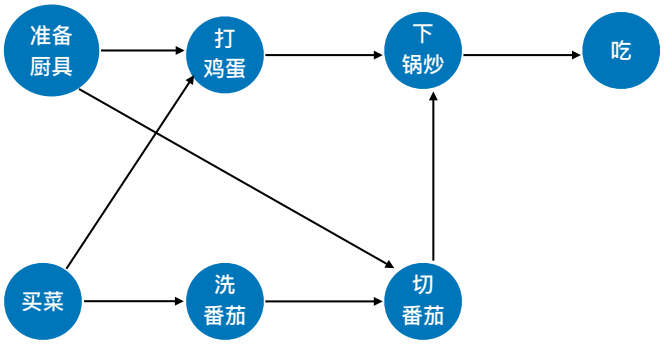
本节内容

拓扑排序

AOV网

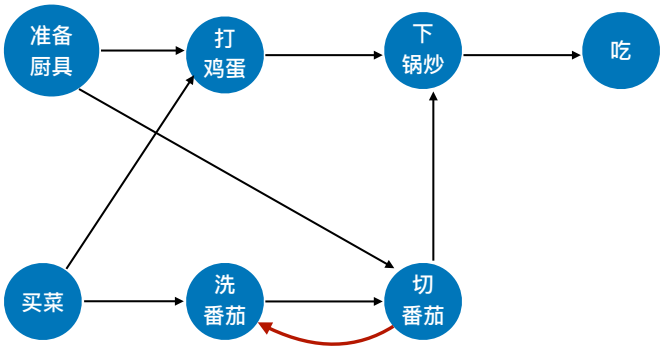
AOV网(Activity On Vertex NetWork，用顶点表示活动的网)：
用DAG图（有向无环图）表示一个工程。顶点表示活动，有向边<V_i, V_j>表示活动V_i必须先于活动V_j进行



表示“番茄炒蛋工程”的AOV网

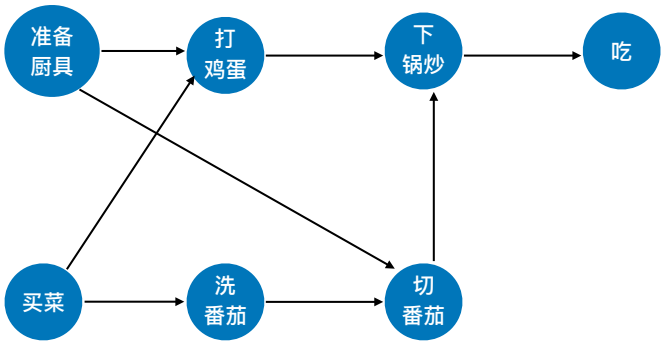
AOV网

AOV网(Activity On Vertex NetWork，用顶点表示活动的网)：
用DAG图（有向无环图）表示一个工程。顶点表示活动，有向边<V_i, V_j>表示活动V_i必须先于活动V_j进行



不是AOV网

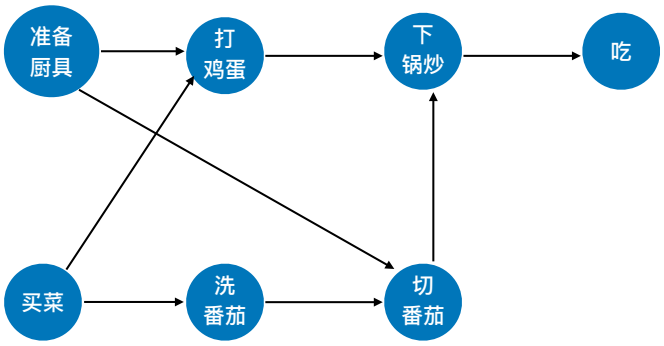
拓扑排序



拓扑排序：在图论中，由一个**有向无环图**的顶点组成的序列，当且仅当满足下列条件时，称为该图的一个拓扑排序：
① 每个顶点出现且只出现一次。
② 若顶点A在序列中排在顶点B的前面，则在图中不存在从顶点B到顶点A的路径。

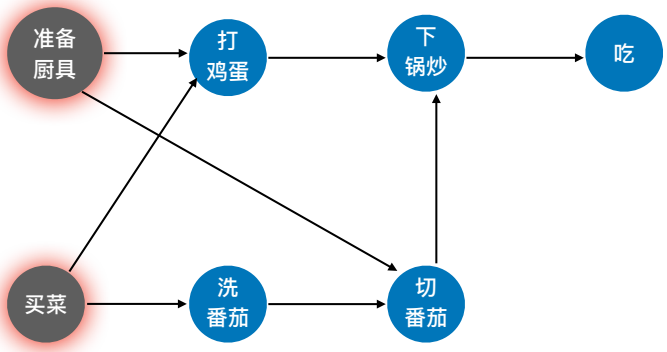
或定义为：拓扑排序是对有向无环图的顶点的一种排序，它使得若存在一条从顶点A到顶点B的路径，则在排序中顶点B出现在顶点A的后面。每个AOV网都有一个或多个拓扑排序序列。

拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序

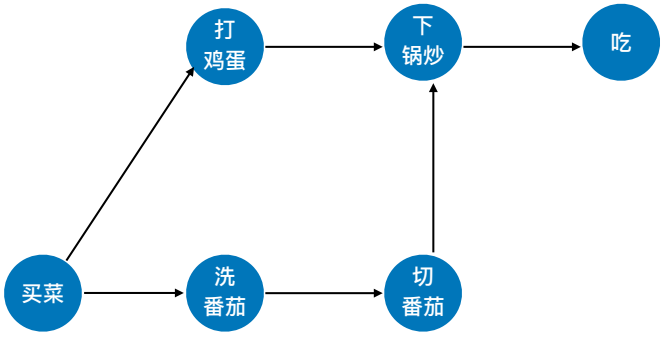
拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序

王道考研/CSKAOYAN.COM

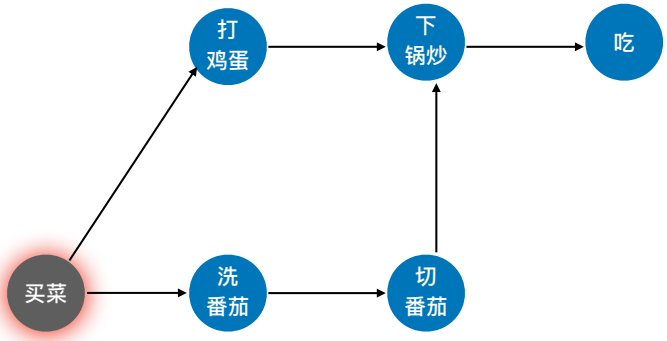
拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序

