

Grafos - Conceitos Básicos

Prof. Andrei Braga



Conteúdo

- Motivação (revisão)
- Conceitos básicos
- Exercícios
- Referências

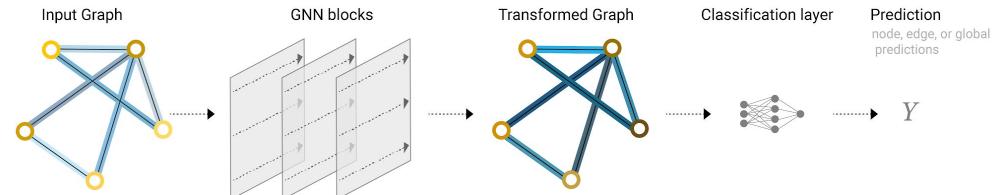
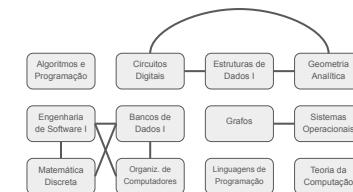
Motivação (Revisão)

- Muitas aplicações computacionais envolvem
 - Itens (dados ou conjuntos de dados)
 - Conexões entre os itens
- Para modelar situações como estas, usamos uma estrutura matemática (ou uma estrutura de dados) chamada de **grafos**



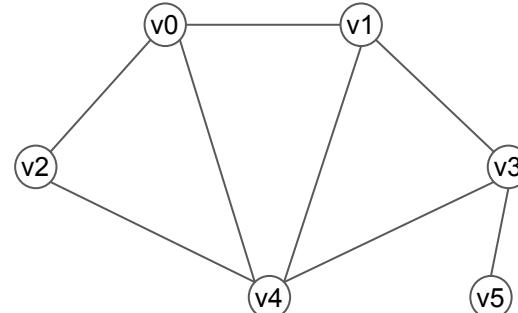
Motivação (Revisão)

- Exemplos de aplicações:
 - Problemas de roteamento
 - Estudo de redes sociais
 - Problemas de topologia em redes
 - Problemas de alocação
 - Inteligência Artificial
(Redes Grafos Neurais)



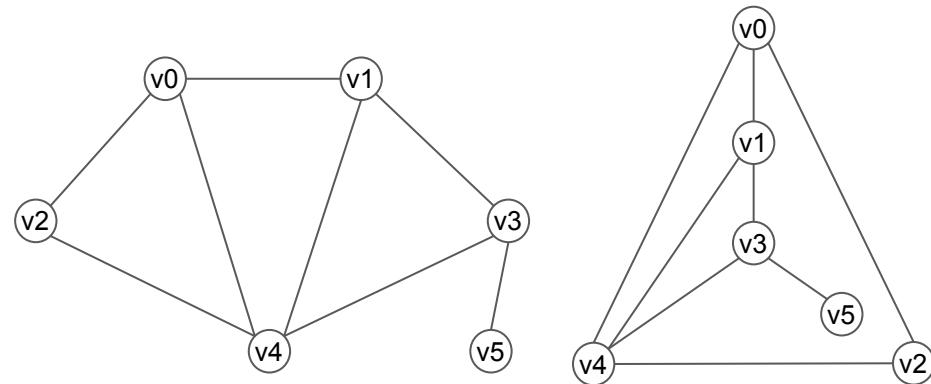
Grafo

- Um **grafo G** é um par ordenado (V, E) composto por
 - um conjunto de **vértices** V e
 - um conjunto de **arestas** E , sendo cada aresta um conjunto $\{v_i, v_j\}$ de dois vértices de G
 - note que $\{v_i, v_j\} = \{v_j, v_i\}$, ou seja, não consideramos uma direção para a aresta
- Exemplo:
 - $G = (V, E)$, onde
 - $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ e
 - $E = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_4\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}\}$



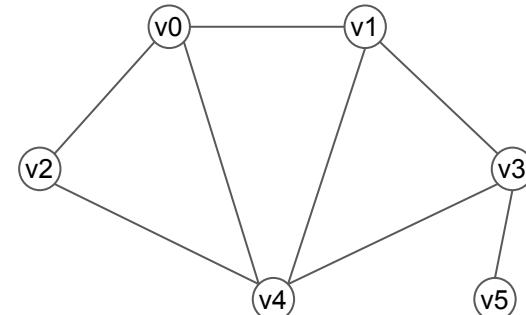
Desenho de um grafo

- Um **desenho** de um grafo é uma representação gráfica do grafo onde
 - **pontos** (ou **círculos**) representam os vértices do grafo e
 - **linhas** conectando os pontos (ou círculos) representam as arestas do grafo
- Um desenho nos dá uma intuição sobre a estrutura do grafo, mas devemos usar esta intuição com cautela, porque o grafo é definido independentemente das suas representações gráficas
- Exemplo:
 - $G = (V, E)$, onde
 - $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ e
 - $E = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_4\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}\}$



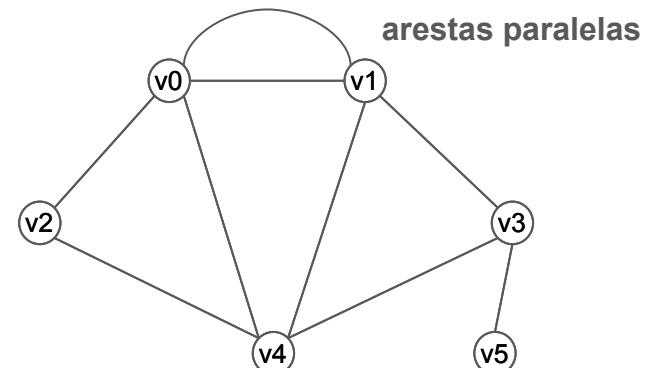
Grafo (simples)

- Na definição que estamos usando para um grafo, estamos fazendo duas **simplificações**:
 - não podem existir duas ou mais arestas conectando um mesmo par de vértices e
 - não podem existir arestas que conectam um vértice a ele mesmo
- Exemplo:
 - $G = (V, E)$, onde
 - $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ e
 - $E = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_4\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}\}$



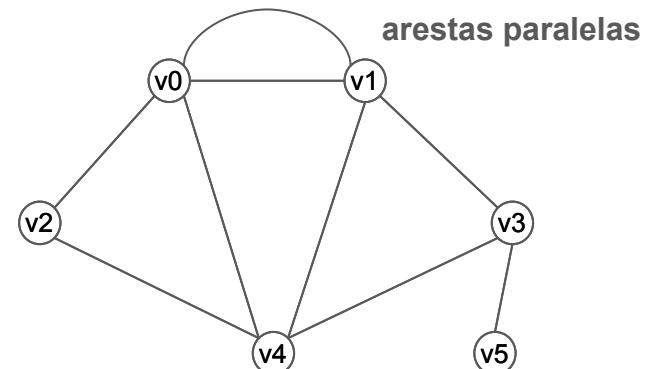
Grafo (simples)

- Na definição que estamos usando para um grafo, estamos fazendo duas simplificações:
 - não podem existir duas ou mais arestas conectando um mesmo par de vértices e
 - não podem existir arestas que conectam um vértice a ele mesmo
- Exemplo:
 - $G = (V, E)$, onde
 - $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ e
 - $E = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_4\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}\}$



