Теория и решение примеров Шага 5, Ступени 1

Содержание

1 §Основные правила комбинаторики

Теория отлично дана в книге, поэтому сюда я ее не переписывал.

Условия тоже не переписываются.

1.1 Задание 1

Тут надо знать, что 000 для цифр быть не может

Способ решения является следствием из правила умножения. У нас есть 3 позиции одного типа(для цифр) и 3 позиции другого типа(для букв). Для первого типа количетво всех возможных значений равно 10, для второго - 12. В учебнике аналогичный пример, только количество позиций каждого типа равно 1. В любом случае, в таких ситуациях количество всех возможных значений - это основание, а количество позиций - это степень.

Слеовательно, всех вариантов с цифрами может быть:

$10^3 - 1 = 999$

Для букв:

12^3

Правильный ответ (по правилу умножения):

$12^3 * 999 = 1726272$

1.2 Задание 2

Тут все просто, 4 позиции, количество всех возможных значений 10. $10^4 = 10000$

1.3 Задание 3

Тут нужно понять, сколько видов бутеров у нас получается и составить решение по правилу умножения для каждого типа.

Первый тип, когда в бутере есть все компоненты.

Хлеб: 1 позиция, 3 вида хлеба = 3 в степени 1 = 3.

Колбаса: 5.

Масло: 1.

Количество всех возможных вариантов для первого типа бутеров:

$3 \cdot 5 \cdot 1 = 15$

Второй тип, когда в бутере нет колбасы.

Хлеб:3.

Масло: 1.

Количество всех возможных вариантов для второго типа бутеров:

$3 \cdot 1 = 3$

Третий тип, когда в бутере нет масла.

Хлеб:3.

Колбаса: 5.

Количество всех возможных вариантов для третьего типа бутеров:

$3 \cdot 5 = 15$

Для всех типов:

$15 + 15 + 3 = 33$

1.4 Задание 4

От А до К, исключая Ё и Й будет 10 букв.

Цифр тоже 10.

1 позиция для букв, 3 для цифр:

10(букв)·10(цифр)·10(цифр)·10(цифр)= 10000

1.5 Задание 5

Тут подвох в том, что правильных ответа 3. Ведь один и тот же человек может решить все хадачи(правило умножения), любые 4 человека могут быть выбраны из 20(порядок не важен - правило сочетаний) и каждая задача может быть предначертана преподом конкретному студенту(порядок важен - правило размещений).

Поэтому:

по правилу умножения:

20^4

по правилу сочетаний

$C_n^k = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 4845$

по правилу размещений

$A_n^k = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 = 116280$

1.6 Задание 6

n=36, k =3

Иногда проще решать задачу наоборот. Вытащим всех тузов из колоды - количетсво всех неинтересующих нас случаев:

C_{32}^{3}

Количество вообще всех случаев:

C_{36}^{3}

Тогда проще вычесть из всех неинтересующие случаи, тогда получим только интересющие!

$C_{36}^{3} - C_{32}^{3}$

1.7 Задание 7

C_{10}^{3}

1.8 Задание 8

а) 16!, потому что нужно составить все возможные варианты очередей(правило перестановок)

б) A_{16}^{3}

1.9 Задание 9

$n = 2^6 = 64$

Исключаем вариант "все решки"и все варианты "1 орла": 64-1-6=57

1.10 Задание 10

$n_1 = 20$

$n_2 = 3$

$C_{20}^5 \cdot 3$

2 §Случайное событие. Вероятностное пространство. Классическое определение вероятности.

2.1 Задание 11

1)например, 6,6, орел.

2)6*6*2=72

3)дублей с орлом всего может быть 6, тогда

$p(\text{дубль с орлом}) = \frac{6}{72}$

2.2 Задание 12

позиций $= 4$, алфавит $= 2$, тогда всего исходов:

$2^4 = 16$

Количество исходов, когда нет орлов $= 1$.

Есть хотя бы 1 орел:$16 - 1 = 15$

$p(\text{хотя бы 1 орел}) = \frac{15}{16}$

2.3 Задание 13

позиций $= 2$, алфавит $= 6$

Всего: $6^2 = 36$

интересующие нас случаи(их 5):

2-6,

3-5,

4-4,

5-3,

6-2

p(сумма очков равна 8) $= \frac{5}{36}$

2.4 Задание 14

позиций $= 3$, алфавит $= 6$.

