

第八章 假设检验

§ 8.1 假设检验

§ 8.2 正态总体均值的假设检验

§ 8.3 正态总体方差的假设检验

§ 8.2 正态总体均值的假设检验

(一) 单个总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 均值 μ 的检验

(1) σ^2 已知——Z检验法

取统计量:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

a) $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0.$

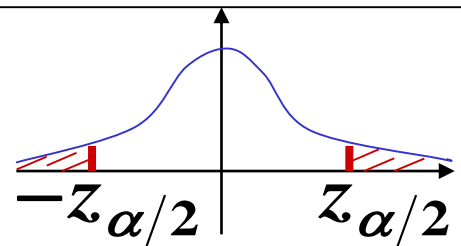
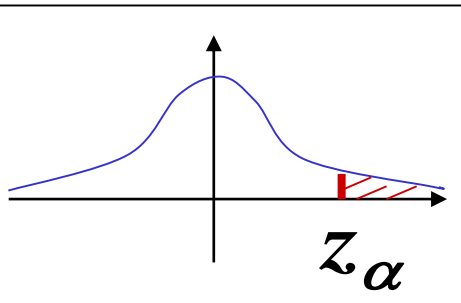
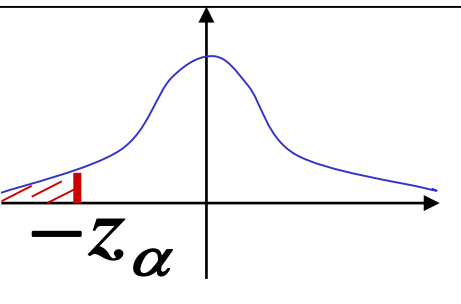
拒绝域: $|z| \geq z_{\alpha/2}$

b) $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$

拒绝域: $z \geq z_{\alpha}$

c) $H_0: \mu \geq \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$

拒绝域: $z \leq -z_{\alpha}$

条件	假设 H_0	统计量	拒绝域	应查分布表
σ 已知	$\mu = \mu_0$	$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$		
	$\mu \leq \mu_0$			
	$\mu \geq \mu_0$			

(2) σ^2 未知——t检验法

当 H_0 为真时, $\frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$, 取统计量 $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$

a) $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$. 拒绝域: $|t| \geq t_{\alpha/2}(n-1)$

b) $H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$ 拒绝域: $t \geq t_{\alpha}(n-1)$

c) $H_0: \mu \geq \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$ 拒绝域: $t \leq -t_{\alpha}(n-1)$

例3 在某年级学生中抽测9名跳远成绩，得样本均值 $\bar{x} = 4.38$ 设跳远成绩 X 服从正态分布，且 $\sigma=0.3$ ，问是否可以认为该年级学生跳远平均成绩为 $\mu=4.40$ 米. ($\alpha=0.10$)

解： (1)根据题意提出假设

$$H_0 : \mu = 4.40, H_1 : \mu \neq 4.40$$

(2) σ 已知, Z-检验, 统计量 $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$

(3) $\alpha=0.10$, 拒绝域为 $|z| \geq z_{\alpha/2} = z_{0.05} = 1.64$

(4)计算得 $|z| = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \right| = \left| \frac{4.38 - 4.40}{0.3 / \sqrt{9}} \right| = 0.2 < 1.64$

所以接受 H_0 , 认为 $\mu=4.40$ 米, 即可以认为该年级学生跳远平均成绩为4.40米.

例4 对一批新的某种液体存贮罐进行耐裂试验,抽测5个,得爆破压力数据为(单位: 斤/寸²): 545, 530, 545, 550, 545.根据经验, 爆压可认为是服从正态分布的, 且过去该种液体存贮罐的平均爆压为549斤/寸², 问这批新罐的平均爆压与过去有无显著差别 ($\alpha=0.05$)

解 提出假设: $H_0: \mu = \mu_0 = 549, H_1: \mu \neq 549$

σ^2 未知, 故检验统计量为 $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{s^2/n}}$

拒绝域为 $|t| > t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0.025}(4) = 2.776$

由样本算得 $\bar{x} = 543, s^2 = (7.58)^2$

$$|t| = \left| \frac{\bar{x} - 549}{\sqrt{s^2/n}} \right| = \left| \frac{543 - 549}{7.58/\sqrt{5}} \right| \approx 1.77 < 2.776$$

所以接受 H_0 , 认为新罐的平均爆压与旧罐的无显著差异.

