

本节内容

定点数 原码乘法运算

王道考研/CSKAOYAN.COM

1

雨声警告⚠



今天的雨
下得跟依萍找她爸要钱那天一样大



今天的雨
下的跟棋贵人被打死那天一样大

王道考研/CSKAOYAN.COM

2

本节总览

乘法运算

乘法运算的实现思想

原码的一位乘法

补码的一位乘法

王道考研/CSKAOYAN.COM

3

手算乘法（十进制）

r 进制: $K_n K_{n-1} \dots K_2 K_1 K_0 K_{-1} K_{-2} \dots K_{-m}$

$$= K_n \times r^n + K_{n-1} \times r^{n-1} + \dots + K_2 \times r^2 + K_1 \times r^1 + K_0 \times r^0 + K_{-1} \times r^{-1} + K_{-2} \times r^{-2} + \dots + K_{-m} \times r^{-m}$$

你怎么这个亚子



$$\begin{array}{r} 0.985 \\ \times 0.211 \\ \hline 985 \\ 985 \\ 1970 \\ \hline 0.207835 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 0.985 \\ \times 0.211 \\ \hline 0.000985 \\ 0.00985 \\ 0.1970 \\ \hline 0.207835 \end{array}$$



$$\begin{aligned} 0.211 &= 2 \times 10^{-1} + 1 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3} \\ 0.985 &= 985 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

$$0.985 \times 0.211 = (985 \times 1 \times 10^{-6}) + (985 \times 1 \times 10^{-5}) + (985 \times 2 \times 10^{-4})$$

王道考研/CSKAOYAN.COM

4

手算乘法（二进制）

r 进制: $K_n K_{n-1} \dots K_2 K_1 K_0 K_{-1} K_{-2} \dots K_{-m}$

$$= K_n \times r^n + K_{n-1} \times r^{n-1} + \dots + K_2 \times r^2 + K_1 \times r^1 + K_0 \times r^0 + K_{-1} \times r^{-1} + K_{-2} \times r^{-2} + \dots + K_{-m} \times r^{-m}$$

$$\begin{array}{r} 0.1101 \\ \times 0.1011 \\ \hline 1101 \\ 1101 \\ 0000 \\ 1101 \\ \hline 0.10001111 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 0.1101 \\ \times 0.1011 \\ \hline 0.00001101 \\ 0.0001101 \\ 0.000000 \\ 0.01101 \\ \hline 0.10001111 \end{array}$$



考虑用机器实现:

- 实际数字有正负, 符号位如何处理?
- 乘积的位数扩大一倍, 如何处理?
- 4个位积都要保存下来最后统一相加?

用“移位”实现

(乘数) $0.1011 = 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4}$

(被乘数) $0.1101 = 1101 \times 2^{-4}$

$$0.1101 \times 0.1011 = (1101 \times 1 \times 2^{-8}) + (1101 \times 1 \times 2^{-7}) + (1101 \times 0 \times 2^{-6}) + (1101 \times 1 \times 2^{-5})$$

王道考研/CSKAOYAN.COM

5

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位 (含1位符号位), $[x]_{\text{原}} = 1.1101$, $[y]_{\text{原}} = 0.1011$, 采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

符号位	数值位
-----	-----

符号单独处理: 符号位 = $x_s \oplus y_s$

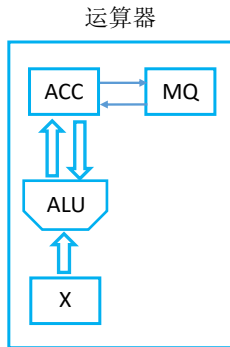
数值位取绝对值进行乘法计算

$$[|x|]_{\text{原}} = 0.1101, [|y|]_{\text{原}} = 0.1011$$

王道考研/CSKAOYAN.COM

6

穿越：运算器的基本组成



运算器：用于实现算术运算（如：加减乘除）、逻辑运算（如：与或非）

ACC：累加器，用于存放操作数，或运算结果。

MQ：乘商寄存器，在乘、除运算时，用于存放操作数或运算结果。

X：通用的操作数寄存器，用于存放操作数

ALU：算术逻辑单元，通过内部复杂的电路实现算术运算、逻辑运算

	加	减	乘	除
Accumulator	ACC	被加数、和	乘积高位	被除数、余数
Multiple-Quotient Register	MQ		乘数、乘积低位	商
Arithmetic and Logic Unit	X	加数	被乘数	除数

