

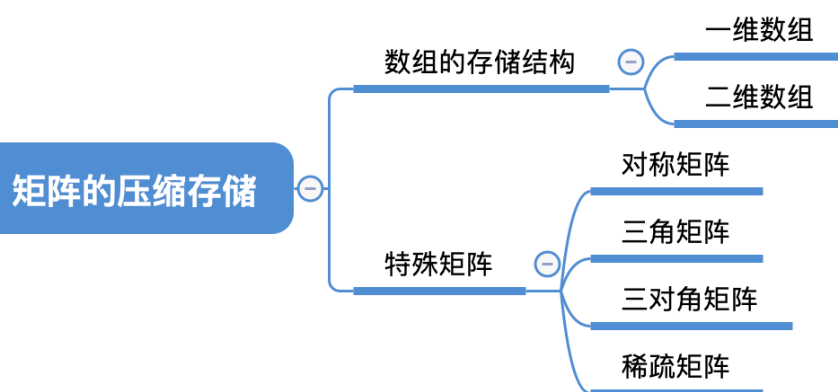
本节内容

特殊矩阵 压缩存储

王道考研/CSKAOYAN.COM

1

知识总览



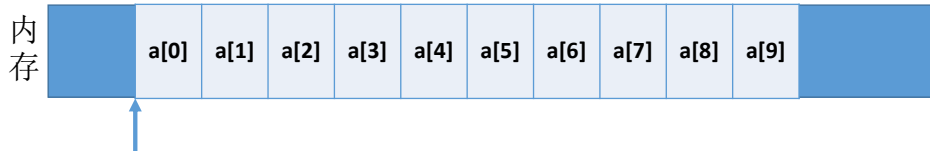
王道考研/CSKAOYAN.COM

2

一维数组的存储结构

```
ElemType a[10]; //ElemType型一维数组
```

C语言定义
一维数组



起始地址: LOC

各数组元素大小相同，且物理上连续存放。

数组元素 $a[i]$ 的存放地址 = $LOC + i * \text{sizeof}(\text{ElemType})$ ($0 \leq i < 10$)

注：除非题目特别说明，否则数组下标默认从0开始

注意审题！
易错！

王道考研/CSKAOYAN.COM

3

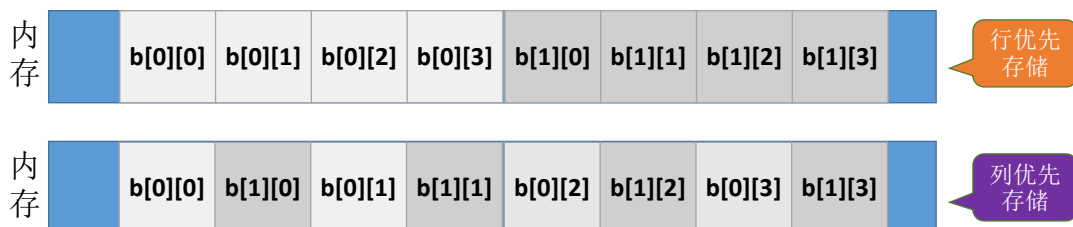
二维数组的存储结构

```
ElemType b[2][4]; //2行4列的二维数组
```

C语言定义
二维数组

b[0][0]	b[0][1]	b[0][2]	b[0][3]
b[1][0]	b[1][1]	b[1][2]	b[1][3]

逻辑视角



王道考研/CSKAOYAN.COM

4

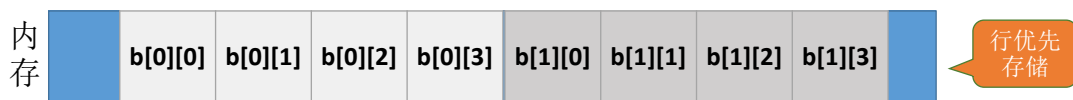
二维数组的存储结构

`ElemType b[2][4];` //2行4列的二维数组

C语言定义
二维数组

<code>b[0][0]</code>	<code>b[0][1]</code>	<code>b[0][2]</code>	<code>b[0][3]</code>
<code>b[1][0]</code>	<code>b[1][1]</code>	<code>b[1][2]</code>	<code>b[1][3]</code>

