

## Задача D

### 1) Алгоритм

Для решения задачи была выбрана структура данных — декартово дерево с неявными ключами, т.к. позволяет эффективно реализовать операции вставки, удаления, поиска и разделения.

Декартово дерево позволяет нам хранить элементы в отсортированном порядке и поддерживать балансировку. Мы использовали две декартовы структуры: `fst_tree` и `scnd_tree`:

- `fst_tree` хранит элементы массива, которые имеют четные индексы.
- `scnd_tree` хранит элементы массива, которые имеют нечетные индексы.

Операция "Обмен значений на отрезке" — для реализации операции обмена значений на четном отрезке мы использовали методы `decSplit` и `decMerge` для разделения и объединения поддеревьев. В начале мы определяем, какие значения лежат на четных и нечетных индексах в указанном отрезке:

- Используем метод `decSplit`, чтобы разделить каждое дерево (`fst_tree` и `scnd_tree`) на три части: элементы до начала отрезка, элементы на самом отрезке и элементы после отрезка.
- Меняем местами внутренние отрезки обоих деревьев.
- Собираем обратно все части деревьев с помощью `decMerge`.

Операция "Вычисление суммы на отрезке" - для вычисления суммы на заданном отрезке:

1. Определяем, какие индексы принадлежат деревьям `fst_tree` и `scnd_tree`.
2. С помощью метода `decSplit` извлекаем поддеревья, содержащие значения на данном отрезке.
3. Складываем значения узлов в извлеченных поддеревьях для получения общей суммы.
4. Восстанавливаем оригинальные деревья путем объединения поддеревьев с помощью `decMerge`.

Функция для очистки дерева - для предотвращения утечек памяти была добавлена функция `clear`, которая рекурсивно освобождает память, выделенную для каждого узла дерева.

### 2) Сложность решения

- Вставка элементов в дерево имеет сложность  $O(\log N)$  для каждого элемента. Следовательно, общая сложность инициализации составляет  $O(N \log N)$ .
- Операция обмена значений на отрезке состоит из нескольких операций разделения и объединения, каждая из которых имеет сложность  $O(\log N)$ . Следовательно, сложность операции обмена равна  $O(\log N)$ .

- Операция вычисления суммы на отрезке также требует выполнения операций разделения и объединения, что обеспечивает сложность  $O(\log N)$  для одного запроса.

Таким образом, обе операции (обмен значений и вычисление суммы) имеют сложность  $O(\log N)$  для каждого запроса, что позволяет эффективно обрабатывать большое количество запросов.

Используемая память Память используется для хранения двух декартовых деревьев, каждое из которых хранит примерно половину элементов исходного массива. В худшем случае память потребуется для хранения всех узлов, что соответствует  $O(N)$ .

Обоснование корректности Декартово дерево позволяет нам поддерживать отсортированный порядок элементов и быстро выполнять разделение и объединение. Таким образом, операции, требующие доступа к элементам по их индексам (например, обмен значений и вычисление суммы), реализуются корректно и эффективно. Мы гарантируем, что каждая операция с деревом обновляет его состояние, чтобы сохранять актуальную информацию о размерах и суммах поддеревьев.

### 3) Распечатка кода

```
#include <cmath>
#include <cstdio>
#include <cstdlib>
#include <ctime>
#include <iostream>
#include <random>
#include <utility>

long long even_end, even_start, odd_end, odd_start;

using namespace std;

struct DecartTree {
    static std::minstd_rand prior_gen;

    struct DecNode {
        long long priority;
        long long val, size = 1;
        long long sum = 0;
        DecNode* left_tree = nullptr;
        DecNode* righth_tree = nullptr;
        DecNode(long long val) : priority(prior_gen()), val(val), sum(val) {
        }
    }
};
```

```

};

DecNode* root = nullptr;

static long long takeIndex(DecNode* node, long long cur_value = 0) {
    if (node->left_tree != nullptr) {
        return node->left_tree->size + cur_value + 1;
    } else {
        return cur_value + 1;
    }
}

static long long getSize(DecNode* node) {
    return node ? node->size : 0;
}

static long long getsum(DecNode* node) {
    return node ? node->sum : 0;
}

static void update(DecNode* node) {
    if (node) {
        node->size = getSize(node->left_tree) + 1 + getSize(node->right_tree);
        node->sum = getsum(node->left_tree) + getsum(node->right_tree) + node->val;
    }
}

static void decSplit(DecNode* root, long long key, DecNode*& fst_root, DecNode*& scnd_root) {
    if (!root) {
        fst_root = scnd_root = nullptr;
        return;
    }

    if (takeIndex(root) <= key) {