准备
厨具

拓扑排序

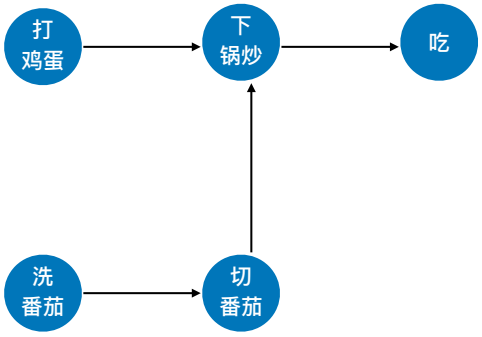


拓扑排序：找到做事的先后顺序

准备
厨具

王道考研/CSKAOYAN.COM

拓扑排序

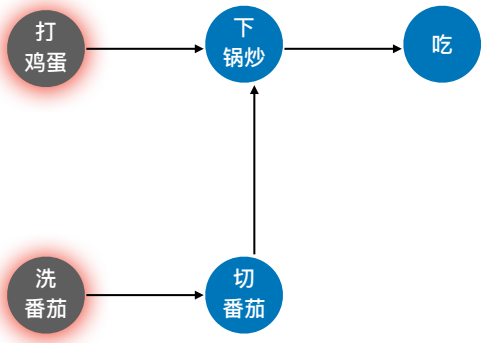


拓扑排序：找到做事的先后顺序

准备
厨具

买菜

拓扑排序

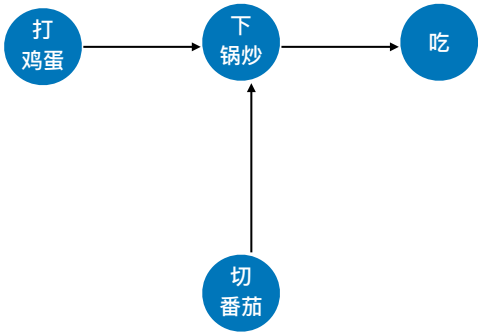


拓扑排序：找到做事的先后顺序

准备
厨具

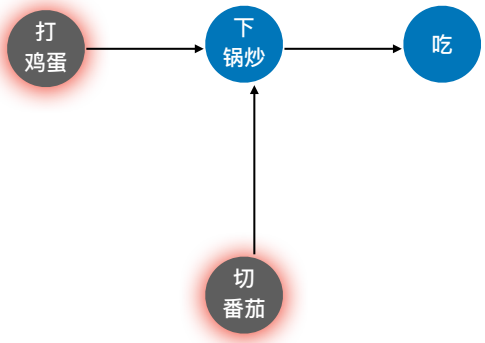
买菜

拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序

拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序

王道考研/CSKAOYAN.COM

拓扑排序

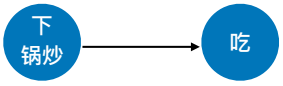
拓扑排序：找到做事的先后顺序

拓扑排序

拓扑排序：找到做事的先后顺序

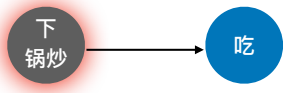
王道考研/CSKAOYAN.COM

拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序

拓扑排序



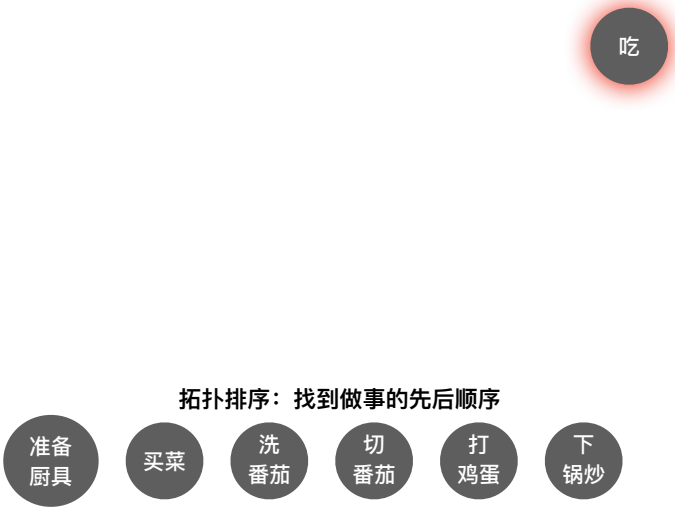
拓扑排序：找到做事的先后顺序

王道考研/CSKAOYAN.COM

拓扑排序


吃
拓扑排序：找到做事的先后顺序
准备厨具
买菜
洗番茄
切番茄
打鸡蛋
下锅炒

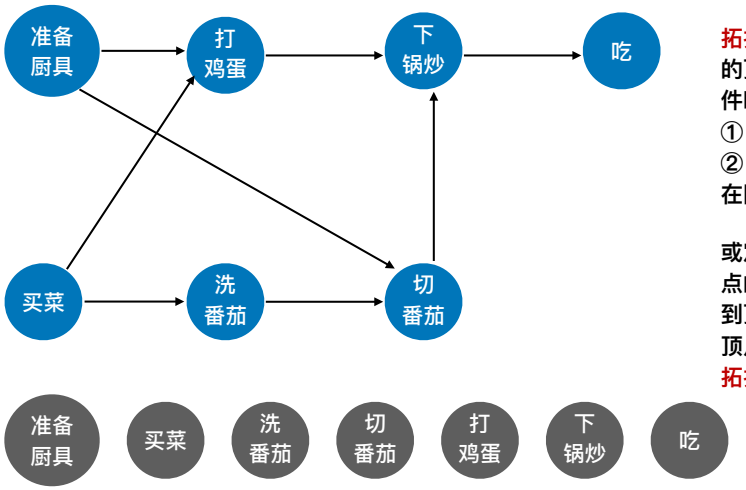
拓扑排序


吃
拓扑排序：找到做事的先后顺序
准备厨具
买菜
洗番茄
切番茄
打鸡蛋
下锅炒

拓扑排序

拓扑排序的实现：
① 从AOV网中选择一个没有前驱（入度为0）的顶点并输出。
② 从网中删除该顶点和所有以它为起点的有向边。
③ 重复①和②直到当前的AOV网为空或当前网中不存在无前驱的顶点为止。

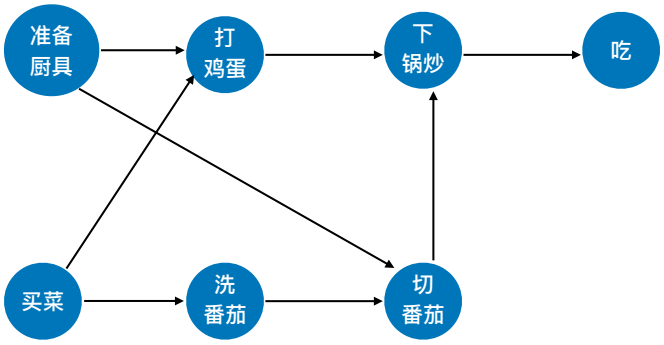
拓扑排序



拓扑排序：在图论中，由一个有向无环图的顶点组成的序列，当且仅当满足下列条件时，称为该图的一个拓扑排序：
① 每个顶点出现且只出现一次。
② 若顶点A在序列中排在顶点B的前面，则在图中不存在从顶点B到顶点A的路径。

或定义为：拓扑排序是对有向无环图的顶点的一种排序，它使得若存在一条从顶点A到顶点B的路径，则在排序中顶点B出现在顶点A的后面。每个AOV网都有一个或多个拓扑排序序列。