王道考研/CSKAOYAN.COM

7

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位（含1位符号位）， $[x]_{\text{原}} = 1.1101$ ， $[y]_{\text{原}} = 0.1011$ ，采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

符号位	数值位
-----	-----

符号单独处理：符号位 = $x_s \oplus y_s$

数值位取绝对值进行乘法计算

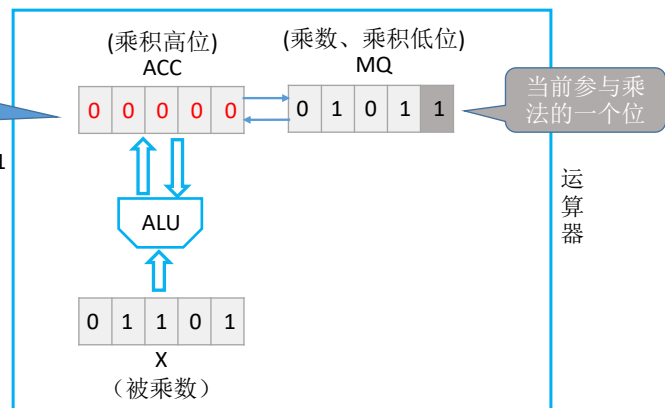
实现方法：先加法再移位，重复 n 次

```

    0.1101
  × 0.1011
  -----
    01101
    01101
    00000
    01101
  -----
  0.10001111
  
```

在正式进行乘法之前，ACC置0
00000+01101=01101

当前位=1，则ACC加上被乘数
当前位=0，则ACC加上 0



王道考研/CSKAOYAN.COM

8

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位（含1位符号位）， $[x]_{\text{原}} = 1.1101$ ， $[y]_{\text{原}} = 0.1011$ ，采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

符号位	数值位
-----	-----

符号单独处理：符号位 = $x_s \oplus y_s$

数值位取绝对值进行乘法计算

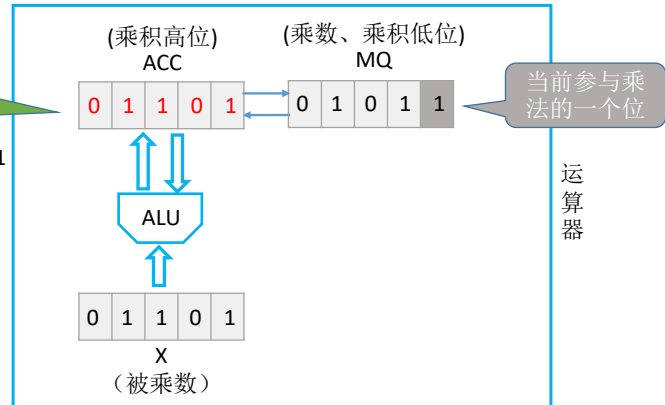
实现方法：先加法再移位，重复 n 次

```

    0.1101
  × 0.1011
  -----
    01101
   00000
  01101
  -----
 0.10001111
  
```

(ACC)+(X) → ACC
00000+01101=01101

当前位=1，则ACC加上被乘数
当前位=0，则ACC加上 0



王道考研/CSKAOYAN.COM

9

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位（含1位符号位）， $[x]_{\text{原}} = 1.1101$ ， $[y]_{\text{原}} = 0.1011$ ，采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

