启发式阴影生成算法[期刊论文]-[计算机仿真](#) 2006, 23(6)
8. [丁健](#), [江南](#), [芮挺](#), [DING Jian](#), [JIANG Nan](#), [RUI Ting](#) GIS中统一于Qi算子的多边形基本问题新算法[期刊论文]-[武汉大学学报\(信息科学版\)](#) 2006, 31(3)
9. [邵嗣杨](#), [江南](#) 基于GIS的地域开发分区决策支持系统研究[期刊论文]-[安徽农业科学](#) 2008, 36(32)
10. [高静](#), [江南](#), [周国全](#), [GAO Jing](#), [JIANG Nan](#), [ZHOU Guo-quan](#) 基于XML构建公路交通WebGIS共享平台[期刊论文]-[现代计算机\(专业版\)](#) 2008(11)

## 引证文献(2条)

1. [徐嘉](#) 二面体群作用下简单多边形的分类[期刊论文]-[计算机辅助设计与图形学学报](#) 2012(7)
2. [丁健](#) 基于GIS的野战给水保障辅助决策关键算法研究[学位论文] 博士 2005