逻辑视角



起始地址: LOC

M行N列的二维数组 `b[M][N]` 中, 若按行优先存储, 则

`b[i][j]` 的存储地址 = $LOC + (i * N + j) * \text{sizeof}(\text{ElemType})$

王道考研/CSKAOYAN.COM

5

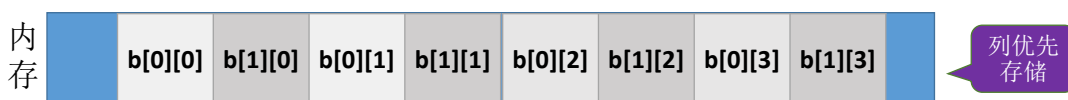
二维数组的存储结构

`ElemType b[2][4];` //2行4列的二维数组

C语言定义
二维数组

<code>b[0][0]</code>	<code>b[0][1]</code>	<code>b[0][2]</code>	<code>b[0][3]</code>
<code>b[1][0]</code>	<code>b[1][1]</code>	<code>b[1][2]</code>	<code>b[1][3]</code>

逻辑视角



起始地址: LOC

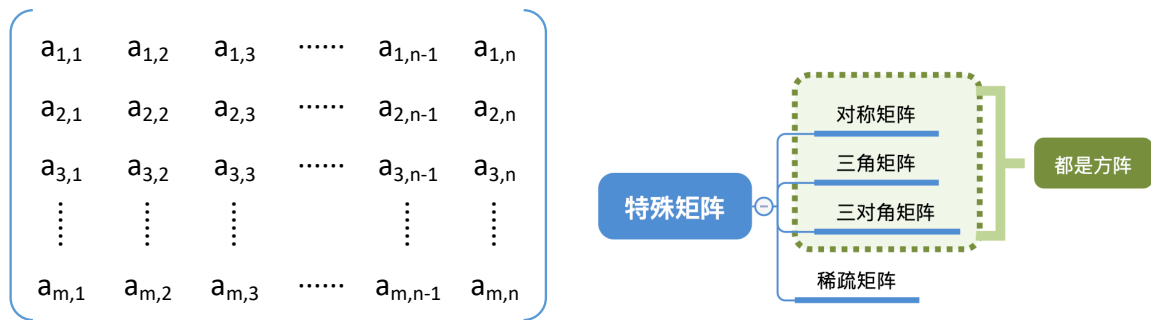
M行N列的二维数组 `b[M][N]` 中, 若按列优先存储, 则

`b[i][j]` 的存储地址 = $LOC + (j * M + i) * \text{sizeof}(\text{ElemType})$

王道考研/CSKAOYAN.COM

6

普通矩阵的存储



可用二维数组存储

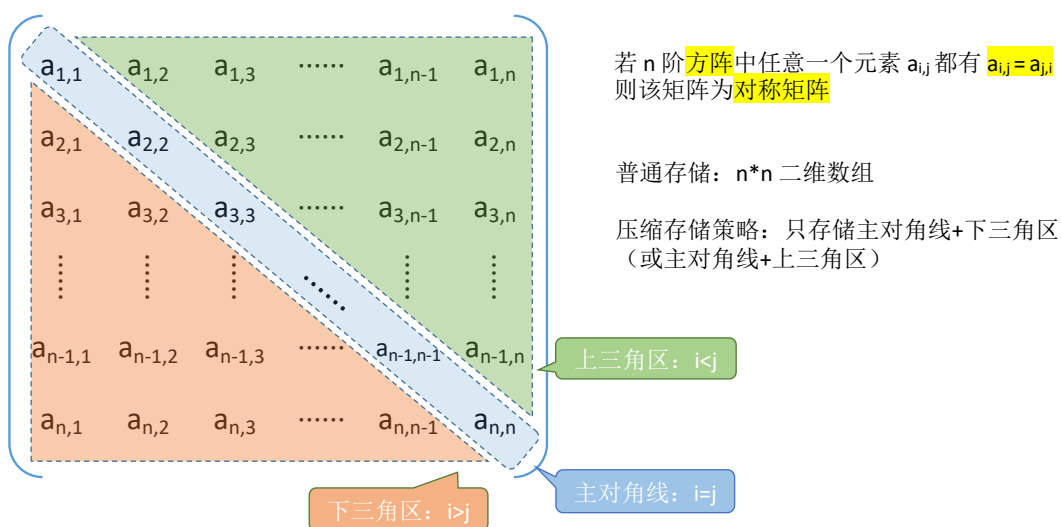
注意：描述矩阵元素时，行、列号通常从1开始；而描述数组时通常下标从0开始
(具体看题目给的条件，注意审题！)