拓扑排序



拓扑排序的实现：

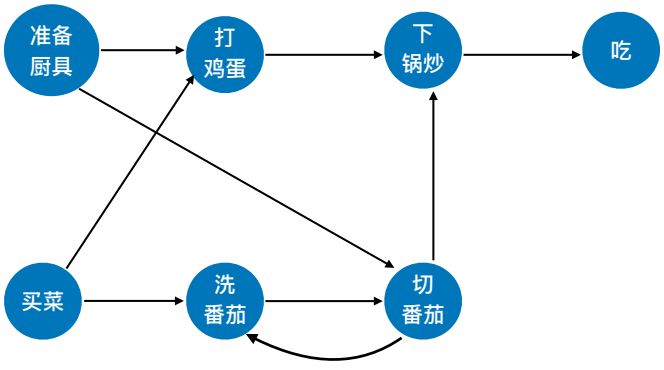
① 从AOV网中选择一个没有前驱的顶点并输出。

② 从网中删除该顶点和所有以它为起点的有向边。

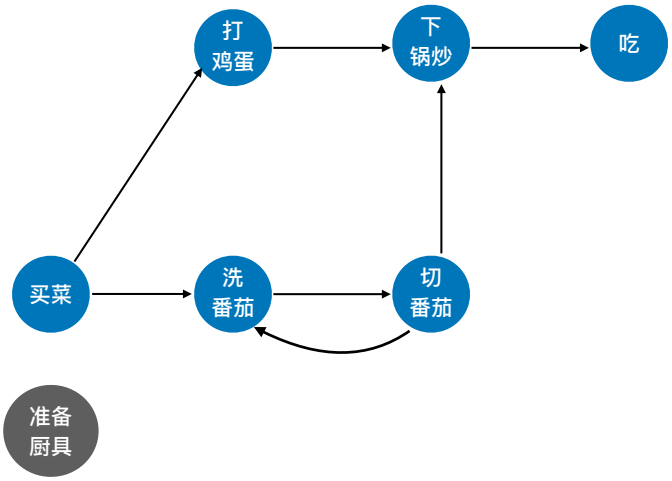
③ 重复①和②直到当前的AOV网为空或当前网中不存在无前驱的顶点为止。

说明有回路

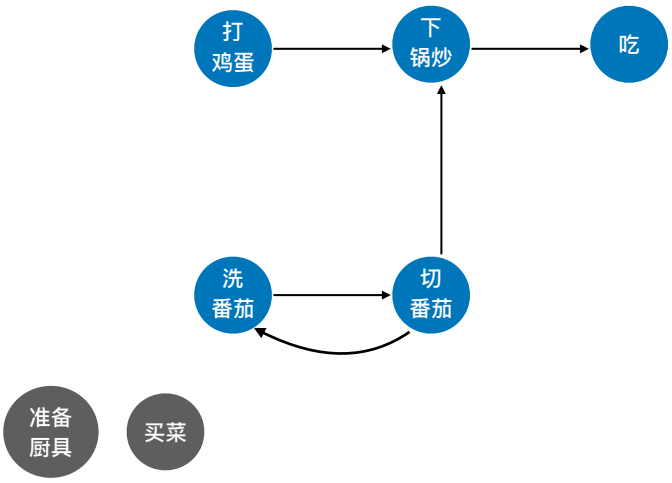
对有回路的图进行拓扑排序



对有回路的图进行拓扑排序

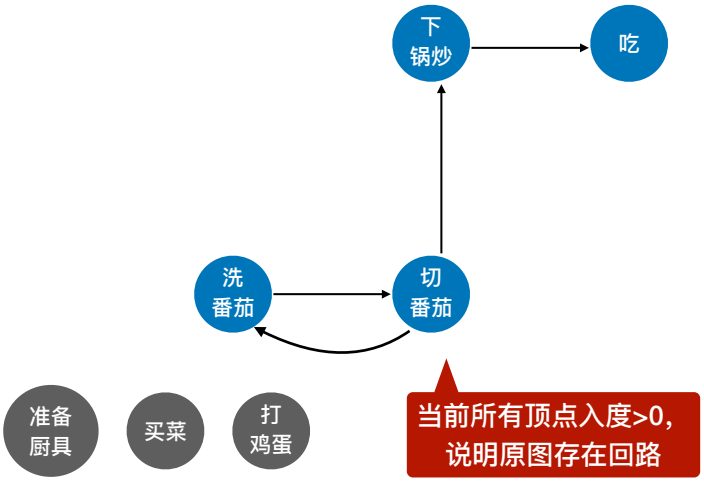


对有回路的图进行拓扑排序

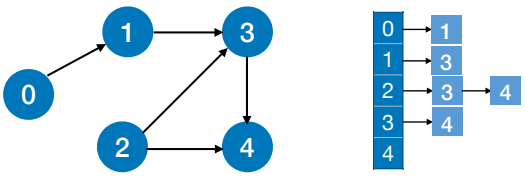


王道考研/CSKAOYAN.COM

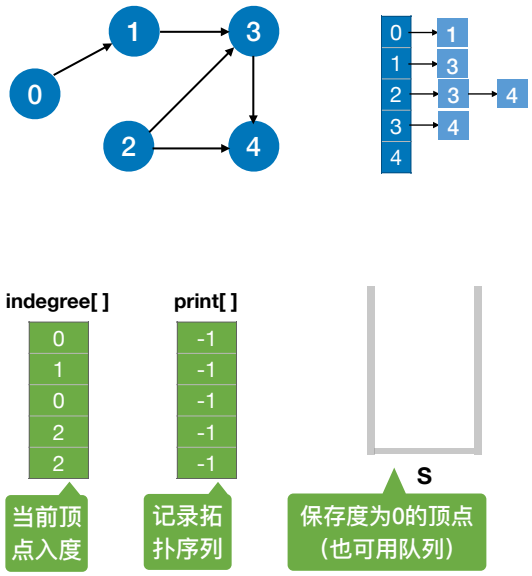
对有回路的图进行拓扑排序



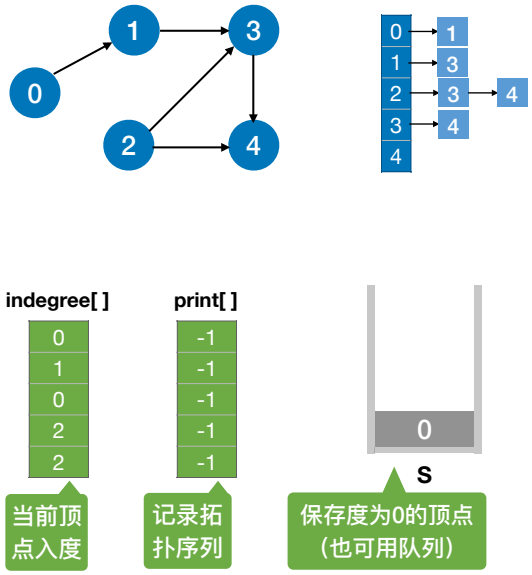

```
#define MaxVertexNum 100     //图中顶点数目的最大值
typedef struct ArcNode{      //边表结点
  int adjvex;          //该弧所指向的顶点的位置
  struct ArcNode *nextarc;     //指向下一条弧的指针
  //InfoType info;       //网的边权值
}ArcNode;
typedef struct VNode{      //顶点表结点
  VertexType data;       //顶点信息
  ArcNode *firstarc;       //指向第一条依附该顶点的弧的指针
}VNode,AdjList[MaxVertexNum];
typedef struct{
  AdjList vertices;        //邻接表
  int vexnum,arcnum;       //图的顶点数和弧数
} Graph;              //Graph是以邻接表存储的图类型
```



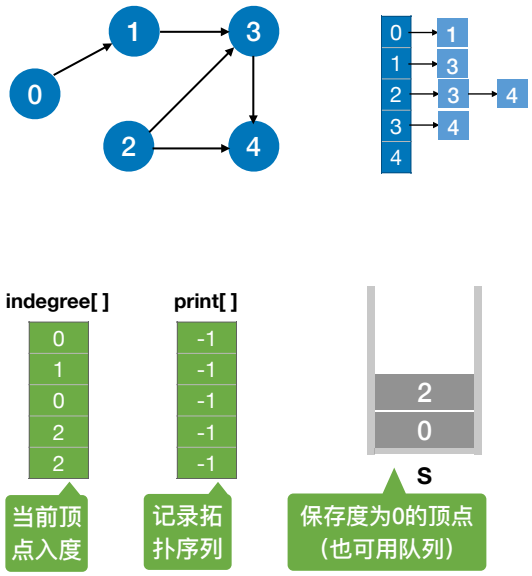

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);        //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;         //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){      //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);        //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;      //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);     //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```