符号位	数值位
-----	-----

符号单独处理：符号位 = $x_s \oplus y_s$

数值位取绝对值进行乘法计算

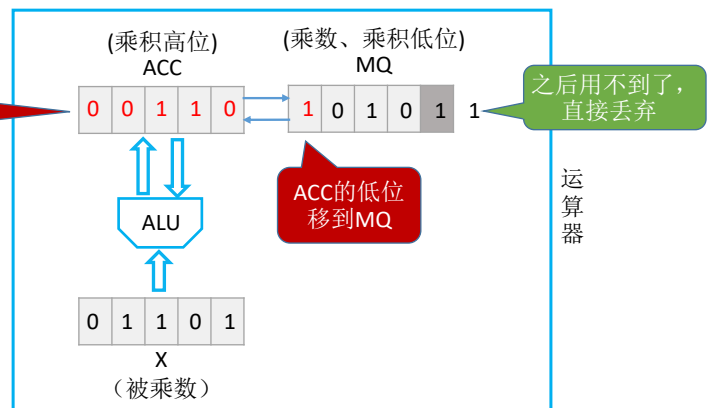
实现方法：先加法再移位，重复 n 次

```

    0.1101
  × 0.1011
  -----
    01101
   01101
  00000
  01101
  -----
 0.10001111
  
```

当前位=1，则ACC加上被乘数
当前位=0，则ACC加上 0

逻辑右移，
高位补0



王道考研/CSKAOYAN.COM

10

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位（含1位符号位）， $[x]_{\text{原}} = 1.1101$ ， $[y]_{\text{原}} = 0.1011$ ，采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

符号位	数值位
-----	-----

符号单独处理：符号位 = $x_s \oplus y_s$

数值位取绝对值进行乘法计算

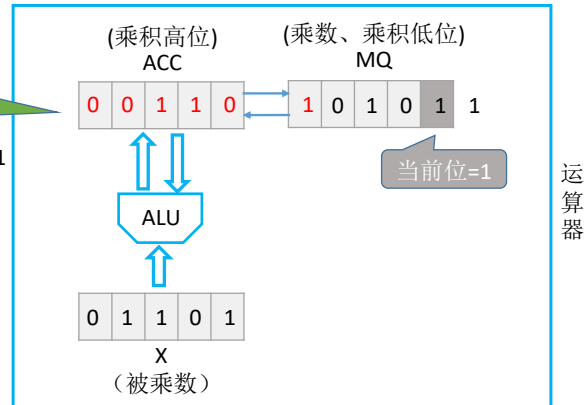
实现方法：先加法再移位，重复 n 次

```

    0.1101
  × 0.1011
  -----
    01101
    01101
    00000
    01101
  -----
  0.10001111
  
```

(ACC)+(X) → ACC
00110+01101=10011

当前位=1，则ACC加上被乘数
当前位=0，则ACC加上 0



王道考研/CSKAOYAN.COM

11

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位（含1位符号位）， $[x]_{\text{原}} = 1.1101$ ， $[y]_{\text{原}} = 0.1011$ ，采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

符号位	数值位
-----	-----

符号单独处理：符号位 = $x_s \oplus y_s$

数值位取绝对值进行乘法计算

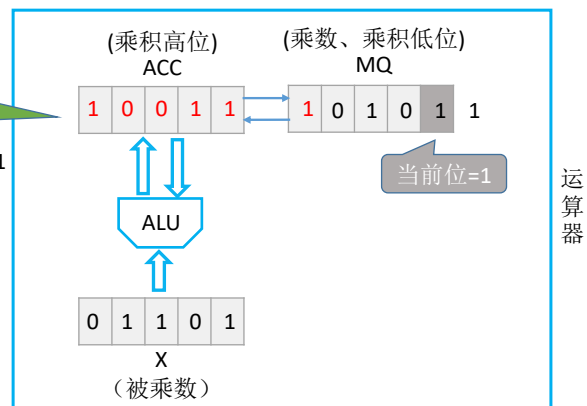
实现方法：先加法再移位，重复 n 次

```

    0.1101
  × 0.1011
  -----
    01101
    01101
    00000
    01101
  -----
  0.10001111
  
```

(ACC)+(X) → ACC
00110+01101=10011

当前位=1，则ACC加上被乘数
当前位=0，则ACC加上 0



王道考研/CSKAOYAN.COM

12

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位（含1位符号位）， $[x]_{\text{原}} = 1.1101$ ， $[y]_{\text{原}} = 0.1011$ ，采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

