重庆理工大学本科生课程考试试卷

2021 ～ 2022 学年第 2 学期

开课学院 理学院 课程名称 线性代数【理工】 考核方式 闭卷

考试时间 120 分钟 A 卷（A/B/C……） 第 1 页 共 3 页

考生姓名__________ 考生班级__________ 考生学号__________

一、选择题（本大题共 5 小题，每题 2 分，总计 10 分）

1、在5阶行列式中，$a_{1i}a_{23}a_{35}a_{5j}a_{44}$是其中带正号的一项，则$i, j$之值为（ ）

A. $i=1, j=2$ B. $i=2, j=3$ C. $i=1, j=3$ D. $i=2, j=1$

2、设A, B都是n阶方阵，则（ ）

A. $|A+B|=|A|+|B|$ B. $|AB|=|BA|$ C. $AB=BA$ D. $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

3、设三阶方阵A的三个特征值为$2,-3,4$，则下列方阵可逆的是（ ）

A. $A-2E$ B. $A+2E$ C. $A+3E$ D. $A-4E$

4、设$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$线性无关，则下列向量组线性相关的是（ ）

A. $\alpha_1, \alpha_1+\alpha_2, \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$ B. $\alpha_1+\alpha_2, \alpha_1-\alpha_2, \alpha_3$

C. $\alpha_1-\alpha_2, \alpha_2-\alpha_3, \alpha_3-\alpha_1$ D. $\alpha_1-2\alpha_2, \alpha_2, \alpha_2+3\alpha_3$

5、设三阶方阵A的特征值为$1,-2,3$，则$|A^2+A|=$（ ）

A. 24 B. -24 C. 48 D. -48

二、填空题（本大题共 7 小题，每空 2 分，总计 20 分）

1、设$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$，则$A^{-1}=$__________，$|A^3|=$__________.

2、二次型$f(x_1,x_2,x_3)=(k+1)x_1^2+(k-2)x_2^2+(k-1)x_3^2$为正定二次型，则$k$的取值范围为__________.

3、设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+2x_3^2-2x_1x_2+2x_2x_3$，则二次型$f$的矩阵$A=$__________，二次型$f$的秩为__________.

重庆理工大学本科生课程考试试卷

2021 ～ 2022 学年第 2 学期

开课学院 理学院 课程名称 线性代数【理工】 考核方式 闭卷

考试时间 120 分钟 A 卷（A/B/C……） 第 2 页 共 3 页

考生姓名＿＿＿＿＿＿ 考生班级＿＿＿＿＿＿ 考生学号＿＿＿＿＿＿

4、将向量$\alpha=\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$施密特正交化后得到的两个向量为＿＿＿＿＿＿.

5、设$\alpha_1=(1,1,1)^T,\alpha_2=(1,2,3)^T,\alpha_3=(1,3,t)^T$，则当$t=$＿＿＿＿时，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性相关.

6、设A为2阶方阵，且$|A|=3$，则$|A^*|=$＿＿＿＿.

7、若矩阵$\begin{pmatrix}22&31\\x&y\end{pmatrix}$与$\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$相似，则$x=$＿＿＿＿，$y=$＿＿＿＿.

三、计算题（本大题共 4 小题，每题 7 分，共 28 分）

1、设$D=\begin{vmatrix}3&1&-1&2\\-5&1&3&-4\\1&2&3&4\\1&-5&3&-3\end{vmatrix}$，$D$的$(i,j)$元的代数余子式记为$A_{ij}$，求$A_{31}+3A_{32}-2A_{33}+2A_{34}$.

2、设$A=\begin{pmatrix}1&-1&2\\-1&2&1\\1&0&5\\-1&3&4\end{pmatrix}$，求矩阵$A$的秩$R(A)$.

3、求解非齐次方程组

$$\begin{cases}2x_1+x_2-x_3+x_4=1\\4x_1+2x_2-2x_3+x_4=2\\2x_1+x_2-x_3-x_4=1\end{cases}.$$

4、设$A=\begin{pmatrix}-2&3\\5&1\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}3&-6\\5&3\end{pmatrix}$，求$AB,A^TB-3A$.

重庆理工大学本科生课程考试试卷

2021 ～ 2022 学年第 2 学期

开课学院 理学院 课程名称 线性代数【理工】 考核方式 闭卷

考试时间 120 分钟 A 卷（A/B/C……） 第 3 页 共 3 页

考生姓名________ 考生班级________ 考生学号________

四、综合计算题（本大题共 4 小题，每题 8 分，共 32 分）

1、设向量组 A： $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\0\\2\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\2\\0\\1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}2\\1\\3\\0\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}2\\5\\-1\\4\end{pmatrix},\alpha_5=\begin{pmatrix}1\\-1\\3\\-1\end{pmatrix}$

求向量组 A 的一个最大无关组，并把其余向量用最大无关组线性表示.

2、设 $A=\begin{pmatrix}1&4&2\\0&-3&4\\0&4&3\end{pmatrix}$，求可逆矩阵 P，使 $P^{-1}AP$ 为对角阵.

3、设 $A=\begin{pmatrix}0&3&3\\1&1&0\\-1&2&3\end{pmatrix}$，矩阵 B 满足 $AB=A+2B$，求矩阵 B.

4、设

$$A=\begin{pmatrix}1&2&2\\2&1&2\\2&2&1\end{pmatrix}$$

（1）求 A 的特征值、特征向量；

（2）求 A^2+E 的特征值.

五、证明题（本大题共 2 小题，每题 5 分，共 10 分）

1、设方阵 A 满足 $A^2-3A+2E=0$，证明方阵 $A+3E$ 可逆，并求 $(A+3E)^{-1}$.

2、设 $A^2+4A+3E=0$，且 A 为 n 阶对称阵，证明 $A+2E$ 为正交阵.