

Capítulo V

Diseño Cuadrado Latino

La única certeza que se puede obtener es una probabilidad razonable.

- E. W. Howe

1. Introducción

En el capítulo anterior se estudió el Diseño de Bloques Completos al Azar, en el cual se controlaba una fuente de variación adicional a los tratamientos que constituía los bloques. El diseño en el cual las unidades experimentales son clasificadas de acuerdo a dos criterios de bloqueo se conoce como el Diseño Cuadrado Latino (DCL). Al igual que en el DBCA, los bloques formados en el DCL en sus dos criterios de clasificación, a los que se llamará bloques por filas y bloques por columnas, son completos, es decir, cada tratamiento aparece una vez en cada fila y en cada columna. El número de criterios de clasificación por bloques puede ser aun mayor que en el DCL. Así tenemos por ejemplo el Diseño Greco-Latino (3 criterios de bloques) y el Diseño Hiper Greco-Latino (4 criterios de bloques).

El DCL es usado en muchos campos de investigación donde hay dos fuentes principales de variación en la realización del experimento. En experimentos sobre el terreno, la disposición de las u.e. suele ser sobre un área rectangular, permitiendo así la eliminación de la variación proveniente de diferencias en el suelo en dos direcciones. El DCL ha sido utilizado también en la industria, laboratorio y en las ciencias sociales.

La principal desventaja de este diseño es que el número de tratamientos, filas y columnas debe ser el mismo. Los cuadrados más comunes van de 5x5 a 8x8; cuadrados muy pequeños dejan muy pocos grados de libertad para la estimación del error experimental y cuadrados muy grandes implican la utilización de muchas unidades experimentales además de que al tener bloques grandes el error experimental aumenta.

2. Ventajas y Desventajas del DCL

Ventajas

- La existencia real de dos fuentes de variabilidad entre las unidades experimentales y su separación en el análisis de variancia permite incrementar la precisión del experimento.
- La pérdida de una o más unidades experimentales no influye esencialmente en el análisis de variancia, siendo posible estimar los resultados de las unidades experimentales perdidas.

Desventajas:

- El número de tratamientos, filas y columnas debe ser el mismo. Por esta razón, no es recomendable para un número elevado de tratamientos ya que se requerirá de un número elevado de unidades experimentales (el número de u.e. es igual a t^2).
- Si existe interacción entre los bloques y tratamientos, ésta va incluida en el error experimental. En este caso se tiene la interacción filas por columnas, filas por tratamientos, columnas por tratamientos y filas por columnas por tratamientos.

3. Aleatorización y Croquis Experimental

En este diseño se tienen dos restricciones de aleatoriedad para la asignación de los tratamientos a las u.e. (filas y columnas) por lo que cada tratamiento debe aparecer una vez en cada fila y en cada columna. La aleatorización en este diseño consiste en elegir un cuadrado al azar de entre todos los cuadrados latinos posibles. Por ejemplo, para un DCL con 3 tratamientos, todos los cuadrados posibles serían:

T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T3	T2	T1	T3	T2
T2	T3	T1	T3	T1	T2	T2	T1	T3	T3	T2	T1
T3	T1	T2	T2	T3	T1	T3	T2	T1	T2	T1	T3

T2	T1	T3	T2	T1	T3	T2	T3	T1	T2	T3	T1
T1	T3	T2	T3	T2	T1	T1	T2	T3	T3	T1	T2
T3	T2	T1	T1	T3	T2	T3	T1	T2	T1	T2	T3

T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T2	T1	T3	T2	T1
T1	T2	T3	T2	T3	T1	T1	T3	T2	T2	T1	T3
T2	T3	T1	T1	T2	T3	T2	T1	T3	T1	T3	T2

4. Modelo Aditivo Lineal

El modelo aditivo lineal para un Diseño Cuadrado Latino es el siguiente:

$$Y_{(i)jk} = \mu + \tau_{(i)} + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{(i)jk} \quad i, j, k = 1, \dots, t$$

donde:

$Y_{(i)jk}$ es el valor o rendimiento observado en el i -ésimo tratamiento, j -ésima fila, k -ésima columna.