符号位	数值位
-----	-----

符号单独处理：符号位 = $x_s \oplus y_s$

数值位取绝对值进行乘法计算

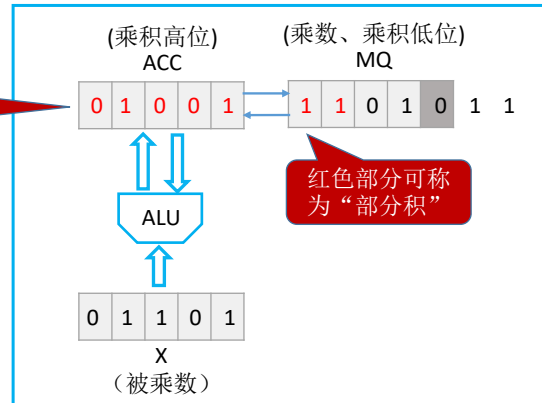
实现方法：先加法再移位，重复 n 次

```

    0.1101
  × 0.1011
  -----
    01101
    01101
    00000
    01101
  -----
  0.10001111
  
```

当前位=1，则ACC加上被乘数
当前位=0，则ACC加上 0

逻辑右移，
高位补0



运算器

王道考研/CSKAOYAN.COM

13

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位（含1位符号位）， $[x]_{\text{原}} = 1.1101$ ， $[y]_{\text{原}} = 0.1011$ ，采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

符号位	数值位
-----	-----

符号单独处理：符号位 = $x_s \oplus y_s$

数值位取绝对值进行乘法计算

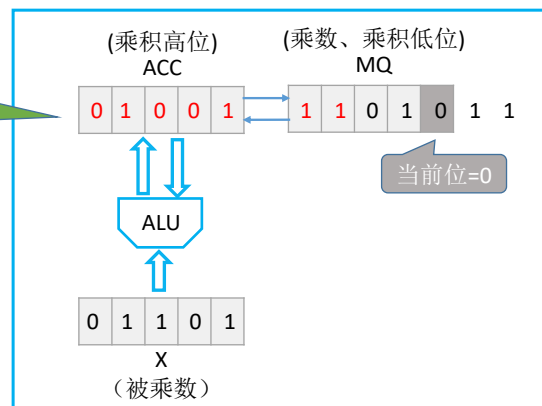
实现方法：先加法再移位，重复 n 次

```

    0.1101
  × 0.1011
  -----
    01101
    01101
    00000
    01101
  -----
  0.10001111
  
```

当前位=1，则ACC加上被乘数
当前位=0，则ACC加上 0

(ACC)+0→ACC



运算器

王道考研/CSKAOYAN.COM

14

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位（含1位符号位）， $[x]_{\text{原}} = 1.1101$ ， $[y]_{\text{原}} = 0.1011$ ，采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

符号位	数值位
-----	-----

符号单独处理：符号位 = $x_s \oplus y_s$

数值位取绝对值进行乘法计算

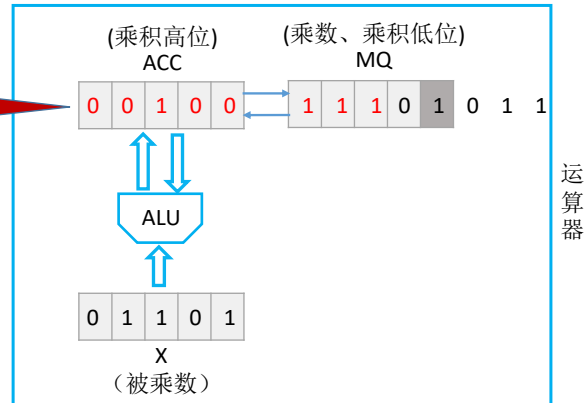
实现方法：先加法再移位，重复 n 次

```

    0.1101
  × 0.1011
  -----
    01101
   01101
  00000
 01101
  -----
 0.10001111
  
