Теория и решение примеров Шага 5, Ступени 1

Содержание

1 §Основные правила комбинаторики

Теория отлично дана в книге, поэтому сюда я ее не переписывал.

Условия тоже не переписываются.

1.1 Задание 1

Тут надо знать, что 000 для цифр быть не может
Способ решения является следствием из правила умножения. У нас есть 3 позиции одного типа(для цифр) и 3 позиции другого типа(для букв). Для первого типа количетво всех возможных значений равно 10, для второго - 12. В учебнике аналогичный пример, только количество позиций каждого типа равно 1. В любом случае, в таких ситуациях количество всех возможных значений - это основание, а количество позиций - это степень.
Слеовательно, всех вариантов с цифрами может быть:
$10^3 - 1 = 999$
Для букв:
12^3
Правильный ответ (по правилу умножения):
$12^3 * 999 = 1726272$

1.2 Задание 2

Тут все просто, 4 позиции, количество всех возможных значений 10. $10^4 = 10000$

1.3 Задание 3

Тут нужно понять, сколько видов бутеров у нас получается и составить решение по правилу умножения для каждого типа.
Первый тип, когда в бутере есть все компоненты.
Хлеб: 1 позиция, 3 вида хлеба = 3 в степени 1 = 3.
Колбаса: 5.
Масло: 1.
Количество всех возможных вариантов для первого типа бутеров:
$3 \cdot 5 \cdot 1 = 15$

Второй тип, когда в бутере нет колбасы.
Хлеб:3.
Масло: 1.
Количество всех возможных вариантов для второго типа бутеров:
$3 \cdot 1 = 3$

Третий тип, когда в бутере нет масла.
Хлеб:3.
Колбаса: 5.
Количество всех возможных вариантов для третьего типа бутеров:
$3 \cdot 5 = 15$
Для всех типов:
$15 + 15 + 3 = 33$

1.4 Задание 4

От А до К, исключая Ё и Й будет 10 букв.

Цифр тоже 10.

1 позиция для букв, 3 для цифр:

10(букв)$\cdot$10(цифр)$\cdot$10(цифр)$\cdot$10(цифр)$=10000$

1.5 Задание 5

Тут подвох в том, что правильных ответа 3. Ведь один и тот же человек может решить все хадачи(правило умножения), любые 4 человека могут быть выбраны из 20(порядок не важен - правило сочетаний) и каждая задача может быть предначертана преподом конкретному студенту(порядок важен - правило размещений).

Поэтому:

по правилу умножения:

20^4

по правилу сочетаний

$C_n^k = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 4845$

по правилу размещений

$A_n^k = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 = 116280$

1.6 Задание 6

n=36, k =3
Иногда проще решать задачу наоборот. Вытащим всех тузов из колоды - количетсво всех неинтересующих нас случаев:
C_{32}^3
Количество вообще всех случаев:
C_{36}^3

Тогда проще вычесть из всех неинтересующие случаи, тогда получим только интересющие!
$C_{36}^3 - C_{32}^3$

1.7 Задание 7

C_{10}^3

1.8 Задание 8

а) 16!, потому что нужно составить все возможные варианты очередей(правило перестановок)
б) A_{16}^{3}

1.9 Задание 9

$n = 2^6 = 64$

Исключаем вариант "все решки"и все варианты "1 орла": 64-1-6=57

1.10 Задание 10

$n_1 = 20$

$n_2 = 3$

$C_{20}^5 \cdot 3$

2 §Случайное событие. Вероятностное пространство. Классическое определение вероятности.

2.1 Задание 11

1)например, 6,6, орел.

2)6*6*2=72

3)дублей с орлом всего может быть 6, тогда

$p(\text{дубль с орлом}) = \frac{6}{72}$

2.2 Задание 12

позиций $= 4$, алфавит $= 2$, тогда всего исходов:

$2^4 = 16$

Количество исходов, когда нет орлов $= 1$.

Есть хотя бы 1 орел:$16 - 1 = 15$

$p(\text{хотя бы 1 орел}) = \frac{15}{16}$

2.3 Задание 13

позиций $= 2$, алфавит $= 6$

Всего: $6^2 = 36$

интересующие нас случаи(их 5):

2-6,

3-5,

4-4,

5-3,

6-2

$p(\text{сумма очков равна } 8) = \frac{5}{36}$

2.4 Задание 14

позиций $= 3$, алфавит $= 6$.

Всего исходов: $6^3 = 216$

Нас интересуют случаи(их 4):

666

665

656

566

$p(\text{сумма очков больше } 16) = \frac{4}{216}$

2.5 Задание 15

позиций $= 5$, алфавит $= 6$.

Всего: 6^5

Нас интересуют случаи(их 6):

11111

11112

11121

11211

12111

21111

p(сумма мегьше, либо равна 6) $= \frac{6}{6^5} = \frac{1}{6^4}$

2.6 Задание 16

позиций $= 2$, алфавит $= 6$

Всего: $6^6 = 36$

Нас интересуют:

6-1

6-2

6-3

6-4

6-5

1-6

2-6

3-6

4-6

5-6

$p(\text{не более одного раза}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

2.7 Задание 17

позиций $= 4$, алфавит $= 10$

Всего: $10^4 = 10000$

3 попытки. Тут странно, так как если ты ввел какой-нибудь пин-код, а он неверный, то вводить его еще раз ты не будешь. Значит, каждая следующая попытка уменьшает количество пинковод на 1, тем самым чуть-чуть увеличивая вероятность успеха. То есть

$p(\text{угадать пин-код с 3 попытки}) = \frac{1}{10000} + \frac{1}{9999} + \frac{1}{9998}$

Но в ответах почему-то $\frac{3}{10000}$

2.8 Задание 18

$\frac{n}{k}$

2.9 Задание 19

к сожалению, я не знаю, как это решить. Мне кажется, что в условии чего-то не хватает.