某些特殊矩阵可以压缩存储空间

王道考研/CSKAOYAN.COM

7

对称矩阵的压缩存储



王道考研/CSKAOYAN.COM

8

对称矩阵的压缩存储

策略：只存储主对角线+下三角区

按行优先原则将各元素存入一维数组中。

B[0]	B[1]	B[2]	B[3]	B[?]
a _{1,1}	a _{2,1}	a _{2,2}	a _{3,1}	a _{n,n-1} a _{n,n}

思考：

- ①数组大小应为多少？
- ②站在程序员的角度，对称矩阵压缩存储后怎样才能方便使用？

① $(1+n)*n/2$

②可以实现一个“映射”函数
矩阵下标 → 一维数组下标

王道考研/CSKAOYAN.COM

9

对称矩阵的压缩存储

策略：只存储主对角线+下三角区

按行优先原则将各元素存入一维数组中。

B[0]	B[1]	B[2]	B[3]	B[$\frac{n(n+1)}{2}-1$]
a _{1,1}	a _{2,1}	a _{2,2}	a _{3,1}	a _{n,n-1} a _{n,n}

矩阵下标 → 一维数组下标

$a_{i,j} (i \geq j) \rightarrow B[k]$

Key: 按行优先的原则， $a_{i,j}$ 是第几个元素？

$[1+2+\dots+(i-1)] + j \rightarrow$ 第 $\frac{i(i-1)}{2} + j$ 个元素

$\rightarrow k = \frac{i(i-1)}{2} + j - 1$

王道考研/CSKAOYAN.COM

10

对称矩阵的压缩存储

$i < j$

$i \geq j$

策略：只存储主对角线+下三角区

按行优先原则将各元素存入一维数组中。

B[0] B[1] B[2] B[3] B[$\frac{n(n+1)}{2}-1$]

$a_{1,1}$	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{3,1}$	$a_{n,n-1}$	$a_{n,n}$
-----------	-----------	-----------	-----------	-------	-------------	-----------

矩阵下标 \rightarrow 一维数组下标

$a_{i,j} \ (i < j) \rightarrow B[k]$

$a_{i,j} = a_{j,i}$ (对称矩阵性质)

$\rightarrow k = \frac{j(j-1)}{2} + i - 1$

王道考研/CSKAOYAN.COM

11

对称矩阵的压缩存储

$i < j$

$i \geq j$

策略：只存储主对角线+下三角区

按行优先原则将各元素存入一维数组中。

B[0] B[1] B[2] B[3] B[$\frac{n(n+1)}{2}-1$]

$a_{1,1}$	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{3,1}$	$a_{n,n-1}$	$a_{n,n}$
-----------	-----------	-----------	-----------	-------	-------------	-----------

矩阵下标 \rightarrow 一维数组下标

$a_{i,j} \rightarrow B[k]$

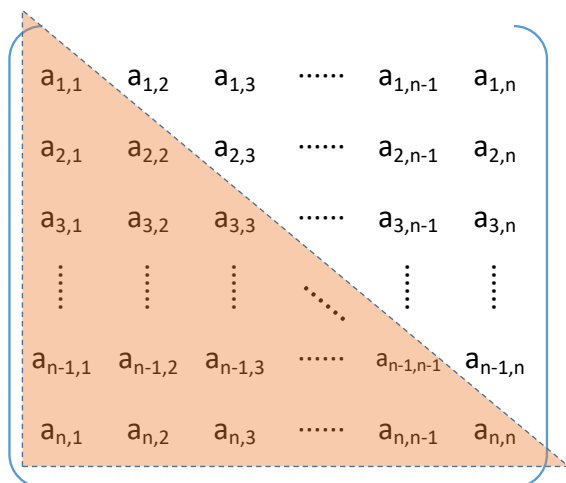
$a_{i,j} = a_{j,i}$ (对称矩阵性质)

$$k = \begin{cases} \frac{i(i-1)}{2} + j - 1, & i \geq j \text{ (下三角区和主对角线元素)} \\ \frac{j(j-1)}{2} + i - 1, & i < j \text{ (上三角区元素 } a_{ij} = a_{ji} \text{)} \end{cases}$$

王道考研/CSKAOYAN.COM

12

对称矩阵的压缩存储



策略：只存储主对角线+下三角区

按**列优先**原则将各元素存入一维数组中。

$B[0] \quad B[1] \quad B[2] \quad B[3] \quad \dots \quad B[\frac{n(n+1)}{2}-1]$

$a_{1,1}$	$a_{2,1}$	$a_{3,1}$	$a_{4,1}$	$a_{n,n-1}$	$a_{n,n}$
-----------	-----------	-----------	-----------	-------	-------------	-----------

矩阵下标 \rightarrow 一维数组下标

$a_{i,j} \rightarrow B[k]$

$a_{i,j} = a_{j,i}$ (对称矩阵性质)

存储上三角? 下三角?

