חשמל ומגנטיות - תרגיל בית 6

מגיש: רועי סהר 209896174.

שאלה 1:

א) נמצא את הפוטנציאל החשמלי בכל נקודה במרחב. משיקולי סימטריה, נסיק כי $\phi(\vec{r})=\phi(r)$ בלבד. נחלק לשני מקרים:

מקרה 1: כאשר $\sigma=0 \Rightarrow$ הפוטנציאל קבוע. הקליפות מוארקות ולכן הקבוע חייב להיות $0 \Rightarrow \phi=0$.

הסבר: נשים לב ש $\phi=0$ הינו פתרון לפוטנציאל המקיים $\nabla^2\phi=0$ בכל נקודה מחוץ לכדור, ואשר מקיים את תנאי השפה על שפת הכדור והאינסוף, ולכן מיחידות $\phi=0$.

מקרה 2: הקליפות מוארקות. נסמן σ_a בתור הצפיפות המשטחית של הקליפה ברדיוס a ובאותו אופן σ_b.

מחישוב הפוטנציאל נקבל ש:

$$\phi_{a<r<R}(\vec{r})=4\pi k\cdot\left[\frac{a^2\sigma_a}{r}+R\sigma+b\sigma_b\right]$$

בתוך הקליפה

$$\phi_{R<r<b}(\vec{r})=4\pi k\cdot\left[\frac{a^2\sigma_a}{r}+\frac{R^2\sigma}{r}+b\sigma_b\right]$$

מחוץ לקליפה

נציב את תנאי השפה ונקבל שני משוואות בשני נעלמים. סה"כ:

$$\sigma_a=\frac{(Rb-R^2)}{a^2-ab}\sigma \quad , \quad \sigma_b=\frac{Ra-R^2}{b^2-ab}\sigma$$

ולכן:

$$\phi_{a<r<R}(\vec{r})=4\pi k\left[\frac{a^2}{r}\cdot\left(\frac{Rb-R^2}{a^2-ab}\right)\sigma+R\sigma+\frac{b(Ra-R^2)}{b^2-ab}\sigma\right]$$

ובאותו אופן $\phi_{R<r<a}(\vec{r})=\ldots$

ב) $\sigma_a = \frac{(Rb-R^2)}{a^2-ab}\sigma$ $\qquad$ $\sigma_b = \frac{(Ra-R^2)}{b^2-ab}\sigma$

ג) בהעברת כל המטענים יהיו על שפות הקליפות כי הן מוליכות.

נשים לב שאינטואיטיבית, מה שנשאר יוצא מן הקליפה האמצעית, האלקטרונים

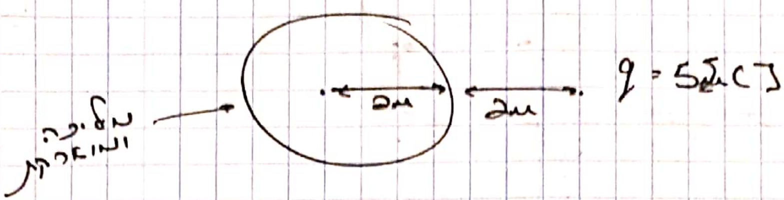
יתאספו אל צד הפנים שקרובה יותר אליו.

פורמלית, הקליפה a מוארקת ולכן $\sigma=\sigma_a$, כמו כן ראינו $\phi(a)=0$

לכן $\sigma^a_{\text{פנימי}} = -\sigma$ ובאותו אופן $\sigma^b_{\text{חיצוני}} = \sigma$. לכן

$\sigma^a_{\text{חיצוני}} = \sigma_a$. $\qquad$ $\sigma_b = \sigma^b_{\text{פנימי}}$. σ

שאלה ב:



ראינו מקרה האחרון בשיעור שעבר. ניתן להתייחס לכדור כמטען דמות.

נתון במטען דמות ~~xxx~~ שבתרגול, שמתקיים: $q' = -q\frac{R}{a}$, $d = \frac{R^2}{a}$

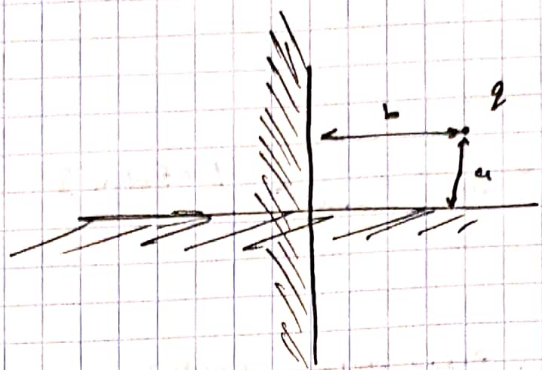
$\Rightarrow d = 1[m]$ $\qquad$ $q' = -\frac{q}{2} = 2.5[\mu C]$

ניתן לחשב את חוק קולון של מטען הדמות ולקבל:

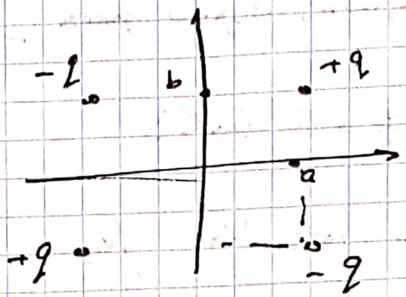
$\vec{F} = \frac{kq'q}{r^2}\hat{r} = 24.5\times10^{3}[N].$

לכיוון מרכז הכדור

שאלה 3.



נשים מטענים בנקודות $(-a, b)$, $(a, -b)$, ~~[illegible]~~ $(-a, -b)$.
באופן הבא:



לפ' נוסחא:

$$U = \frac{1}{2}\sum_i q_i \cdot \phi(\vec{r}_i)$$

$$\Rightarrow U_{tot} = \frac{1}{2} kq \cdot \left[\frac{q}{\sqrt{4a^2+4b^2}} - \frac{q}{2b} - \frac{q}{2a} \right]$$