2.10 Задание 20

6 юношей, 14 девушек.

количество всех возможных способов вырать 2 юношей из 6:

$C_6^2 = \frac{6\cdot5}{1\cdot2} = 15$

количество всех возможных способов вырать 1 девушку из 14:

$C_{14}^1 = 14$

колиество способов выбрать 3 любых студента из всех(6+14=20):

$C_{20}^3 = \frac{20\cdot19\cdot18}{1\cdot2\cdot3} = 20 \cdot 19 \cdot 3$

$p = \frac{C_6^2 \cdot C_{14}^1}{C_{20}^3} = \frac{14\cdot15}{20\cdot19\cdot3} = \frac{7}{38}$

2.11 Задание 21

количество всех возможных способов вырать 3 из 12:

$C_{12}^3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 220$

колиество способов выбрать 3 любых из всех(12+3=15):

$C_{15}^3 = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 455$

$C_{15}^3 - C_{12}^3 = 455 - 220 = 235$

$p = \frac{C_{15}^3 - C_{12}^3}{C_{15}^3} = \frac{235}{455} = \frac{47}{91}$

2.12 Задание 22

C_n^m

В подобных задачах лучше чтобы у всех C, n было минимально. Тогда легче считать.

Число интересующих исходов:

$C_{20}^3 - (C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3)$

$C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$

$C_{15}^1 = 15$

$C_5^2 \cdot C_{15}^1 = 150$

$C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$

$C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3 = 150 + 10 = 160$

$C_{20}^3 = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1140$

$C_{20}^3 - (C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3) = 1140 - 160 = 980$

$p = \frac{C_{20}^3 - (C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3)}{C_{20}^3} = \frac{890}{1140} = \frac{49}{57}$

2.13 Задание 23

Здесь проще наоборот, решаем случай, когда вообще нет юношей. Это когда есть только девушки)

Число всех интересующий исходов в таком случае:

$C_{25}^3 - C_{15}^3$

$p = \frac{C_{25}^3 - C_{15}^3}{C_{25}^3}$

$C_{25}^3 = 2300$

$C_{15}^3 = 455$

$C_{25}^3 - C_{15}^3 = 2300 - 455 = 1845$

$p = \frac{C_{25}^3 - C_{15}^3}{C_{25}^3} = \frac{1845}{2300} = \frac{369}{460}$

2.14 Задание 24

На интересуют случаи, когда выбраны только 4 парня или когда выбраны 3 парня и 1 девушка:
$C_{10}^4 + C_{10}^3 \cdot C_5^1$
Тогда вероятность всех этих исходов будет:
$p = \frac{C_{10}^4 + C_{10}^3 \cdot C_5^1}{C_{15}^4} = \frac{810}{1365} = \frac{54}{91}$

2.15 Задание 25

Нас интересуют случаи, когда повезло 2 новичкам и одному бывалому и 3 новичкам:

$p = \frac{C_6^3 + C_6^2 \cdot C_9^1}{C_{15}^3} = \frac{135+20}{455} = \frac{31}{91}$

2.16 Задание 26

Хотя бы один, это значит 1 и более.

Проше решать обратную задачу - найти количество всех вариантов англоговорящих делегаций, далее из вообще всех вариантов вычесть это число. Получим как раз те случаи, когда в делегации есть хоть один неговорящий. Число вариантов хорошо говорящих делегаций:

C_6^3

Число всех:

C_{10}^3

Число вариантов вообще не говорящих по английски делегаций:

$C_{10}^3 - C_6^3$

Вероятность того, что в делегацию попадет хотя бы один неговорящий:

$p = \frac{C_{10}^3 - C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{120-20}{120} = \frac{5}{6}$

2.17 Задание 27

Нас интересуют случаи, когда проконтроллированы 2 брака и 2 нормальных трубы, и проконтроллированы все 3 брака и 1 нормальная труба: $p = \frac{C_3^2 \cdot C_{12}^2 + C_3^3 \cdot C_{12}^1}{C_{15}^4} = \frac{198+12}{1365} = \frac{2}{13}$

2.18 Задание 28

$p = \frac{C_{12}^3 \cdot C_{10}^1 + C_{12}^4}{C_{22}^4} == \frac{7}{19}$

2.19 Задание 29

1) Тут проще сначала решать наоборот.
$p = \frac{C_{23}^5 - (C_8^1 \cdot C_{15}^4 + C_{15}^5)}{C_{23}^5}$
2) $p = \frac{C_{15}^3 \cdot C_8^2}{C_{23}^3}$

2.20 Задание 30

Нужно найти вероятности прохождения первого и второго туров.
$p_1 = \frac{C_{25}^3 \cdot C_5^1 + C_{25}^4}{C_{30}^4}$
$p_2 = \frac{C_{18}^3 \cdot C_6^1 + C_{18}^4}{C_{24}^4}$
Тут придется сначала прочитать теорию к следующе главе, чтобы знать, почему вероятности исходов первого и второго тура в коннце надо умножить.
$p_1 \cdot p_2 = \frac{C_{25}^3 \cdot C_5^1 + C_{25}^4}{C_{30}^4} \cdot \frac{C_{18}^3 \cdot C_6^1 + C_{18}^4}{C_{24}^4}$

3 Операции с событиями, формула сложения вероятностей, независимые события

Чтобы здесь хоть что-то решить, лучше полностью выучить теорию из всех прерыдущих глав.

3.1 Задание 31