```

当前位=1，则ACC加上被乘数
当前位=0，则ACC加上 0

逻辑右移，
高位补0



王道考研/CSKAOYAN.COM

15

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位（含1位符号位）， $[x]_{\text{原}} = 1.1101$ ， $[y]_{\text{原}} = 0.1011$ ，采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

符号位	数值位
-----	-----

符号单独处理：符号位 = $x_s \oplus y_s$

数值位取绝对值进行乘法计算

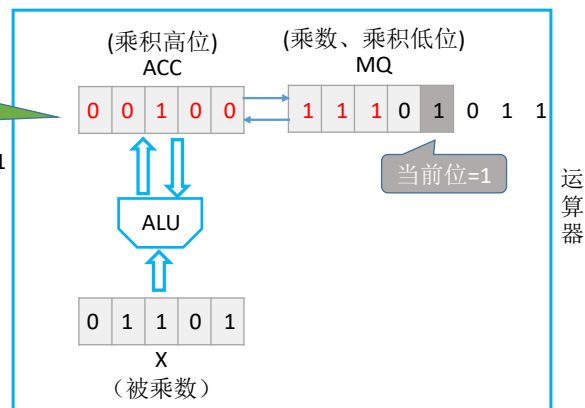
实现方法：先加法再移位，重复 n 次

```

    0.1101
  × 0.1011
  -----
    01101
   01101
  00000
 01101
  -----
 0.10001111
  
```

当前位=1，则ACC加上被乘数
当前位=0，则ACC加上 0

(ACC)+(X)→ACC
00100+01101=10001

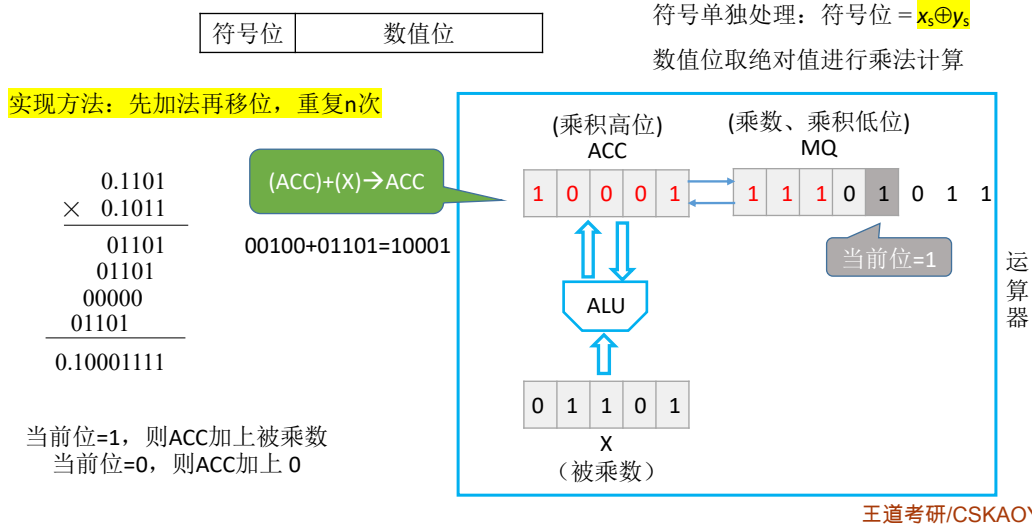


王道考研/CSKAOYAN.COM

16

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位 (含 1 位符号位), $[x]_{\text{原}} = 1.1101$, $[y]_{\text{原}} = 0.1011$, 采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