Всего исходов: $6^3 = 216$

Нас интересуют случаи(их 4):

666

665

656

566

$p(\text{сумма очков больше } 16) = \frac{4}{216}$

2.5 Задание 15

позиций $= 5$, алфавит $= 6$.

Всего: 6^5

Нас интересуют случаи(их 6):

11111

11112

11121

11211

12111

21111

$p(\text{сумма мегьше, либо равна } 6) = \frac{6}{6^5} = \frac{1}{6^4}$

2.6 Задание 16

позиций $= 2$, алфавит $= 6$

Всего: $6^6 = 36$

Нас интересуют:

6-1

6-2

6-3

6-4

6-5

1-6

2-6

3-6

4-6

5-6

$p(\text{не более одного раза}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

2.7 Задание 17

позиций = 4, алфавит = 10

Всего: $10^4 = 10000$

3 попытки. Тут странно, так как если ты ввел какой-нибудь пин-код, а он неверный, то вводить его еще раз ты не будешь. Значит, каждая следующая попытка уменьшает количество пинковод на 1, тем самым чуть-чуть увеличивая вероятность успеха. То есть

$p(\text{угадать пин-код с 3 попытки}) = \frac{1}{10000} + \frac{1}{9999} + \frac{1}{9998}$

Но в ответах почему-то $\frac{3}{10000}$

2.8 Задание 18

$\frac{n}{k}$

2.9 Задание 19

к сожалению, я не знаю, как это решить. Мне кажется, что в условии чего-то не хватает.

2.10 Задание 20

6 юношей, 14 девушек.

количество всех возможных способов вырать 2 юношей из 6:

$C_6^2 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 15$

количество всех возможных способов вырать 1 девушку из 14:

$C_{14}^1 = 14$

колиество способов выбрать 3 любых студента из всех(6+14=20):

$C_{20}^3 = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20 \cdot 19 \cdot 3$

$p = \frac{C_6^2 \cdot C_{14}^1}{C_{20}^3} = \frac{14 \cdot 15}{20 \cdot 19 \cdot 3} = \frac{7}{38}$

2.11 Задание 21

количество всех возможных способов вырать 3 из 12:

$C_{12}^3 = \frac{12\cdot 11\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3} = 220$

колиество способов выбрать 3 любых из всех(12+3=15):

$C_{15}^3 = \frac{15\cdot 14\cdot 13}{1\cdot 2\cdot 3} = 455$

$C_{15}^3 - C_{12}^3 = 455 - 220 = 235$

$p = \frac{C_{15}^3 - C_{12}^3}{C_{15}^3} = \frac{235}{455} = \frac{47}{91}$

2.12 Задание 22

C_n^m

В подобных задачах лучше чтобы у всех C, n было минимально. Тогда легче счистать.

Число интересующих исходов:

$C_{20}^3 - (C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3)$

$C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$

$C_{15}^1 = 15$

$C_5^2 \cdot C_{15}^1 = 150$

$C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$

$C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3 = 150 + 10 = 160$

$C_{20}^3 = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1140$

$C_{20}^3 - (C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3) = 1140 - 160 = 980$

$p = \frac{C_{20}^3 - (C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3)}{C_{20}^3} = \frac{890}{1140} = \frac{49}{57}$

2.13 Задание 23

Здесь проще наоборот, решаем случай, когда вообще нет юношей. Это когда есть только девушки)

Число всех интересующий исходов в таком случае:

$C_{25}^3 - C_{15}^3$

$p = \frac{C_{25}^3 - C_{15}^3}{C_{25}^3}$

$C_{25}^3 = 2300$

$C_{15}^3 = 455$

$C_{25}^3 - C_{15}^3 = 2300 - 455 = 1845$

$p = \frac{C_{25}^3 - C_{15}^3}{C_{25}^3} = \frac{1845}{2300} = \frac{369}{460}$

2.14 Задание 24

На интересуют случаи, когда выбраны только 4 парня или когда выбраны 3 парня и 1 девушка:

$C_{10}^4 + C_{10}^3 \cdot C_5^1$

Тогда вероятность всех этих исходов будет:

$p = \frac{C_{10}^4 + C_{10}^3 \cdot C_5^1}{C_{15}^4} = \frac{810}{1365} = \frac{54}{91}$

2.15 Задание 25

Нас интересуют случаи, когда повезло 2 новичкам и одному бывалому и 3 новичкам:

$p = \frac{C_6^3 + C_6^2 \cdot C_9^1}{C_{15}^3} = \frac{135+20}{455} = \frac{31}{91}$

2.16 Задание 26

Хотя бы один, это значит 1 и более.