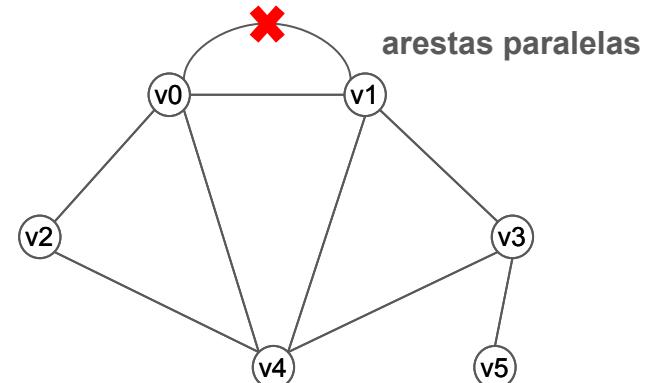
Grafo (simples)

- Na definição que estamos usando para um grafo, estamos fazendo duas simplificações:
 - não podem existir duas ou mais arestas conectando um mesmo par de vértices e
 - não podem existir arestas que conectam um vértice a ele mesmo
- Exemplo:
 - $G = (V, E)$, onde
 - $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ e
 - $E = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_4\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}, \{v_0, v_1\}\}$



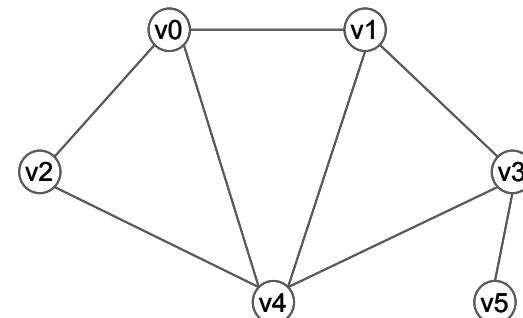
Grafo (simples)

- Na definição que estamos usando para um grafo, estamos fazendo duas simplificações:
 - não podem existir duas ou mais arestas conectando um mesmo par de vértices e
 - não podem existir arestas que conectam um vértice a ele mesmo
- Exemplo:
 - $G = (V, E)$, onde
 - $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ e
 - $E = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_4\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}, \{v_4, v_1\}\}$



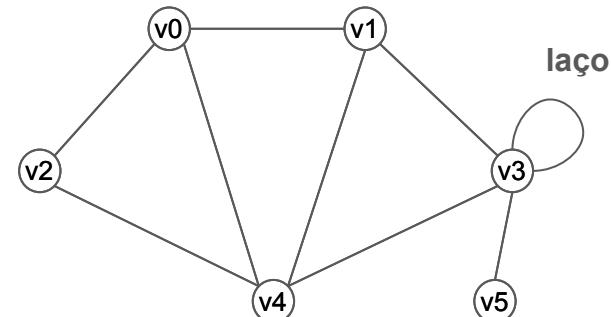
Grafo (simples)

- Na definição que estamos usando para um grafo, estamos fazendo duas **simplificações**:
 - não podem existir duas ou mais arestas conectando um mesmo par de vértices e
 - não podem existir arestas que conectam um vértice a ele mesmo
- Exemplo:
 - $G = (V, E)$, onde
 - $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ e
 - $E = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_4\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}\}$



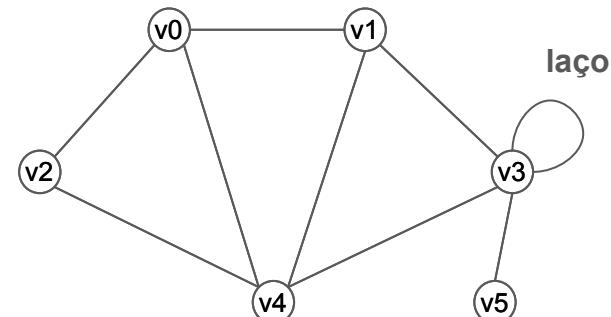
Grafo (simples)

- Na definição que estamos usando para um grafo, estamos fazendo duas simplificações:
 - não podem existir duas ou mais arestas conectando um mesmo par de vértices e
 - não podem existir arestas que conectam um vértice a ele mesmo
- Exemplo:
 - $G = (V, E)$, onde
 - $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ e
 - $E = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_4\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}\}$



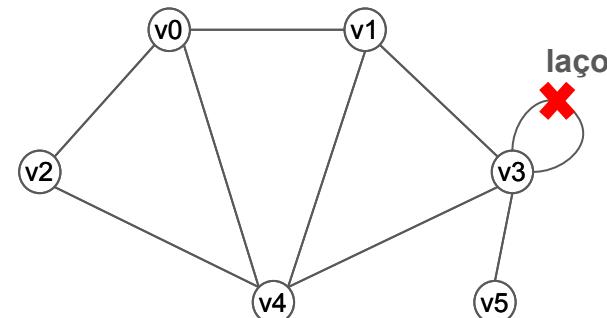
Grafo (simples)

- Na definição que estamos usando para um grafo, estamos fazendo duas simplificações:
 - não podem existir duas ou mais arestas conectando um mesmo par de vértices e
 - não podem existir arestas que conectam um vértice a ele mesmo
- Exemplo:
 - $G = (V, E)$, onde
 - $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ e
 - $E = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_4\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}, \{v_3, v_3\}\}$



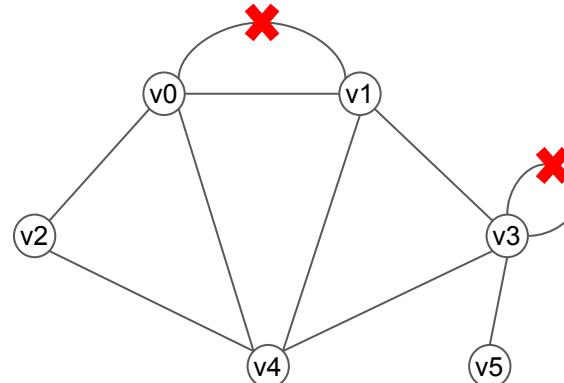
Grafo (simples)

- Na definição que estamos usando para um grafo, estamos fazendo duas simplificações:
 - não podem existir duas ou mais arestas conectando um mesmo par de vértices e
 - não podem existir arestas que conectam um vértice a ele mesmo
- Exemplo:
 - $G = (V, E)$, onde
 - $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ e
 - $E = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_4\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}, \{v_3, v_3\}\}$



Grafo (simples)

- Na definição que estamos usando para um grafo, estamos fazendo duas **simplificações**:
 - não podem existir duas ou mais arestas conectando um mesmo par de vértices e
 - não podem existir arestas que conectam um vértice a ele mesmo
- Um grafo que não contém arestas paralelas nem laços também é chamado de **grafo simples**



Grafo (simples)

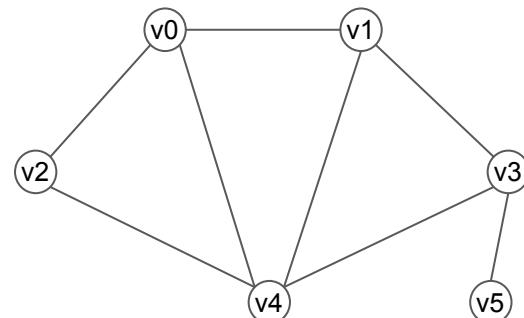
- **Propriedade:** Um grafo (simples) $G = (V, E)$ possui no máximo $|V|(|V| - 1) / 2$ arestas.