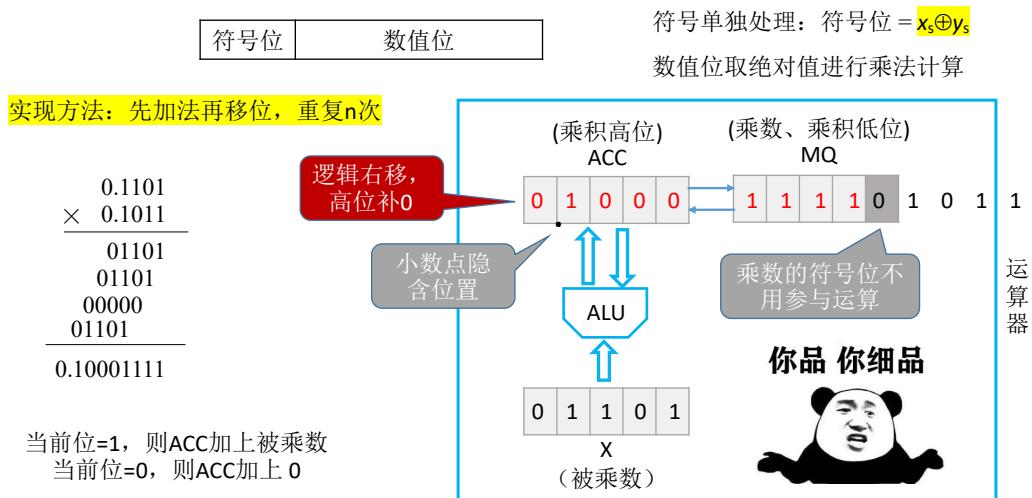


王道考研/CSKAOYAN.COM

17

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位 (含 1 位符号位), $[x]_{\text{原}} = 1.1101$, $[y]_{\text{原}} = 0.1011$, 采用原码一位乘法求 $x \cdot y$



王道考研/CSKAOYAN.COM

18

原码一位乘法

设机器字长为 $n+1=5$ 位（含1位符号位）， $[x]_{\text{原}} = 1.1101$ ， $[y]_{\text{原}} = 0.1011$ ，采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

符号位	数值位
-----	-----

符号单独处理：符号位 = $x_s \oplus y_s$

数值位取绝对值进行乘法计算

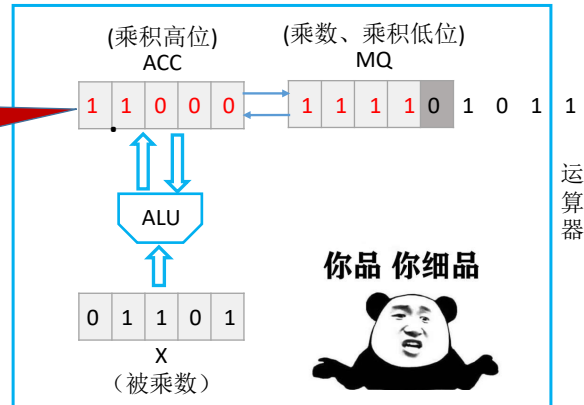
实现方法：先加法再移位，重复 n 次

```

    0.1101
  × 0.1011
  -----
    01101
   01101
  00000
 01101
  -----
 0.10001111
  
```

当前位=1，则ACC加上被乘数
当前位=0，则ACC加上 0

修改符号
位 $x_s \oplus y_s = 1$



王道考研/CSKAOYAN.COM

19

原码一位乘法（手算模拟）

设机器字长为5位（含1位符号位， $n=4$ ）， $x = -0.1101$ ， $y = +0.1011$ ，采用原码一位乘法求 $x \cdot y$

解： $|x| = 00.1101$ ， $|y| = 00.1011$ ，原码一位乘法的求解过程如下。

Tips:

- 乘数的符号位不参与运算，可以省略
- 原码一位乘可以只用单符号位
- 答题时最终结果最好写为原码机器数

原码一位乘法：机器字长 $n+1$ ，数值部分占 n 位

符号位通过异或确定；数值部分通过被乘数和乘数绝对值的 n 轮加法、移位完成
根据当前乘数中参与运算的位确定(ACC)加什么。若当前运算位=1，则(ACC)+ $[|x|]_{\text{原}}$ ；若=0，则(ACC)+0。