行优先? 列优先?

矩阵元素的下标从0? 1? 开始

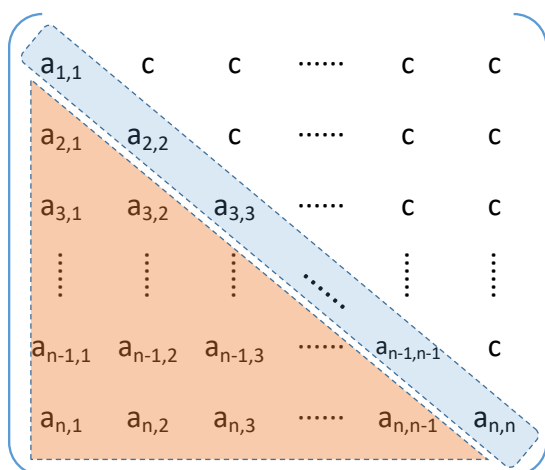
数组下标从0? 1? 开始

出题方法

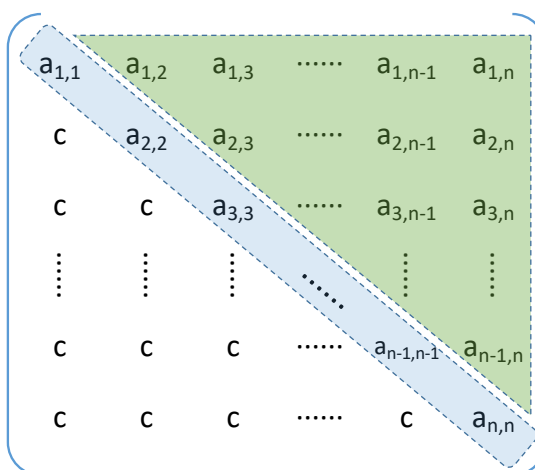
王道考研/CSKAOYAN.COM

13

三角矩阵的压缩存储



下三角矩阵：除了主对角线和下三角区，其余的元素都相同

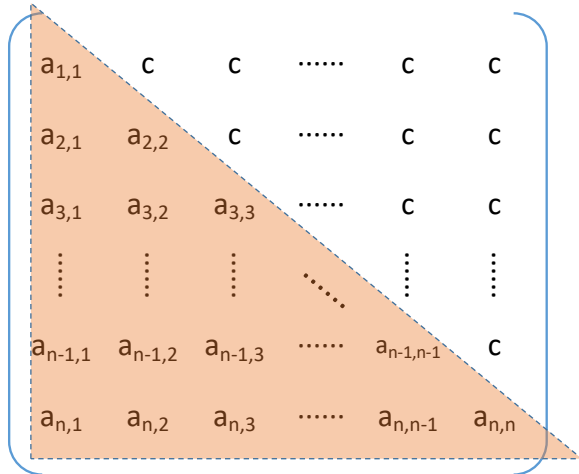


上三角矩阵：除了主对角线和上三角区，其余的元素都相同

王道考研/CSKAOYAN.COM

14

三角矩阵的压缩存储



下三角矩阵: 除了主对角线和下三角区, 其余的元素都相同

压缩存储策略: 按**行优先**原则将橙色区元素存入一维数组中。并在**最后一个位置**存储常量**c**

B[0] B[1] B[2] B[3] B[$\frac{n(n+1)}{2}-1$] B[$\frac{n(n+1)}{2}$]

a _{1,1}	a _{2,1}	a _{2,2}	a _{3,1}	a _{n,1}	c
------------------	------------------	------------------	------------------	-------	------------------	---



矩阵下标 → 一维数组下标

a_{i,j} (i ≥ j) → B[k]