Проше решать обратную задачу - найти количество всех вариантов англоговорящих делегаций, далее из вообще всех вариантов вычесть это число. Получим как раз те случаи, когда в делегации есть хоть один неговорящий. Число вариантов хорошо говорящих делегаций:

C_6^3

Число всех:

C_{10}^3

Число вариантов вообще не говорящих по английски делегаций:

$C_{10}^3 - C_6^3$

Вероятность того, что в делегацию попадет хотя бы один неговорящий:

$p = \frac{C_{10}^3 - C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{120-20}{120} = \frac{5}{6}$

2.17 Задание 27

Нас интересуют случаи, когда проконтроллированы 2 брака и 2 нормальных трубы, и проконтроллированы все 3 брака и 1 нормальная труба:
$p = \frac{C_3^2 \cdot C_{12}^2 + C_3^3 \cdot C_{12}^1}{C_{15}^4} = \frac{198+12}{1365} = \frac{2}{13}$

2.18 Задание 28

$p = \frac{C_{12}^3 \cdot C_{10}^1 + C_{12}^4}{C_{22}^4} == \frac{7}{19}$

2.19 Задание 29

1) Тут проще сначала решать наоборот.
$p = \frac{C_{23}^5 - (C_8^1 \cdot C_{15}^4 + C_{15}^5)}{C_{23}^5}$
2) $p = \frac{C_{15}^3 \cdot C_8^2}{C_{23}^3}$

2.20 Задание 30

Нужно найти вероятности прохождения первого и второго туров.

$p_1 = \frac{C_{25}^3 \cdot C_5^1 + C_{25}^4}{C_{30}^4}$

$p_2 = \frac{C_{18}^3 \cdot C_6^1 + C_{18}^4}{C_{24}^4}$

Тут придется сначала прочитать теорию к следующе главе, чтобы знать, почему вероятности исходов первого и второго тура в коннце надо умножить.

$p_1 \cdot p_2 = \frac{C_{25}^3 \cdot C_5^1 + C_{25}^4}{C_{30}^4} \cdot \frac{C_{18}^3 \cdot C_6^1 + C_{18}^4}{C_{24}^4}$

3 Операции с событиями, формула сложения вероятностей, независимые события

Чтобы здесь хоть что-то решить, лучше полностью выучить теорию из всех прерыдущих глав.

3.1 Задание 31

Тут ошибка в ответах!

n=36

A - на 1 кости четное

B - на 1 и 2 кости в сумме больше 3

Число исходов события B проще посчитать, если посчитать число исходов обратных B и вычесть это число из всех. Всего исходов для $\overline{B}$:

11

12

21

Тогда,

$n_B = 36 - 3 = 33$

$n_A = 3 \cdot 6 = 18$

$P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

$P(B) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$

а) $A \cap B$:

$22, 23, 24, 25, 26,$

$41, 42, 43, 44, 45, 46,$

$61, 62, 63, 64, 65, 66.$

$n_{A\cap B} = 6 + 6 + 5 = 17$

$P(A \cap B) = \frac{17}{36}$

б) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{11}{12} - \frac{17}{36} = \frac{34}{36} = \frac{17}{18}$

в) $P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

г) $P(\bar{A}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

д) $n_{\overline{A\cap B}} = 36 - 17 = 19 P(\overline{A \cap B}) = \frac{19}{36}$

3.2 Задание 32

A - Анжи победит МЮ

B - Зенит победит Барселону

C - наши победят

D - только одна наша команда победит

E - никто из наших не победит

F - выиграет только Зенит

$P(A) = 0.3$

$P(B) = 0.4$

$P(C) = P(A \cap B) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12$

$P(D) = P((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)) = P(A) \cdot P(\overline{B}) + P(\overline{A}) \cdot P(B) = 0.3 \cdot 0.6 + 0.7 \cdot 0.4 = 0.76$

$P(E) = P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0.6 \cdot 0.7 = 0.42$

$P(F) = P(\overline{A} \cap B) = 0.28$