Prova:

- Para cada vértice, a quantidade máxima de arestas conectando o vértice aos outros vértices é $|V| - 1$.
- O somatório de todas estas quantidades é $|V|(|V| - 1)$.
- Neste somatório, cada aresta é contada duas vezes (como $\{v_i, v_j\}$ e como $\{v_j, v_i\}$).
- Portanto, G possui no máximo $|V|(|V| - 1) / 2$ arestas. □

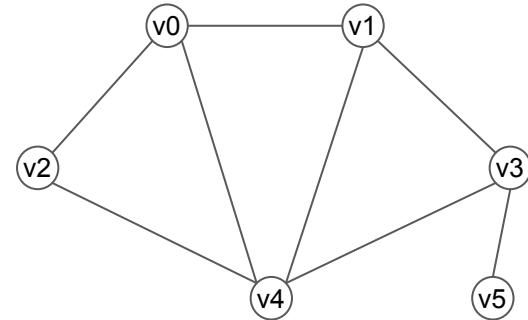
Ordem e tamanho

- Dado um grafo $G = (V, E)$, denotamos por
 - $V(G)$ o conjunto de vértices de G , ou seja, $V(G) = V$ e
 - $E(G)$ o conjunto de arestas de G , ou seja, $E(G) = E$
- Dizemos que
 - a **ordem** de G é o número de vértices de G , ou seja, $|V(G)|$, e
 - o **tamanho** de G é o número de arestas de G , ou seja $|E(G)|$
- Exemplo:
 - A ordem do grafo ao lado é 6 e o seu tamanho é 8



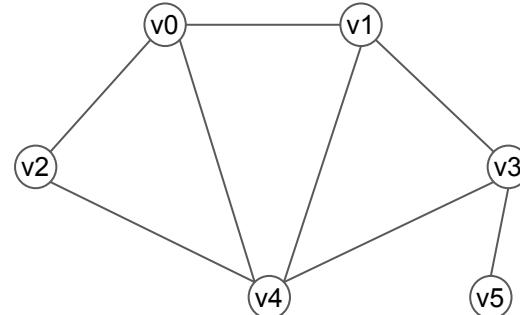
Vizinhança e grau

- Por simplicidade, também denotamos uma aresta $\{v_i, v_j\}$ como $v_i v_j$
- Dada uma aresta $v_i v_j$, os vértices v_i e v_j são os **extremos** desta aresta
- Se $v_i v_j$ é uma aresta de um grafo G , então dizemos que
 - os vértices v_i e v_j são **vizinhos** ou **adjacentes** em G ,
 - v_i é **vizinho** de v_j em G (e vice-versa),
 - v_i é **adjacente** a v_j em G (e vice-versa) e
 - a aresta $v_i v_j$ **incide** em v_i e incide em v_j
- Exemplo:
 - No grafo ao lado, v_0 é vizinho de (ou adjacente a) v_2 (e vice-versa), os vizinhos de v_3 são v_1 , v_4 e v_5 e a aresta $v_1 v_4$ incide em v_1 e em v_4



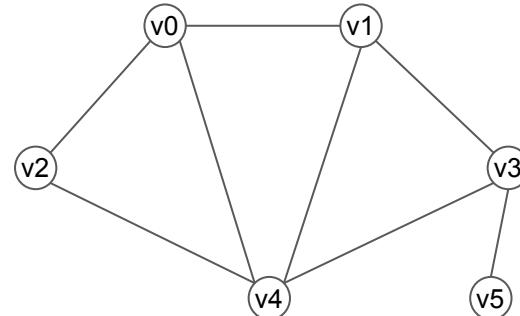
Vizinhança e grau

- Dado um vértice v_i de um grafo G ,
 - a **vizinhança** de v_i em G é o conjunto dos vizinhos de v_i em G e
 - o **grau** de v_i em G é o número de arestas de G incidentes em v_i
- Denotamos por
 - $N_G(v_i)$, ou simplesmente $N(v_i)$, a vizinhança de v_i em G e
 - $d_G(v_i)$, ou simplesmente $d(v_i)$, o grau de v_i em G
- Note que $d_G(v_i) = |N_G(v_i)|$
- Exemplo:
 - No grafo ao lado,
 - $N(v_0) = \{ \quad \}$ e $N(v_5) = \{ \quad \}$ e
 - $d(v_0) = \quad$, $d(v_1) = \quad$, $d(v_2) = \quad$, $d(v_3) = \quad$,
 $d(v_4) = \quad$ e $d(v_5) = \quad$



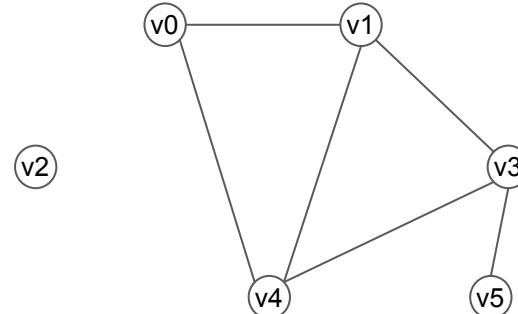
Vizinhança e grau

- Dado um vértice v_i de um grafo G ,
 - a **vizinhança** de v_i em G é o conjunto dos vizinhos de v_i em G e
 - o **grau** de v_i em G é o número de arestas de G incidentes em v_i
- Denotamos por
 - $N_G(v_i)$, ou simplesmente $N(v_i)$, a vizinhança de v_i em G e
 - $d_G(v_i)$, ou simplesmente $d(v_i)$, o grau de v_i em G
- Note que $d_G(v_i) = |N_G(v_i)|$
- Exemplo:
 - No grafo ao lado,
 - $N(v_0) = \{v_1, v_2, v_4\}$ e $N(v_5) = \{v_3\}$ e
 - $d(v_0) = 3, d(v_1) = 3, d(v_2) = 2, d(v_3) = 3,$
 $d(v_4) = 4$ e $d(v_5) = 1$



Vizinhança e grau

- Dado um vértice v_i de um grafo G ,
 - a **vizinhança** de v_i em G é o conjunto dos vizinhos de v_i em G e
 - o **grau** de v_i em G é o número de arestas de G incidentes em v_i
- Denotamos por
 - $N_G(v_i)$, ou simplesmente $N(v_i)$, a vizinhança de v_i em G e
 - $d_G(v_i)$, ou simplesmente $d(v_i)$, o grau de v_i em G
- Note que $d_G(v_i) = |N_G(v_i)|$
- Exemplo:
 - No grafo ao lado,
 - $d(v_2) =$

