Минорский

Содержание

1 Введение в анализ

1.1 §Свойства пределов. Раскрытие неопределенностей ввида $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$

1.1.1 734

1) тут сразу подставим

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4x+1}{2x+1}=-3/5$$

2) Вспоминаем формулы косинуса двойного угла

$$\lim_{x\to\pi/4}\frac{1+sin2x}{1-cos4x}=\lim_{x\to\pi/4}\frac{1+sin2x}{1-(1-2sin^2 2x)}=\lim_{x\to\pi/4}\frac{1+sin2x}{2sin^2 2x)}=1$$

1.1.2 735

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=4$$

1.1.3 736

Корни уравнения в знаменателе будут 2 и 1

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)}{(x-2)(x-1)}=1$$

1.1.4 737

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+1)}=3/2$$

1.1.5 738

$$\lim_{x\to\pi}\frac{tgx}{sin2x}=\lim_{x\to\pi}\frac{sinx}{cosx*sin2x}=\lim_{x\to\pi}\frac{sinx}{cosx*2sinx*cosx}=\lim_{x\to\pi}\frac{1}{2cos^2x}=1/2$$

1.1.6 739

$$\lim_{x\to\pi/4}\frac{sinx-cosx}{cos2x}=\lim_{x\to\pi/4}\frac{sinx-cosx}{cos^2x-sin^2x}=\lim_{x\to\pi/4}\frac{sinx-cosx}{-(sinx-cosx)(cosx+sinx)}=-1/\sqrt{2}$$

1.1.7 740

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}=\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{1+3x}+1)}{(\sqrt{1+3x}-1)(\sqrt{1+3x}-1)}=\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{1+3x}+1)}{1+3x-1}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+3x}+1}{3}$$

1.1.8 741

$$\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{ax}-x}{x-a}=\lim_{x\to a}\frac{(\sqrt{ax}-x)(\sqrt{ax}+x)}{(x-a)(\sqrt{ax}+x)}=\lim_{x\to a}\frac{ax-x^2}{(x-a)(\sqrt{ax}+x)}=$$

$$=\lim_{x\to a}\frac{-x(x-a)}{(x-a)(\sqrt{ax}+x)}=\lim_{x\to a}\frac{-x}{\sqrt{ax}+x}=-1/2$$

1.1.9 742

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}=$$

$$x=t^6, t\to 1$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{t^2-1}{t^3-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(t-1)(t+1)}{(t-1)(t^2+t+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{t+1}{t^2+t+1}=2/3$$

1.1.10 743

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+mx}-1}{x}=$$

$$1+mx=t^3, t\to 1, x=\frac{t^3-1}{m}$$

$$\lim_{t\to 1}\frac{\sqrt[3]{t^3}-1}{\frac{t^3-1}{m}}=\lim_{t\to 1}\frac{m(t-1)}{t^3-1}=\lim_{t\to 1}\frac{m}{t^2+t+1}=m/3$$

1.1.11 744

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}{x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1+x-1+x}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}=1$$

1.1.12 745

$$\lim_{x\to\pi}\frac{\sqrt{1-tgx}-\sqrt{1+tgx}}{sin2x}=\lim_{x\to\pi}\frac{(\sqrt{1-tgx}-\sqrt{1+tgx})(\sqrt{1-tgx}+\sqrt{1+tgx})}{sin2x(\sqrt{1-tgx}+\sqrt{1+tgx})}=$$

$$\lim_{x\to\pi}\frac{-2tgx}{sin2x(\sqrt{1-tgx}+\sqrt{1+tgx})}=\lim_{x\to\pi}\frac{-2sinx}{cos*2sinx*cosx(\sqrt{1-tgx}+\sqrt{1+tgx})}=$$

$$=\lim_{x\to\pi}\frac{1}{-2cos^2x}=-1/2$$

1.1.13 746

1)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-1}{3x^2-4x}=$$
$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x-1/x}{3x-4}=$$
$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{3x}=2/3$$

2)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{5x^3-7x}{1-2x^3}=$$
$$\lim_{x\to\infty}\frac{5x^2-7}{1/x-2x^2}=$$

Относительно бесконечно больших, константы всегда принимаются за 0. Можно конечно вынести старшую степень, тогда любое число, деленное на бесконечность, будет 0.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{5x^2}{2x^2}=5/2$$

