Теория и решение примеров Шага 4, Ступени 2

Содержание

1 §20. Комплексные числа в алгебраической форме

Теория

$(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i;$

$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i;$

$z_1=a_1+b_1i;$

$z_2=a_2+b_2i;$

$z_1-z_2=(a_1-a_2)+(b_1-b_2)i;$

$\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{a_1+b_1i}{a_2+b_2i}=\dfrac{a_1a_2+b_1b_2}{a_2^2+b_2^2}+\dfrac{b_1a_2-a_1b_2}{a_2^2+b_2^2}i$

1.1 Задание 20.1

а)

Пример

$$(2+i)(3-i)+(2+3i)(3+4i)=?;$$

Решение

$(2+i)(3-i)=(2\cdot 3+1)+(-2+3)i=7+i;$

$(2+3i)(3+4i)=(2\cdot 3-3\cdot 4)+(2\cdot 4+3\cdot 3)i=(6-12)+(8+9)i=-6+17i;$

$(7+i)+(-6+17i)=(7-6)+(1+17)i=1+18i;$

б)

Пример

$$(2+i)(3+7i)-(1+2i)(5+3i)=?;$$

Решение

$(2+i)(3+7i)=(2\cdot3-7)+(2\cdot7+3)i=-1+17i;$

$(1+2i)(5+3i)=(5-6)+(3+10)i=-1+13i;$

$(-1+17i)-(-1+13i)=(-1+17i)+(1-13i)=4i;$

в)

Пример

$$(4+i)(5+3i)-(3+i)(3-i)=?;$$

Решение

Используя формулу сокращенного умножения:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2;$$

$(3+i)(3-i)=9+1=10;$

$(4+i)(5+3i)=(4\cdot 5-3)+(4\cdot 3+5)i=17+17i;$

$17+17i-10=7+17i;$

г)

Пример

$$\frac{(5+i)(7-6i)i}{3+i} = ?;$$

Решение

$(5+i)(7-6i) = (5*7+6)+(-5*6+7)i = 41-23i;$
$\dfrac{41-23i}{3+i} = \dfrac{41\cdot 3-23}{10} + \dfrac{-23\cdot 3-41}{10}i = \dfrac{100}{10} + \dfrac{-110}{10}i = 10-11i;$

д)

Пример

$$\frac{(5+i)(3+5i)}{2i} = ?;$$

Решение

$(5+i)(3+5i) = (5\cdot 3 - 5) + (5\cdot 5 + 3)i = 10 + 28i;$

В ситуации, когда действительная часть в знаменателе равна нулю, не нужно использовать формулу деления комплексных чисел. Расписать все выражение, как сумму дробей и вычислить получившиеся дроби.

$\frac{10+28i}{2i} = \frac{10}{2i} + \frac{28i}{2i} = ...$

Тут домножили и разделили на i мнимую часть

$... = 14 + \frac{5i}{i^2} = 14 - 5i;$

с помощью форулы деления комплексных чисел

$\frac{10+28i}{2i} = \frac{56}{4} + \frac{-20}{4}i = 14 - 5i;$