μ es el efecto de la media general.

$\tau_{(i)}$ es el efecto del i -ésimo tratamiento.

β_j es el efecto del j -ésimo bloque fila.

γ_k es el efecto del k -ésimo bloque columna.

$\varepsilon_{(i)jk}$ es el efecto del error experimental en el i -ésimo tratamiento, j -ésimo bloque fila, k -ésimo bloque columna.

t es el número de tratamientos que es igual al número de filas y de columnas.

La simbología (i) implica que no es una clasificación ordinaria de tres vías.

Ejemplo 1: Se realizó un experimento para comparar la efectividad de 4 abonos nitrogenados en el cultivo de caña de azúcar. Las claves para los abonos son:

1. NA: Nitrato amónico NH_4NO_3
2. SA: Sulfato amónico $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$
3. SS: Salitre sódico
4. UR: Urea

Todos los abonos se aplicaron a razón de 100 Kg por hectárea. El diseño empleado fue un Cuadrado Latino, donde las unidades experimentales fueron clasificadas en filas y columnas según su ubicación en el terreno tal y como se muestra en el siguiente croquis junto con los resultados del experimento (en Kg de caña/parcela):

Fila	Columna			
	1	2	3	4
1	432 (SA)	518 (NA)	458 (SS)	583 (UR)
2	550 (SS)	724 (UR)	400 (NA)	524 (SA)
3	556 (UR)	384 (SS)	400 (SA)	297 (NA)
4	500 (NA)	506 (SA)	501 (UR)	494 (SS)

El modelo aditivo lineal es el siguiente:

$$Y_{(i)jk} = \mu + \tau_{(i)} + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{(i)jk} \quad i, j, k = 1, \dots, t$$

donde:

$Y_{(i)jk}$ es el rendimiento de caña observado con el i -ésimo abono nitrogenado, j -ésimo bloque por fila, k -ésimo bloque por columna.

μ es el efecto de la media general.

$\tau_{(i)}$ es el efecto del i -ésimo abono nitrogenado.

β_j es el efecto del j -ésimo bloque fila.

γ_k es el efecto del k -ésimo bloque columna.

$\varepsilon_{(i)jk}$ es el efecto del error experimental con el i -ésimo abono nitrogenado, j -ésimo bloque fila, k -ésimo bloque columna.

$t = 4$ es el número de tratamientos que es igual al número de filas y de columnas.

5. Supuestos del Modelo Estadístico

El modelo estadístico debe cumplir con los siguientes supuestos:

1. Aditividad: Los efectos del modelo son aditivos.

2. Linealidad: Las relaciones entre los efectos del modelo son lineales.
3. Normalidad: Los errores del modelo deben tener una distribución Normal con media cero y variancia σ^2 .
4. Independencia. Los resultados obtenidos en el experimento son independientes entre sí.
5. Homogeneidad de Variancias: Las diferentes poblaciones generadas por la aplicación de los diferentes tratamientos tienen variancias iguales (σ^2).
6. No existe interacción entre los bloques por filas, los bloques por columnas y los tratamientos.

6. Estimación de los Efectos

Los efectos del modelo μ , $\tau_{(i)}$, β_j y γ_k son estimados de modo que se minimice la siguiente expresión (Método de Mínimos Cuadrados):

$$Q = \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t \varepsilon_{(i)jk}^2 = \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t (Y_{(i)jk} - \mu - \tau_{(i)} - \beta_j - \gamma_k)^2$$

teniendo en cuenta las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^t \tau_{(i)} = 0 \quad \sum_{j=1}^t \beta_j = 0 \quad \sum_{k=1}^t \gamma_k = 0$$

La aplicación de este método da los siguientes resultados para la estimación de los parámetros:

