

Согласование мнений членов жюри

Мишуров Сергей

1 ноября 2022

1 Описание проблемы

На региональном конкурсе частушек жюри оценивает выступление участников по нескольким характеристиками (актуальность темы, острота слова, выразительность исполнения и т.д.). По итогам конкурса надо будет выбрать трех лучших участников, которые будут признаны лауреатами и получают путевку на всероссийский фестиваль "Мимо тещино дома...". А остальные участники получают утешительные призы в соответствии с занятым местом.

2 Согласование оценок жюри

Рассмотрим вопрос о подведении итогов только по одной характеристике - в одной номинации - актуальность темы частушки. И так, члены жюри сравнивают выступления друг с другом и записывают участников в ряд таким образом, что чем правее в ряду стоит участник, тем он больше понравился члену жюри. Всего в конкурсе пять участников (Толя, Коля, Маша, Даша и Зинаида). Член жюри **Абрамов** оценил участников по актуальности исполненных частушек так:

$$\begin{aligned} & [\text{Толя} < \{ \text{Коля}, \text{Маша} \} < \text{Даша} < \text{Зина}] \\ & \text{или более кратко} \\ & \mathbf{Абрамов} = [\text{Т}, \{ \text{К}, \text{М} \}, \text{Д}, \text{З}] \\ & \text{или просто} \\ & \{ \text{текст в фигурных скобках 2} \} \\ & \mathbf{А} = [\text{Т}, \{ \text{К}, \text{М} \}, \text{Д}, \text{З}] \end{aligned}$$

Такую запись мы будем называть **ранжировка**. Значек $<$ здесь обозначает то, что участник справа от значка понравился данному члену жюри больше. Напомним, что член жюри оценивает пока только актуальность текста частушек. Колю и Машу член жюри записал в фигурных скобках через запятую - это значит, что по актуальности текста, сравнивая частушки Коли и Маши, член жюри не смог отдать кому-то из них предпочтение. Можно сказать, что для члена жюри **Абрамова** участники Коля и Маша *неразличимы* по уровню актуальности частушки.

Другой член жюри - некто **Богуславский**, тоже оценивал выступления участников по уровню актуальности частушек. Приходится ли удивляться тому, что г-н **Богуславский** имеет мнение отличное от мнения г-на **Абрамова**. И так его оценка (*ранжировка*) такова:

$$\begin{aligned} & \mathbf{Богуславский} = [\{ \text{Толя}, \text{Коля} \} < \text{Маша} < \text{Зина} < \text{Даша}] \\ & \text{или просто} \\ & \mathbf{Б} = [\{ \text{Т}, \text{К} \}, \text{М}, \text{З}, \text{Д}] \end{aligned}$$

Теперь нам надо расставить участников конкурса по степени актуальности частушек на основе имеющихся оценок (*ранжировок*) членов жюри **Абрамова** и **Богуславского**. Это расположение участников (*ранжировка*) должна быть таким, чтобы с ним были согласны (как минимум не оспаривали) оба члена жюри. Попробуем сформулировать правила составления такой итоговой (мы будем говорить - **согласующей**) ранжировки. Будем рассматривать объекты попарно, сравнивая их оценки (расположение относительно друг друга) членами жюри таким образом:

1. если оба члена жюри согласны в оценке данной пары, то принимаем такую общую оценку (например, оба члена жюри считают, что машина частушка актуальнее толиной);
2. если один член жюри не смог различить выступления двух участников, а другой член жюри установил лучшего, то принимаем его оценку в качестве итоговой;
3. если оба члена жюри не смогли различить выступления, записываем их в одну группу, также считая неразличимыми;

4. если члены жюри имеют противоположное мнение в оценке пары выступлений, то записываем участников в одну группу, считая неразличимыми.

Чтобы не запутаться составляя **согласующую ранжировку**, давайте действовать поэтапно и будем на каждом этапе выбирать удобный способ записи результатов.

3 Этапы

3.1 Первый этап

Итак, поскольку нам придется сравнивать всегда пары объектов, то давайте переведем оценки из формы ряда (последовательности) в форму таблицы, в которой строки и столбцы будут соответствовать участникам конкурса. В ячейках таблицы будут нули или единицы. "1" будем ставить, если участник, соответствующий столбцу лучше или неразличим с участником соответствующим строке. Иначе будем ставить "0".

Для оценок **Абрамова** $A = [T, \{K, M\}, D, Z]$ такая таблица будет выглядеть следующим образом:

$$A = \begin{array}{c|ccccc} & T & K & M & D & Z \\ \hline T & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ K & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ M & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ D & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ Z & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Для оценок **Богуславского** $B = [\{T, K\}, M, Z, D]$ получится такая таблица:

$$B = \begin{array}{c|ccccc} & T & K & M & D & Z \\ \hline T & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ K & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ M & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ D & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ Z & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Такие таблицы с числами принято называть *матрицами*.

3.2 Второй этап

Теперь поэлементно сравним эти таблицы, чтобы увидеть какая оценка участников устроит обоих членов жюри. При сравнении будем строить таблицу такого же размера как и сравниваемые (5×5). При этом в ячейку будем ставить **1**, если у обоих экспертов стоит **1**, а иначе будем ставить **0** (такое действие-сравнение называется *логическим умножением*). В результате получим вот такую матрицу (напомню - матрица это таблица с числами):

$$A \circ B = \begin{array}{c|ccccc} & T & K & M & D & Z \\ \hline T & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ K & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ M & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ D & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ Z & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

3.3 Третий этап

Попробуем подвести итоги конкурса частушки в номинации "Самая актуальная".

Из этой таблицы видно, что Толю, Колю и Машу можно расположить в ряд, таким образом, что никто из членов жюри спорить не будет. А вот с оценкой Даши и Зины ситуация такая, что из таблицы получается, что Даша хуже Зины и одновременно, Зина хуже Даши. Здесь налицо противоречие. Поэтому итоговое расположение участников нам придется записать так:

$$[\text{Толя} < \text{Коля} < \text{Маша} < \{ \text{Даша}, \text{Зина} \}]$$

Интерпретация результатов. Итак посмотрим, удалось ли жюри выполнить оценку выступлений участников по критерию актуальности частушки таким образом, чтобы можно было подвести однозначные итоги в соответствии с положением конкурса. Напомню, что жюри должно отобрать трех лауреатов, которые поедут на следующий этап конкурса и наградить остальных участников ("не лауреатов") ценными призами в зависимости от места:

1. Лауреаты: Маша, Даша и Зина
2. Толя - 5 место, Коля - 4 место

Кажется, что с помощью нашей методики, которая называется *метод кластерных ранжировок*, жюри удалось выполнить свою работу.

Естественно, что для случаев с большим количеством участников и членов жюри решать в ручную задачу согласования мнений будет весьма затруднительно, так как потребует много времени и будет содержать риск ошибки. Поэтому естественным было бы желание написать алгоритм для данной процедуры и превратить его с помощью какого-либо языка программирования в компьютерную программу. Далее мы рассмотрим полностью формализованный алгоритм рассмотренного способа согласования оценок, представленных в виде упорядоченных рядов *ранжировок*. Для того, чтобы освоить этот алгоритм вам необходимо кроме понятия *матрица* также вспомнить такую операцию над матрицами как *транспонирование*, а также операции над двоичными величинами: *логическое сложение* и *логическое умножение*.

Если вспомнили, переходим к следующей части.