

Теория и решение примеров

Шага 5, Ступени 1

Содержание

| | | |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 | §Основные правила комбинаторики | 5 |
| 1.1 | Задание 1 | 6 |
| 1.2 | Задание 2 | 7 |
| 1.3 | Задание 3 | 8 |
| 1.4 | Задание 4 | 9 |
| 1.5 | Задание 5 | 10 |
| 1.6 | Задание 6 | 11 |
| 1.7 | Задание 7 | 12 |
| 1.8 | Задание 8 | 13 |
| 1.9 | Задание 9 | 14 |
| 1.10 | Задание 10 | 15 |
| | | |
| 2 | §Случайное событие. Вероятностное пространство. Классическое определение вероятности. | 16 |
| 2.1 | Задание 11 | 16 |
| 2.2 | Задание 12 | 17 |
| 2.3 | Задание 13 | 18 |
| 2.4 | Задание 14 | 19 |
| 2.5 | Задание 15 | 20 |
| 2.6 | Задание 16 | 21 |
| 2.7 | Задание 17 | 22 |
| 2.8 | Задание 18 | 23 |
| 2.9 | Задание 19 | 24 |
| 2.10 | Задание 20 | 25 |
| 2.11 | Задание 21 | 26 |
| 2.12 | Задание 22 | 27 |
| 2.13 | Задание 23 | 28 |
| 2.14 | Задание 24 | 29 |

| | | |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.15 | Задание 25 | 30 |
| 2.16 | Задание 26 | 31 |
| 2.17 | Задание 27 | 32 |
| 2.18 | Задание 28 | 33 |
| 2.19 | Задание 29 | 34 |
| 2.20 | Задание 30 | 35 |
| 3 | §Операции с событиями, формула сложения вероятностей, независимые события | 36 |
| 3.1 | Задание 31 | 37 |
| 3.2 | Задание 32 | 38 |
| 3.3 | Задание 33 | 39 |
| 3.4 | Задание 34 | 40 |
| 3.5 | Задание 35 | 41 |
| 3.6 | Задание 36 | 42 |
| 3.7 | Задание 37 | 43 |
| 3.8 | Задание 38 | 44 |
| 3.9 | Задание 39 | 45 |
| 3.10 | Задание 40 | 46 |
| 3.11 | Задание 41 | 47 |
| 4 | §Условная вероятность | 48 |
| 4.1 | Задание 42 | 48 |
| 4.2 | Задание 43 | 49 |
| 4.3 | Задание 44 | 50 |
| 4.4 | Задание 45 | 51 |
| 4.5 | Задание 46 | 52 |
| 4.6 | Задание 47 | 53 |
| 4.7 | Задание 48 | 54 |
| 4.8 | Задание 49 | 55 |

| | | |
|----------|--------------------------------------------------------|-----------|
| 4.9 | Задание 50 | 56 |
| 4.10 | Задание 51 | 57 |
| 5 | §Формулы полной вероятности и Байеса | 58 |
| 5.1 | Задание 52 | 58 |
| 5.2 | Задание 53 | 59 |
| 5.3 | Задание 54 | 60 |
| 5.4 | Задание 55 | 61 |
| 5.5 | Задание 56 | 62 |
| 5.6 | Задание 57 | 63 |
| 5.7 | Задание 58 | 64 |
| 5.8 | Задание 59 | 65 |
| 5.9 | Задание 60 | 66 |
| 5.10 | Задание 61 | 67 |
| 5.11 | Задание 62 | 68 |
| 5.12 | Задание 63 | 69 |
| 5.13 | Задание 64 | 70 |
| 5.14 | Задание 65 | 71 |
| 5.15 | Задание 66 | 72 |
| 6 | §Испытание Бернулли. Биномиальное распределение | 73 |
| 6.1 | Задание 69 | 73 |
| 6.2 | Задание 70 | 74 |
| 6.3 | Задание 71 | 75 |
| 6.4 | Задание 72 | 76 |
| 6.5 | Задание 73 | 77 |
| 6.6 | Задание 74 | 78 |
| 6.7 | Задание 75 | 79 |
| 6.8 | Задание 76 | 80 |
| 6.9 | Задание 77 | 81 |

| | | | |
|------|------------|-----------|----|
| 6.10 | Задание 78 | | 82 |
| 6.11 | Задание 79 | | 83 |
| 6.12 | Задание 80 | | 84 |
| 6.13 | Задание 81 | | 85 |
| 6.14 | Задание 82 | | 86 |

1 §Основные правила комбинаторики

Теория отлично дана в книге, поэтому сюда я ее не переписывал.

Условия тоже не переписываются.

1.1 Задание 1

Тут надо знать, что 000 для цифр быть не может

Способ решения является следствием из правила умножения. У нас есть 3 позиции одного типа(для цифр) и 3 позиции другого типа(для букв). Для первого типа количество всех возможных значений равно 10, для второго - 12. В учебнике аналогичный пример, только количество позиций каждого типа равно 1. В любом случае, в таких ситуациях количество всех возможных значений - это основание, а количество позиций - это степень.