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \bar{Y}_{(\bullet)\bullet\bullet} & \hat{\tau}_{(i)} &= \bar{Y}_{(i)\bullet\bullet} - \bar{Y}_{(\bullet)\bullet\bullet} & \hat{\beta}_j &= \bar{Y}_{(\bullet)\bullet j} - \bar{Y}_{(\bullet)\bullet\bullet} & \hat{\gamma}_k &= \bar{Y}_{(\bullet)\bullet k} - \bar{Y}_{(\bullet)\bullet\bullet} \\ \hat{\varepsilon}_{(i)jk} &= Y_{(i)jk} - \bar{Y}_{(i)\bullet\bullet} - \bar{Y}_{(\bullet)\bullet j} - \bar{Y}_{(\bullet)\bullet k} + 2\bar{Y}_{(\bullet)\bullet\bullet} \end{aligned}$$

Ejemplo 1 (Cont.): Con los datos del ejemplo anterior, la media estimada es:

$$\hat{\mu} = \bar{Y}_{(\bullet)\bullet\bullet} = 489.2$$

Los efectos estimados de los tratamientos:

$$\hat{\tau}_{(1)} = \bar{Y}_{(1)\bullet\bullet} - \bar{Y}_{(\bullet)\bullet\bullet} = 428.8 - 489.2 = -60.4$$

$$\hat{\tau}_{(2)} = \bar{Y}_{(2)\bullet\bullet} - \bar{Y}_{(\bullet)\bullet\bullet} = 465.5 - 489.2 = -23.7$$

$$\hat{\tau}_{(3)} = \bar{Y}_{(3)\bullet\bullet} - \bar{Y}_{(\bullet)\bullet\bullet} = 471.5 - 489.2 = -17.7$$

$$\hat{\tau}_{(4)} = \bar{Y}_{(4)\bullet\bullet} - \bar{Y}_{(\bullet)\bullet\bullet} = 591.0 - 489.2 = 101.8$$

Los efectos estimados de los bloques por filas:

$$\hat{\beta}_1 = \bar{Y}_{(\cdot)1\cdot} - \bar{Y}_{(\cdot)\cdot\cdot} = 497.7 - 489.2 = 8.5$$

$$\hat{\beta}_2 = \bar{Y}_{(\cdot)2\cdot} - \bar{Y}_{(\cdot)\cdot\cdot} = 549.5 - 489.2 = 60.3$$

$$\hat{\beta}_3 = \bar{Y}_{(\cdot)3\cdot} - \bar{Y}_{(\cdot)\cdot\cdot} = 409.2 - 489.2 = -80$$

$$\hat{\beta}_4 = \bar{Y}_{(\cdot)4\cdot} - \bar{Y}_{(\cdot)\cdot\cdot} = 500.25 - 489.2 = 11.05$$

Los efectos estimados de los bloques por columnas:

$$\hat{\gamma}_1 = \bar{Y}_{(\cdot)\cdot 1} - \bar{Y}_{(\cdot)\cdot\cdot} = 509.5 - 489.2 = 20.3$$

$$\hat{\gamma}_2 = \bar{Y}_{(\cdot)\cdot 2} - \bar{Y}_{(\cdot)\cdot\cdot} = 533 - 489.2 = 43.8$$

$$\hat{\gamma}_3 = \bar{Y}_{(\cdot)\cdot 3} - \bar{Y}_{(\cdot)\cdot\cdot} = 439.7 - 489.2 = -49.5$$

$$\hat{\gamma}_4 = \bar{Y}_{(\cdot)\cdot 4} - \bar{Y}_{(\cdot)\cdot\cdot} = 474.5 - 489.2 = -14.7$$

El efecto estimado del error ε_{21} :

$$\hat{\varepsilon}_{(1)23} = Y_{(1)23} - \bar{Y}_{(1)\cdot\cdot} - \bar{Y}_{(\cdot)2\cdot} - \bar{Y}_{(\cdot)\cdot 3} + 2\bar{Y}_{(\cdot)\cdot\cdot} = 400 - 428.8 - 549.5 - 439.7 + 2(489.2) = -39.6$$