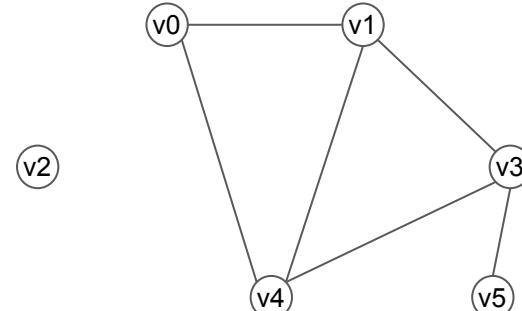


Vizinhança e grau

- Dado um vértice v_i de um grafo G ,
 - a **vizinhança** de v_i em G é o conjunto dos vizinhos de v_i em G e
 - o **grau** de v_i em G é o número de arestas de G incidentes em v_i
- Denotamos por
 - $N_G(v_i)$, ou simplesmente $N(v_i)$, a vizinhança de v_i em G e
 - $d_G(v_i)$, ou simplesmente $d(v_i)$, o grau de v_i em G
- Note que $d_G(v_i) = |N_G(v_i)|$
- Exemplo:
 - No grafo ao lado,

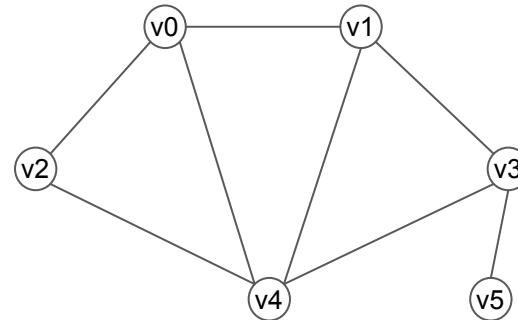
- $d(v_2) = 0$

Chamamos de vértice **isolado** um vértice v_i tal que $d(v_i) = 0$



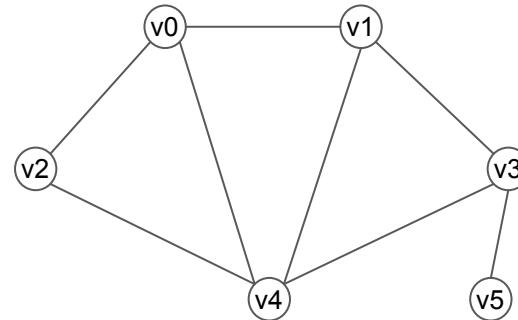
Grau mínimo e máximo

- Dado um grafo G ,
 - o **grau mínimo** de G , denotado por $\delta(G)$, é o menor grau de um vértice de G , ou seja,
$$\delta(G) = \min\{ d(v_i) : v_i \in V(G) \}$$
 - o **grau máximo** de G , denotado por $\Delta(G)$, é o maior grau de um vértice de G , ou seja,
$$\Delta(G) = \max\{ d(v_i) : v_i \in V(G) \}$$
- Exemplo:
 - Para o grafo ao lado, $\delta(G) =$ e $\Delta(G) =$



Grau mínimo e máximo

- Dado um grafo G ,
 - o **grau mínimo** de G , denotado por $\delta(G)$, é o menor grau de um vértice de G , ou seja,
$$\delta(G) = \min\{ d(v_i) : v_i \in V(G) \}$$
 - o **grau máximo** de G , denotado por $\Delta(G)$, é o maior grau de um vértice de G , ou seja,
$$\Delta(G) = \max\{ d(v_i) : v_i \in V(G) \}$$
- Exemplo:
 - Para o grafo ao lado, $\delta(G) = 1$ e $\Delta(G) = 4$



Exercícios

- Exercício 1 da Lista de Exercícios “Conceitos Básicos – 1”.

Exercícios

- Exercício 2 da Lista de Exercícios “Conceitos Básicos – 1”.

Exercícios

- Exercício 3 da Lista de Exercícios “Conceitos Básicos – 1”.

Exercícios

- Exercício 3 da Lista de Exercícios “Conceitos Básicos – 1”.

Prova:

- Considere o grafo G que é definido da seguinte maneira:
 - os vértices do grafo correspondem às pessoas do grupo e
 - existe uma aresta entre os vértices v_i e v_j se e somente se as pessoas correspondentes a v_i e v_j são amigas
- A princípio, existem $|V(G)|$ valores possíveis para o grau de um vértice de G :
 $0, 1, 2, \dots, |V(G)| - 1$

Exercícios

- Exercício 3 da Lista de Exercícios “Conceitos Básicos – 1”.

Prova:

- No entanto, se existe um vértice de G com grau 0, então não pode existir um vértice de G com grau $|V(G)| - 1$
- O contrário também vale: se existe um vértice de G com grau $|V(G)| - 1$, então não pode existir um vértice de G com grau 0
- Portanto, na verdade, existem apenas $|V(G)| - 1$ valores possíveis para o grau de um vértice de G
- Como existem $|V(G)|$ vértices em G , pelo menos dois dos vértices de G possuem o mesmo grau

Princípio da casa dos pombos

Exercícios

- Exercício 3 da Lista de Exercícios “Conceitos Básicos – 1”.

Prova:

- Isto quer dizer que pelo menos duas pessoas possuem exatamente o mesmo número de amigos presentes no grupo □

Graus e número de arestas

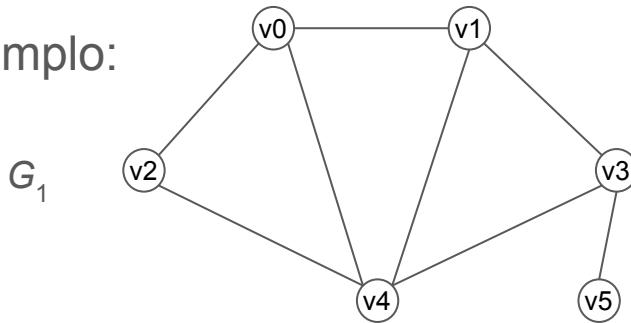
- **Propriedade:** Para qualquer grafo G , vale que $\sum_{v \in V(G)} d(v) = 2 |E(G)|$.

Prova:

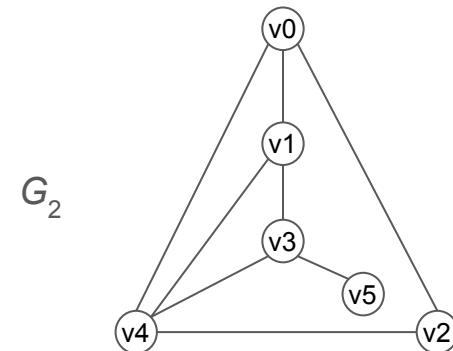
- No somatório dos graus de todos os vértices de G , todas as arestas de G são contabilizadas e, além disso, cada aresta é contada duas vezes (uma aresta $v_i v_j$ é contada através do grau de v_i e do grau de v_j).
- Portanto, este somatório é igual a duas vezes o número de arestas de G . □

Igualdade entre grafos

- Dois grafos G_1 e G_2 são iguais se
 - $V(G_1) = V(G_2)$ e
 - $E(G_1) = E(G_2)$