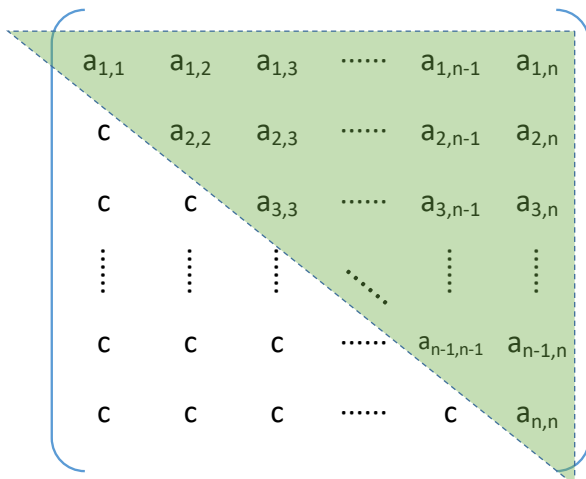
Key: 按**行优先**的原则, a_{i,j} 是第几个元素?

$$k = \begin{cases} \frac{i(i-1)}{2} + j - 1, & i \geq j \text{ (下三角区和主对角线元素)} \\ \frac{n(n+1)}{2}, & i < j \text{ (上三角区元素)} \end{cases}$$

王道考研/CSKAOYAN.COM

15

三角矩阵的压缩存储



上三角矩阵: 除了主对角线和上三角区, 其余的元素都相同

压缩存储策略: 按**行优先**原则将绿色区元素存入一维数组中。并在**最后一个位置**存储常量**c**

B[0] B[1] B[2] B[3] B[$\frac{n(n+1)}{2}-1$] B[$\frac{n(n+1)}{2}$]

a _{1,1}	a _{1,2}	a _{1,3}	a _{1,4}	a _{n,n}	c
------------------	------------------	------------------	------------------	-------	------------------	---



矩阵下标 → 一维数组下标

a_{i,j} (i ≤ j) → B[k]

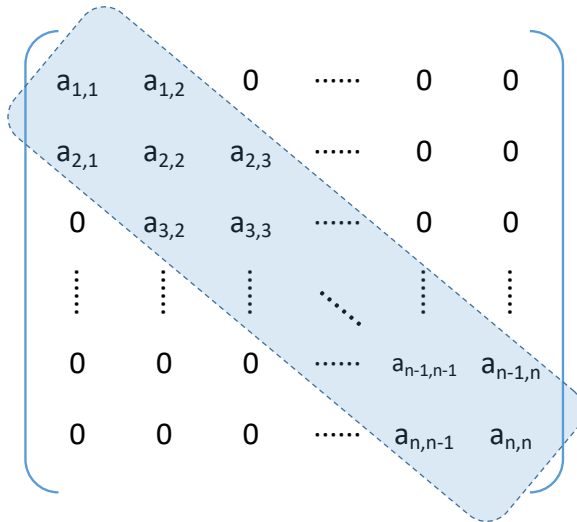
Key: 按**行优先**的原则, a_{i,j} 是第几个元素?

$$k = \begin{cases} \frac{(i-1)(2n-i+2)}{2} + (j-i), & i \leq j \text{ (上三角区和主对角线元素)} \\ \frac{n(n+1)}{2}, & i > j \text{ (下三角区元素)} \end{cases}$$

王道考研/CSKAOYAN.COM

16

三对角矩阵的压缩存储



三对角矩阵，又称**带状矩阵**：

当 $|i-j| > 1$ 时，有 $a_{ij} = 0$ ($1 \leq i, j \leq n$)

压缩存储策略：

按**行优先**（或列优先）原则，只存储带状部分

B[0] B[1] B[2] B[3] B[3n-3]

B[0]	B[1]	B[2]	B[3]	B[3n-3]
$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{n,n-1}$ $a_{n,n}$



矩阵下标 \rightarrow 一维数组下标

a_{ij} ($|i-j| \leq 1$) \rightarrow B[k]