7. Análisis de Variancia

En este modelo la variabilidad total se descompone en cuatro fuentes de variación, la explicada por los tratamientos, por los bloques filas, por los bloques columnas y por el error. Por lo tanto, el modelo de descomposición de la variancia será el siguiente:

$$\text{Variabilidad (Total)} = \text{Var (Trat)} + \text{Var (Bloq Fila)} + \text{Var (Bloq Columna)} + \text{Var (Error)}$$

La variabilidad total es cuantificada por la suma de cuadrados total:

$$\text{SC(Total)} = \text{SC}(Y) = \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t (Y_{(i)jk} - \bar{Y}_{(\cdot)\cdot\cdot})^2 = \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t Y_{(i)jk}^2 - \frac{Y_{(\cdot)\cdot\cdot}^2}{t^2}$$

donde $\frac{Y_{(\cdot)\cdot\cdot}^2}{t^2}$ es el término de corrección (TC).

Las sumas de cuadrados de los tratamientos, bloques por filas y por columnas y error experimental se calculan de la siguiente manera:

$$\text{SC(Tratamientos)} = \sum_{i=1}^t \frac{Y_{(i)\cdot\cdot}^2}{t} - TC$$

$$SC(\text{Bloques Fila}) = \sum_{j=1}^t \frac{Y_{(\bullet)j\bullet}^2}{t} - TC$$

$$SC(\text{Bloques Columna}) = \sum_{k=1}^t \frac{Y_{(\bullet)\bullet k}^2}{t} - TC$$

$$SC(\text{Error}) = \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t Y_{(i)jk}^2 - \sum_{i=1}^t \frac{Y_{(i)\bullet\bullet}^2}{t} - \sum_{j=1}^t \frac{Y_{(\bullet)j\bullet}^2}{t} - \sum_{k=1}^t \frac{Y_{(\bullet)\bullet k}^2}{t} + 2TC$$

$$SC(\text{Error}) = SC(\text{Total}) - SC(\text{Tratamientos}) - SC(\text{Bloques Fila}) - SC(\text{Bloques Columna})$$

Estas fuentes de variación son comparadas mediante el siguiente procedimiento de prueba de hipótesis a partir del cuadro de análisis de variancia (Cuadro ANVA):

Cuadro ANVA

Fuentes de Variación	Grados de Libertad (gl)	Sumas de Cuadrados (SC)	Cuadrados Medios (CM)	F_c
Tratamientos	$t - 1$	SC(Trat)	$\frac{SC(\text{Trat})}{gl(\text{Trat})}$	$\frac{CM(\text{Trat})}{CM(\text{Error})}$
Bloques Filas	$t - 1$	SC(Fila)	$\frac{SC(\text{Fila})}{gl(\text{Fila})}$	
Bloques Columna	$t - 1$	SC(Columna)	$\frac{SC(\text{Columna})}{gl(\text{Columna})}$	
Error Experimental	$(t - 1)(t - 2)$	SC(Error)	$\frac{SC(\text{Error})}{gl(\text{Error})}$	
Total	$t^2 - 1$	SC(Total)		

Hipótesis:

Para el Modelo I (Efectos fijos) las hipótesis son, en términos de los efectos de los tratamientos las siguientes:

$$H_0: \tau_{(i)} = 0 \quad \forall i$$

$$H_1: \tau_{(i)} \neq 0 \quad \text{para al menos algún } i$$

En términos de las medias de los tratamientos:

$$H_0: \mu_i = \mu \quad \forall i$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu \quad \text{para al menos algún } i$$

Para el Modelo II (Efectos aleatorios) las hipótesis serán planteadas en términos de la variancia de los tratamientos:

$$H_0: \sigma_\tau^2 = 0$$

$$H_1: \sigma_\tau^2 > 0$$

En cualquiera de los casos, la hipótesis nula implica que los tratamientos no afectan a la variable respuesta o lo que es lo mismo, que con todos los tratamientos se obtienen los mismos resultados.

Valores Esperados de los Cuadrados Medios:

En la siguiente tabla se presentan los valores esperados de los cuadrados medios para un experimento en DCL, en el caso de efectos fijos y aleatorios tanto para los tratamientos como para los bloques por filas y columnas.