Следовательно, всех вариантов с цифрами может быть:

$$10^3 - 1 = 999$$

Для букв:

$$12^3$$

Правильный ответ (по правилу умножения):

$$12^3 * 999 = 1726272$$

1.2 Задание 2

Тут все просто, 4 позиции, количество всех возможных значений 10.

$$10^4 = 10000$$

1.3 Задание 3

Тут нужно понять, сколько видов бутеров у нас получается и составить решение по правилу умножения для каждого типа.

Первый тип, когда в бутере есть все компоненты.

Хлеб: 1 позиция, 3 вида хлеба = 3 в степени 1 = 3.

Колбаса: 5.

Масло: 1.

Количество всех возможных вариантов для первого типа бутеров:

$$3 \cdot 5 \cdot 1 = 15$$

Второй тип, когда в бутере нет колбасы.

Хлеб: 3.

Масло: 1.

Количество всех возможных вариантов для второго типа бутеров:

$$3 \cdot 1 = 3$$

Третий тип, когда в бутере нет масла.

Хлеб: 3.

Колбаса: 5.

Количество всех возможных вариантов для третьего типа бутеров:

$$3 \cdot 5 = 15$$

Для всех типов:

$$15 + 15 + 3 = 33$$

1.4 Задание 4

От А до К, исключая Ё и Й будет 10 букв.

Цифр тоже 10.

1 позиция для букв, 3 для цифр:

$$10(\text{букв}) \cdot 10(\text{цифр}) \cdot 10(\text{цифр}) \cdot 10(\text{цифр}) = 10000$$

1.5 Задание 5

Тут подвох в том, что правильных ответа 3. Ведь один и тот же человек может решить все загадки(правило умножения), любые 4 человека могут быть выбраны из 20(порядок не важен - правило сочетаний) и каждая задача может быть предначертана преподавателем конкретному студенту(порядок важен - правило размещений).

Поэтому:

по правилу умножения:

$$20^4$$

по правилу сочетаний

$$C_n^k = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 4845$$

по правилу размещений

$$A_n^k = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 = 116280$$

1.6 Задание 6

$n=36, k=3$

Иногда проще решать задачу наоборот. Вытащим всех тузов из колоды

- количество всех неинтересующих нас случаев:

$$C_{32}^3$$

Количество вообще всех случаев:

$$C_{36}^3$$

Тогда проще вычесть из всех неинтересующие случаи, тогда получим только интересующие!

$$C_{36}^3 - C_{32}^3$$

1.7 Задание 7

C_{10}^3

1.8 Задание 8

а) $16!$, потому что нужно составить все возможные варианты очереди (правило перестановок)

б) A_{16}^3

1.9 Задание 9

$$n = 2^6 = 64$$

Исключаем вариант "все решки" и все варианты "1 орла": $64 - 1 - 6 = 57$

1.10 Задание 10

$$n_1 = 20$$

$$n_2 = 3$$

$$C_{20}^5 \cdot 3$$

2 §Случайное событие. Вероятностное пространство. Классическое определение вероятности.

2.1 Задание 11

1)например, 6,6, орел.

2) $6*6*2=72$

3)дублей с орлом всего может быть 6, тогда

$$p(\text{дубль с орлом}) = \frac{6}{72}$$

2.2 Задание 12

позиций = 4, алфавит = 2, тогда всего исходов:

$$2^4 = 16$$

Количество исходов, когда нет орлов = 1.

Есть хотя бы 1 орел: $16 - 1 = 15$

$$p(\text{хотя бы 1 орел}) = \frac{15}{16}$$

2.3 Задание 13

позиций = 2, алфавит = 6

Всего: $6^2 = 36$

интересующие нас случаи(их 5):

2-6,

3-5,

4-4,

5-3,

6-2

$p(\text{сумма очков равна } 8) = \frac{5}{36}$

2.4 Задание 14

позиций = 3, алфавит = 6.

Всего исходов: $6^3 = 216$

Нас интересуют случаи(их 4):

666

665

656

566

$$p(\text{сумма очков больше 16}) = \frac{4}{216}$$

2.5 Задание 15

позиций = 5, алфавит = 6.

Всего: 6^5

Нас интересуют случаи(их 6):

11111

11112

11121

11211

12111

21111

$p(\text{сумма меньше, либо равна } 6) = \frac{6}{6^5} = \frac{1}{6^4}$

2.6 Задание 16

позиций = 2, алфавит = 6

Всего: $6^6 = 36$

Нас интересуют:

6-1

6-2

6-3

6-4

6-5

1-6

2-6

3-6

4-6

5-6

$$p(\text{не более одного раза}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

2.7 Задание 17

позиций = 4, алфавит = 10

Всего: $10^4 = 10000$

3 попытки. Тут странно, так как если ты ввел какой-нибудь пин-код, а он неверный, то вводить его еще раз ты не будешь. Значит, каждая следующая попытка уменьшает количество пинкодов на 1, тем самым чуть-чуть увеличивая вероятность успеха. То есть

$$p(\text{угадать пин-код с 3 попытки}) = \frac{1}{10000} + \frac{1}{9999} + \frac{1}{9998}$$

Но в ответах почему-то $\frac{3}{10000}$

2.8 Задание 18

$$\frac{n}{k}$$

2.9 Задание 19

к сожалению, я не знаю, как это решить. Мне кажется, что в условии чего-то не хватает.