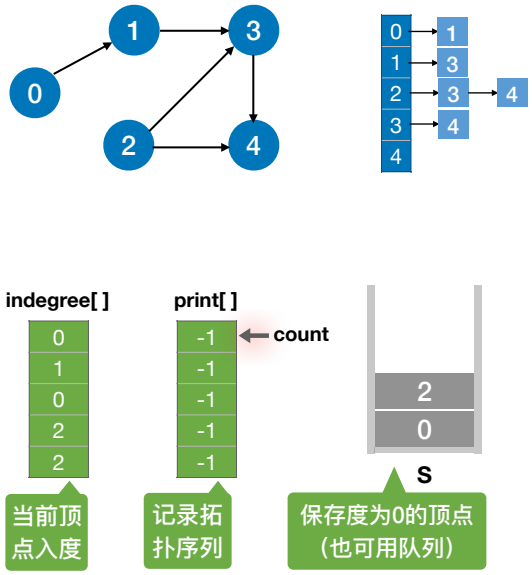

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

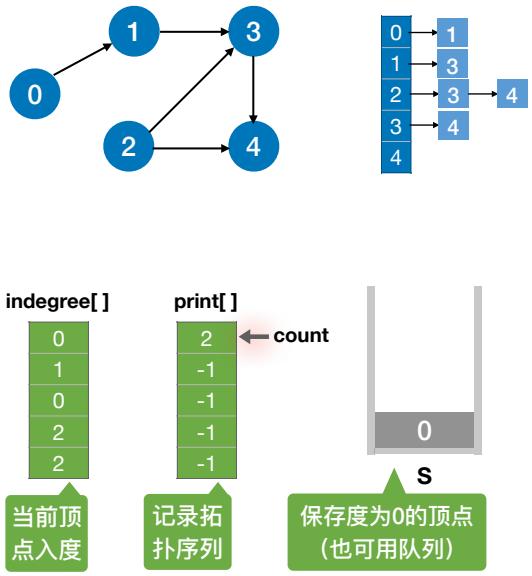

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```



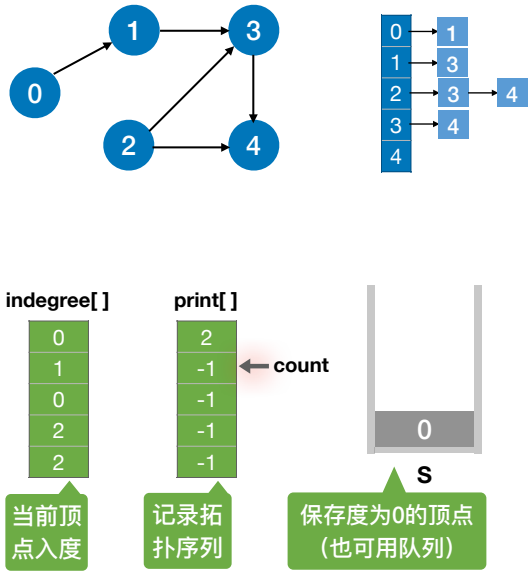

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

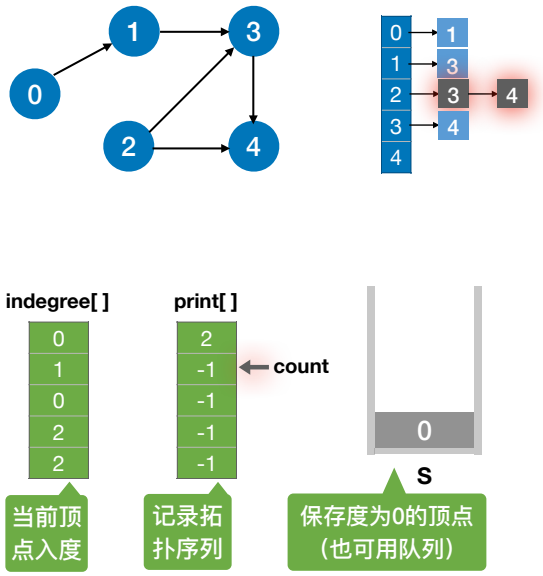

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```



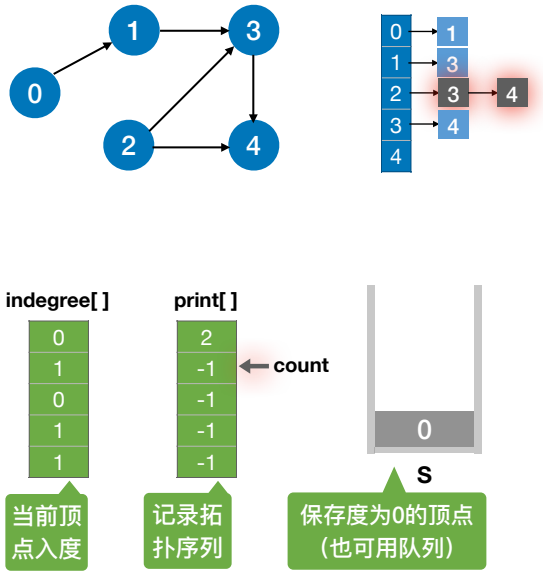

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```


```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

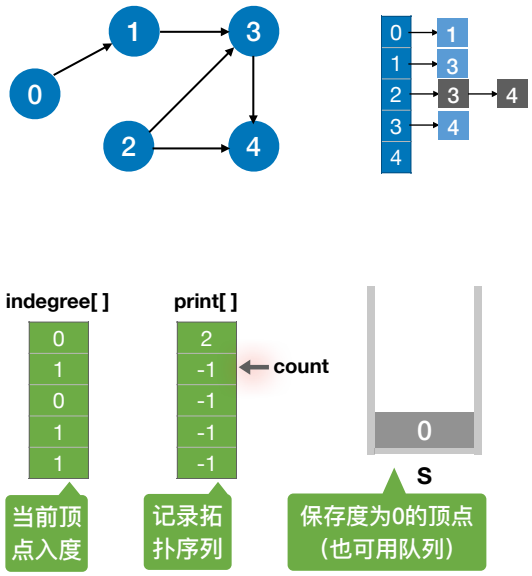