Fuentes de Variación	Grados de Libertad (gl)	Valor Esperado de los Cuadrados Medios	
		Modelo I	Modelo II
Tratamientos	$t - 1$	$\sigma^2 + t \sum_{i=1}^t \frac{\tau_i^2}{t-1}$	$\sigma^2 + t\sigma_\tau^2$
Bloques Filas	$t - 1$	$\sigma^2 + t \sum_{j=1}^t \frac{\beta_j^2}{t-1}$	$\sigma^2 + t\sigma_\beta^2$
Bloques Columna	$t - 1$	$\sigma^2 + t \sum_{k=1}^t \frac{\gamma_k^2}{t-1}$	$\sigma^2 + t\sigma_\gamma^2$
Error Experimental	$(t - 1)(t - 2)$	σ^2	σ^2
Total	$t^2 - 1$		

Estadístico de Prueba:

$$Fc = \frac{CM(Trat)}{CM(Error)} \sim F_{(gl(Trat), gl(Error))}$$

Regla de Decisión:

La hipótesis nula se rechaza con un nivel de significación α si el Fc resulta mayor que el valor de tabla $F_{(1-\alpha, gl(Trat), gl(Error))}$.

Ejemplo 1 (Cont.): A continuación se presenta el análisis de variancia y la prueba de hipótesis correspondiente para el ejemplo tratado en esta sección:

$$\begin{aligned}
 SC(\text{Total}) &= \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t Y_{(i)jk}^2 - TC \\
 &= (432^2 + 550^2 + \dots + 494^2) - \frac{7827^2}{4^2} = 42586
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SC(\text{Tratamientos}) &= \sum_{i=1}^t \frac{Y_{(i)\bullet\bullet}^2}{t} - TC \\ &= \frac{1715^2}{4} + \frac{1862^2}{4} + \frac{1886^2}{4} + \frac{2364^2}{4} - \frac{7827^2}{4^2} = 59570 \end{aligned}$$

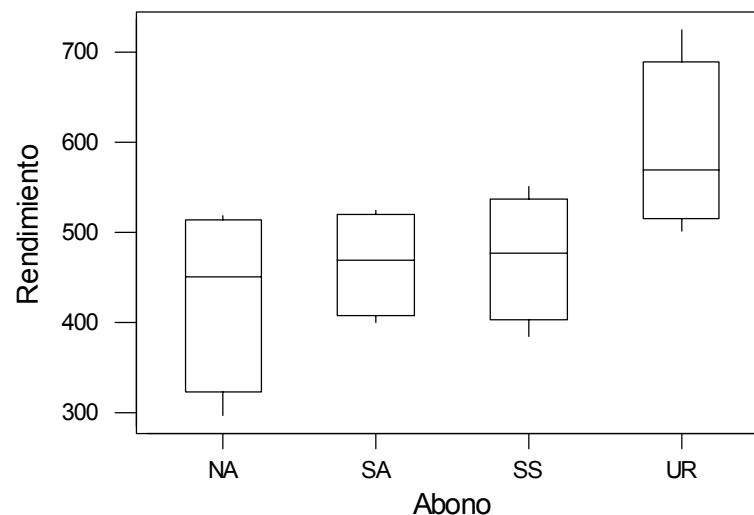
$$\begin{aligned} SC(\text{Bloques Fila}) &= \sum_{j=1}^t \frac{Y_{(\bullet)j\bullet}^2}{t} - TC \\ &= \frac{1991^2}{4} + \frac{2198^2}{4} + \frac{1637^2}{4} + \frac{2001^2}{4} - \frac{7827^2}{4^2} = 40893 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SC(\text{Bloques Columna}) &= \sum_{k=1}^t \frac{Y_{(\bullet)\bullet k}^2}{t} - TC \\ &= \frac{2038^2}{4} + \frac{2132^2}{4} + \frac{1759^2}{4} + \frac{1898^2}{4} - \frac{7827^2}{4^2} = 19968 \end{aligned}$$

$$SC(\text{Error}) = SC(\text{Total}) - SC(\text{Trat}) - SC(\text{Bloques Fila}) - SC(\text{Bloques Columna}) = 22426$$

