重庆理工大学本科生课程考试试卷

2023～ 2024 学年第 1 学期

开课学院 理学院 课程名称 概率论与数理统计(理工) 考核方式 闭卷

第 1 页 共 4 页

考试时间 120 分钟 C 卷

考生姓名________ 考生班级________ 考生学号________

一、 选择题(本题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分)

1. 设 $P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B|A)=\frac{1}{3}$，$P(A|B)=\frac{1}{2}$，则 $P(A\cup B)=($ $)$

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$

2. 设事件 A 与 B 相互独立，则下列结论错误的是( )

(A) A与$\overline{B}$ 独立 (B) $\overline{A}$与$\overline{B}$ 独立

(C) $P(\overline{A}B)=P(\overline{A})P(B)$ (D) A 与 B 一定互斥

3. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} kx, & 0\le x<3 \\ 2-\frac{x}{2}, & 3\le x\le 4 \\ 0, & 其他 \end{cases}$，则 $k=$ ( )

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$

4. 设随机变量 $X\sim N(4,5^2)$，又常数 c 满足 $P\{X\le c\}=P\{X>c\}$，则 c 等于 ( )

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

5. 设随机变量 $X\sim B(n,p)$ 则有( )

(A) $E(2X-1)=2np$ (B) $E(2X+1)=4np+1$

(C) $D(2X+1)=4np(1-p)+1$ (D) $D(2X-1)=4np(1-p)$

6. 设 (X,Y) 的联合概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} 4xy, 0\le x\le 1, 0\le y\le 1 \\ 0, \quad 其他 \end{cases}$，若 $F(x,y)$ 为分布函数，则 $F(0.5,2)=$ ( )

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) 1

7. 下列结论中，不能作为随机变量 X 与 Y 不相关的充要条件是 ( )

(A) $E(XY)=E(X)E(Y)$ (B) $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

(C) $Cov(X,Y)=0$ (D) X 与 Y 相互独立

8. 假设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本，其均值为 $\overline{X}$，方差为 S^2，已知 $\hat{\lambda}=a\overline{X}+(2-3a)S^2$ 为 λ 的无偏估计，则 ( )

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$

9. 设 $X\sim N(3,5^2),(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为总体 X 的一个样本，则以下结果正确的是 ( )

(A) $\frac{\overline{X}-3}{5}\sim N(0,1)$ (B) $\frac{\overline{X}-3}{25}\sim N(0,1)$

(C) $\frac{\overline{X}-3}{5}\sim N(0,1)$ (D) $\frac{\overline{X}-3}{5/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$

10. 设 $X_1,X_2,\ldots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个简单随机样本，其中 μ 未知，σ^2 已知，则下列不是统计量的是 ( )

(A) $\max\limits_{1\le i\le n}\{X_i\}$ (B) $\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i}{\sigma}\right)^2$ (C) $\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ (D) $\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

二、填空题(本大题共 10 个小题，每空 2 分，共 20 分)

11. 设 A,B,C 表示三个随机事件，则恰好有一个事件发生表示为______.

12. 若盒子中有 8 个黑球，2 个白球，不放回的从中抽取 10 次，每次抽一个，则第 5 次抽到白球的概率为_______.

13. 设随机变量 $X\sim N(2,5^2)$，则 $P\{X=2\}=$_______.

14. 设 X 和 Y 为两个互相独立的随机变量，且分别服从参数为 1 与参数为 4 的指数分布，则 (X,Y) 的联合密度函数 $f(x,y)=$___________.

15. 已知随机变量 X 的数学期望 $E(X)=2$，$D(Y)=1$，则 $E(X^2)=$_______.

16. 已知随机变量 X 的概率密度函数为 $f_X(x)$，则 $Y=3X+1$ 的概率密度函数 $f_Y(y)=$___.

17. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}8xy, & 0\le x\le y\le 1\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

则边缘概率密度函数 $f_Y(y)=$________.

18. 设 $X_1\sim N(2,4), X_2\sim N(0,1), X_3\sim N(1,5)$, 且 X_1, X_2, X_3 相互独立，设 $Y=X_1+2X_2-3X_3$，则 $Y\sim$________.