1.1.14 747

1)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x-1}{x^2+1} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3-1/x}{x+1/x} =$$

$$= \frac{3}{\infty} = 0$$

1.1.15 748

1)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-1}{x^2+1} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-1/x^2}{1+1/x^2} =$$

$$= \frac{\infty}{1} = \infty$$

1.1.16 749

1)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x}-6x}{3x+1}; \sqrt{x}=a;$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{a-6a^2}{3a^2+1} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{1-6a}{3a+1/a} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-6a}{3a} = -2$$

1.1.17 750

1)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n}{1-2n} =$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{3}{1/n-2} = -3/2$$

1.1.18 751

1)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2n^2+1}}{2n-1} =$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2n^2+1}}{2n+1-2} =$$

Отбросим константы, потому что они ни на что не влияют

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2n^2}}{2n} =$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n\sqrt{2}}{2n} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1.2 §Предел отношения $\frac{sina}{a}$ при$a \to 0$

1.2.1 763

$$\lim_{x\to 0}\frac{sin4x}{x} =$$
$$= \lim_{x\to 0}\frac{4sin4x}{4x} = 4$$

1.2.2 764

$$\lim_{x \to 0} \frac{sin(x/3)}{x} =$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{(1/3)sin(x/3)}{x/3} = 1/3$$

1.2.3 765

$$\lim_{x\to 0}\frac{tgx}{x}=$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{sinx}{xcosx}=$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{cosx}=1$$

1.2.4 766

$$\lim_{x \to 0} \frac{sin^2(x/2)}{x^2} =$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{(1/4)sin^2(x/2)}{(1/4)x^2} = 1/4$$

1.2.5 767

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-cos2x}{xsinx}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{sin^2x+cos^2x-cos^2x+sin^2x}{xsinx}=\lim_{x\to 0}\frac{2sinx}{x}=2$$

1.2.6 768

$$\lim_{x\to 0} \frac{sin3x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{sin3x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})}{x+2-2} = 6\sqrt{2}$$

1.2.7 769

$$\lim_{h \to 0} \frac{sin(x+h) - sin(x-h)}{h} =$$

...

$$sin(x+h)-sin(x-h) = 2sin\frac{(x+h-x+h)}{2} * cos\frac{x+h+x-h}{2} = 2sin(2h/2)*cos(2x/2)$$

...

$$\lim_{h \to 0} \frac{2sin(2h/2) * cos(2x/2)}{h} = 2cosx$$

1.2.8 770

1)

$$\lim_{x\to 0}\frac{arctgx}{x}=$$

...

$$arctgx=y, x=tgy, y\to 0$$

...

$$\lim_{y\to 0}\frac{y}{tgy}=\lim_{y\to 0}\frac{ycosy}{siny}=\lim_{y\to 0}cosy=1$$

ниже ошибка

2)

$$\lim_{x\to 1/2}\frac{arcsin(1-2x)}{4x^2-1}=$$

...

$$arcsin(1-2x)=y, x=siny, y\to 0$$

...

$$\lim_{y\to 0}\frac{y}{4sin^2y-1}=\lim_{y\to 0}\frac{y}{4sin^2y-1}=\lim_{y\to 0}\frac{1}{4-1/sin^2y}=\lim_{y\to 0}(1/4-sin^2y)=1/4$$

1.2.9 771

1)

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-cosx}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{1-cos^2x}{x^2(1+cosx)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{1+cosx}=1/2$$

1.2.10 772

1)

$$\lim_{x\to 0}\frac{tgx - sinx}{x^3} = \lim_{x\to 0}\frac{sin^3x(1/(cosxsin^2x) - 1/sin^2x)}{x^3} =$$

$$\lim_{x\to 0}(1/(cosxsin^2x) - 1/sin^2x) = \lim_{x\to 0}\frac{1 - cosx}{cosxsin^2x} = \lim_{x\to 0}\frac{(1 - cosx)(1 + cosx)}{cosxsin^2x(1 + cosx)} =$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1 - cos^2x}{cosxsin^2x(1 + cosx)} = \lim_{x\to 0}\frac{1}{cosx + cos^2x} = 1/2$$