Cuadro ANVA

Fuentes de Variación	gl	SC	CM	Fc
Tratamientos	3	59570	19857	5.31
Bloques Filas	3	40893	13631	
Bloques Columnas	3	19968	6656	
Error Experimental	6	22426	3738	
Total	15	142856		



Asumiendo un modelo de efectos fijos, las hipótesis en términos de los efectos de los tratamientos son:

$$H_0: \tau_i = 0 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$H_1: \tau_i \neq 0 \text{ para al menos algún } i$$

En términos de las medias de los tratamientos:

$$H_0: \mu_i = \mu \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu \text{ para al menos algún } i$$

o literalmente:

H_0 : Los cuatro abonos nitrogenados tienen el mismo efecto en el cultivo de caña de azúcar.

H_1 : Con al menos uno de los abonos nitrogenados se obtiene un efecto diferente en el cultivo de caña de azúcar.

El estadístico de prueba es $F_c = 5.31$. El valor de tabla para un nivel de significación del 5% es $F_{(0.95, 3, 6)} = 4.76$. Dado que el estadístico de prueba resulta mayor que el valor de tabla se rechaza H_0 y se concluye que existe suficiente evidencia estadística para aceptar que con al menos uno de los abonos nitrogenados se obtiene un efecto diferente (rendimientos diferentes) en el cultivo de caña de azúcar.

El coeficiente de variación para este experimento es:

$$cv = \frac{\sqrt{CME}}{\bar{Y}_{(\cdot)\cdot}} = \frac{\sqrt{3738}}{489.19} = 12.50\%$$

8. Pruebas de Comparación de Medias de Tratamientos

A continuación se presentan las desviaciones estándar a utilizar en cada una de las pruebas:

1. Prueba t y DLS
$$s_d = \sqrt{\frac{2CME}{t}}$$
2. Contrastes Ortogonales
$$s_{\hat{L}} = \sqrt{CME \sum_{i=1}^t \frac{c_i^2}{t}}$$
3. Tukey
$$s_d = \sqrt{\frac{CME}{t}}$$
4. Dunnett
$$s_d = \sqrt{\frac{2CME}{t}}$$

Ejemplo 1 (Cont.): Uno de los objetivos del experimento era evaluar si con sulfato amónico se podían obtener mejores rendimientos que con nitrato amónico. Efectúe la prueba correspondiente:

$$H_0: \mu_2 - \mu_1 = 0$$

$$H_1: \mu_2 - \mu_1 > 0$$

$$t_c = \frac{(\bar{Y}_{(2)\bullet\bullet} - \bar{Y}_{(1)\bullet\bullet}) - k}{\sqrt{\frac{2CME}{t}}} = \frac{(465.50 - 428.75) - 0}{\sqrt{\frac{2(3738)}{4}}} = 0.85$$

El valor de tabla para un nivel de significación de 5% es $t_{(0.95, 6)} = 1.943$. Como el valor calculado es menor al valor de tabla no rechazamos H_0 . En conclusión, no existe suficiente evidencia estadística para aceptar que con sulfato amónico se obtengan mejores rendimientos de caña de azúcar que con nitrato amónico.

Ejemplo 1 (Cont.): Aplique la prueba de Tukey para evaluar la significancia de las diferencias entre los tratamientos.

Las hipótesis son las siguientes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_3$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_4$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_3$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_4$$

$$H_0: \mu_2 = \mu_3$$

$$H_0: \mu_2 = \mu_4$$

$$H_0: \mu_3 = \mu_4$$

$$H_1: \mu_2 \neq \mu_3$$

$$H_1: \mu_2 \neq \mu_4$$

$$H_1: \mu_3 \neq \mu_4$$

El valor de tabla con $\alpha = 5\%$, $p = 4$ tratamientos y 6 grados de libertad para el error experimental es $AES(T) = 4.90$. La amplitud límite significativa de Tukey es:

$$ALS(T) = AES(T) \sqrt{\frac{CME}{t}} = 4.90 \sqrt{\frac{3738}{4}} = 149.78$$

A continuación se presentan los resultados para las 6 comparaciones:

Tratamientos comparados	$ \bar{Y}_{(i)\bullet\bullet} - \bar{Y}_{(j)\bullet\bullet} $	Significancia
1 y 2	36.75	n.s.
1 y 3	42.75	n.s.
1 y 4	162.25	*
2 y 3	6.00	n.s.
2 y 4	125.50	n.s.
3 y 4	119.50	n.s.

