

Теория и решение примеров

Шага 4, Ступени 2

Содержание

1	§20. Комплексные числа в алгебраической форме	2
1.1	Задание 20.1	2

1 §20. Комплексные числа в алгебраической форме

Теория

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i;$$

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i;$$

$$z_1 = a_1 + b_1i;$$

$$z_2 = a_2 + b_2i;$$

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i;$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{b_1a_2 - a_1b_2}{a_2^2 + b_2^2}i$$

1.1 Задание 20.1

а)

Пример

$$(2 + i)(3 - i) + (2 + 3i)(3 + 4i) = ?;$$

Решение

$$(2 + i)(3 - i) = (2 \cdot 3 + 1) + (-2 + 3)i = 7 + i;$$

$$(2 + 3i)(3 + 4i) = (2 \cdot 3 - 3 \cdot 4) + (2 \cdot 4 + 3 \cdot 3)i = (6 - 12) + (8 + 9)i = -6 + 17i;$$

$$(7 + i) + (-6 + 17i) = (7 - 6) + (1 + 17)i = 1 + 18i;$$

б)

Пример

$$(2 + i)(3 + 7i) - (1 + 2i)(5 + 3i) = ?;$$

Решение

$$(2 + i)(3 + 7i) = (2 \cdot 3 - 7) + (2 \cdot 7 + 3)i = -1 + 17i;$$

$$(1 + 2i)(5 + 3i) = (5 - 6) + (3 + 10)i = -1 + 13i;$$

$$(-1 + 17i) - (-1 + 13i) = (-1 + 17i) + (1 - 13i) = 4i;$$

в)

Пример

$$(4 + i)(5 + 3i) - (3 + i)(3 - i) = ?;$$

Решение

Используя формулу сокращенного умножения:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2;$$

$$(3 + i)(3 - i) = 9 + 1 = 10;$$

$$(4 + i)(5 + 3i) = (4 \cdot 5 - 3) + (4 \cdot 3 + 5)i = 17 + 17i;$$

$$17 + 17i - 10 = 7 + 17i;$$

г)

Пример

$$\frac{(5+i)(7-6i)}{3+i}=?;$$

Решение

$$\begin{aligned}(5+i)(7-6i) &= (5 \cdot 7 + 6) + (-5 \cdot 6 + 7) = 41 - 23i; \\ \frac{41-23i}{3+i} &= \frac{41 \cdot 3 - 23}{10} + \frac{-23 \cdot 3 - 41}{10}i = \frac{100}{10} + \frac{-110}{10}i = 10 - 11i;\end{aligned}$$

д)

Пример

$$\frac{(5+i)(3+5i)}{2i}=?;$$

Решение

$$\begin{aligned}(5+i)(3+5i) &= (5 \cdot 3 - 5) + (5 \cdot 5 + 3) = 10 + 28i; \\ \frac{10+28i}{2i} &= \frac{56}{-4} + \frac{-20}{-4}i = -14 + 5i;\end{aligned}$$