2.10 Задание 20

6 юношей, 14 девушек.

количество всех возможных способов выбрать 2 юношей из 6:

$$C_6^2 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 15$$

количество всех возможных способов выбрать 1 девушку из 14:

$$C_{14}^1 = 14$$

количество способов выбрать 3 любых студента из всех (6+14=20):

$$C_{20}^3 = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20 \cdot 19 \cdot 3$$

$$p = \frac{C_6^2 \cdot C_{14}^1}{C_{20}^3} = \frac{14 \cdot 15}{20 \cdot 19 \cdot 3} = \frac{7}{38}$$

2.11 Задание 21

количество всех возможных способов вырать 3 из 12:

$$C_{12}^3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 220$$

колиество способов выбрать 3 любых из всех(12+3=15):

$$C_{15}^3 = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 455$$

$$C_{15}^3 - C_{12}^3 = 455 - 220 = 235$$

$$p = \frac{C_{15}^3 - C_{12}^3}{C_{15}^3} = \frac{235}{455} = \frac{47}{91}$$

2.12 Задание 22

$$C_n^m$$

В подобных задачах лучше чтобы у всех C , n было минимально. Тогда легче считать.

Число интересующих исходов:

$$C_{20}^3 - (C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3)$$

$$C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$$

$$C_{15}^1 = 15$$

$$C_5^2 \cdot C_{15}^1 = 150$$

$$C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$$

$$C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3 = 150 + 10 = 160$$

$$C_{20}^3 = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1140$$

$$C_{20}^3 - (C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3) = 1140 - 160 = 980$$

$$p = \frac{C_{20}^3 - (C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3)}{C_{20}^3} = \frac{890}{1140} = \frac{49}{57}$$

2.13 Задание 23

Здесь проще наоборот, решаем случай, когда вообще нет юношей. Это когда есть только девушки)

Число всех интересующий исходов в таком случае:

$$C_{25}^3 - C_{15}^3$$
$$p = \frac{C_{25}^3 - C_{15}^3}{C_{25}^3}$$

$$C_{25}^3 = 2300$$

$$C_{15}^3 = 455$$

$$C_{25}^3 - C_{15}^3 = 2300 - 455 = 1845$$

$$p = \frac{C_{25}^3 - C_{15}^3}{C_{25}^3} = \frac{1845}{2300} = \frac{369}{460}$$

2.14 Задание 24

На интересуют случаи, когда выбраны только 4 парня или когда выбраны 3 парня и 1 девушка:

$$C_{10}^4 + C_{10}^3 \cdot C_5^1$$

Тогда вероятность всех этих исходов будет:

$$p = \frac{C_{10}^4 + C_{10}^3 \cdot C_5^1}{C_{15}^4} = \frac{810}{1365} = \frac{54}{91}$$

2.15 Задание 25

Нас интересуют случаи, когда повезло 2 новичкам и одному бывалому и 3 новичкам:

$$p = \frac{C_6^3 + C_6^2 \cdot C_9^1}{C_{15}^3} = \frac{135 + 20}{455} = \frac{31}{91}$$

2.16 Задание 26

Хотя бы один, это значит 1 и более.

Проще решать обратную задачу - найти количество всех вариантов англо-говорящих делегаций, далее из вообще всех вариантов вычесть это число.

Получим как раз те случаи, когда в делегации есть хоть один неговорящий. Число вариантов хорошо говорящих делегаций:

$$C_6^3$$

Число всех:

$$C_{10}^3$$

Число вариантов вообще не говорящих по английски делегаций:

$$C_{10}^3 - C_6^3$$

Вероятность того, что в делегацию попадет хотя бы один неговорящий:

$$p = \frac{C_{10}^3 - C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{120 - 20}{120} = \frac{5}{6}$$

2.17 Задание 27

Нас интересуют случаи, когда проконтролированы 2 брака и 2 нормальных трубы, и проконтролированы все 3 брака и 1 нормальная труба:

$$p = \frac{C_3^2 \cdot C_{12}^2 + C_3^3 \cdot C_{12}^1}{C_{15}^4} = \frac{198+12}{1365} = \frac{2}{13}$$

2.18 Задание 28

$$p = \frac{C_{12}^3 \cdot C_{10}^1 + C_{12}^4}{C_{22}^4} == \frac{7}{19}$$

2.19 Задание 29

1) Тут проще сначала решать наоборот.

$$p = \frac{C_{23}^5 - (C_8^1 \cdot C_{15}^4 + C_{15}^5)}{C_{23}^5}$$

$$2) p = \frac{C_{15}^3 \cdot C_8^2}{C_{23}^3}$$

2.20 Задание 30

Нужно найти вероятности прохождения первого и второго туров.

$$p_1 = \frac{C_{25}^3 \cdot C_5^1 + C_{25}^4}{C_{30}^4}$$

$$p_2 = \frac{C_{18}^3 \cdot C_6^1 + C_{18}^4}{C_{24}^4}$$

Тут придется сначала прочитать теорию к следующей главе, чтобы знать, почему вероятности исходов первого и второго тура в конце надо умножить.