1 (NA)
428.75

2 (SA)
465.50

3 (SS)
471.50

4 (UR)
591.00

Anexo: Salida de Minitab

General Linear Model

```
Factor      Type Levels Values
Trat        fixed      4 NA SA SS UR
Fila        fixed      4 1 2 3 4
Columna     fixed      4 1 2 3 4
```

Analysis of Variance for Rend, using Adjusted SS for Tests

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Trat	3	59570	59570	19857	5.31	0.040
Fila	3	40893	40893	13631	3.65	0.083
Columna	3	19968	19968	6656	1.78	0.251
Error	6	22426	22426	3738		
Total	15	142856				

Tukey Simultaneous Tests

Response Variable Rend

All Pairwise Comparisons among Levels of Trat

Trat = NA subtracted from:

Level	Difference of Means	SE of Difference	T-Value	Adjusted P-Value
SA	36.75	43.23	0.8501	0.8295
SS	42.75	43.23	0.9889	0.7611
UR	162.25	43.23	3.7532	0.0359

Trat = SA subtracted from:

Level	Difference of Means	SE of Difference	T-Value	Adjusted P-Value
SS	6.000	43.23	0.1388	0.9989
UR	125.500	43.23	2.9031	0.0966

Trat = SS subtracted from:

Level	Difference of Means	SE of Difference	T-Value	Adjusted P-Value
UR	119.5	43.23	2.764	0.1142

Ejercicios

- Un ingeniero industrial está investigando el efecto que tienen cuatro métodos de ensamblaje (A, B, C y D) sobre el tiempo (en minutos) de ensamblaje de un componente para televisores a color. Se seleccionan cuatro operadores para realizar este estudio. Por otra parte, el ingeniero sabe que no todos los operadores son igualmente hábiles y que el trabajo produce fatiga, por lo que el tiempo que se tarda en el último ensamblaje puede ser mayor que en el primero, independientemente del método. Para controlar estas posibles fuentes de variabilidad, el ingeniero utiliza el DCL. Los resultados se muestran a continuación:

Orden de Montaje	Operador			
	1	2	3	4
1	C = 10	D = 14	A = 07	B = 08
2	B = 07	C = 18	D = 11	A = 09
3	A = 05	B = 10	C = 11	D = 09
4	D = 10	A = 10	B = 12	C = 14

- Presente el modelo aditivo lineal e interprete cada uno de sus componentes en términos del enunciado.
 - Efectúe el análisis de variancia.
 - Mediante la prueba DLS compare los métodos A y D.
- Se realizó un experimento para observar el rendimiento en kilogramos por parcela de 5 variedades de garbanzo (A, B, C, D, E) en el cual se tuvo que utilizar el diseño Cuadrado Latino. Las filas fueron definidas como niveles de riego y las columnas como fertilidad del suelo. Los datos se presentan a continuación:

Niveles de riego	Fertilidad del suelo				
	1	2	3	4	5
1	B = 65	C = 80	A = 55	E = 83	D = 80
2	C = 95	A = 60	E = 94	D = 95	B = 62
3	A = 63	E = 98	D = 79	B = 69	C = 100
4	E = 97	D = 94	B = 46	C = 71	A = 42
5	D = 76	B = 54	C = 106	A = 36	E = 96

- Presente el modelo aditivo lineal e interprete cada uno de sus componentes en términos del enunciado.
- Presente el cuadro ANVA y pruebe la hipótesis respectiva.
- Realice la prueba de Tukey.