19. 随机变量 X 与 Y 相互独立，则相关系数 $\rho_{XY}=$______.

20. 已知一批零件的长度 X（单位：cm）服从正态分布 $N(\mu,1)$，从中随机地抽取 16 个零件，得到长度的平均值为 40cm，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是________.

(注：标准正态分布函数值 $\Phi(1.96)=0.975, \Phi(1.645)=0.95$)

三、 计算题(本大题共 6 小题，每道 10 分，共 60 分)

21. 已知男子有 5%是色盲患者，女子有 0.25%是色盲患者. 今从男女人数相等的人群中随机地挑选一人，恰好是色盲者，问此人是男性的概率是多少？.

22. 袋中有 4 个白球，2 个红球，从中任取 3 个球，以 X 表示所取 3 个球中红球的个数，(1)求 X 的分布律. (2)求 X 的分布函数.

23. 若随机变量 X 在区间 $(1,6)$ 上服从均匀分布，则关于 y 的方程 $y^2+Xy+1=0$ 有实根的概率是多少？

24. 二维随机变量 (X,Y) 的联合分布律如下表所示

X \ Y	2	5	8
0.4	0.15	0.30	0.35
0.8	0.05	0.12	0.03

重庆理工大学本科生课程考试试卷

2023～ 2024 学年第 1 学期

开课学院 理学院 课程名称 概率论与数理统计(理工) 考核方式 闭卷

考试时间 120 分钟 C 卷

考生姓名________ 考生班级________ 考生学号________

（1） 求关于 X 和 Y 的边缘分布律；

（2） 判断 X 与 Y 是否相互独立；

（3） 求 $Z=Y-X$ 分布律.

25. 设总体 X 的概率分布如下表所示，其中 $\theta(0<\theta<\frac{1}{2})$ 为未知参数，对总体 X 中抽取容量为 8 的一组样本，即 $\{3,1,3,0,3,1,2,3\}$，求 θ 的极大似然估计值.

X	0	1	2	3
p	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	θ^2	$1-2\theta$

26. 某手机生产商在其广告宣传中声称其生产的某品牌手机待机时间的平均值为 72 小时，质监部门抽查了这种品牌手机 6 部，得到的待机时间为 69，68，72，70，66，75. 设手机的待机时间 $X\sim N(\mu,24)$，试用这些数据说明：手机待机时间与广告宣传是否有显著差异？（显著性水平 $\alpha=0.05$）

$z_{0.025}=1.96$, $z_{0.05}=1.645$, $t_{0.025}(5)=2.5706$, $t_{0.05}(5)=2.015$

重庆理工大学本科生课程考试

参考答案及评分标准

2023—2024 学年第 1 学期

课程编号：　　　　　　　　课程名称：概率论与数理统计[理工]　　　　试卷类别：C 卷

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，总计 20 分）

（1）	（2）	（3）	（4）	（5）	（6）	（7）	（8）	（9）	（10）
B	**D**	**B**	**A**	**D**	**C**	**D**	**B**	**D**	**D**

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，总计 20 分）

（11）	（12）	（13）	（14）	（15）
$A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C$	$\frac{1}{5}$	0	$\begin{cases}4e^{-(x+4y)}, & x>0, y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$	5
(16)	(17)	(18)	**(19)**	**(20)**
$\frac{1}{3}f_X\left(\frac{y-1}{3}\right)$	$\begin{cases}4y^3, & 0\le y\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$	$N(-1,53)$	0	$(39.51,\ 40.49)$ 或 $(39.5,\ 40.5)$

三、解答题（本大题共 6 小题，每小题 10 分，总计 60 分）

21、解：设事件 B 表示“任选一个人是色盲”，

A 表示“任选一个是男人”　　　　$\bar{A}$ 表示“任选一个是女人”　　………(2 分）

$$P(A)=P(\bar{A})=\frac{1}{2}$$ ……… (2 分）

$$P(A|B)=\frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}=\frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\times 5\%}{\frac{1}{2}\times 5\%+\frac{1}{2}\times 0.25\%}=\frac{20}{21}$$ ………（6 分）