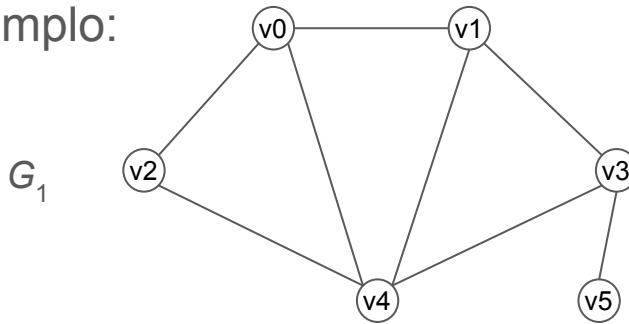
- $V(G_1) = \{ v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 \}$ e
- $E(G_1) = \{ \{ v_0, v_1 \}, \{ v_0, v_2 \}, \{ v_0, v_4 \}, \{ v_1, v_3 \}, \{ v_1, v_4 \}, \{ v_2, v_4 \}, \{ v_3, v_4 \}, \{ v_3, v_5 \} \}$



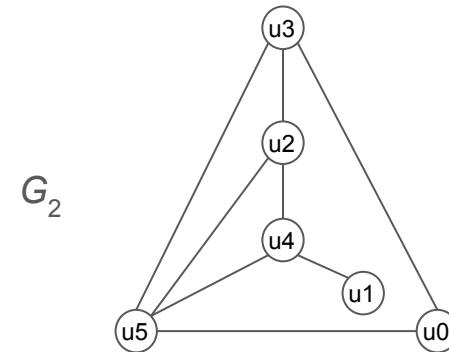
- $V(G_2) = \{ v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 \}$ e
- $E(G_2) = \{ \{ v_0, v_1 \}, \{ v_0, v_2 \}, \{ v_0, v_4 \}, \{ v_1, v_3 \}, \{ v_1, v_4 \}, \{ v_2, v_4 \}, \{ v_3, v_4 \}, \{ v_3, v_5 \} \}$

Isomorfismo

- Dois grafos G_1 e G_2 são **isomorfos** se apresentam estruturas idênticas quando os rótulos de seus vértices são ignorados
- Exemplo:



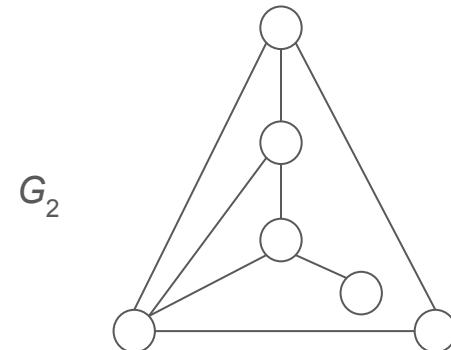
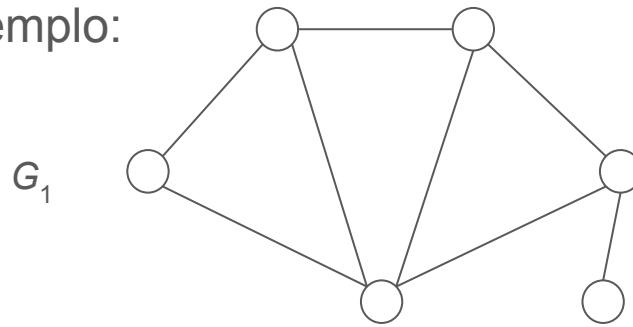
- $V(G_1) = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ e
- $E(G_1) = \{\{v_0, v_1\}, \{v_0, v_2\}, \{v_0, v_4\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}\}$



- $V(G_2) = \{u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ e
- $E(G_2) = \{\{u_0, u_3\}, \{u_0, u_5\}, \{u_1, u_4\}, \{u_2, u_3\}, \{u_2, u_4\}, \{u_2, u_5\}, \{u_3, u_5\}, \{u_4, u_5\}\}$

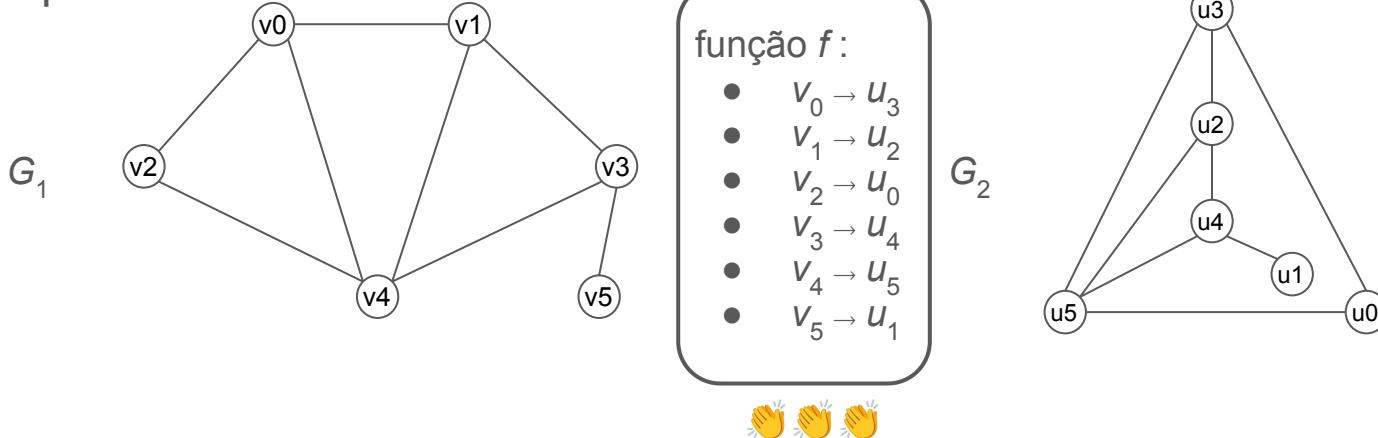
Isomorfismo

- Dois grafos G_1 e G_2 são **isomorfos** se apresentam estruturas idênticas quando os rótulos de seus vértices são ignorados
- Exemplo:



Isomorfismo

- Dois grafos G_1 e G_2 são **isomorfos** se existe uma função bijetiva $f : V(G_1) \rightarrow V(G_2)$ tal que
 - se $v_i v_j$ é uma aresta de G_1 , então $f(v_i)f(v_j)$ é uma aresta de G_2 e
 - se $v_i v_j$ não é uma aresta de G_1 , então $f(v_i)f(v_j)$ não é uma aresta de G_2
- Exemplo:



Isomorfismo

- Dois grafos G_1 e G_2 são **isomorfos** se existe uma função bijetiva $f : V(G_1) \rightarrow V(G_2)$ tal que
 - se $v_i v_j$ é uma aresta de G_1 , então $f(v_i)f(v_j)$ é uma aresta de G_2 e
 - se $v_i v_j$ não é uma aresta de G_1 , então $f(v_i)f(v_j)$ não é uma aresta de G_2
- Determinar se dois grafos são isomorfos ou não é um **problema difícil!**

Exercícios

- Exercício 4 da Lista de Exercícios “Conceitos Básicos – 1”.