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{C_{25}^3 \cdot C_5^1 + C_{25}^4}{C_{30}^4} \cdot \frac{C_{18}^3 \cdot C_6^1 + C_{18}^4}{C_{24}^4}$$

3 §Операции с событиями, формула сложения вероятностей, независимые события

Чтобы здесь хоть что-то решить, лучше полностью выучить теорию из всех предыдущих глав.

3.1 Задание 31

Тут ошибка в ответах!

$$n=36$$

A - на 1 кости четное

B - на 1 и 2 кости в сумме больше 3

Число исходов события B проще посчитать, если посчитать число исходов обратных B и вычесть это число из всех. Всего исходов для \bar{B} :

11

12

21

Тогда,

$$n_B = 36 - 3 = 33$$

$$n_A = 3 \cdot 6 = 18$$

$$P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

а) $A \cap B$:

22, 23, 24, 25, 26,

41, 42, 43, 44, 45, 46,

61, 62, 63, 64, 65, 66.

$$n_{A \cap B} = 6 + 6 + 5 = 17$$

$$P(A \cap B) = \frac{17}{36}$$

$$б) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{11}{12} - \frac{17}{36} = \frac{34}{36} = \frac{17}{18}$$

$$в) P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$г) P(\bar{A}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$д) n_{\overline{A \cap B}} = 36 - 17 = 19 P(\overline{A \cap B}) = \frac{19}{36}$$

3.2 Задание 32

A - Анжи победит МЮ

B - Зенит победит Барселону

C - наши победят

D - только одна наша команда победит

E - никто из наших не победит

F - выиграет только Зенит

$$P(A) = 0.3$$

$$P(B) = 0.4$$

$$P(C) = P(A \cap B) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12$$

$$P(D) = P((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0.3 \cdot 0.6 + 0.7 \cdot 0.4 = 0.76$$

$$P(E) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0.6 \cdot 0.7 = 0.42$$

$$P(F) = P(\bar{A} \cap B) = 0.28$$

3.3 Задание 33

$$n=36$$

A - дубль

B - в сумме больше 9

$$P(A \cup B) = ?$$

$$n_A = 6$$

$$n_B = 6$$

$$A \cap B : 6 - 6, 5 - 5.$$

$$n_{A \cap B} = 2$$

$$P(A) = \frac{6}{36}$$

$$P(B) = \frac{6}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{36} + \frac{6}{36} - \frac{2}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

3.4 Задание 34

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A) = 0.4$$

$$P(B) = 0.9$$

$$\begin{aligned} P((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) \cup P(\overline{B}) \cdot P(\overline{A})) &= P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B) + P(\overline{B}) \cdot P(\overline{A}) = \\ P(A) \cdot P(\overline{B}) + P(\overline{A}) \cdot P(B) + P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) &= 0.4 \cdot 0.1 + 0.6 \cdot 0.9 + 0.1 \cdot 0.6 = 0.64 \end{aligned}$$

3.5 Задание 35

A - книга есть в первой библиотеке B - книга есть во второй библиотеке

$$P(A) = 0.7$$

$$P(B) = 0.5$$

$$\begin{aligned} P((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap B)) &= P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(B) = \\ 0.7 \cdot 0.5 + 0.3 \cdot 0.5 + 0.7 \cdot 0.5 &= 0.5 \cdot (0.7 + 0.3 + 0.7) = 0.5 \cdot 1.7 = 0.85 \end{aligned}$$

3.6 Задание 36

$$P(A) = 0.4$$

$$P(B) = 0.7$$

$$P((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.3 + 0.6 \cdot 0.7 = 0.54$$

3.7 Задание 37

$$P(A) = 0.6$$

$$P(B) = 0.4$$

$$\begin{aligned} P((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap B)) &= P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(B) = \\ 0.4 \cdot 0.4 + 0.6 \cdot 0.6 + 0.6 \cdot 0.4 &= 0.76 \end{aligned}$$

3.8 Задание 38

A - первый студент придет в срок

B - второй студент придет в срок

$$P(A) = 0.8$$

$$P(B) = 0.7$$

$$P((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0.2 \cdot 0.7 + 0.8 \cdot 0.3 = 0.38$$

3.9 Задание 39

A - увидеть на телевидении

B - прочитать в прессе

$$P(A) = 0.7$$

$$P(B) = 0.4$$

$$P(A \cap \overline{B}) = 0.7 \cdot 0.6 = 0.42$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.7 + 0.4 - 0.7 \cdot 0.4 = 0.82$$

