Kalkulus

Prepared BY Founder UMT

1 Januari 2025

Pengantar

Apakah kalian pernah mendengar istilah titik maksimum dan titik minimum pada suatu fungsi? Misalnya, pada fungsi $f(x)$, kita sering kali ingin mengetahui di mana fungsi tersebut mencapai nilai tertinggi atau terendah. Biasanya, untuk menemukan titik-titik tersebut, kita menggunakan konsep turunan kedua. Namun, tahukah kalian bahwa hanya dengan menggunakan turunan pertama saja, kita sudah bisa menentukan titik maksimum dan minimum tanpa perlu menghitung turunan kedua? Nah, dalam postingan kali ini, kita akan membahas bagaimana caranya memanfaatkan turunan pertama untuk menemukan titik-titik penting tersebut. Mengapa hal ini bisa dilakukan, dan bagaimana cara penerapannya? Yuk, kita pelajari bersama-sama!

Pembahasan

Pertama tama sebelum masuk dalam menjelaskan terkait :
Mengapa hal tersebut bisa dilakukan? kita terlebih dahulu akan membahas terkait dengan penerapannya.
Secara umum misalkan kita punya fungsi polinom yaitu :
$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ andaikan lah ini merupakan fungsi yang berderajat lebih dari 2 agar setidaknya kita dalam kasus ini ada titik kritis yang punya maksimum dan minimumnya.
nah ini kan berarti $f^{(1)}(x) = na_n x^{n-1} + (n-1)a_{n-1}x^{n-2} + ... + a_1$
Note : $f^{(1)}(x) \rightarrow$ menyatakan turunan pertama
kita tahu bahwa jika kita membuat turunan pertama $= 0$ itu berarti semua nilai x yang memenuhi $f^{(1)}(x) = 0$ itu semuanya adalah titik kritis dari fungsi f(x), masalahnya adalah kita tidak tahu yang mana yang merupakan titik maksimum dan minimumnya dari setiap titik kritis tersebut.

Pembahasan

Nah, andaikan kita punya sebanyak $(n-1)$ titik kritis dan bentuk fungsi dapat difaktorkan menjadi $f^{(1)}(x) = (x-b_1)(x-b_2)...(x-b_{n-1})$ sehingga, nanti akan menjadi : $f^{(1)}(x) = (x-b_1)(x-b_2)...(x-b_{n-1}) = 0$ nah sekarang untuk memudahkan andaikan saja bahwa $b_1, b_2, ..., b_{n-1}$ sudah terurut dari yang terkecil hingga terbesar jadi yang terkecilnya adalah b_1 dan yang terbesar nilainya adalah b_{n-1} segingga dapat diurutkan menjadi : $b_1 < b_2 < b_3 <...< b_{n-1}$ disini kita ambil sampel yaitu b_1 dan b_2 untuk mengetahui b_1 dan b_2 mana yang maksimum dan minimum, Nah sekarang kita dapat membuat pertidaksamaan berikut : $b_1 < x < b_2$ nah kita bisa ambil nilai yang berada diantara 2 nilai tersebut yaitu $b1$ dan $b2$ lalu kita substitusikan ke turunan pertamanya :

- **Jika $\mathbf{f^{(1)}(x) > 0}$ (Positif) Maka, titik pada $\mathbf{x = b_1}$ adalah titik minimum dan $\mathbf{x = b_2}$ adalah titik maksimum.**

Pembahasan

- **Jika $\mathbf{f^{(1)} < 0}$ (Negatif) Maka, titik pada $\mathbf{x = b_1}$ adalah titik maksimum dan $\mathbf{x = b_2}$ adalah titik minimum.**

Dan begitu juga untuk kasus $\mathbf{b_2 < b_3}$ dst sampai $\mathbf{b_{n-2} < b_{n-1}}$ dalam hal ini sebenarnya kita hanya bisa untuk mengetahui diantara 2 titik mana yang maksimum dan minimum tetapi belum dalam menentukan mana yang merupakan titik maksimum dan minimum diantara beberapa titik artinya yang > 2 sebenarnya hal itu dapat dikembangkan dari konsep awal yaitu dengan membandingkan saja, sebagai gambaran seperti berikut :

- Jika didapat dari membandingkan b_1 dan b_2 hasilnya adalah b_1 maksimum dan b_2 minimum lalu dari b_2 dan b_3 didapat b_2 maksimum dan b_3 minimum maka ini artinya dari 3 titik tersebut ternyata yang menjadi maksimum global adalah b_1 dan yang menjadi minimum lokal adalah b_3 dari 3 titik tersebut.

Pembahasan

- **Mengapa Hal Tersebut Bisa Dilakukan?**

Jawabannya secara singkat adalah melalui konsep gradien garis yaitu kita bisa menilainya dari kemiringan garis yang bernilai positif dan negatif.