Exercícios

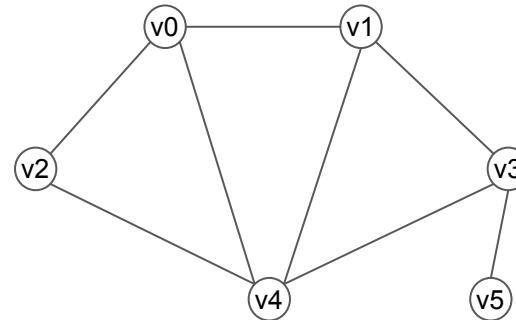
- Exercício 5 da Lista de Exercícios “Conceitos Básicos – 1”.

Exercícios

- Exercício 6 da Lista de Exercícios “Conceitos Básicos – 1”.

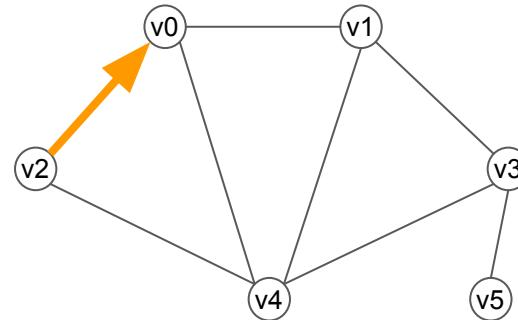
Passeio

- Um **passeio** em um grafo G é uma sequência de vértices $v_{i_0}v_{i_1}\dots v_{i_k}$ de G tal que, com exceção do primeiro vértice, cada vértice da sequência é vizinho em G do seu antecessor
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_0v_4v_1v_0v_4v_3$ é um passeio no grafo ao lado



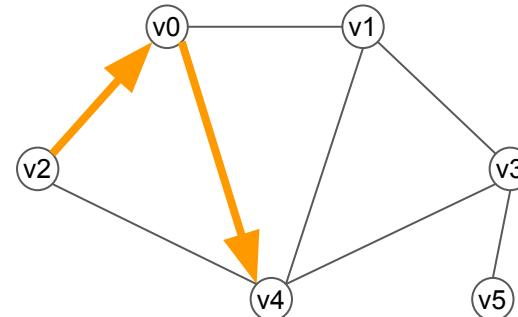
Passeio

- Um **passeio** em um grafo G é uma sequência de vértices $v_{i_0}v_{i_1}\dots v_{i_k}$ de G tal que, com exceção do primeiro vértice, cada vértice da sequência é vizinho em G do seu antecessor
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_0v_4v_1v_0v_4v_3$ é um passeio no grafo ao lado



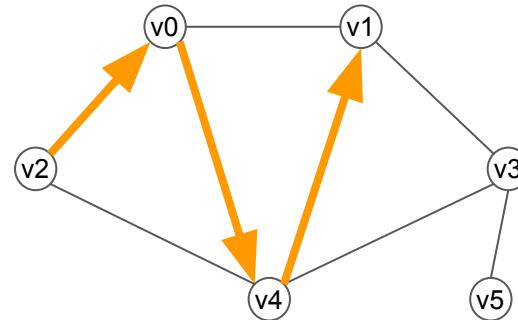
Passeio

- Um **passeio** em um grafo G é uma sequência de vértices $v_{i_0}v_{i_1}\dots v_{i_k}$ de G tal que, com exceção do primeiro vértice, cada vértice da sequência é vizinho em G do seu antecessor
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_0v_4v_1v_0v_4v_3$ é um passeio no grafo ao lado



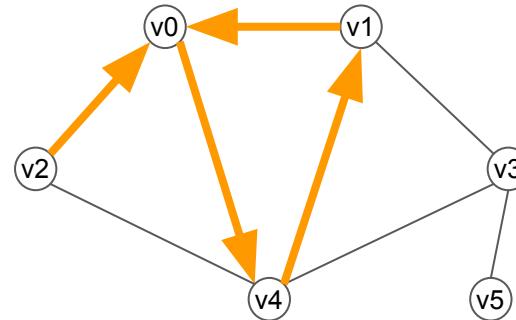
Passeio

- Um **passeio** em um grafo G é uma sequência de vértices $v_{i_0}v_{i_1}\dots v_{i_k}$ de G tal que, com exceção do primeiro vértice, cada vértice da sequência é vizinho em G do seu antecessor
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_0v_4v_1v_0v_4v_3$ é um passeio no grafo ao lado



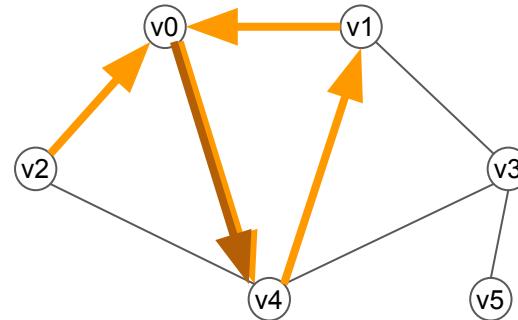
Passeio

- Um **passeio** em um grafo G é uma sequência de vértices $v_{i_0}v_{i_1}\dots v_{i_k}$ de G tal que, com exceção do primeiro vértice, cada vértice da sequência é vizinho em G do seu antecessor
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_0v_4v_1v_0v_4v_3$ é um passeio no grafo ao lado



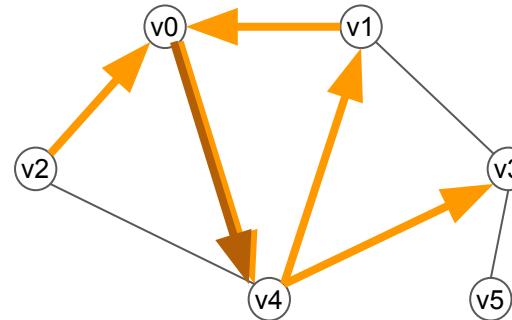
Passeio

- Um **passeio** em um grafo G é uma sequência de vértices $v_{i_0}v_{i_1}\dots v_{i_k}$ de G tal que, com exceção do primeiro vértice, cada vértice da sequência é vizinho em G do seu antecessor
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_0v_4v_1v_0v_4v_3$ é um passeio no grafo ao lado



Passeio

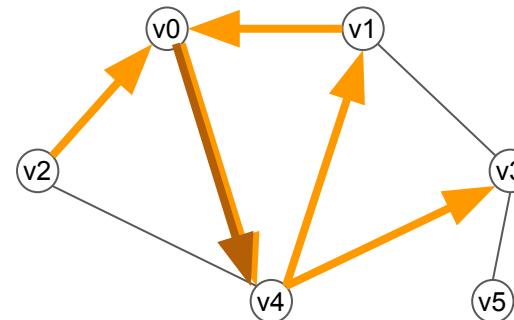
- Um passeio em um grafo G é uma sequência de vértices $v_{i_0}v_{i_1}\dots v_{i_k}$ de G tal que, com exceção do primeiro vértice, cada vértice da sequência é vizinho em G do seu antecessor
 - Exemplo:
 - A sequência $v_2v_0v_4v_1v_0v_4v_3$ é um passeio no grafo ao lado



Passeio

- Um **passeio** em um grafo G é uma sequência de vértices $v_{i_0}v_{i_1}\dots v_{i_k}$ de G tal que, com exceção do primeiro vértice, cada vértice da sequência é vizinho em G do seu antecessor