3.10 Задание 40

A - отлично по первому предмету

B - отлично по второму предмету

$$P(A) = 0.3$$

$$P(B) = 0.5$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.3 \cdot 0.5 = 0.15$$

$$P((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)) = P(A) \cdot P(\overline{B}) + P(\overline{A}) \cdot P(B) = 0.3 \cdot 0.5 + 0.7 \cdot 0.5 = 0.5$$

3.11 Задание 41

A - первый студент опоздает

B - второй студент опоздает

$$P(A) = 0.2$$

$$P(B) = 0.6$$

$$P((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap B)) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(B) = 0.8 \cdot 0.6 + 0.2 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.6 = 0.68$$

4 §Условная вероятность

4.1 Задание 42

A - сумма очков бюольше 8

B - выпало четное число

$$n = 36$$

$$n_{A \cap B} = 3$$

$$n_B = 9$$

$$P(B) = \frac{9}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{36}$$

$$p(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{36} : \frac{9}{36} = \frac{1}{3}$$

4.2 Задание 43

A - на 1 любой выпало 6

B - на всех разные цифры

$$n = 216$$

$$n_B = 6 \cdot 5 \cdot 4$$

$$P(B) = \frac{120}{216}$$

$$n_{A \cap B} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

$$P(A \cap B) = \frac{60}{216}$$

$$p(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{60}{216} \cdot \frac{120}{216} = \frac{1}{2}$$

4.3 Задание 44

A - четное на 1

B - в сумме 8

$$n = 36$$

$$n_B = 5$$

$$P(B) = \frac{5}{36}$$

$$n_A = 6 \cdot 3 = 18$$

$$P(A) = \frac{18}{36}$$

$$n_{A \cap B} = 3$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{3}{36} \neq \frac{18}{36} \cdot \frac{5}{36}$$

$$p(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{36} : \frac{5}{36} = \frac{6}{10}$$

4.4 Задание 45

A - четное на 1

B - в сумме 8

$$n = 8$$

$$n_B = 4$$

$$P(B) = \frac{4}{8}$$

$$n_A = 4$$

$$P(A) = \frac{4}{8}$$

$$n_{A \cap B} = 3$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{3}{8} \neq \frac{4}{8} \cdot \frac{8}{4}$$

$$p(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{36} : \frac{36}{5} = \frac{6}{10}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{8} + \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = 0.685$$

4.5 Задание 46

$$n = 36$$

$$n_B = 18$$

$$P(B) = \frac{18}{36}$$

$$n_A = 6$$

$$P(A) = \frac{6}{36}$$

$$n_{A \cap B} = 4$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{4}{36} \neq \frac{18}{36} \cdot \frac{6}{36}$$

$$p(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{4}{36} \cdot \frac{36}{18} = \frac{2}{9}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{36} + \frac{18}{36} - \frac{4}{36} = \frac{20}{36}$$

4.6 Задание 47

$$n = 216$$

$$n_B = 10$$

$$P(B) = \frac{10}{216}$$

$$n_A = 180$$

$$P(A) = \frac{180}{216}$$

$$n_{A \cap B} = 8$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{8}{216} \neq \frac{10}{216} \cdot \frac{180}{216}$$

$$p(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{8}{216} : \frac{10}{216} = \frac{8}{10}$$

4.7 Задание 48

$$n = 216$$

$$n_B = 108$$

$$P(B) = \frac{108}{216}$$

$$n_A = 10$$

$$P(A) = \frac{10}{216}$$

$$n_{A \cap B} = 7$$

$$p(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{7}{216} : \frac{108}{216} = \frac{7}{108}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{10}{216} + \frac{108}{216} - \frac{7}{216} = \frac{111}{216} = \frac{37}{72}$$

4.8 Задание 49

$$n = 216$$

$$n_B = 4$$

$$P(B) = \frac{4}{216}$$

$$n_A = 6$$

$$P(A) = \frac{6}{216}$$

$$n_{A \cap B} = 1$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{1}{216} \neq \frac{6}{216} \cdot \frac{4}{216}$$

$$p(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{216} : \frac{4}{216} = \frac{1}{4} = 0.25$$

4.9 Задание 50

$$n = 10$$

$$n_B = 6$$

$$P(B) = \frac{6}{10}$$

$$n_A = 9$$

$$P(A) = \frac{9}{10}$$

$$n_{A \cap B} = 6$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{6}{10} \neq \frac{9}{10} \cdot \frac{6}{10}$$

$$p(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{6}{10} : \frac{6}{10} = \frac{2}{3}$$

4.10 Задание 51

A - учебник у одного из друзей.

$$P(A) = \frac{8}{10}$$

$$P(\overline{A}) = \frac{2}{10}$$

A_1 —учебник у Вани

A_2 —учебник у Пети

$$P(A_1) = P(A_2) = \frac{4}{10}$$

B - у Вани учебника нет - учебник или у Пети или потерян

$$P(B) = P(A_2) + P(\overline{A}) = 0.4 - 0.2 = 0.6$$

$$P(\text{учебник у Пети, если у васи его нет}) = \frac{P(A_2)}{P(B)} = \frac{0.4}{0.6} = \frac{2}{3}$$