每轮加法后ACC、MQ的内容统一逻辑右移

符号位 $P_s = x_s \oplus y_s = 1 \oplus 0 = 1$ ，得 $x \cdot y = -0.10001111$ 。

ACC (高位部分积)	(低位部分积/乘数)	说明
00.0000	1011 丢失位	起始情况 $C_4=1$ ，则+ $ x $
+ $ x $ 00.1101		
右移 00.1101		
+ $ x $ 00.0110	----- 1101 1	右移部分积和乘数 $C_4=1$ ，则+ $ x $
右移 00.1101		
+0 01.0011		
右移 00.1001	----- 1110 11	右移部分积和乘数 $C_4=0$ ，则+0
+0 00.0000		
右移 00.1001		
+ $ x $ 00.0100	----- 1111 011	右移部分积和乘数 $C_4=1$ ，则+ $ x $
右移 00.1101		
+0 01.0001		
右移 00.1000	----- 1111 1011	右移部分积和乘数 乘数全部移出
	结果的绝对值部分	

王道考研/CSKAOYAN.COM

20

本节内容

定点数

补码乘法运算

王道考研/CSKAOYAN.COM

21

补码一位乘法

设机器字长为5位（含1位符号位， $n=4$ ）， $x = -0.1101$ ， $y = +0.1011$ ，采用Booth算法求 $x \cdot y$
 $[x]_{补} = 1.0011$ ， $[-x]_{补} = 0.1101$ ， $[y]_{补} = 0.1011$

原码一位乘法：
进行 n 轮加法、移位

每次加法可能 $+0$ 、 $+ [x]_{原}$

每次移位是“逻辑右移”

符号位不参与运算

根据当前MQ中的最低位来确定加什么

MQ中最低位 = 1时， $(ACC) + [x]_{原}$
 MQ中最低位 = 0时， $(ACC) + 0$

补码一位乘法：
进行 n 轮加法、移位，最后再多来一次加法


每次加法可能 $+0$ 、 $+ [x]_{补}$ 、 $+ [-x]_{补}$

每次移位是“补码的算数右移”

符号位参与运算

根据当前MQ中的最低位、辅助位 来确定加什么

辅助位 - MQ中最低位 = 1时， $(ACC) + [x]_{补}$
 辅助位 - MQ中最低位 = 0时， $(ACC) + 0$
 辅助位 - MQ中最低位 = -1时， $(ACC) + [-x]_{补}$



朋友，过两招？

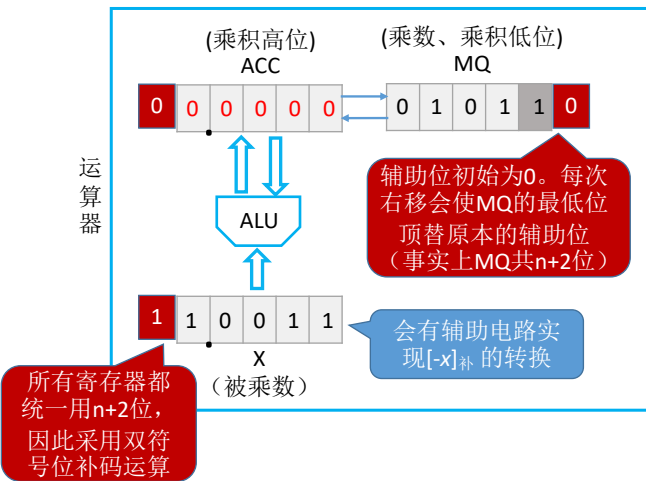
王道考研/CSKAOYAN.COM

22

补码一位乘法

设机器字长为5位（含1位符号位， $n=4$ ）， $x = -0.1101$ ， $y = +0.1011$ ，采用Booth算法求 $x \cdot y$

$[x]_{补} = 1.0011$ ， $[-x]_{补} = 0.1101$ ， $[y]_{补} = 0.1011$



补码一位乘法：
进行 n 轮加法、移位，最后再多来一次加法

每次加法可能 $+0$ 、 $+ [x]_{补}$ 、 $+ [-x]_{补}$

每次移位是“补码的算数右移”

符号位参与运算

根据当前MQ中的最低位、辅助位 来确定加什么

辅助位 - MQ中最低位 = 1时， $(ACC) + [x]_{补}$
辅助位 - MQ中最低位 = 0时， $(ACC) + 0$
辅助位 - MQ中最低位 = -1时， $(ACC) + [-x]_{补}$