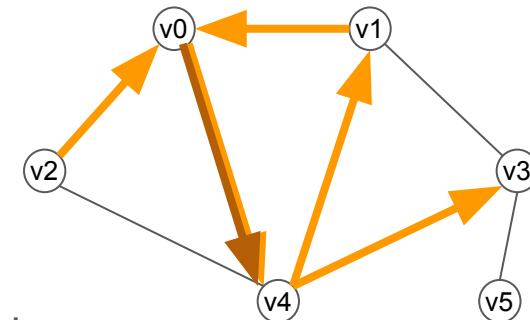
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_0v_4v_1v_0v_4v_3$ é um passeio no grafo ao lado



- Em um passeio, especificamos os vértices, mas as arestas envolvidas também estão implicitamente especificadas
- Por isso, podemos nos referir às **arestas de um passeio**

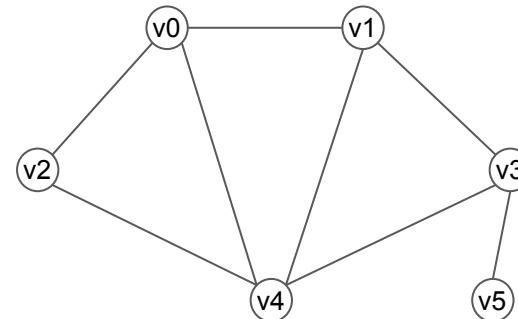
Passeio

- Um **passeio** em um grafo G é uma sequência de vértices $v_{i_0} v_{i_1} \dots v_{i_k}$ de G tal que, com exceção do primeiro vértice, cada vértice da sequência é vizinho em G do seu antecessor
- Dado um passeio $v_{i_0} v_{i_1} \dots v_{i_{k-1}} v_{i_k}$, dizemos que
 - v_{i_0} e v_{i_k} são os **extremos** do passeio;
 - $v_{i_1}, \dots, v_{i_{k-1}}$ são os **vértices internos** do passeio;
 - o **comprimento** do passeio é k , ou seja, a quantidade de arestas percorridas;
 - o passeio é **par** se o seu comprimento é par e é **ímpar** caso contrário e
 - o passeio é **fechado** se $v_{i_0} = v_{i_k}$ e é **aberto** caso contrário



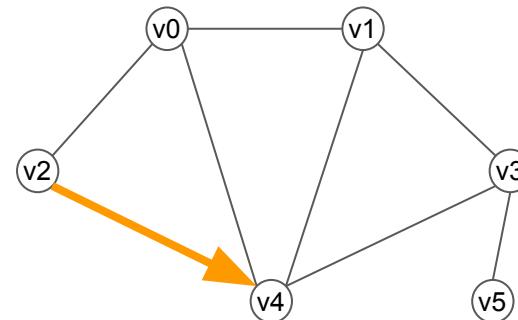
Trilha

- Uma **trilha** em um grafo G é um passeio em G onde não existem arestas repetidas
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_4v_1v_0v_4v_3$ é uma trilha no grafo ao lado



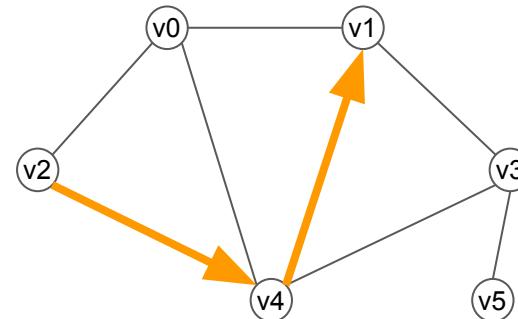
Trilha

- Uma **trilha** em um grafo G é um passeio em G onde não existem arestas repetidas
- Exemplo:
 - A sequência $v_2 v_4 v_1 v_0 v_4 v_3$ é uma trilha no grafo ao lado



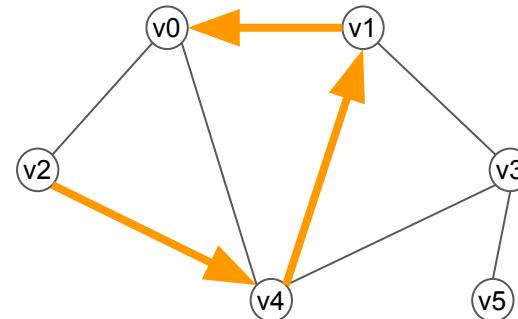
Trilha

- Uma **trilha** em um grafo G é um passeio em G onde não existem arestas repetidas
- Exemplo:
 - A sequência $v_2 v_4 v_1 v_0 v_4 v_3$ é uma trilha no grafo ao lado



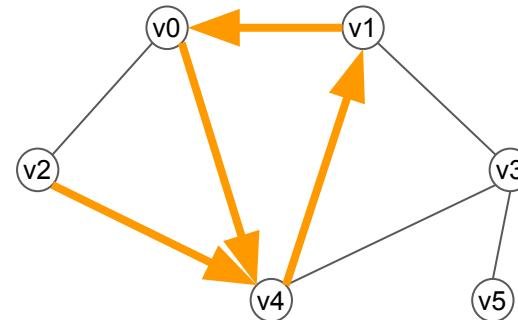
Trilha

- Uma **trilha** em um grafo G é um passeio em G onde não existem arestas repetidas
- Exemplo:
 - A sequência $v_2 v_4 v_1 v_0 v_4 v_3$ é uma trilha no grafo ao lado



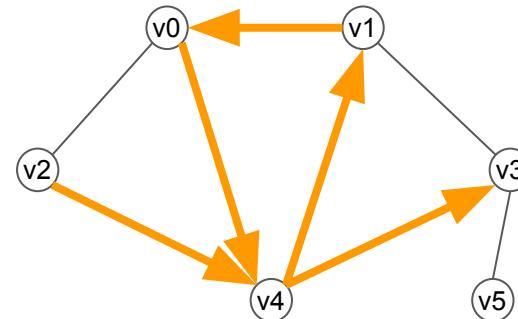
Trilha

- Uma **trilha** em um grafo G é um passeio em G onde não existem arestas repetidas
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_4v_1v_0v_4v_3$ é uma trilha no grafo ao lado



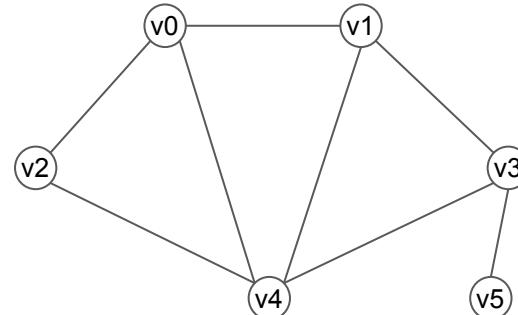
Trilha

- Uma **trilha** em um grafo G é um passeio em G onde não existem arestas repetidas
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_4v_1v_0v_4v_3$ é uma trilha no grafo ao lado



