

# Теория и решение примеров

## Шага 5, Ступени 1

# Содержание

<b>1</b>	<b>§Основные правила комбинаторики</b>	<b>3</b>
1.1	Задание 1 . . . . .	4
1.2	Задание 2 . . . . .	5
1.3	Задание 3 . . . . .	6
1.4	Задание 4 . . . . .	7
1.5	Задание 5 . . . . .	8
1.6	Задание 6 . . . . .	9
1.7	Задание 7 . . . . .	10
1.8	Задание 8 . . . . .	11
1.9	Задание 9 . . . . .	12
1.10	Задание 10 . . . . .	13
<b>2</b>	<b>§Случайное событие. Вероятностное пространство. Классическое определение вероятности.</b>	<b>14</b>
2.1	Задание 11 . . . . .	14
2.2	Задание 12 . . . . .	15
2.3	Задание 13 . . . . .	16
2.4	Задание 14 . . . . .	17
2.5	Задание 15 . . . . .	18
2.6	Задание 16 . . . . .	19
2.7	Задание 17 . . . . .	20
2.8	Задание 18 . . . . .	21
2.9	Задание 19 . . . . .	22
2.10	Задание 20 . . . . .	23
2.11	Задание 21 . . . . .	24
2.12	Задание 22 . . . . .	25
2.13	Задание 23 . . . . .	26
2.14	Задание 24 . . . . .	27

2.15	Задание 25	28
2.16	Задание 26	29
2.17	Задание 27	30
2.18	Задание 28	31
2.19	Задание 29	32
2.20	Задание 30	33

<b>3</b>	<b>Операции с событиями, формула сложения вероятностей, независимые события</b>	<b>34</b>
3.1	Задание 31	35
3.2	Задание 32	36
3.3	Задание 33	37
3.4	Задание 34	38
3.5	Задание 35	39

## 1 §Основные правила комбинаторики

Теория отлично дана в книге, поэтому сюда я ее не переписывал.

Условия тоже не переписываются.

## 1.1 Задание 1

Тут надо знать, что 000 для цифр быть не может

Способ решения является следствием из правила умножения. У нас есть 3 позиции одного типа(для цифр) и 3 позиции другого типа(для букв). Для первого типа количество всех возможных значений равно 10, для второго - 12. В учебнике аналогичный пример, только количество позиций каждого типа равно 1. В любом случае, в таких ситуациях количество всех возможных значений - это основание, а количество позиций - это степень.

Следовательно, всех вариантов с цифрами может быть:

$$10^3 - 1 = 999$$

Для букв:

$$12^3$$

Правильный ответ (по правилу умножения):

$$12^3 * 999 = 1726272$$

## 1.2 Задание 2

Тут все просто, 4 позиции, количество всех возможных значений 10.

$$10^4 = 10000$$

### 1.3 Задание 3

Тут нужно понять, сколько видов бутеров у нас получается и составить решение по правилу умножения для каждого типа.

Первый тип, когда в бутере есть все компоненты.

Хлеб: 1 позиция, 3 вида хлеба = 3 в степени 1 = 3.

Колбаса: 5.

Масло: 1.

Количество всех возможных вариантов для первого типа бутеров:

$$3 \cdot 5 \cdot 1 = 15$$

Второй тип, когда в бутере нет колбасы.

Хлеб: 3.

Масло: 1.

Количество всех возможных вариантов для второго типа бутеров:

$$3 \cdot 1 = 3$$

Третий тип, когда в бутере нет масла.

Хлеб: 3.

Колбаса: 5.

Количество всех возможных вариантов для третьего типа бутеров:

$$3 \cdot 5 = 15$$

Для всех типов:

$$15 + 15 + 3 = 33$$

## 1.4 Задание 4

От А до К, исключая Ё и Й будет 10 букв.

Цифр тоже 10.

1 позиция для букв, 3 для цифр:

$$10(\text{букв}) \cdot 10(\text{цифр}) \cdot 10(\text{цифр}) \cdot 10(\text{цифр}) = 10000$$



## 1.5 Задание 5

Тут подвох в том, что правильных ответа 3. Ведь один и тот же человек может решить все загадки(правило умножения), любые 4 человека могут быть выбраны из 20(порядок не важен - правило сочетаний) и каждая задача может быть предначертана преподавателем конкретному студенту(порядок важен - правило размещений).