5 §Формулы полной вероятности и Байеса

5.1 Задание 52

$$n = 30$$

$$n_1 = 15$$

$$n_2 = 6$$

$$n_3 = 9$$

H_1 —первый сорт

H_2 —второй сорт

H_3 —третий сорт

A —червивое

$$P(A|H_1) = 0.2$$

$$P(A|H_2) = 0.5$$

$$P(A|H_3) = 0.1$$

$$P(H_1) = \frac{15}{30}$$

$$P(H_2) = \frac{6}{30}$$

$$P(H_3) = \frac{9}{30}$$

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2) + P(A|H_3) \cdot P(H_3)$$

$$P(A) = 0.2 \cdot \frac{15}{30} + 0.5 \cdot \frac{6}{30} + 0.1 \cdot \frac{9}{30} = 0.23$$

5.2 Задание 53

$$n = 150$$

$$n_1 = 75$$

$$n_2 = 60$$

$$n_3 = 15$$

H_1 —первая партия

H_2 —вторая партия

H_3 —третья партия

A —голосует "ЗА"

$$P(A|H_1) = 0.3$$

$$P(A|H_2) = 0.4$$

$$P(A|H_3) = 0.7$$

$$P(H_1) = \frac{75}{150}$$

$$P(H_2) = \frac{60}{150}$$

$$P(H_3) = \frac{15}{150}$$

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2) + P(A|H_3) \cdot P(H_3)$$

$$P(A) = 0.3 \cdot \frac{75}{150} + 0.4 \cdot \frac{60}{150} + 0.7 \cdot \frac{15}{150} = 0.38$$

5.3 Задание 54

ЭТА ЗАДАЧА РЕШЕНА НЕВЕРНО

ЭТА ЗАДАЧА РЕШЕНА НЕВЕРНО

ЭТА ЗАДАЧА РЕШЕНА НЕВЕРНО

$$n = 10$$

$$n_1 = 7$$

$$n_2 = 3$$

H_1 —в клетку

H_2 —в линейку

A —забыл

$$P(A|H_1) = \frac{1}{7}$$

$$P(A|H_2) = \frac{1}{3}$$

$$P(H_1) = \frac{7}{10}$$

$$P(H_2) = \frac{3}{10}$$

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1) \cdot P(H_1)}{P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2)}$$

$$P(H_1|A) = \frac{\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{10}}{\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10}} =$$

5.4 Задание 55

H_1 —благоприятная ситуация

H_2 —неблагоприятная ситуация

A —продать

$$P(A|H_1) = 0.7$$

$$P(A|H_2) = 0.2$$

$$P(H_1) = 0.15$$

$$P(H_2) = 0.85$$

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2)$$

$$P(A) = 0.7 \cdot 0.15 + 0.2 \cdot 0.85 = 0.275$$

$$P(H_2|A) = \frac{P(A|H_2) \cdot P(H_2)}{P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2)}$$

$$P(H_2|A) = \frac{0.2 \cdot 0.85}{0.275} = \frac{34}{55}$$

5.5 Задание 56

H_1 —опытный

H_2 —неопытный

A —ошибка

$$P(A|H_1) = 0.02$$

$$P(A|H_2) = 0.1$$

$$P(H_1) = 0.9$$

$$P(H_2) = 0.1$$

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2)$$

$$P(A) = 0.02 \cdot 0.9 + 0.1 \cdot 0.1 = 0.028$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(\overline{A}) = 1 - 0.028 = 0.972$$

$$P(H_2|\overline{A}) = \frac{P(\overline{A}|H_2) \cdot P(H_2)}{P(\overline{A})}$$

$$P(H_2|\overline{A}) = \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1000}{972} = \frac{5}{54}$$

5.6 Задание 57

H_1 —первый округ

H_2 —второй округ

H_3 —третий округ

A —будет избран

$$P(A|H_1) = 0.4$$

$$P(A|H_2) = 0.2$$

$$P(A|H_3) = 0.8$$

$$P(H_1) = 0.3$$

$$P(H_2) = 0.2$$

$$P(H_3) = 0.5$$

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2) + P(A|H_3) \cdot P(H_3)$$

$$P(A) = 0.4 \cdot 0.3 + 0.2 \cdot 0.2 + 0.8 \cdot 0.5 = 0.56$$

5.7 Задание 58

H_1 —отлично по математике на первом курсе

H_2 —неотлично по математике на первом курсе

A —отлично по математике на втором курсе

$$P(A|H_1) = 0.8$$

$$P(A|H_2) = 0.15$$

$$P(H_1) = 0.1$$

$$P(H_2) = 0.9$$

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2)$$

$$P(A) = 0.8 \cdot 0.1 + 0.15 \cdot 0.9 = 0.215$$

5.8 Задание 59

H_1 —отлично по математике на первом курсе

H_2 —неотлично по математике на первом курсе

A —отлично по математике на втором курсе

$$P(A|H_1) = 0.7$$

$$P(A|H_2) = 0.25$$

$$P(H_1) = 0.2$$

$$P(H_2) = 0.8$$

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2)$$

$$P(A) = 0.7 \cdot 0.2 + 0.25 \cdot 0.8 = 0.34$$

Значит, 34 процента

5.9 Задание 60

H_1 —горожанин

H_2 —сельчанин

A —голос за Единую Россию

$$P(A|H_1) = 0.4$$

$$P(A|H_2) = 0.6$$

$$P(H_1) = 0.75$$

$$P(H_2) = 0.25$$

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2)$$

$$P(A) = 0.4 \cdot 0.75 + 0.6 \cdot 0.25 = 0.45$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0.55$$