```

```

        decSplit(root->right_tree, key - takeIndex(root), root->right_tree,
scnd_root);
        fst_root = root;
    } else {
        decSplit(root->left_tree, key, fst_root, root->left_tree);
        scnd_root = root;
    }
    update(fst_root);
    update(scnd_root);
}

static DecNode* decMerge(DecNode* fst_node, DecNode* scnd_node) {
    if (!fst_node || !scnd_node) {
        return fst_node ? fst_node : scnd_node;
    }
    if (fst_node->priority > scnd_node->priority) {
        fst_node->right_tree = decMerge(fst_node->right_tree, scnd_node);
        update(fst_node);
        return fst_node;
    }
    scnd_node->left_tree = decMerge(fst_node, scnd_node->left_tree);
    update(scnd_node);
    return scnd_node;
}

static void pushBack(DecNode*& root, long long value) {
    root = decMerge(root, new DecNode(value));
}

static DecNode* searchForNode(DecNode* root, long long key_val, long
long value = 0) {
    if (root == nullptr) {
        return nullptr;
    }
    DecNode* res = nullptr;
    if (takeIndex(root, value) == key_val) {
        return root;
    }
}

```

```

        if (takeIndex(root, value) < key_val) {
            res = searchForNode(root->right_tree, key_val, takeIndex(root,
value));
        } else {
            res = searchForNode(root->left_tree, key_val, value);
        }
        return res;
    }
};

std::pair<DecartTree::DecNode*, DecartTree::DecNode*> replaceOp(
    DecartTree::DecNode* fst_root,
    DecartTree::DecNode* scnd_root,
    long long lft_bound,
    long long right_bound
) {
    even_end = even_start = odd_end = odd_start = 0;

    if (right_bound % 2 != 0) {
        even_start = lft_bound / 2;
        even_end = floor(right_bound / 2.0);
        odd_start = even_start + 1;
        odd_end = ceil(right_bound / 2.0);
    } else {
        if (lft_bound == 1) {
            even_start = 1;
            odd_start = 1;
        } else {
            even_start = ceil(lft_bound / 2.0);
            odd_start = ceil(lft_bound / 2.0);
        }
        even_end = odd_end = right_bound / 2;
    }

    DecartTree::DecNode *less_fst_lft, *grtr_fst_lft, *grtr_fst_right,
*less_fst_right;
    DecartTree::DecNode *less_scnd_lft, *grtr_scnd_lft, *grtr_scnd_right,
*less_scnd_right;

```

```

    DecartTree::decSplit(fst_root, even_end, less_fst_right, grtr_fst_right);
    DecartTree::decSplit(less_fst_right, even_start - 1, less_fst_lft,
grtr_fst_lft);

    DecartTree::decSplit(scnd_root, odd_end, less_scnd_right,
grtr_scnd_right);
    DecartTree::decSplit(less_scnd_right, odd_start - 1, less_scnd_lft,
grtr_scnd_lft);

    return {
        DecartTree::decMerge(less_fst_lft,
DecartTree::decMerge(grtr_scnd_lft, grtr_fst_right)),
        DecartTree::decMerge(less_scnd_lft,
DecartTree::decMerge(grtr_fst_lft, grtr_scnd_right))
    };
}

void sumCalculateOp(
    DecartTree::DecNode* nod_tree,
    DecartTree::DecNode* odd_tree,
    long long left_bound,
    long long right,
    long long& res
) {
    even_end = even_start = odd_end = odd_start = 0;

    if (left_bound == right) {
        DecartTree::DecNode* node = nullptr;
        if (left_bound % 2 == 0) {
            even_start = left_bound == 1 ? 1 : left_bound / 2;
            node = DecartTree::searchForNode(nod_tree, even_start);
        } else {
            even_start = left_bound == 1 ? 1 : ceil(left_bound / 2.0);
            node = DecartTree::searchForNode(odd_tree, even_start);
        }
        res = node->val;
        return;
    }

