学号______

班级______

姓名______

线 封 密

重庆理工大学《概率论与数理统计》
2022—2023 学年第二学期期末考试

注意：
1、请考生仔细检查试卷，如有错、漏、破烂现象请及时报告监考老师更换。
2、请考生诚信考试。
3、考试形式：闭卷。
4、考试时间：120 分钟。

一、 填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1、若 $P(A)=0.5$， $P(B)=0.4$， $P(A-B)=0.3$，则 $P(A\cup B)=$____________.

2、设随机变量 X 服从二项分布$B(10,p)$，若 X 的方差是$\frac{5}{2}$，则 P= _______.

3、设随机变量 X、Y 均服从正态分布$N(2,\quad 0.2)$且相互独立，则随机变量 $Z=X-2Y+1$ 的概率密度函数为_____________.

4、设总体 $X\sim N(0,4)$，而 $X_1,X_2,\cdots,X_{15}$ 为取自该总体的样本，则统计量$Y=\frac{X_1^2+X_2^2+\cdots+X_{10}^2}{2(X_{11}^2+X_{12}^2+\cdots+X_{15}^2)}$服从____________分布.

5、设随机变量 X 的概率密度为$f(x)=\begin{cases}2x & 0<x<1\\ 0 & 其它\end{cases}$，以$Y$表示对$X$的三次独立重复观察中事件$\left\{X\le\frac{1}{2}\right\}$出现的次数，则 $P\{Y=2\}=$___________.

6、设总体X和Y相互独立， $X\sim N(0,4)$， $Y\sim N(0,9)$， $\bar{X}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}X_i$， $\bar{Y}=\frac{1}{15}\sum_{i=1}^{15}Y_i$，其中 $X_1,X_2,\cdots,X_{10}$ 以及 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_{15}$ 时分布来自总体 X 和 Y 的随机样本，则 $|\bar{X}-\bar{Y}|$ 的数学期望为 ________ .

二、单项选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1、设 A,B,C 三个事件两两独立,则 A,B,C 相互独立的充分必要条件是(　　).

(A) A 与 $B\ C$ 独立　　(B) $A\ B$ 与 $A\cup C$ 独立

(C) $A\ B$ 与 $A\ C$ 独立　　(D) $A\cup B$ 与 $A\cup C$ 独立

2、设 A，B 是两个随机事件，$P(A)=\frac{2}{5}$， $P(B)=\frac{4}{5}$， $P(B|\bar{A})=\frac{5}{6}$，则（ ）

$(A)P(\bar{A}|B)=\frac{1}{2}$　　$(B)P(\bar{A}|B)=\frac{3}{4}$　　$(C)P(\bar{A}|B)=\frac{5}{8}$　　$(D)P(\bar{A}|B)=\frac{12}{25}$

3、设 X，Y 为相互独立的两个随机变量，则下列不正确的结论是（ ）

$(A)\ E(X\pm Y)=E(X)\pm E(Y)$　　$(B)E(XY)=E(X)E(Y)$

$(C)\ D(X\pm Y)=D(X)+D(Y)$　　$(D)D(XY)=D(X)D(Y)$

4、袋中有 4 个白球 2 个黑球，今从中任取 3 个球，则至少一个黑球的概率为(　).

(A) $\frac{4}{5}$　　(B) 1

(C) $\frac{1}{5}$　　(D) $\frac{1}{3}$

5、设随机变量 X 服从正态分布(μ_1,σ_1^2)，随机变量Y 服从正态分布 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且 $P\{|X-\mu_1|<1\}>P\{|Y-\mu_2|<1\}$，则必有(　　).

(A) $\sigma_1<\sigma_2$　(B) $\sigma_1>\sigma_2$　(C) $\mu_1<\mu_2$　(D) $\mu_1>\mu_2$

6、$X_1,X_2,\cdots X_9$ 相互独立， $EX_i=1$， $DX_i=1$　$(i=1,2,\cdots 9)$,则对任意给定的 $\varepsilon>0$，有(　).

(A)$P\left\{\left|\sum_{i=1}^{9}X_i-1\right|<\varepsilon\right\}\ge 1-\varepsilon^{-2}$　　(B)$P\left\{\left|\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9}X_i-1\right|<\varepsilon\right\}\ge 1-\varepsilon^{-2}$

(C)$P\left\{\left|\sum_{i=1}^{9}X_i-9\right|<\varepsilon\right\}\ge 1-\varepsilon^{-2}$　　(D)$P\left\{\left|\sum_{i=1}^{9}X_i-9\right|<\varepsilon\right\}\ge 1-9\varepsilon^{-2}$

三、(10 分) 甲、乙两人轮流投篮，甲先投。一般来说，甲、乙两人独立投篮的命中率分别为 0.7 和 0.6。但由于心理因素的影响，如果对方在前一次投篮中投中，紧跟在后面投篮的这一方的命中率就会有所下降，甲、乙的命中率分别变为 0.4 和 0.5。求:

(1) 乙在第一次投篮中投中的概率;

(2) 甲在第二次投篮中投中的概率。

四、(14 分) 设(X,Y)在由直线$x=1$，$x=e^2$，$y=0$及曲线$y=\frac{1}{x}$所围成的区域上服从均匀分布，

(1) 求边缘密度$f_X(x)$和$f_Y(y)$，并说明X与Y是否独立.

(2) 求$P(X+Y\geq 2)$.

五、(10 分) 设随机变量 X 与 Y 相互独立且同分布，且 X 的分布律为$X\sim\begin{bmatrix}1 & 2\\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3}\end{bmatrix}$.

记$U=\max(X,Y)$，$V=\min(X,Y)$，试求(U,V)的概率分布，并求$Cov(U,V)$.

六、(10 分) 一养鸡场购进 1 万个良种鸡蛋,已知每个鸡蛋孵化成雏鸡的概率为 0.84，每只雏鸡发育成种鸡的概率为 0.90，试计算这批鸡蛋得到种鸡不少于 7500 只的概率。

七、(10 分)设总体X的分布函数为

$$F(x;\beta)=\begin{cases}1-\dfrac{1}{x^{\beta}} & 当x>1\\ 0 & 当x\leq 1\end{cases}$$

其中未知参数$\beta>1, X_1, X_2, \cdots, X_n$为来自总体$X$的简单随机样本,求

(1) β的矩估计;

(2) β的极大似然估计。

线

封

密

八．（10 分）

(1). 已知多名实习生相互独立地测量同一块土地的面积，设每名实习生得到的测量数据 X 平方米服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，从这些测量数据中随机抽取 7 个，经计算，其平均面积为 125 平方米，标准差为 2.71 平方米。求 μ 的置信度为 90%的置信区间。