**算法分析与设计**

**作业5**

王汝芸

201711010202

计工本1702

2019年10月8日

1. **说明Karatsuba乘法算法的思想、写出其伪代码、写出其时间 复杂度的递推式，并给出其复杂度**

基本思路是将 中的 表达为 ，使乘法运算由4 次减为3 次，代价是增加了3 次加法。

算法名称： Karatsuba 乘法算法

输入：两个n 位的正整数x和y

输出：xy

1：multiplyK**(**x**,** y**)**

2：n ← x**,**y 的位数

3：**if** n**=**1**:** **return** xy

4：

5：

6：P1=multiplyK().P2=multiplyK().

7：P3=multiply0().

8：return

Karatsuba 乘法算法的一次调用中要执行3 次乘法和6次加法，以及2 次移位操作。加法和移位操作的复杂度为O(n)，乘法需要递归进行，当𝑛 = 1 时，复杂度为O(1)，递归结束。算法的总复杂度可以用如下的递推式表示：

该矩阵的解为

1. **描述普适情况下的大师定理**

令a ≥ 1 和b > 1 是常数，f(n)是一个函数，T(n)是定义在非负整数上的递归式：

其中n/b理解为[n/b]，那么T(n)有如下渐进界：

1. 若对某个常数，有，则
2. 若，则
3. 若对某个常数，有，且对某个常数c<1和所有足够大的n，有，则
4. **描述多项式合并函数情况下的大师定理**

如果对于常数a>0，b>1，d≥0，有

则有：

当分治法每次将问题分解为a个规模为n/b的子问题，而将各子问题的解合并的时间复杂度为时，该分治法的运算时间的递推式是

因而可以套用大师定理求解。

1. **运用大师定理求解乘法分解算法、Karatsuba乘法算法、矩阵分块乘法算法、Strassen矩阵乘法算法、归并排序算法以及二分搜索算法的时间复杂度**

* 乘法分解算法

显然，a=4，b=2，d=1，

此时，因而

* Karatsuba乘法算法

显然，a=3，b=2，d=1，

此时，因而

* 矩阵分块乘法算法

a=8，b=2，d=2

，

* Srassen矩阵乘法算法

a=7，b=2，d=2

，所以

* 归并排序算法

a=2，b=2，d=1

，因此

* 二分搜索算法

最好情况复杂度：O(1)

最坏情况复杂度：

a=1，b=2，d=0

，因而