22. X 所有可能的取的值为 0、1、2，且

$$P\{X=0\}=\frac{C_4^3}{C_6^3}=\frac{1}{5},\qquad P\{X=1\}=\frac{C_4^2C_2^1}{C_6^3}=\frac{3}{5},\qquad P\{X=2\}=\frac{C_4^1C_2^2}{C_6^3}=\frac{1}{5}.$$

则 X 的分布律为

X	0	1	2
p	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

…….（5 分）

分布函数为$F(x)=\begin{cases}0,\ x<0\\ \frac{1}{5},0\le x<1\\ \frac{4}{5},1\le x<2\\ 1,\ \ x\ge 2\end{cases}$ …….（5 分）

23、解：由于 $X\sim U(1,6)$，所有其密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{5},1<x<6\\ 0,其他\end{cases}$ ……..（2 分）

记事件 A 为“方程 $y^2+Xy+1=0$ 有实根”

$P(A)=P\{X^2-4\ge 0\}=1-P\{-2<X<2\}=1-\int_1^2\frac{1}{5}dx=\frac{4}{5}.$

……..（8 分）

24．解：（1） X与Y 的边缘分布分别为

X	0.2	0.8
p	0.8	0.2

Y	2	5	8
p	0.2	0.42	0.38

………（4 分）

（2）若对所有的(x_i,y_j)，都有$P(X=x_i,Y=y_j)$=$P(X=x_i)P(Y=y_j)$,则 X与Y 相互独立，

若存在一组(x_i,y_j),使得$P(X=x_i,Y=y_j)\ne P(X=x_i)P(Y=y_j)$,则 X与Y 相互不独立.

如$P(X=0.4,Y=2)\ne P(X=0.4)P(Y=2)$（选其他点亦可）

故 X与Y 不相互独立. ………(3 分)

（3）

Y-X	1.2	1.6	4.2	4.6	7.2	7.6
p	0.05	0.15	0.12	0.30	0.03	0.35

……(3 分)

25. 解：已知总体 X 的概率分布为 $p_i=P(X=x_i)=P(x_i;\theta)$，故样本值 $x_i(1\le i\le 8)$ 的似然函数为

$$L(x_1,\cdots,x_8;\theta)=\prod_{i=1}^{8}P(x_i;\theta)=\theta^2[2\theta(1-\theta)]^2\theta^2(1-2\theta)^4$$

$$=4\theta^6(1-\theta)^2(1-2\theta)^4.$$ ………（4 分）

$$\ln L(\theta)=\ln 4+6\ln\theta+2\ln(1-\theta)+4\ln(1-2\theta)$$ ………（2 分）

令 $\frac{d[\ln L(\theta)]}{d\theta}=\frac{6}{\theta}-\frac{2}{1-\theta}-\frac{8}{1-2\theta}=\frac{24\theta^2-28\theta+6}{\theta(1-\theta)(1-2\theta)}=0$ ………（2 分）

即 $12\theta^2-14\theta+3=0$，解得 $\theta=\frac{7\pm\sqrt{13}}{12}$，因为 $\theta=\frac{7+\sqrt{13}}{12}>\frac{1}{2}$ 不合题意，故

θ 的极大似然估计值为 $\hat{\theta}=\frac{7-\sqrt{13}}{12}$. ………（2 分）

26、解：设 H_0：$\mu=\mu_0=72$ H_1：$\mu\neq 72$ ………（2 分）

取统计量 $z=\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$，在 H_0 成立的条件下

$$z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$$ ……（2 分）

拒绝域：$|z|>z_{\frac{\alpha}{2}}$ …….（2 分）

由题意 $\bar{x}=\frac{69+68+72+70+66+75}{6}=70$

从而 $|z|=\left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{70-72}{\sqrt{24}/\sqrt{6}}\right|=1<z_{0.025}=1.96$ ……（2 分）

则接受 H_0，即手机待机时间没有显著变化。 ……（2 分）