6.1图的基本概念

- **图的定义**
  - 图G由顶点集V和边集E组成,记为G=(V,E）,其中 V(G)表示图G中顶点的有限非空集;E（G）表示图G中顶点之间的关系（边）集合
  - $V=\{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ 则用|V|表示图G中顶点的个数也称图G的阶 $E=\{(u, v) \mid u\in V, v\in V\}$ 用|E|表示图G中边的条数
  - 注意:线性表可以是空表,树可以是空树,但图不可以是空图
  - 图的一些基本概念及术语
    - 有向图
      - 若E是有向边（也称弧)的有限集合时,则图G为有向图。
      - 弧是顶点的有序对,记为<v,w>, 其中v,w是顶点,v称为弧尾,w称为弧头,<v,w>称为从顶点v到顶点w的弧,也称v邻接到w, 或 w邻接自v
    - 无向图
      - 若E是无向边（简称边）的有限集合时,则图G为无向图
      - 边是顶点的无序对,记为(v,,w)或(w,v）,因为(v,w）=(w,v）,其中v,w是顶点
      - 可以说顶点w和顶点v互为邻接点。边(v,w）依附于顶点w和v,或者说边(v,w)和顶点y,w相关联
    - 简单图
      - 不存在重复边
      - 不存在顶点到自身的边，则称图G为简单图
    - 多重图
      - 若图G中某两个结点之间的边数多于一条，又允许顶点通过同一条边和自己关联，则G为多重图
    - 完全图(也称简单完全图)
      - 对于无向图,|E|的取值范围是0到n(n-1)/2,有n（n-1)2条边的无向图称为完全图,在完全图中任意两个顶点之间都存在边
      - 对于有向图,|E|的取值范围是0到n(n-1）,有n(n-1)条弧的有向图称为有向完全图,在有向完全图中任意两个顶点之间都存在方向相反的两条弧
    - 子图
      - 设有两个图G=(V,E）和G'=(V',E'）,若V'是V的子集,且E'是E的子集,则称G'是G的子图。若有满足V(G')=V(G)的子图G',则称其为G的生成子图
    - 连通、连通图和连通分量
      - 在无向图中,若从顶点v到顶点w有路径存在,则称v和w是连通的
      - 若图G中任意两个顶点都是连通的,则称图G为连通图,否则称为非连通图
      - 无向图中的极大连通子图称为连通分量
      - 若一个图有n个顶点,并且边数小于n-1,则此图必是非连通图
    - 强连通图、强连通分量
      - 强连通图：在有向图中,若从顶点v到顶点w和从顶点w到顶点v之间都有路径,则称这两个顶点是强连通的若图中任何一对顶点都是强连通的,则称此图为强连通
      - 有向图中的极大强连通子图称为有向图的强连通分量
    - 生成树、生成森林
      - 连通图的生成树是包含图中全部顶点的一个极小连通子图
      - 若图中顶点数为n,则它的生成树含有n-1条边
      - 对生成树而言,若砍去它的一条边,则会变成非连通图,若加上一条边则会形成一个回路
      - 在非连通图中,连通分量的生成树构成了非连通图的生成森林
    - 顶点的度，入度和出度
      - 度：定义为以该顶点为一个端点的边的数目
      - 无向图：顶点v的度是指依附于该顶点的边的条数
        - 无向图的全部顶点的度的和等于边数的2倍
      - 有向图：全部顶点的入度之和与出度之和相等,并且等于边数
    - 边的权和网
      - 每条边都可以标上具有某种含义的数值,该数值称为该边的权值。这种边上带有权值的图称为带权图,也称网
    - 稠密图、稀疏图
      - 边数很少的图称为稀疏图,反之称为稠密图
      - 一般当图G满足 $|E|<|V|\log|V|$ 可以将G视为稀疏图
    - 路径、路径长度和回路
      - 路径：两个顶点之间相连的边
      - 路径长度:路径上边的数目称
      - 回路或环：第一个顶点和最后一个顶点相同的路径
      - 若一个图有n个顶点,并且有大于n-1条边,则此图一定有环
    - 简单路径、简单回路
      - 简单路径：顶点不重复出现的路径
      - 简单回路：除第一个顶点和最后一个顶点外,其余顶点不重复出现的回路
    - 距离
      - 从顶点u出发到顶点v的最短路径若存在,则此路径的长度称为从u到v的距离
      - 若从u到v根本不存在路径,则记该距离为无穷
    - 有向树
      - 一个顶点的入度为0、其余顶点的入度均为1的有向图,称为有向树