Поэтому:

по правилу умножения:

$$20^4$$

по правилу сочетаний

$$C_n^k = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 4845$$

по правилу размещений

$$A_n^k = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 = 116280$$

## 1.6 Задание 6

$n=36, k=3$

Иногда проще решать задачу наоборот. Вытащим всех тузов из колоды

- количество всех неинтересующих нас случаев:

$$C_{32}^3$$

Количество вообще всех случаев:

$$C_{36}^3$$

Тогда проще вычесть из всех неинтересующие случаи, тогда получим только интересующие!

$$C_{36}^3 - C_{32}^3$$

## 1.7 Задание 7

$C_{10}^3$

## 1.8 Задание 8

а)  $16!$ , потому что нужно составить все возможные варианты очереди (правило перестановок)

б)  $A_{16}^3$

## 1.9 Задание 9

$$n = 2^6 = 64$$

Исключаем вариант "все решки" и все варианты "1 орла":  $64 - 1 - 6 = 57$

### 1.10 Задание 10

$$n_1 = 20$$

$$n_2 = 3$$

$$C_{20}^5 \cdot 3$$

## 2 §Случайное событие. Вероятностное пространство. Классическое определение вероятности.

### 2.1 Задание 11

1)например, 6,6, орел.

2) $6*6*2=72$

3)дублей с орлом всего может быть 6, тогда

$$p(\text{дубль с орлом}) = \frac{6}{72}$$

## 2.2 Задание 12

позиций = 4, алфавит = 2, тогда всего исходов:

$$2^4 = 16$$

Количество исходов, когда нет орлов = 1.

Есть хотя бы 1 орел:  $16 - 1 = 15$

$$p(\text{хотя бы 1 орел}) = \frac{15}{16}$$



### 2.3 Задание 13

позиций = 2, алфавит = 6

Всего:  $6^2 = 36$

интересующие нас случаи(их 5):

2-6,

3-5,

4-4,

5-3,

6-2

$p(\text{сумма очков равна } 8) = \frac{5}{36}$

## 2.4 Задание 14

позиций = 3, алфавит = 6.

Всего исходов:  $6^3 = 216$

Нас интересуют случаи(их 4):

666

665

656

566

$$p(\text{сумма очков больше 16}) = \frac{4}{216}$$

## 2.5 Задание 15

позиций = 5, алфавит = 6.

Всего:  $6^5$

Нас интересуют случаи(их 6):

11111

11112

11121

11211

12111

21111

$p(\text{сумма меньше, либо равна } 6) = \frac{6}{6^5} = \frac{1}{6^4}$

## 2.6 Задание 16

позиций = 2, алфавит = 6

Всего:  $6^6 = 36$

Нас интересуют:

6-1

6-2

6-3

6-4

6-5

1-6

2-6

3-6

4-6

5-6

$$p(\text{не более одного раза}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

## 2.7 Задание 17

позиций = 4, алфавит = 10

Всего:  $10^4 = 10000$

3 попытки. Тут странно, так как если ты ввел какой-нибудь пин-код, а он неверный, то вводить его еще раз ты не будешь. Значит, каждая следующая попытка уменьшает количество пинкодов на 1, тем самым чуть-чуть увеличивая вероятность успеха. То есть

$$p(\text{угадать пин-код с 3 попытки}) = \frac{1}{10000} + \frac{1}{9999} + \frac{1}{9998}$$

Но в ответах почему-то  $\frac{3}{10000}$

## 2.8 Задание 18

$$\frac{n}{k}$$

## 2.9 Задание 19

к сожалению, я не знаю, как это решить. Мне кажется, что в условии чего-то не хватает.

## 2.10 Задание 20

6 юношей, 14 девушек.