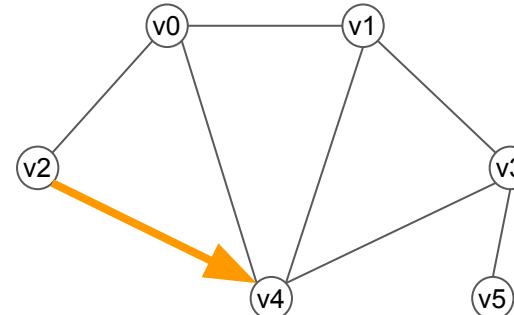
Caminho

- Um **caminho** em um grafo G é um passeio em G onde não existem vértices repetidos
 - Podemos notar que todo caminho é uma trilha
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_4v_0v_1v_3$ é um caminho no grafo ao lado



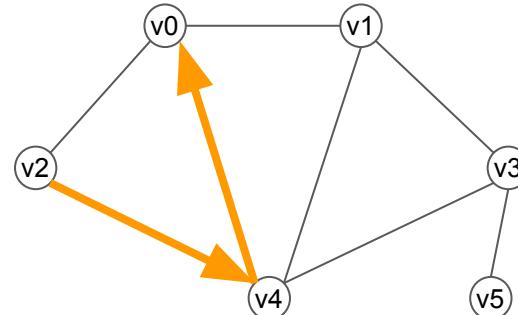
Caminho

- Um **caminho** em um grafo G é um passeio em G onde não existem vértices repetidos
 - Podemos notar que todo caminho é uma trilha
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_4v_0v_1v_3$ é um caminho no grafo ao lado



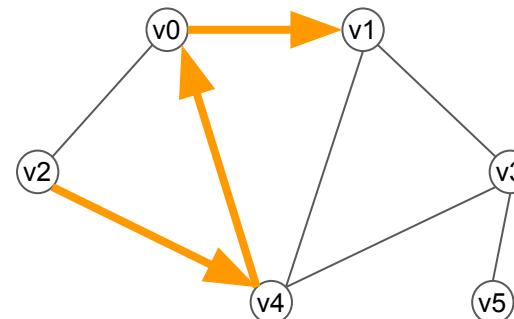
Caminho

- Um **caminho** em um grafo G é um passeio em G onde não existem vértices repetidos
 - Podemos notar que todo caminho é uma trilha
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_4v_0v_1v_3$ é um caminho no grafo ao lado



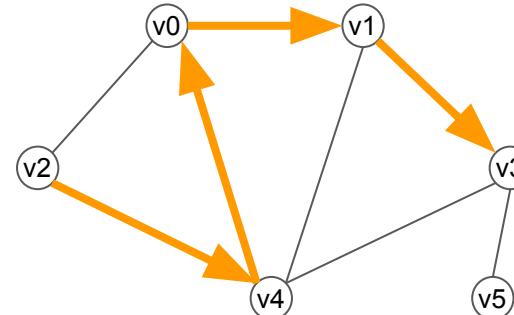
Caminho

- Um **caminho** em um grafo G é um passeio em G onde não existem vértices repetidos
 - Podemos notar que todo caminho é uma trilha
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_4v_0v_1v_3$ é um caminho no grafo ao lado



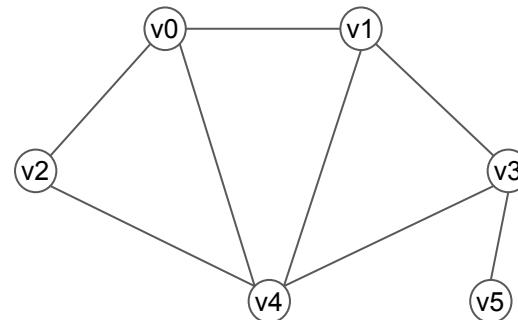
Caminho

- Um **caminho** em um grafo G é um passeio em G onde não existem vértices repetidos
 - Podemos notar que todo caminho é uma trilha
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_4v_0v_1v_3$ é um caminho no grafo ao lado



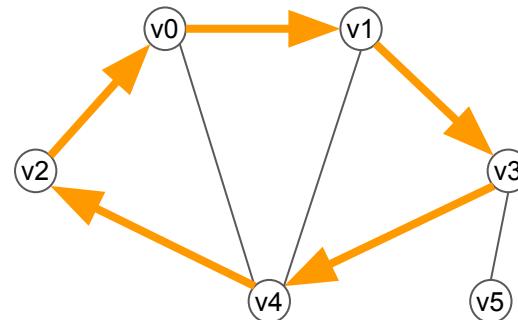
Ciclo

- Um **ciclo** em um grafo G é um passeio fechado em G , com comprimento maior ou igual a 3 e onde não existem vértices internos repetidos
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_0v_1v_3v_4v_2$ é um ciclo no grafo ao lado



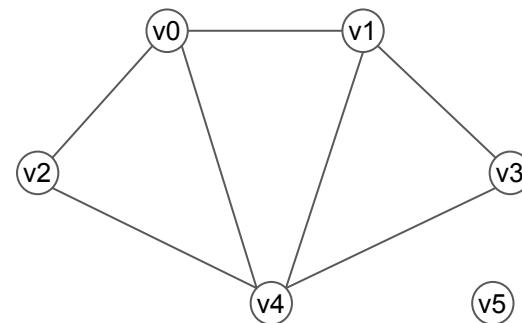
Ciclo

- Um **ciclo** em um grafo G é um passeio fechado em G , com comprimento maior ou igual a 3 e onde não existem vértices internos repetidos
- Exemplo:
 - A sequência $v_2v_0v_1v_3v_4v_2$ é um ciclo no grafo ao lado



Distância

- A **distância** entre dois vértices v_i e v_j em G , denotada por $d(v_i, v_j)$ é
 - o menor comprimento de um caminho entre v_i e v_j em G ou
 - ∞ (infinita) caso não exista um caminho entre v_i e v_j em G
- Exemplo:
 - No grafo ao lado,
 - $d(v_2, v_3) =$,
 - $d(v_0, v_1) =$,
 - $d(v_4, v_4) =$ e
 - $d(v_1, v_5) =$

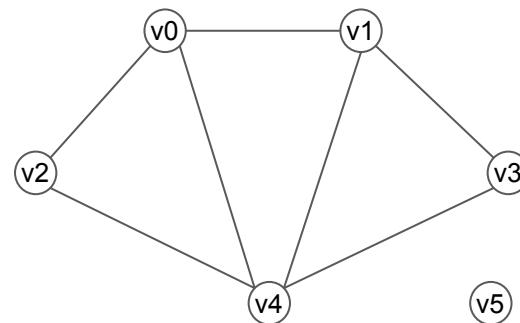


Distância

- A **distância** entre dois vértices v_i e v_j em G , denotada por $d(v_i, v_j)$ é
 - o menor comprimento de um caminho entre v_i e v_j em G ou
 - ∞ (infinita) caso não exista um caminho entre v_i e v_j em G

- Exemplo:

- No grafo ao lado,
 - $d(v_2, v_3) = 2$,
 - $d(v_0, v_1) = 1$,
 - $d(v_4, v_4) = 0$ e
 - $d(v_1, v_5) = \infty$



Exercícios

- Demais exercícios da Lista de Exercícios “Conceitos Básicos – 1”.

Referências

- Um tratamento mais detalhado dos conceitos básicos definidos nesta apresentação pode ser encontrado em qualquer uma das referências básicas e complementares da disciplina