6.4图的应用(下)

- **有向无环图描述表达式**
  - 有向无环图：若一个有向图中不存在环，则称为有向无环图，简称DAG图
  - 有向无环图是描述含有公共子式的表达式的有效工具
- **拓扑排序**
  - AOV网概述
    - 若用DAG图表示一个工程,其顶点表示活动,用有向边<Vi,Vj>表示活动Vi必须先于活动进行的这样一种关系,则将这种有向图称为顶点表示活动的网络,记为AOV网
    - 活动Vi是活动Vj的直接前驱,活动Vj是活动Vi的直接后继
    - 这种前驱和后继关系具有传递性,且任何活动不能以它自己作为自己的前驱或后继
  - 拓扑排序定义
    - 每个顶点出现且只出现一次
    - 若顶点A在序列中排在顶点B的前面,则在图中不存在从顶点B到顶点A的路径
  - 拓扑排序实现方法
    - ①从 AOV 网中选择一个没有前驱的顶点并输出
    - ②从网中删除该顶点和所有以它为起点的有向边
    - ③重复①和②直到当前的AOV网为空或当前网中不存在无前驱的顶点为止.后一种情况说明有向图中必然存在环
  - 注意
    - 入度为零的顶点,即没有前驱活动的或前驱活动都已经完成的顶点,工程可以从这个顶点所代表的活动开始或继续
    - 若一个顶点有多个直接后继,则拓扑排序的结果通常不唯一
    - 若各个顶点已经排在一个线性有序的序列中,每个顶点有唯一的前驱后继关系,则拓扑排序的结果是唯一的
    - 生成AOV网的新的邻接存储矩阵,可以是三角矩阵
    - 对于一般的图来说,若其邻接矩阵是三角矩阵,则存在拓扑序列;反之则不一定成立
    - 拓扑排序、逆拓扑排序序列可能不唯一
    - 若图中有环，则不存在拓扑排序序列/逆拓扑排序序列
- **逆拓扑排序**
  - 具体实现
    - DFS算法
  - 思想
    - ①从AOV网中选择一个没有后继（出度为0）的顶点并输出
    - ② 从网中删除该顶点和所有以它为终点的有向边
    - ③重复①和②直到当前的AOV网为空
- **关键路径**
  - AOE网概述
    - 在带权有向图中，以顶点表示事件，以有向边表示活动，以边上的权值表示完成该活动的开 销（如完成活动所需的时间），称之为用边表示活动的网络
  - AOE与AOV
    - 相同点
      - AOE网和AOV网都是有向无环图
    - 不同点
      - AOE网中的边有权值；而 AOV网中的边无权值
  - AOE网性质
    - 只有在某顶点所代表的事件发生后，从该顶点出发的各有向边所代表的活动才能开始
    - 只有在进入某顶点的各有向边所代表的活动都已结束时，该顶点所代表的事件才能发生
  - 关键路径与关键活动
    - 关键路径：从源点到汇点的所有路径中,具有最大路径长度的路径
    - 关键活动：关键路径上的活动
  - 变量含义
    - 事件vk的最早发生事件ve(k)
      - ve(源点)=0
      - ve(k)=Max{ve(j)+Weight(vj,vk)) },vk为vj的任意后继,Weight (vj,vk)表示<vj,vk>上的权值
    - 事件vk的最迟发生事件vl(k)
      - vl(汇点)= ve（汇点)
      - vl(k)=Min{vl(j)-Weight(vk,vj)},vk为vj的任意前驱
    - 活动ai的最早开始时间 e(i)
      - 该活动弧的起点所表示的事件的最早发生时间。若边<vk,vj>表示活动ai,则有e（i）=ve(k)
    - 活动ai的最迟开始时间l(i)
      - 该活动弧的终点所表示事件的最迟发生时间与该活动所需时间之差。若边<vk,vj>表示活动ai,则有l(i)=vl(j)-Weight(vk, vj)
    - 一个活动ai的最迟开始时间l(i)和其最早开始时间e(i)的差额d(i)=l（i)-e(i)
  - 关键路径的算法步骤
    - 从源点出发,令ve(源点)=0,按拓扑有序求其余顶点的最早发生时间 ve()
    - 从汇点出发,令vl(汇点）=ve（汇点）,按逆拓扑有序求其余顶点的最迟发生时间vl()
    - 根据各顶点的ve()值求所有弧的最早开始时间e( )
    - 根据各顶点的 vl()值求所有弧的最迟开始时间l()
    - 求AOE 网中所有活动的差额d(),找出所有d()=0的活动构成关键路径
  - 注意
    - 关键路径上的所有活动都是关键活动,是决定整个工程的关键因素,因此可通过加快关键活动来缩短整个工程的工期
    - 不能任意缩短关键活动,因为一旦缩短到一定的程度,该关键活动就可能会变成非关键活动
    - 网中的关键路径并不唯一,只有加快那些包括在所有关键路径上的关键活动才能达到缩短工期的目的
    - 若关键活动耗时增加，则整个工程的工期将增长
    - 缩短关键活动的时间，可以缩短整个工程的工期
    - 当缩短到一定程度时，关键活动可能会变成非关键活动