```

```

}
if (right % 2 == 0) {
    odd_end = right / 2;
    even_end = right / 2;
} else {
    odd_end = ceil(right / 2.0);
    even_end = floor(right / 2.0);
}
if (left_bound % 2 == 0) {
    even_start = left_bound / 2;
    odd_start = even_start + 1;
} else {
    if (left_bound == 1) {
        even_start = 1;
        odd_start = 1;
    } else {
        even_start = ceil(left_bound / 2.0);
        odd_start = ceil(left_bound / 2.0);
    }
}

DecartTree::DecNode *less_fst_lft, *grtr_fst_lft, *grtr_fst_rght,
*less_fst_rght;
DecartTree::DecNode *less_scnd_lft, *grtr_scnd_lft, *grtr_scnd_rght,
*less_scnd_rght;

DecartTree::decSplit(nod_tree, even_end, less_fst_rght, grtr_fst_rght);
DecartTree::decSplit(less_fst_rght, even_start - 1, less_fst_lft,
grtr_fst_lft);

DecartTree::decSplit(odd_tree, odd_end, grtr_scnd_lft, grtr_scnd_rght);
DecartTree::decSplit(grtr_scnd_lft, odd_start - 1, less_scnd_lft,
less_scnd_rght);

res = DecartTree::getsum(grtr_fst_lft) +
DecartTree::getsum(less_scnd_rght);

```

```

    nod_tree = DecartTree::decMerge(less_fst_lft,
DecartTree::decMerge(grtr_fst_lft, grtr_fst_right));
    odd_tree =
        DecartTree::decMerge(less_scnd_lft,
DecartTree::decMerge(less_scnd_right, grtr_scnd_right));
}

void clear(DecartTree::DecNode* node) {
    if (node == nullptr) {
        return;
    }
    clear(node->left_tree);
    clear(node->right_tree);
    delete node;
}

std::minstd_rand DecartTree::prior_gen;

int main() {
    std::ios_base::sync_with_stdio(false);
    std::cin.tie(nullptr);

    long long test_number = 1;
    long long n_val = 0;
    long long r_val = 0;

    std::cin >> n_val >> r_val;
    while ((n_val != 0) && (r_val != 0)) {
        DecartTree* fst_tree = new DecartTree();
        DecartTree* scnd_tree = new DecartTree();

        for (long long i = 1; i <= n_val; i++) {
            long long val = 0;
            std::cin >> val;
            if (i % 2 == 0) {
                DecartTree::pushBack(fst_tree->root, val);
            } else {
                DecartTree::pushBack(scnd_tree->root, val);
            }
        }
    }
}

```



```

    }
}
std::cout << "Suite " << test_number << ":\n";
for (long long i = 0; i < r_val; i++) {
    long long type = 0;
    long long fst_val = 0;
    long long scnd_val = 0;
    std::cin >> type >> fst_val >> scnd_val;
    if ((fst_val <= 0) || (scnd_val > n_val)) {
        continue;
    }
    if (type == 1) {
        if (fst_val == scnd_val) {
            continue;
        }
        if ((fst_val + scnd_val) % 2 == 0) {
            continue;
        }
        std::pair<DecartTree::DecNode*, DecartTree::DecNode*> res_trees =
            replaceOp(fst_tree->root, scnd_tree->root, fst_val, scnd_val);
        fst_tree->root = res_trees.first;
        scnd_tree->root = res_trees.second;
    } else if (type == 2) {
        long long result = 0;
        sumCalculateOp(fst_tree->root, scnd_tree->root, fst_val, scnd_val,
result);
        std::cout << result << "\n";
    }
}
std::cout << "\n";
std::cin >> n_val >> r_val;
test_number++;
clear(fst_tree->root);
clear(scnd_tree->root);
delete fst_tree;
delete scnd_tree;
}
}

```