```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

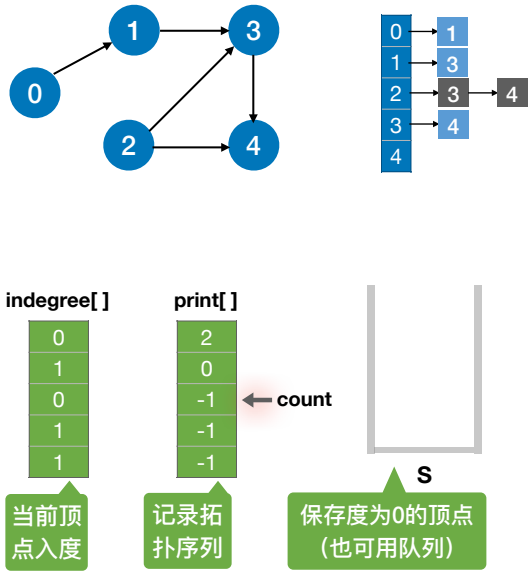




```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

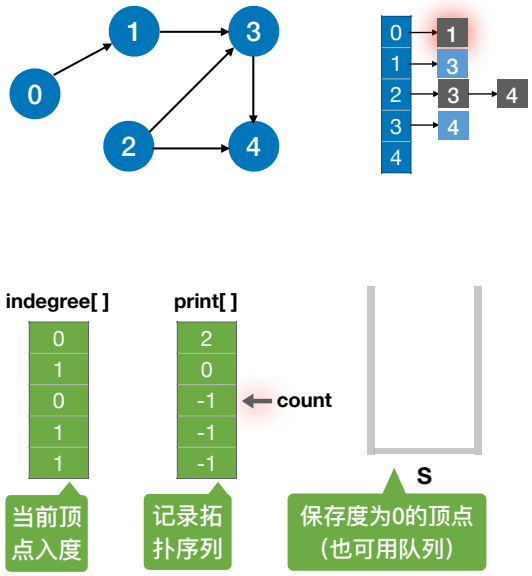
王道考研/CSKAOYAN.COM



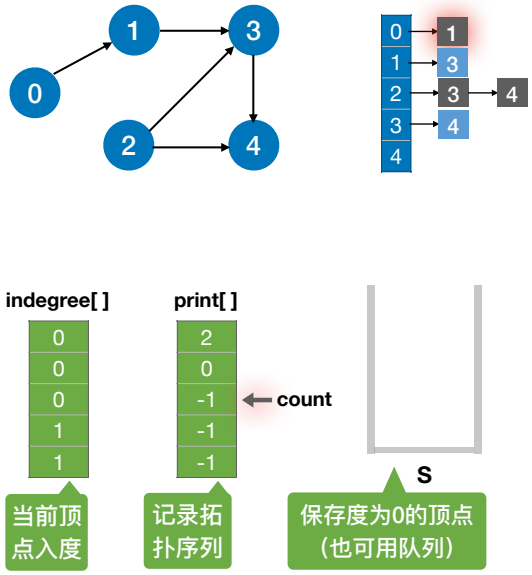

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

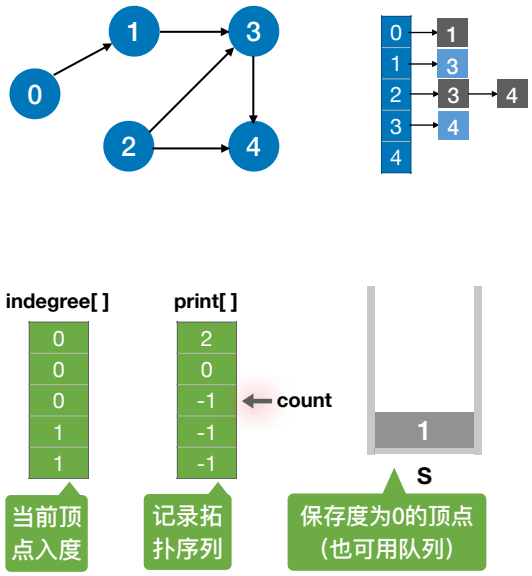

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```



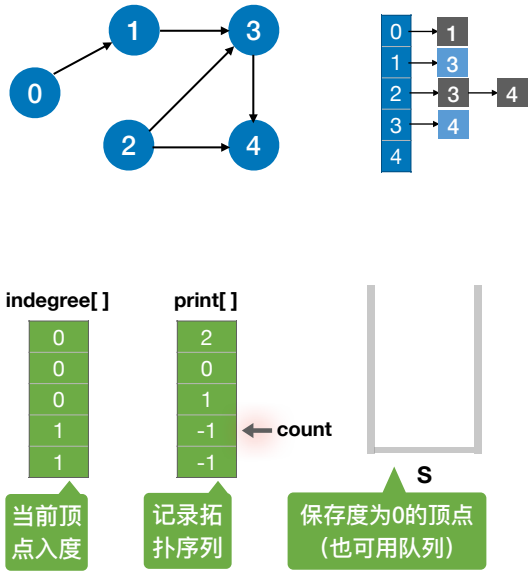

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

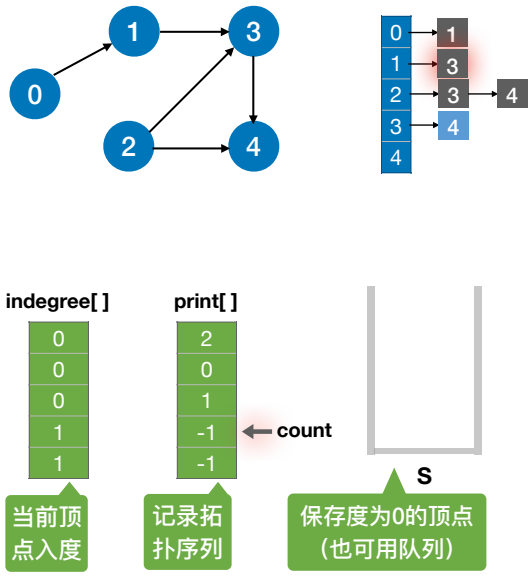

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```



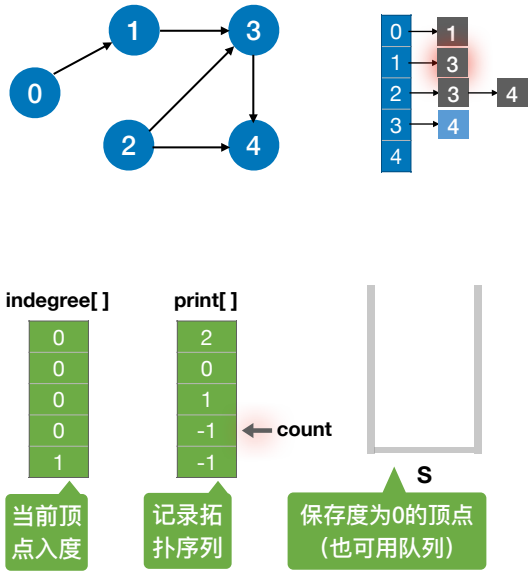

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```


```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

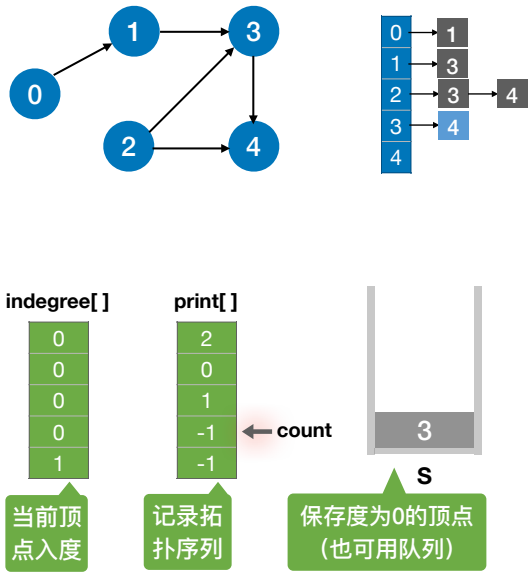



```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

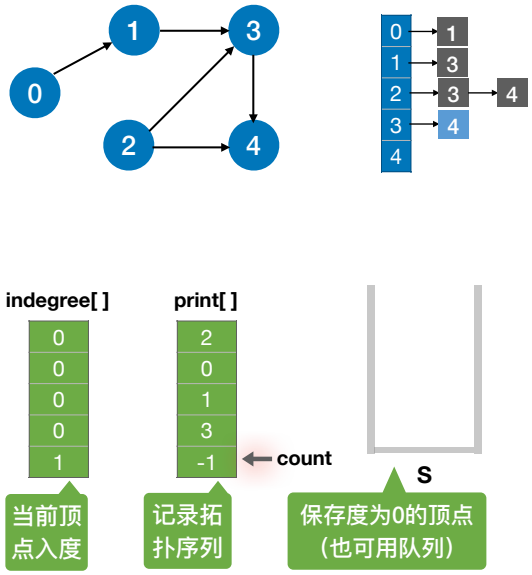




