Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кафедра математического моделирования
01.03.02

Базы знаний
Индивидуальное задание № 1. Алгоритмы работы с числами

1. Пусть d (n) определяется как сумма собственных делителей n (чисел меньше n, которые делятся равномерно на n).
   Если d (a) = b и d (b) = a , где $a \neq b$, то a и b являются дружественной парой, и каждый из a и b называется дружным числом.
   Например, правильными делителями 220 являются 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 и 110; следовательно, d (220) = 284. Правильными делителями 284 являются 1, 2, 4, 71 и 142; поэтому d (284) = 220.
   Найдите количество всех пар дружных чисел до 10000.

2. Число называется совершенным, если равно сумме своих делителей, назовем число избыточным, если сумма его делителей больше самого числа. Минимальное число с избытком – это 12. Найдите количество чисел, меньшее 20000, которые нельзя представить в виде суммы двух чисел с избытком.

3. Найдите число d, меньшее 1000, для которого десятичная дробь 1/d содержит самый длинный период

4. Эйлер выяснил, что многочлен n^2+n+41 порождает простые числа для всех n=0..39. Среди произвольных многочленов с целыми коэффициентами n^2+an+b, где коэффициенты по модулю меньше 1000 найти такой многочлен, который будет порождать максимальное количество простых чисел, начиная с n=0. Вывести произведение его коэффициентов.

5. Удивительно, но есть только три числа, которые можно записать как сумму четвертых степеней их цифр:
   $1634 = 1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4$
   $8208 = 8^4 + 2^4 + 0^4 + 8^4$
   $9474 = 9^4 + 4^4 + 7^4 + 4^4$
   Так как $1 = 1^4$ не сумма, она не включена.
   Сумма этих чисел составляет 1634 + 8208 + 9474 = 19316.
   Найдите сумму всех чисел, которые можно записать как сумму пятых степеней их цифр.

6. 145 - любопытное число, как 1! + 4! + 5! = 1 + 24 + 120 = 145.
   Найдите сумму всех чисел, которые равны сумме факториала их цифр.

Примечание: как 1! = 1 и 2! = 2 не являются суммами, они не включены.

7. Рассмотрим все целочисленные комбинации a^b для $2 \leq a \leq 5$ и $2 \leq b \leq 5$:
$2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$
$3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $3^4 = 81$, $3^5 = 243$
$4^2 = 16$, $4^3 = 64$, $4^4 = 256$, $4^5 = 1024$
$5^2 = 25$, $5^3 = 125$, $5^4 = 625$, $5^5 = 3125$
Если они затем расположены в числовом порядке, с удаленными повторениями, мы получаем следующую последовательность из 15 различных терминов:
4, 8, 9, 16, 25, 27, 32, 64, 81, 125, 243, 256, 625, 1024, 3125
Сколько различных членов в последовательности, сгенерированной $a^{b,}$ для $2 \leq a \leq$ n и $2 \leq b \leq$ m? Задача должна быть решена без использования списков.

8. Номер 3797 обладает интересным свойством. Будучи простым, можно непрерывно удалять цифры слева направо и оставаться простыми на каждом этапе: 3797, 797, 97 и 7. Аналогично мы можем работать справа налево: 3797, 379, 37 и 3.

Найдите сумму простых чисел, меньших 1000000 которые можно обрезать слева направо и справа налево.
ПРИМЕЧАНИЕ. 2, 3, 5 и 7 не считаются усеченными простыми числами.

9. Если p - периметр прямоугольного треугольника с целыми сторонами длины, $\{ a , b , c \}$, то есть ровно три решения для $p = 120$.

{20,48,52}, {24,45,51}, {30,40,50}
Для какого значения $p \leq 1000$ число решений максимально?

10. Мы скажем, что n- цифровое число является пандигитальным, если оно использует все цифры от 1 до n ровно один раз. Например, 2143 - это 4-значный пандигитал, а также простое число.

Какое самое большое n- цифровое пандигитальное простое число существует?

11. Пентагональные числа генерируются по формуле
$P(n) = n(3n - 1) / 2$. Первые десять пятиугольных чисел:
1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117, 145, ...
Видно, что P(4) + P(7) = 22 + 70 = 92 = P 8 . Однако их различие 70 - 22 = 48 не является пятиугольным. Найдите пару пятиугольных чисел P j и P k , меньших числа 1000000 для которых их сумма и разность пятиугольны и D = | P k - P j | сведено к минимуму; какова стоимость D?
Задача должна быть решена без использования списков.

12. Треугольные, пятиугольные и шестиугольные числа генерируются по следующим формулам:

Треугольник	$T(n) = n(n+1)/2$	1, 3, 6, 10, 15, ...
пятиугольный	$P(n) = n(3n-1)/2$	1, 5, 12, 22, 35, ...
шестиугольный	$H(n) = n(2n-1)$	1, 6, 15, 28, 45, ...

13. Кристиан Голдбах предложил, чтобы каждое нечетное составное число можно было записать в виде суммы простого и двойного квадрата.

9 = 7 + 2 × 1^2

15 = 7 + 2 × 2^2

21 = 3 + 2 × 3^2

25 = 7 + 2 × 3^2

27 = 19 + 2 × 2^2

33 = 31 + 2 × 1^2

Оказывается, догадка оказалась ложной.

Какова наименьшая нечетная композиция, которая не может быть записана как сумма простого и двойного квадрата?

Задача должна быть решена без использования списков.