количество всех возможных способов выбрать 2 юношей из 6:

$$C_6^2 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 15$$

количество всех возможных способов выбрать 1 девушку из 14:

$$C_{14}^1 = 14$$

количество способов выбрать 3 любых студента из всех (6+14=20):

$$C_{20}^3 = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20 \cdot 19 \cdot 3$$

$$p = \frac{C_6^2 \cdot C_{14}^1}{C_{20}^3} = \frac{14 \cdot 15}{20 \cdot 19 \cdot 3} = \frac{7}{38}$$



## 2.11 Задание 21

количество всех возможных способов вырать 3 из 12:

$$C_{12}^3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 220$$

колиество способов выбрать 3 любых из всех(12+3=15):

$$C_{15}^3 = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 455$$

$$C_{15}^3 - C_{12}^3 = 455 - 220 = 235$$

$$p = \frac{C_{15}^3 - C_{12}^3}{C_{15}^3} = \frac{235}{455} = \frac{47}{91}$$

## 2.12 Задание 22

$$C_n^m$$

В подобных задачах лучше чтобы у всех  $C$ ,  $n$  было минимально. Тогда легче считать.

Число интересующих исходов:

$$C_{20}^3 - (C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3)$$

$$C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$$

$$C_{15}^1 = 15$$

$$C_5^2 \cdot C_{15}^1 = 150$$

$$C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$$

$$C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3 = 150 + 10 = 160$$

$$C_{20}^3 = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1140$$

$$C_{20}^3 - (C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3) = 1140 - 160 = 980$$

$$p = \frac{C_{20}^3 - (C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3)}{C_{20}^3} = \frac{890}{1140} = \frac{49}{57}$$

### 2.13 Задание 23

Здесь проще наоборот, решаем случай, когда вообще нет юношей. Это когда есть только девушки)

Число всех интересующий исходов в таком случае:

$$C_{25}^3 - C_{15}^3$$
$$p = \frac{C_{25}^3 - C_{15}^3}{C_{25}^3}$$

$$C_{25}^3 = 2300$$

$$C_{15}^3 = 455$$

$$C_{25}^3 - C_{15}^3 = 2300 - 455 = 1845$$

$$p = \frac{C_{25}^3 - C_{15}^3}{C_{25}^3} = \frac{1845}{2300} = \frac{369}{460}$$

## 2.14 Задание 24

На интересуют случаи, когда выбраны только 4 парня или когда выбраны 3 парня и 1 девушка:

$$C_{10}^4 + C_{10}^3 \cdot C_5^1$$

Тогда вероятность всех этих исходов будет:

$$p = \frac{C_{10}^4 + C_{10}^3 \cdot C_5^1}{C_{15}^4} = \frac{810}{1365} = \frac{54}{91}$$

## 2.15 Задание 25

Нас интересуют случаи, когда повезло 2 новичкам и одному бывалому и 3 новичкам:

$$p = \frac{C_6^3 + C_6^2 \cdot C_9^1}{C_{15}^3} = \frac{135 + 20}{455} = \frac{31}{91}$$

## 2.16 Задание 26

Хотя бы один, это значит 1 и более.

Проще решать обратную задачу - найти количество всех вариантов англо-говорящих делегаций, далее из вообще всех вариантов вычесть это число.

Получим как раз те случаи, когда в делегации есть хоть один неговорящий. Число вариантов хорошо говорящих делегаций:

$$C_6^3$$

Число всех:

$$C_{10}^3$$

Число вариантов вообще не говорящих по английски делегаций:

$$C_{10}^3 - C_6^3$$

Вероятность того, что в делегацию попадет хотя бы один неговорящий:

$$p = \frac{C_{10}^3 - C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{120 - 20}{120} = \frac{5}{6}$$

## 2.17 Задание 27

Нас интересуют случаи, когда проконтролированы 2 брака и 2 нормальных трубы, и проконтролированы все 3 брака и 1 нормальная труба:

$$p = \frac{C_3^2 \cdot C_{12}^2 + C_3^3 \cdot C_{12}^1}{C_{15}^4} = \frac{198+12}{1365} = \frac{2}{13}$$

## 2.18 Задание 28

$$p = \frac{C_{12}^3 \cdot C_{10}^1 + C_{12}^4}{C_{22}^4} == \frac{7}{19}$$



## 2.19 Задание 29

1) Тут проще сначала решать наоборот.