```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

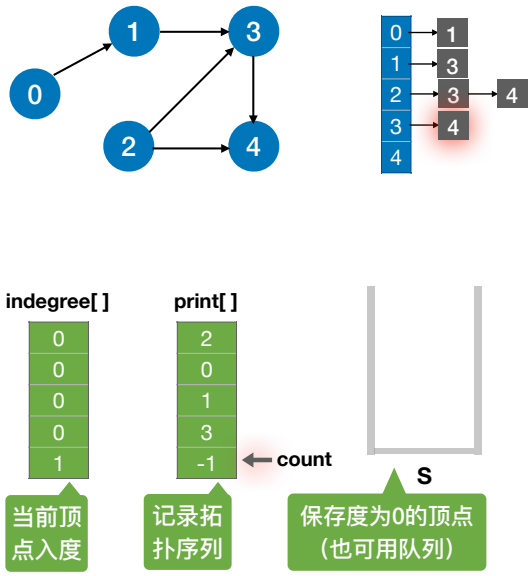
王道考研/CSKAOYAN.COM



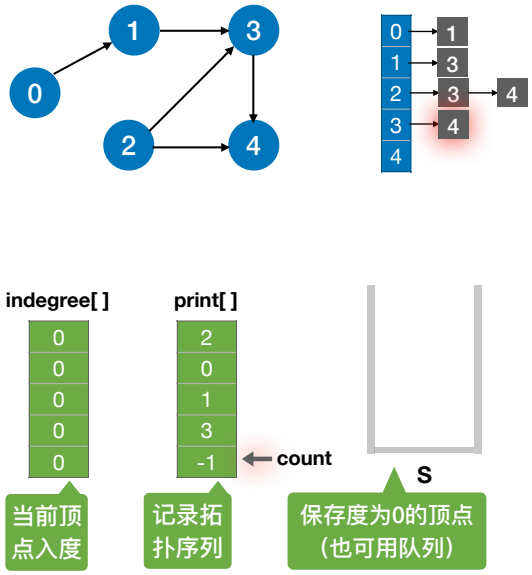

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

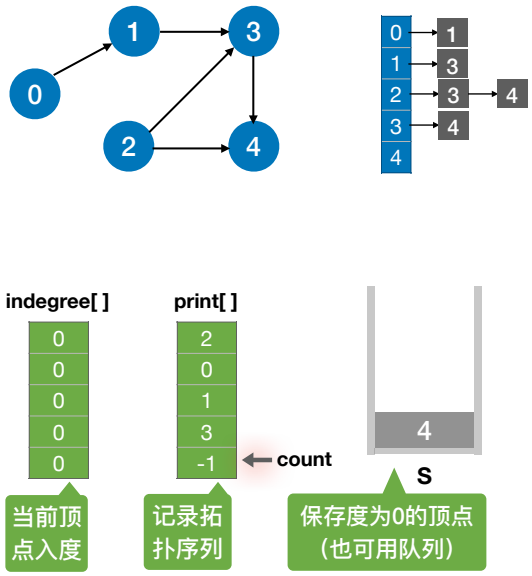

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```



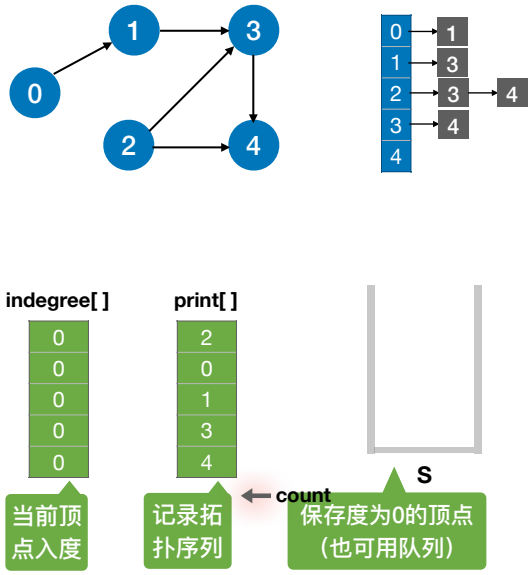

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

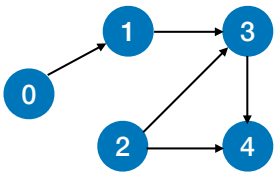

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

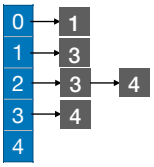



```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```


```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```





每个顶点都需要处理一次

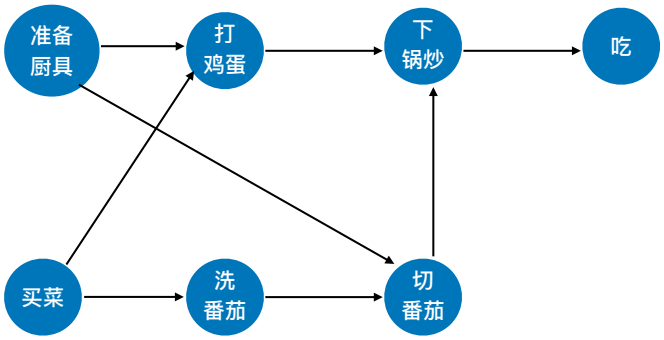
每条边都需要处理一次

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);            //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

时间复杂度：O(|V|+|E|)