Key: 按**行优先**的原则， a_{ij} 是第几个元素？

前 $i-1$ 行共 $3(i-1)-1$ 个元素

a_{ij} 是 i 行第 $j-i+2$ 个元素

a_{ij} 是第 $2i+j-2$ 个元素

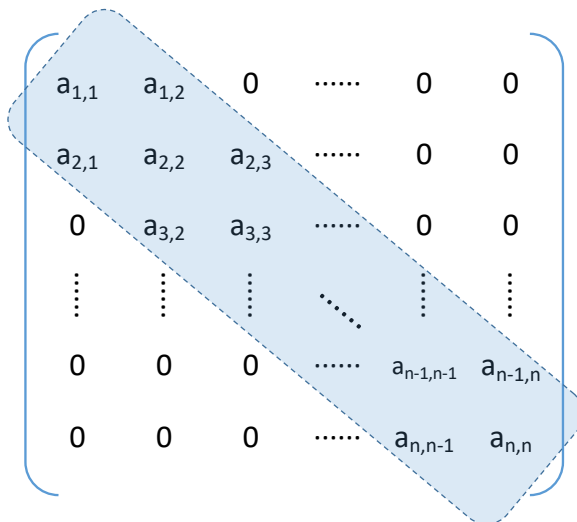
$\rightarrow k = 2i+j-3$

数组下标
从0开始

王道考研/CSKAOYAN.COM

17

三对角矩阵的压缩存储



若已知数组下标 k ，如何得到 i, j ？

B[k] $\rightarrow a_{ij}$

第 $k+1$ 个元素，在第几行？第几列？

前 $i-1$ 行共 $3(i-1)-1$ 个元素

前 i 行共 $3i-1$ 个元素

显然， $3(i-1)-1 < k+1 \leq 3i-1$

$i \geq (k+2)/3$

可以理解为“刚好”大于等于

$i = \lceil (k+2)/3 \rceil$

向上取整即可满足
“刚好”大于等于

王道书的计算逻辑： $3(i-1)-1 \leq k < 3i-1$

$i \leq (k+1)/3+1$

可以理解为“刚好”小于等于

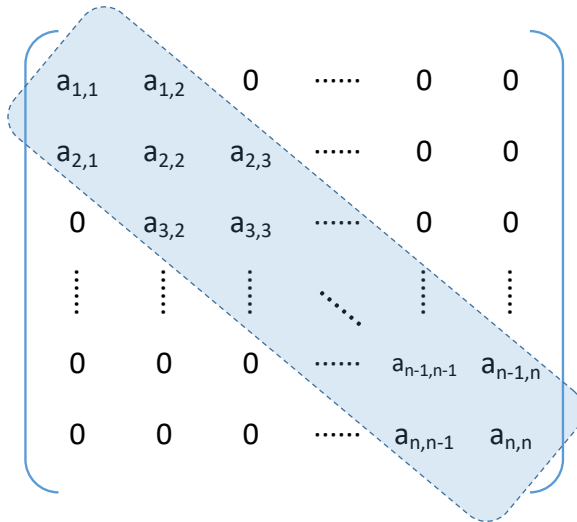
$i = \lfloor (k+1)/3+1 \rfloor$

向下取整即可满足
“刚好”小于等于

王道考研/CSKAOYAN.COM

18

三对角矩阵的压缩存储



若已知数组下标 k ，如何得到 i, j ?
 $B[k] \rightarrow a_{i,j}$

第 $k+1$ 个元素，在第几行？第几列？

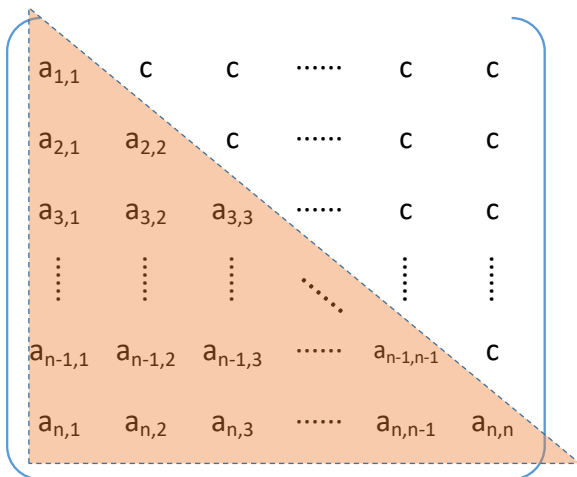
$$i = \lfloor (k+2)/3 \rfloor \quad \text{或} \quad i = \lfloor (k+1)/3 + 1 \rfloor$$

$$\begin{aligned} \text{由 } k = 2i + j - 3, \text{ 得} \\ j = k - 2i + 3 \end{aligned}$$

王道考研/CSKAOYAN.COM

19

三角矩阵的压缩存储



压缩存储策略：按行优先原则将绿色区元素存入一维数组中。并在最后一个位置存储常量 c

$$B[0] \quad B[1] \quad B[2] \quad B[3] \quad \dots \quad B[\frac{n(n+1)}{2}-1] \quad B[\frac{n(n+1)}{2}]$$

$a_{1,1}$	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{3,1}$	$a_{n,n}$	c
-----------	-----------	-----------	-----------	-------	-----------	-----



矩阵下标 \rightarrow 一维数组下标

$a_{i,j} \ (i \geq j) \rightarrow B[k]$

思考：如何用 k 推出 i, j ?