$$p = \frac{C_{23}^5 - (C_8^1 \cdot C_{15}^4 + C_{15}^5)}{C_{23}^5}$$

$$2) p = \frac{C_{15}^3 \cdot C_8^2}{C_{23}^3}$$

## 2.20 Задание 30

Нужно найти вероятности прохождения первого и второго туров.

$$p_1 = \frac{C_{25}^3 \cdot C_5^1 + C_{25}^4}{C_{30}^4}$$

$$p_2 = \frac{C_{18}^3 \cdot C_6^1 + C_{18}^4}{C_{24}^4}$$

Тут придется сначала прочитать теорию к следующей главе, чтобы знать, почему вероятности исходов первого и второго тура в конце надо умножить.

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{C_{25}^3 \cdot C_5^1 + C_{25}^4}{C_{30}^4} \cdot \frac{C_{18}^3 \cdot C_6^1 + C_{18}^4}{C_{24}^4}$$

### **3    Операции с событиями, формула сложения вероятностей, независимые события**

Чтобы здесь хоть что-то решить, лучше полностью выучить теорию из всех предыдущих глав.

### 3.1 Задание 31

Тут ошибка в ответах!

$$n=36$$

A - на 1 кости четное

B - на 1 и 2 кости в сумме больше 3

Число исходов события B проще посчитать, если посчитать число исходов обратных B и вычесть это число из всех. Всего исходов для  $\bar{B}$ :

11

12

21

Тогда,

$$n_B = 36 - 3 = 33$$

$$n_A = 3 \cdot 6 = 18$$

$$P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

а)  $A \cap B$  :

22, 23, 24, 25, 26,

41, 42, 43, 44, 45, 46,

61, 62, 63, 64, 65, 66.

$$n_{A \cap B} = 6 + 6 + 5 = 17$$

$$P(A \cap B) = \frac{17}{36}$$

$$б) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{11}{12} - \frac{17}{36} = \frac{34}{36} = \frac{17}{18}$$

$$в) P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$г) P(\bar{A}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$д) n_{\overline{A \cap B}} = 36 - 17 = 19 P(\overline{A \cap B}) = \frac{19}{36}$$

### 3.2 Задание 32

A - Анжи победит МЮ

B - Зенит победит Барселону

C - наши победят

D - только одна наша команда победит

E - никто из наших не победит

F - выиграет только Зенит

$$P(A) = 0.3$$

$$P(B) = 0.4$$

$$P(C) = P(A \cap B) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12$$

$$P(D) = P((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0.3 \cdot 0.6 + 0.7 \cdot 0.4 = 0.76$$

$$P(E) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0.6 \cdot 0.7 = 0.42$$

$$P(F) = P(\bar{A} \cap B) = 0.28$$

### 3.3 Задание 33

$$n=36$$

A - дубль

B - в сумме больше 9

$$P(A \cup B) - ?$$

$$n_A = 6$$

$$n_B = 6$$

$$A \cap B : 6 - 6, 5 - 5.$$

$$n_{A \cap B} = 2$$

$$P(A) = \frac{6}{36}$$

$$P(B) = \frac{6}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{36} + \frac{6}{36} - \frac{2}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

### 3.4 Задание 34

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A) = 0.4$$

$$P(B) = 0.9$$

$$\begin{aligned} P((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) \cup P(\overline{B}) \cdot P(\overline{A})) &= P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B) + P(\overline{B}) \cdot P(\overline{A}) = \\ P(A) \cdot P(\overline{B}) + P(\overline{A}) \cdot P(B) + P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) &= 0.4 \cdot 0.1 + 0.6 \cdot 0.9 + 0.1 \cdot 0.6 = 0.64 \end{aligned}$$

### 3.5 Задание 35

$A$  - книга есть в первой библиотеке  $B$  - книга есть во второй библиотеке

$$P(A) = 0.7$$

$$P(B) = 0.5$$

$$\begin{aligned} P((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap B)) &= P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(B) = \\ 0.7 \cdot 0.5 + 0.3 \cdot 0.5 + 0.7 \cdot 0.5 &= 0.5 \cdot (0.7 + 0.3 + 0.7) = 0.5 \cdot 1.7 = 0.85 \end{aligned}$$