若采用邻接矩阵，则需$O(|V|^2)$

逆拓扑排序



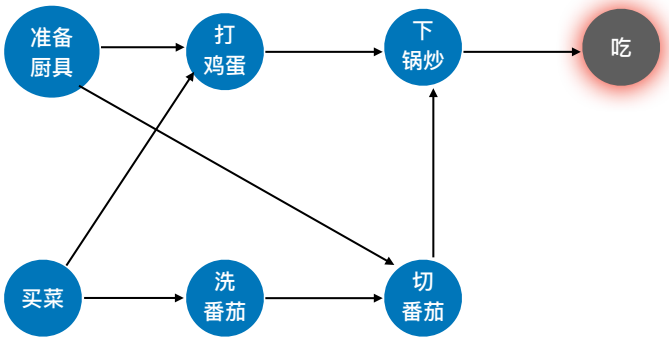
对一个AOV网，如果采用下列步骤进行排序，则称之为**逆拓扑排序**：

① 从AOV网中选择一个没有后继（出度为0）的顶点并输出。

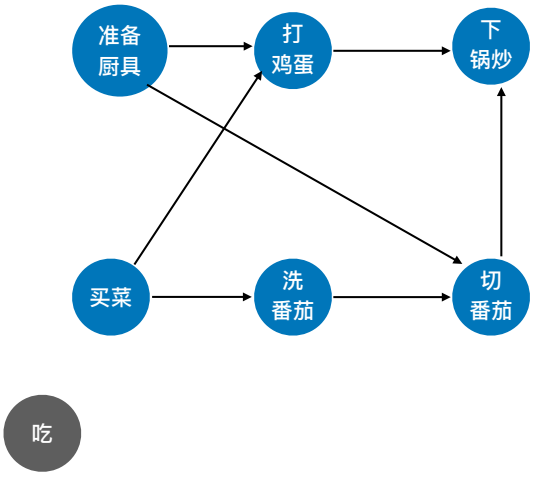
② 从网中删除该顶点和所有以它为终点的有向边。

③ 重复①和②直到当前的AOV网为空。

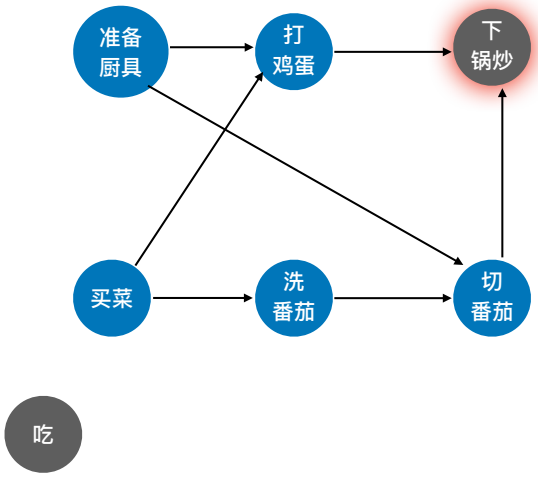
逆拓扑排序



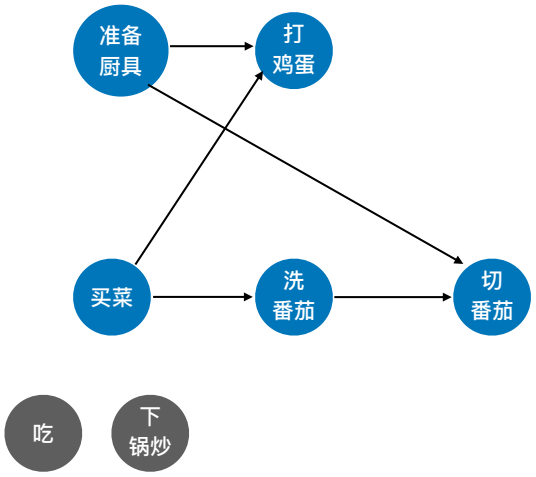
逆拓扑排序



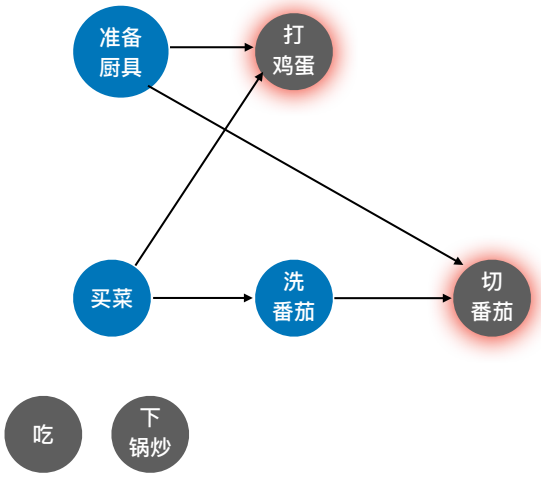
逆拓扑排序



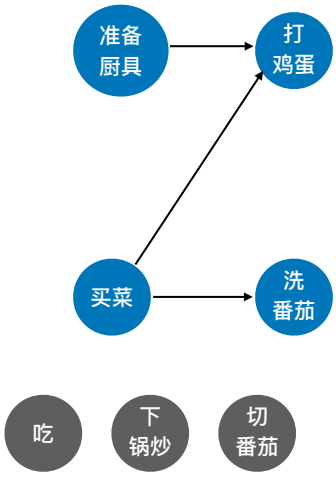
逆拓扑排序



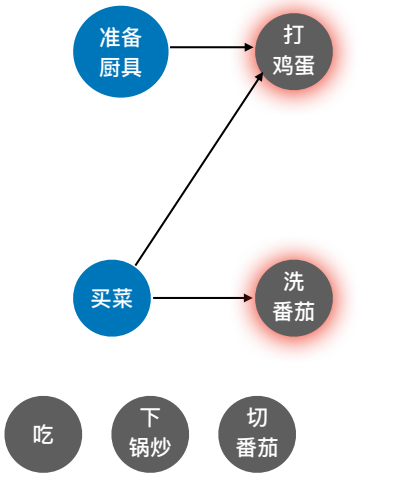
逆拓扑排序



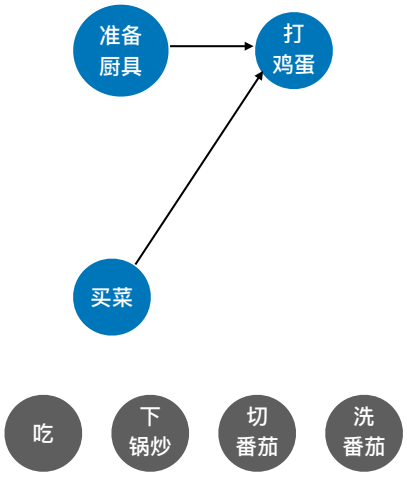
逆拓扑排序



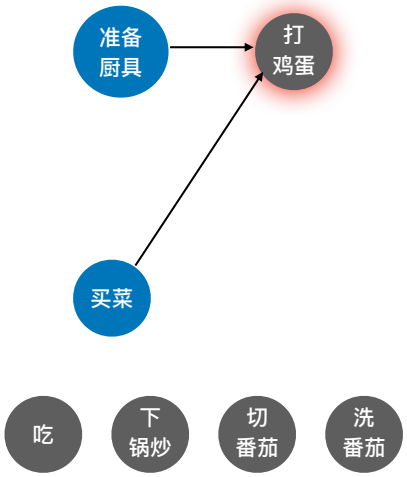
逆拓扑排序



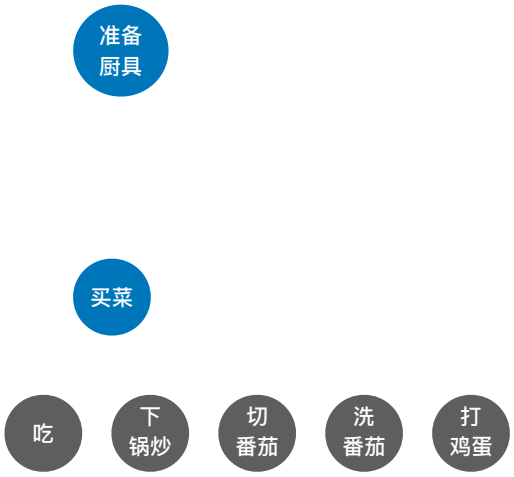
逆拓扑排序



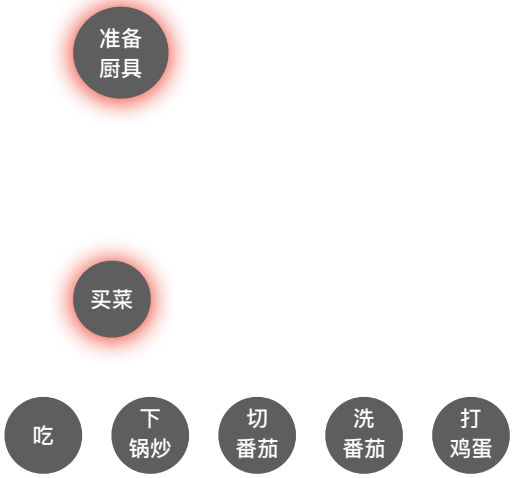
逆拓扑排序



逆拓扑排序



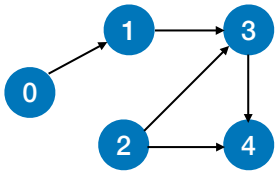
逆拓扑排序

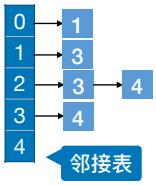


逆拓扑排序

对一个AOV网逆拓扑排序：
① 从AOV网中选择一个没有后继（出度为0）的顶点并输出。
② 从网中删除该顶点和所有以它为终点的有向边。
③ 重复①和②直到当前的AOV网为空。

逆拓扑排序的实现



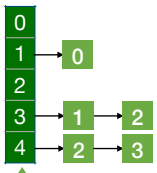


练习：模仿拓扑排序的思想实现逆拓扑排序

思考：使用不同的存储结构来对时间复杂度的影响

	0	1	2	3	4
0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	0	1	1
3	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0

