

Минорсий задачник

Содержание

1	Введение в анализ	2
1.1	§Свойства пределов. Раскрытие неопределенностей ввида $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$	2
1.1.1	734	2
1.1.2	735	3
1.1.3	736	4
1.1.4	737	5
1.1.5	738	6
1.1.6	739	7
1.1.7	740	8
1.1.8	741	9
1.1.9	742	10
1.1.10	743	11
1.1.11	744	12
1.1.12	745	13

1 Введение в анализ

1.1 §Свойства пределов. Раскрытие неопределенностей ввида $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$

1.1.1 734

1) тут сразу подставим

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 1}{2x + 1} = -3/5$$

2) Вспоминаем формулы косинуса двойного угла

$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 + \sin 2x}{1 - \cos 4x} = \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 + \sin 2x}{1 - (1 - 2\sin^2 2x)} = \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 + \sin 2x}{2\sin^2 2x} = 1$$

1.1.2 735

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = 4$$

1.1.3 736

Корни уравнения в знаменателе будут 2 и 1

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-3x+2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{(x-2)(x-1)} = 1$$

1.1.4 737

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)(x + 1)} = 3/2$$

1.1.5 738

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{tgx}{sin2x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{sinx}{cosx * sin2x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{sinx}{cosx * 2sinx * cosx} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{2cos^2x} = 1/2$$

1.1.6 739

$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x} = \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{-(\sin x - \cos x)(\cos x + \sin x)} = -1/\sqrt{2}$$

1.1.7 740

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{1+3x}+1)}{(\sqrt{1+3x}-1)(\sqrt{1+3x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{1+3x}+1)}{1+3x-1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x}+1}{3}$$

1.1.8 741

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{ax} - x}{x - a} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sqrt{ax} - x)(\sqrt{ax} + x)}{(x - a)(\sqrt{ax} + x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{ax - x^2}{(x - a)(\sqrt{ax} + x)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{-x(x - a)}{(x - a)(\sqrt{ax} + x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{-x}{\sqrt{ax} + x} = -1/2\end{aligned}$$

1.1.9 742

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} =$$

$$x = t^6, t \rightarrow 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{t^2 - 1}{t^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(t - 1)(t + 1)}{(t - 1)(t^2 + t + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{t + 1}{t^2 + t + 1} = 2/3$$

1.1.10 743

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+mx} - 1}{x} &= \\ 1 + mx = t^3, t \rightarrow 1, x &= \frac{t^3 - 1}{m} \\ \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{t^3} - 1}{\frac{t^3 - 1}{m}} &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{m(t - 1)}{t^3 - 1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{m}{t^2 + t + 1} = m/3\end{aligned}$$

1.1.11 744

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = \\ &\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x - 1+x}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} = 1\end{aligned}$$

1.1.12 745

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1-tgx} - \sqrt{1+tgx}}{\sin 2x} &= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(\sqrt{1-tgx} - \sqrt{1+tgx})(\sqrt{1-tgx} + \sqrt{1+tgx})}{\sin 2x(\sqrt{1-tgx} + \sqrt{1+tgx})} = \\ \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-2tgx}{\sin 2x(\sqrt{1-tgx} + \sqrt{1+tgx})} &= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-2\sin x}{\cos * 2\sin x * \cos x(\sqrt{1-tgx} + \sqrt{1+tgx})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{-2\cos^2 x} = -1/2\end{aligned}$$