例5 已知精料养鸡时, 经若干天鸡的平均重量为4斤, 今对一批鸡改用粗料饲养, 同时改善饲养方法, 经同样长的饲养期, 随机抽测10只, 得重量(斤)数据如下: 3.7, 3.8, 4.1, 3.9, 4.6, 4.7, 5.0, 4.5, 4.3, 3.8. 经验表明, 同一批鸡的重量 X 服从正态分布, 试推断这一批鸡的平均重量是否显著提高 ($\alpha=0.10$).

解 饲养方法改善, 这批鸡的平均重量应该有提高. 但由于精料换成粗料, 也担心使鸡的平均重量降低. 如果能否定 “ $\mu \leq 4$ ” 的假设, 那么可认为鸡的平均重量提高了.

例5 已知精料养鸡时, 经若干天鸡的平均重量为4斤, 今对一批鸡改用粗料饲养, 同时改善饲养方法, 经同样长的饲养期, 随机抽测10只, 得重量(斤)数据如下: 3.7, 3.8, 4.1, 3.9, 4.6, 4.7, 5.0, 4.5, 4.3, 3.8. 经验表明, 同一批鸡的重量 X 服从正态分布, 试推断这一批鸡的平均重量是否显著提高 ($\alpha=0.10$).

解 检验假设 $H_0: \mu \leq 4, H_1: \mu > 4$

σ^2 未知, 故检验统计量为 $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{s^2/n}}$

故拒绝域为 $\frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \geq t_{\alpha}(n-1)$ 查表得 $t_{0.10}(9) = 1.383$

经计算得 $\bar{x} = 4.24, s^2 = 0.448^2$, $t = \frac{\bar{x} - 4}{\sqrt{s^2/n}} \approx 1.694 > 1.383$

所以拒绝 H_0 , 接受 H_1 , 即在显著水平 $\alpha=0.10$ 下, 认为这批鸡的平均重量显著提高.

(二) 双总体均值差的检验——T检验 ($\sigma_1^2=\sigma_2^2$ 未知)

检验假设 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta, \quad H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta$ (双边)

$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta, \quad H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta$ (右边)

$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \delta, \quad H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta$ (左边)

取检验统计量
$$t = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - \delta}{S_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t (n_1 + n_2 - 2)$$

拒绝域: $|t| \geq t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2)$ (双边)

$t \geq t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$ (右边)

$t \leq -t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$ (左边)

例 某地某年高考后随机抽得15名男生、12名女生的物理考试成绩如下：

男生：49 48 47 53 51 43 39 57 56 46 42 44 55 44 40

女生：46 40 47 51 43 36 43 38 48 54 48 34

这27名学生的成绩能说明这个地区男、女生的物理考试成绩不相上下吗？（显著水平=0.05）。

解 设男、女生的物理考试成绩分别近似服从正态分布：

$$X \sim N(\mu_1, \sigma^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$$

检验 $H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ $t_{0.025}(25) = 2.060$

算得： $\bar{x} = 47.6, \bar{y} = 44, (n_1 - 1)s_1^2 = 469.6, (n_2 - 1)s_2^2 = 412,$

$$|t| = 1.566 < t_{0.025}(25)$$

接受原假设. 认为这个地区男、女生的物理考试成绩不相上下。

(三) 基于成对数据的检验——T检验

有时为了比较两种产品,或两种仪器,两种方法等的差异,我们常在相同的条件下做对比试验,得到一批成对的观察值. 然后分析观察数据作出推断. 这种方法常称为**逐对比较法**.

例 有两台光谱仪 I_x, I_y , 用来测量材料中某种金属的含量, 为鉴定它们的测量结果有无显著差异, 制备了9件试块(它们的成分、金属含量、均匀性等各不相同), 现在分别用这两台机器对每一试块测量一次, 得到9对观察值如下:

$x(\%)$	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
$y(\%)$	0.10	0.21	0.52	0.32	0.78	0.59	0.68	0.77	0.89
$d = x - y(\%)$	0.10	0.09	-0.12	0.18	-0.18	0.11	0.12	0.13	0.11

问能否认为这两台仪器的测量结果有显著的差异?
($\alpha = 0.01$)

解 本题中的数据是成对的,即对同一试块一对数据,我们看到一对与另一对之间的差异是由各种因素,如材料成分、金属含量、均匀性等因素引起的. 由于各试块的特性有广泛的差别,表中第一行不能看成是一个样本的样本值.表中第二行也不能看成是一个样本的样本值.