邻接矩阵

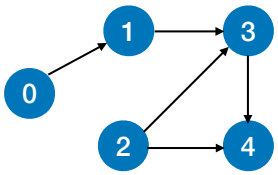


逆邻接表

拓扑排序的实现

```
bool TopologicalSort(Graph G){
  InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
  for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
    if(indegree[i]==0)
      Push(S,i);         //将所有入度为0的顶点进栈
  int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
  while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
    Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
    print[count++]=i;    //输出顶点i
    for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
      //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈S
      v=p->adjvex;
      if(!(--indegree[v]))
        Push(S,v);       //入度为0，则入栈
    }
  }//while
  if(count<G.vexnum)
    return  false;       //排序失败，有向图中有回路
  else
    return  true;        //拓扑排序成功
}
```

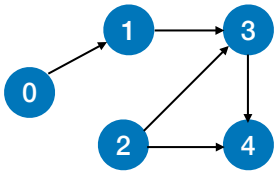

逆拓扑排序的实现（DFS算法）



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visit(v);                     //访问顶点v
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if
}
```

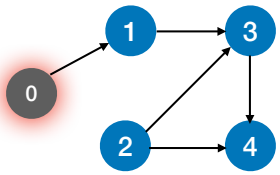
逆拓扑排序的实现（DFS算法）

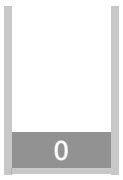


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```


逆拓扑排序的实现（DFS算法）

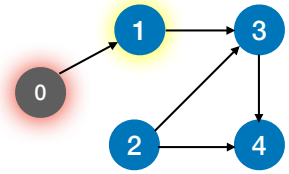


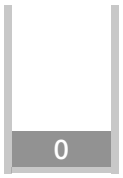


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序的实现（DFS算法）

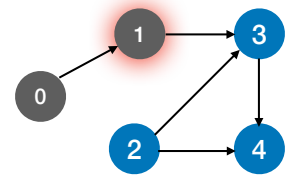


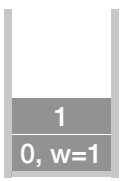


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```


逆拓扑排序的实现（DFS算法）

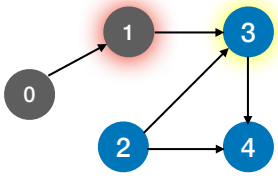


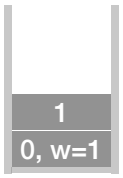


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序的实现（DFS算法）

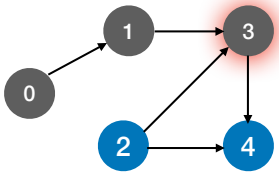


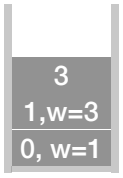


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```


逆拓扑排序的实现（DFS算法）

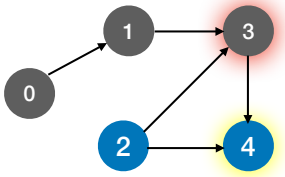


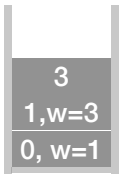


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序的实现（DFS算法）

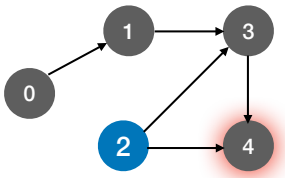




递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

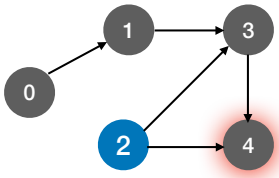

逆拓扑排序的实现（DFS算法）



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序的实现（DFS算法）

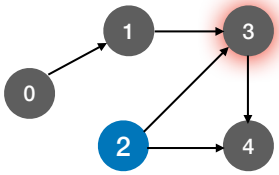


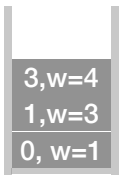
递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序序列：4

逆拓扑排序的实现（DFS算法）



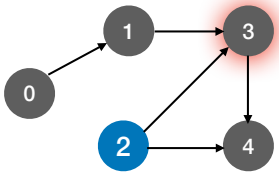


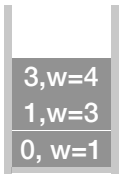
递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序序列：4

逆拓扑排序的实现（DFS算法）



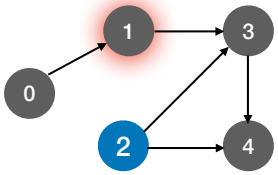


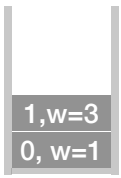
递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序序列：4　3

逆拓扑排序的实现（DFS算法）



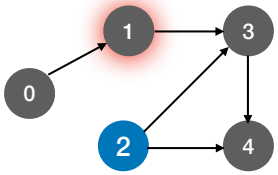


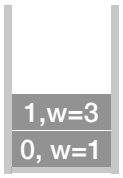
递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序序列：4　3

逆拓扑排序的实现（DFS算法）



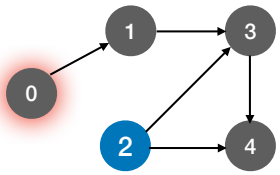


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序序列：4　3　1

逆拓扑排序的实现（DFS算法）

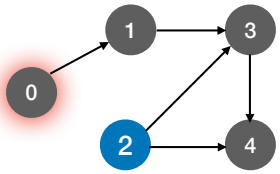


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序序列：4　3　1

逆拓扑排序的实现（DFS算法）

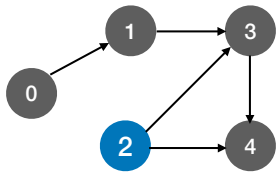


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序序列：4　3　1　0

逆拓扑排序的实现（DFS算法）

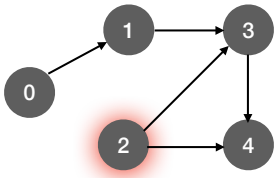


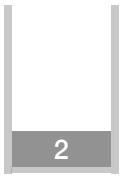
递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序序列：4　3　1　0

逆拓扑排序的实现（DFS算法）



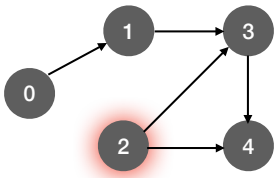


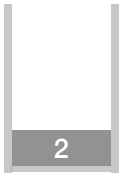
递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序序列：4　3　1　0

逆拓扑排序的实现（DFS算法）



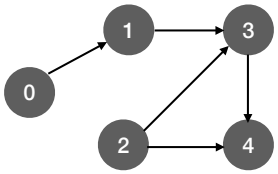


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```

逆拓扑排序序列：4　3　1　0　2

逆拓扑排序的实现（DFS算法）



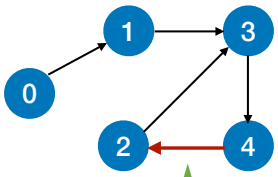

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```


递归栈

DFS实现逆拓扑排序：在顶点退栈前输出

逆拓扑排序序列：4 3 1 0 2

逆拓扑排序的实现（DFS算法）



思考：如果存在回路，则不存在逆拓扑排序序列，如何判断回路？

```
void DFSTraverse(Graph G){        //对图G进行深度优先遍历
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)
        visited[v]=FALSE;         //初始化已访问标记数据
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)       //本代码中是从v=0开始遍历
        if(!visited[v])
            DFS(G,v);
}
void DFS(Graph G,int v){          //从顶点v出发，深度优先遍历图G
    visited[v]=TRUE;              //设已访问标记
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighor(G,v,w))
        if(!visited[w]){          //w为u的尚未访问的邻接顶点
            DFS(G,w);
        }  //if

    print(v);                     //输出顶点
}
```


递归栈

DFS实现逆拓扑排序：在顶点退栈前输出

王道考研/CSKAOYAN.COM

知识点回顾与重要考点