

Примерный вариант (теория).¹

1. Записать расчетную формулу метода Якоби (простой итерации). Сформулировать теорему о достаточных условиях сходимости метода Якоби. (4 балла)
2. Сформулировать теорему о достаточных условиях сходимости метода простой итерации решения уравнения $f(x) = 0$. Указать скорость сходимости данного метода. (4 балла)
3. Упрощенный метод Ньютона. Записать расчетную формулу и дать геометрическую интерпретацию. Скорость сходимости упрощенного метода Ньютона. (4 балла)
4. Сформулировать теорему о единственности решения задачи интерполяции. (4 балла)
5. Дать определение порядка сходимости итерационного метода. (2 балла)

¹Максимальное количество баллов - 18 баллов, минимальное - 10 баллов

Примерный вариант 1 (практика).¹

1. Привести систему к виду удобному для проведения итераций по методу Зейделя. Проверить достаточные условия сходимости метода и дать геометрическую интерпретацию данного метода (построить 1-е и 2-е приближения).

$$\begin{aligned}6x_1 - 3x_2 &= 5, \\ -2x_1 + 7x_2 &= 1,\end{aligned}$$

где $X^{(0)} = (3, 3)$. (4 балла)

2. Привести уравнение $\sqrt{x-2} - 2 = 0$ к виду удобному для применения метода простых итераций на отрезке локализации корня $[5/2, 8]$. Какая скорость сходимости у данного метода. (5 баллов)

3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $y = \sqrt{\sin(x)}$ на отрезке $[0, \pi]$ по 3-м точкам. В расчетах использовать равномерную сетку. (4 балла)

¹Максимальное количество баллов - 13 баллов, минимальное - 8 баллов

Примерный вариант 2 (практика).¹

1. Привести систему к виду удобному для проведения итераций по методу Якоби. Проверить выполнения достаточных условий сходимости метода Якоби.

$$\begin{aligned}15x_1 + x_2 - 5x_3 &= 15, \\ x_1 + 6x_2 - 3x_3 &= 12, \\ -3x_1 + x_2 + 12x_3 &= 6.\end{aligned}$$

(4 балла)

2. С помощью упрощенного метода Ньютона найти 1-е и 2-е приближения к точному решению уравнения $\sqrt{x-2} - 2 = 0$ на отрезке $[5/2, 8]$. За начальное приближение принять точку с координатами $(3, -1)$. Дать геометрическую интерпретацию.² (5 баллов)

3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $y = \sqrt{\cos(x)}$ на отрезке $[-\pi/2, \pi/2]$ по 3-м точкам. В расчетах использовать равномерную сетку. (4 балла)

¹Максимальное количество баллов - 13 баллов, минимальное - 8 баллов

²Могут быть задачи на применение метода Хорд или метода Ньютона.