Key: 按行优先的原则， $a_{i,j}$ 是第几个元素

$$k = \begin{cases} \frac{i(i-1)}{2} + j - 1, & i \geq j \text{ (下三角区和主对角线元素)} \\ \frac{n(n+1)}{2}, & i < j \text{ (上三角区元素)} \end{cases}$$

下三角矩阵：除了主对角线和下三角区，其余的元素都相同

王道考研/CSKAOYAN.COM

20

稀疏矩阵的压缩存储

0	0	4	0	0	5
0	3	0	9	0	0
0	0	0	0	7	0
0	2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0



稀疏矩阵：非零元素远远少于矩阵元素的个数

压缩存储策略：

顺序存储——三元组 <行，列，值>

i (行)	j (列)	v (值)
1	3	4
1	6	5
2	2	3
2	4	9
3	5	7
4	2	2

(注：此处行、列标从1开始)

王道考研/CSKAOYAN.COM

21

稀疏矩阵的压缩存储

0	0	4	0	0	5
0	3	0	9	0	0
0	0	0	0	7	0
0	2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

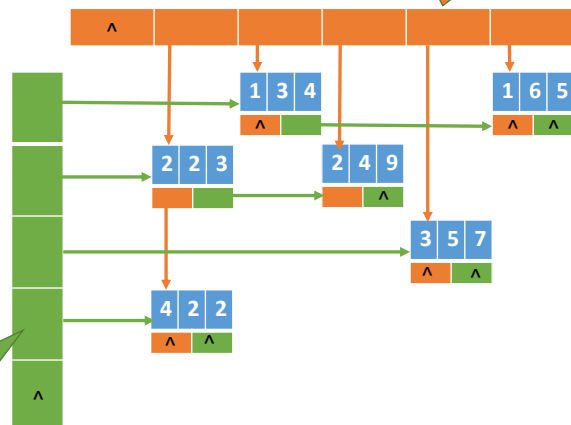
非零数据
结点说明：

行	列	值
指向同列的 下一个元素	指向同行的 下一个元素	

向右域 right,
指向第 i 行的
第一个元素

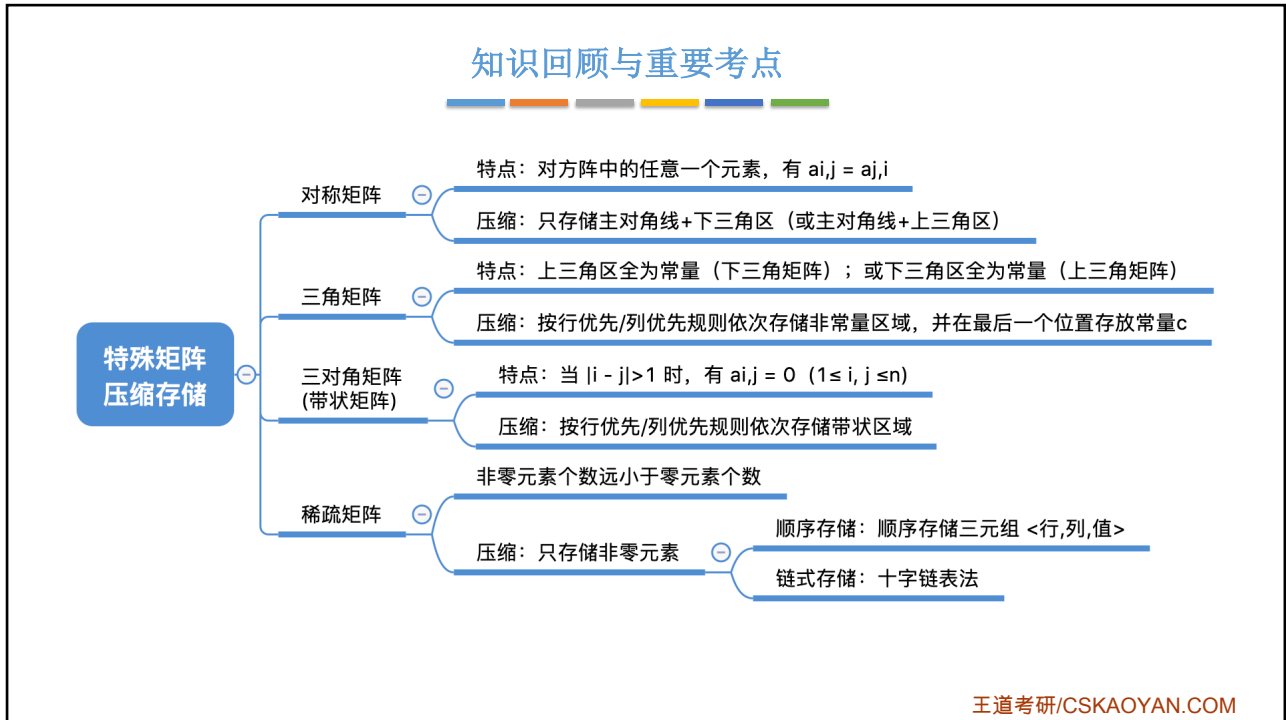
压缩存储策略二：
链式存储——十字链表法

向下域 down,
指向第 j 列的
第一个元素

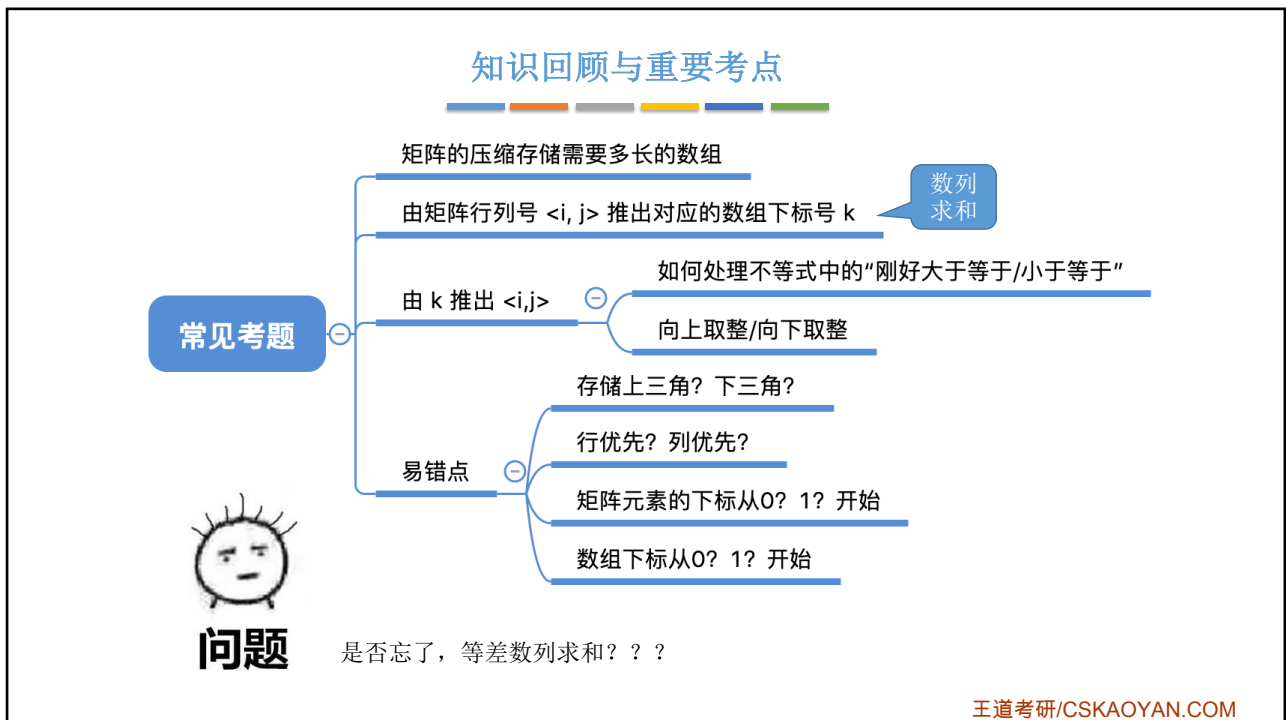


王道考研/CSKAOYAN.COM

22



23



24



@王道论坛



@王道计算机考研备考



等撩

@王道咸鱼老师-计算机考研

@王道楼楼老师-计算机考研



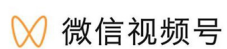
@王道计算机考研



等撩



@王道计算机考研



@王道计算机考研



@王道在线