王道考研/CSKAOYAN.COM

23

补码一位乘法（手算模拟）

设机器字长为5位（含1位符号位， $n=4$ ）， $x = -0.1101$ ， $y = +0.1011$ ，采用Booth算法求 $x \cdot y$

$[x]_{补} = 1.0011$ ， $[-x]_{补} = 0.1101$ ， $[y]_{补} = 0.1011$

	(高位部分积)	(低位部分积/乘数)	说明
	00.0000	0.1011	起始情况
		0 丢失位	
正数算数右移	$+ [-x]_{补}$ 00.1101		辅助位
	00.1101		
右移	00.0110	10.1011	右移部分积和乘数
$+0$	00.0000		$Y_4 Y_5 = 10$ ， $Y_5 - Y_4 = -1$ ，则 $+ [-x]_{补}$
	00.0110		
右移	00.0011	010.1011	右移部分积和乘数
$+ [x]_{补}$	11.0011		$Y_4 Y_5 = 01$ ， $Y_5 - Y_4 = 1$ ，则 $+ [x]_{补}$
	11.0110		
右移	11.1011	0010.1011	右移部分积和乘数
$+ [-x]_{补}$	00.1101		$Y_4 Y_5 = 10$ ， $Y_5 - Y_4 = -1$ ，则 $+ [-x]_{补}$
	00.1000		
右移	00.0100	00010.1011	右移部分积和乘数
$+ [x]_{补}$	11.0011		$Y_4 Y_5 = 01$ ， $Y_5 - Y_4 = 1$ ，则 $+ [x]_{补}$
	11.0111		
最后多一次加法			构成 $[x \cdot y]_{补}$

n 轮加法、算数右移，加法规则如下：

辅助位 - MQ中最低位 = 1时， $(ACC) + [x]_{补}$

辅助位 - MQ中最低位 = 0时， $(ACC) + 0$

辅助位 - MQ中最低位 = -1时， $(ACC) + [-x]_{补}$

补码的算数右移：

符号位不动，数值位右移，正数右移补0，

负数右移补1（符号位是啥就补啥）

注：一般来说，Booth算法的被乘数、部分积采用双符号位补码

$[x \cdot y]_{补} = 11.01110001$
即 $x \cdot y = -0.10001111$

王道考研/CSKAOYAN.COM

24

知识点回顾

部分积、被乘数、乘数都可采用双符号位原码，也可用单符号位原码（手算时乘数的符号位可不写）

部分积、被乘数采用双符号位补码；乘数采用单符号位补码，并在末位添个0

原码一位乘法：

符号位通过异或确定，数值位由被乘数和乘数的绝对值进行 n 轮加法、移位

每次加法可能 $+0$ 、 $+|x|_{\text{原}}$

每次移位是“逻辑右移”

乘数的符号位不参与运算

MQ中最低位 = 1时， $(ACC)+|x|_{\text{原}}$

MQ中最低位 = 0时， $(ACC)+0$

补码一位乘法（Booth算法）：

符号位、数值位都是由被乘数和乘数进行 n 轮加法、移位，**最后再多来一次加法**

每次加法可能 $+0$ 、 $+x_{\text{补}}$ 、 $+[-x]_{\text{补}}$

每次移位是“补码的算数右移”

乘数的符号位参与运算

辅助位 - MQ中“最低位” = 1时， $(ACC)+x_{\text{补}}$

辅助位 - MQ中“最低位” = 0时， $(ACC)+0$

辅助位 - MQ中“最低位” = -1时， $(ACC)+[-x]_{\text{补}}$



朋友，过两招？

王道考研/CSKAOYAN.COM

25



@王道论坛



@王道计算机考研备考

@王道咸鱼老师-计算机考研

@王道楼楼老师-计算机考研



@王道计算机考研



等撩



等撩

知乎

@王道计算机考研

微信视频号

@王道计算机考研

微信公众平台

@王道在线

26