5.10 Задание 61

H_1 —юноши

H_2 —девушки

A —отлично на экзамене по тер. веру

$$P(A|H_1) = 0.2$$

$$P(A|H_2) = 0.3$$

$$P(H_1) = 0.25$$

$$P(H_2) = 0.75$$

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2)$$

$$P(A) = 0.2 \cdot 0.25 + 0.3 \cdot 0.75 = 0.275$$

5.11 Задание 62

$$P(\text{брак проверен и признан годным(один поставщик)}) = 0.05$$

$$P(\text{годное проверено и признано браком(другой поставщик)}) = 0.01$$

$$P(\text{произвести брак}) = 0.03$$

$$P(\text{произвести годное}) = 0.97$$

$$P(\text{брак проверен и признан браком}) = 1 - 0.05 = 0.95$$

$$P(\text{годный проконтроллирован и признан браком(считай изделия от первого поставщика оказалось браком)}) = 0.97 \cdot 0.01 = 0.0097$$

$$P(\text{брак проконтроллирован и признан браком(считай изделия от второго поставщика оказалось браком)}) = 0.03 \cdot 0.95 = 0.0285$$

$$P(\text{Проконтроллирован брак в любом случае(полная вероятность)}) = 0.0097 + 0.0285 = 0.0382$$

$$P(\text{контроль забраковал, а но на самом деле годное(считаем брак, какой вероятностью это второй поставщик)}) = \frac{0.0097}{0.0382} = \frac{97}{382}$$

5.12 Задание 63

H_1 —1 производитель

H_2 —2 производитель

H_3 —3 производитель

$$P(H_1) = 0.2$$

$$P(H_2) = 0.45$$

$$P(H_3) = 0.35$$

A —брак

$$P(A|H_1) = 0.08$$

$$P(A|H_2) = 0.02$$

$$P(A|H_3) = 0.05$$

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2) + P(A|H_3) \cdot P(H_3)$$

$$P(A) = 0.08 \cdot 0.2 + 0.02 \cdot 0.45 + 0.05 \cdot 0.35 = 0.0425$$

$$P(H_2|A) = \frac{P(A|H_2) \cdot P(H_2)}{P(A)}$$

$$P(H_2|A) = \frac{0.02 \cdot 0.45}{0.0425} = \frac{90}{485} = \frac{18}{85}$$

5.13 Задание 64

H_1 —отличники

H_2 —хорошисты

H_3 —среднячки

$$P(H_1) = 15/60$$

$$P(H_2) = 27/60$$

$$P(H_3) = 18/60$$

A —оценить положительно качество преподавания

$$P(A|H_1) = 0.95$$

$$P(A|H_2) = 0.9$$

$$P(A|H_3) = 0.5$$

$$P(\bar{A}|H_1) = 0.05$$

$$P(\bar{A}|H_2) = 0.1$$

$$P(\bar{A}|H_3) = 0.5$$

$$P(\bar{A}) = P(\bar{A}|H_1) \cdot P(H_1) + P(\bar{A}|H_2) \cdot P(H_2) + P(\bar{A}|H_3) \cdot P(H_3)$$

$$P(\bar{A}) = 0.05 \cdot \frac{15}{60} + 0.1 \cdot \frac{27}{60} + 0.5 \cdot \frac{18}{60} = \frac{1245}{6000}$$

$$P(H_3|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}|H_3) \cdot P(H_3)}{P(\bar{A})}$$

$$P(H_3|\bar{A}) = \frac{0.5 \cdot \frac{18}{60}}{\frac{1245}{6000}} = 60/83$$

5.14 Задание 65

Боже это слишком сложно

5.15 Задание 66

H_1 —1 поставщик

H_2 —2 поставщик

H_3 —3 поставщик

$$P(H_1) = 0.6$$

$$P(H_2) = 0.3$$

$$P(H_3) = 0.1$$

A —Брак

$$P(A|H_1) = 0.05$$

$$P(A|H_2) = 0.1$$

$$P(A|H_3) = 0.01$$

$$P(\bar{A}|H_1) = 0.95$$

$$P(\bar{A}|H_2) = 0.9$$

$$P(\bar{A}|H_3) = 0.99$$

$$P(\bar{A}) = P(\bar{A}|H_1) \cdot P(H_1) + P(\bar{A}|H_2) \cdot P(H_2) + P(\bar{A}|H_3) \cdot P(H_3)$$

$$P(\bar{A}) = 0.95 \cdot 0.6 + 0.9 \cdot 0.3 + 0.99 \cdot 0.1 = \frac{939}{1000}$$

$$P(H_2|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}|H_2) \cdot P(H_2)}{P(\bar{A})}$$

$$P(H_2|\bar{A}) = \frac{0.9 \cdot 0.3}{\frac{939}{1000}} = 90/313$$

Остальные задачи в этой теме показались мне ахинеей, может потом я пойму, как их решать. Но пока что...следующая тема.

6 §Испытание Бернулли. Биномиальное распределение

6.1 Задание 69

$$p=0.3$$

$$q=0.7$$

$$n=5$$

$$k=3$$

$$P(S_k = 3) = C_5^3 \cdot 0.3^3 \cdot 0.7^2 = 0.2323$$

6.2 Задание 70

$$p=0.5$$

$$q=0.5$$

$$n=4$$

$$k=0,1$$

$$C_n^0 = 1$$

$$P(S_k < 2) = C_4^0 \cdot p^0 \cdot q^4 + C_4^1 \cdot p^1 \cdot q^3 = \frac{5}{16}$$

6.3 Задание 71

$p=0.95$

$q=0.05$

$n=4$

$k=1-4$

Обратить внимание на НЕ в условии

Это меняет p и q местами

$p=0.05$

$q=0.95$

$$P(S_k > 0) = 1 - P(S_k = 0) = 1 - (C_4^0 \cdot 0.05^0 \cdot 0.95^4) = 1 - 0.95^4$$

6.4 Задание 72

$$p=1/4$$

$$q=3/4$$

$$n=5$$

$$k=2-5$$

$$P(S_k > 1) = 1 - P(S_k < 2) = 1 - (C_5^1 \cdot (1/4)^1 \cdot (3/4)^4 + C_5^0 \cdot (1/4)^0 \cdot (3/4)^5) = \frac{47}{128}$$

6.5 Задание 73

$$p=1/6$$

$$q=5/6$$

$$n=4$$

$$k=0-2$$

$$P(S_k < 3) = C_4^0 \cdot p^0 \cdot q^4 + C_4^1 \cdot p^1 \cdot q^3 + C_4^2 \cdot p^2 \cdot q^2 = \frac{425}{432}$$

6.6 Задание 74

$$p=0.8$$

$$q=0.2$$

$$n=4$$

$$k=2-4$$

$$P(S_k > 1) = 1 - P(S_k < 2) = 1 - (C_4^0 \cdot p^0 \cdot q^4 + C_4^1 \cdot p^1 \cdot q^3) = \frac{608}{625}$$

6.7 Задание 75

$$p=0.1$$

$$q=0.9$$

$$n=5$$

$$k=2-5$$

$$P(S_k > 1) = 1 - P(S_k < 2) = 1 - (C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 + q^5) = 0.08146$$

6.8 Задание 76

ответ на эту задачу в 72 задаче - то, что вычитается из 1.

$$P(S_k < 2) = C_5^1 \cdot (1/4)^1 \cdot (3/4)^4 + C_5^0 \cdot (1/4)^0 \cdot (3/4)^5 = \frac{81}{128}$$

6.9 Задание 77

$$p=1/6$$

$$q=5/6$$

$$n=4$$

$$k=2-4$$

$$P(S_k > 1) = 1 - P(S_k < 2) = 1 - (C_4^0 \cdot p^0 \cdot q^4 + C_4^1 \cdot p^1 \cdot q^3) = \frac{19}{144}$$

6.10 Задание 78

$$p=1/4$$

$$q=3/4$$

$$n=5$$

1)

$$k=3-5$$

$$P(S_k > 2) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 + C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 + C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 = \frac{53}{512}$$

2)

$$k=5$$

$$P(S_k = 5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 = \frac{1}{1024}$$

6.11 Задание 79

Всегда путлася, хотя бы 1 неуспешный случай - это все кроме только успехов.

$$1 - 0.8^5 = 1 - \frac{4^5}{5}$$

6.12 Задание 80

$$p=0.01$$

$$q=0.99$$

$$n=8$$

а)

$$k=2$$

$$P(S_k = 2) = C_8^2 \cdot p^2 \cdot q^6 = 28 \cdot 0.01^2 \cdot 0.99^6$$

б)

хотя бы 1 выиграть - все случаи, кроме только проигрышей

$$1 - 0.99^8$$

6.13 Задание 81

$$p=0.8$$

$$q=0.2$$

$$n=5$$

a)

$$k=5$$

$$P(S_k = 5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 = 0.8^5 = 0.33$$

б)

$$k=2$$

$$P(S_k = 2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 = \frac{32}{625} = 0.05$$

6.14 Задание 82

$$p=0.95$$

$$q=0.05$$

$$n=4$$

а)

1-(вероятность случая, когда все удов.)

$$P(S_k = 3) = C_4^0 \cdot p^0 \cdot q^4 + C_4^1 \cdot p^1 \cdot q^3 = \frac{5}{16}$$

б)

$$C_4^1 \cdot p^1 \cdot q^3 = 0.000475$$