而同一对中两个数据的差异则可看成是仅由这两台仪器性能的差异所引起的. 这样,局限于各对中两个数据来比较就能排除种种其他因素,而只考虑单独由仪器的性能所产生的影响.

表中第三行表示各对数据的差 $d_i = x_i - y_i$,
设 $D_i = X_i - Y_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 来自正态总体 $N(\mu_D, \sigma_D^2)$,
这里 μ_D, σ_D^2 均为未知. 若两台机器的性能一样,
则各对数据的差异 d_1, d_2, \dots, d_n 属随机误差,
随机误差可以认为服从正态分布, 其均值为零.
需检验假设

$$H_0 : \mu_D = 0, \quad H_1 : \mu_D \neq 0;$$

设 D_1, D_2, \dots, D_n 的样本均值 \bar{d} , 样本方差 s_D^2 ,

拒绝域为 $|t| = \left| \frac{\bar{d} - 0}{s_D / \sqrt{n}} \right| \geq t_{\alpha/2}(n-1),$

现在 $n = 9, t_{\alpha/n} = t_{0.005}(8) = 3.3554$, 即知拒绝域为

$$|t| = \left| \frac{\bar{d}}{s_D / \sqrt{n}} \right| \geq 3.3554.$$

由观察值得 $\bar{d} = 0.06, s_D = 0.1227,$

$$t = \frac{0.06}{0.1227 / \sqrt{9}} = 1.467 < 3.3554$$

现 $|t|$ 的值不落在拒绝域内, 故接受 H_0 , 认为两台机器的测量成果并无显著差异.

例 做以下的实验以比较人对红光或绿光的反应时间（以秒计）。实验在点亮红光或绿光的同时，启动计时器，要求受试者见到红光或绿光点亮时，就按下按钮，切断记时器，这就能测得反应时间测得的结果如下表：

红光(x)	0.30	0.23	0.41	0.53	0.24	0.36	0.38	0.51
绿光(y)	0.43	0.32	0.58	0.46	0.27	0.41	0.38	0.61
$d = x - y$	-0.13	-0.09	-0.17	0.07	-0.03	-0.05	0.00	-0.10

设 $D_i = X_i - Y_i$ ($i = 1, 2, \dots, 8$) 是来自正态总体 $N(\mu_D, \sigma_D^2)$ 的样本， μ_D, σ_D^2 均未知. 试检验假设 (取

显著性水平 $\alpha = 0.05$)

$$H_0 : \mu_D \geq 0, \quad H_1 : \mu_D < 0;$$

解 现在 $n = 8$, $\overline{x_d} = -0.0625$, $s_d = 0.0765$,

而

$$\frac{\overline{x_d}}{s_d / \sqrt{8}} = -2.311 < -t_{0.05}(7) = -1.8946$$

故拒绝 H_0 , 认为 $\mu_D < 0$, 即认为人对红光的反应时间小于对绿光的反应时间, 也就是人对红光的反应要比绿光快.

补充例题

小结

本节学习的正态总体均值的假设检验有：

1. 单个总体均值 μ 的检验— Z 检验;
2. 两个总体均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的检验— t 检验;
3. 基于成对数据的检验— t 检验;

正态总体均值、方差的检验法见下表

(显著性水平为 α)

	原假设 H_0	检验统计量	备择假设 H_1	拒绝域
1	$\mu \leq \mu_0$ $\mu \geq \mu_0$ $\mu = \mu_0$ $(\sigma^2 \text{已知})$	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$	$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$z \geq z_\alpha$ $z \leq -z_\alpha$ $ z \geq z_{\alpha/2}$
2	$\mu \leq \mu_0$ $\mu \geq \mu_0$ $\mu = \mu_0$ $(\sigma^2 \text{未知})$	$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}}$	$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$t \geq t_\alpha(n-1)$ $t \leq -t_\alpha(n-1)$ $ t \geq t_{\alpha/2}(n-1)$
3	$\mu_1 - \mu_2 \leq \delta$ $\mu_1 - \mu_2 \geq \delta$ $\mu_1 - \mu_2 = \delta$ $(\sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{已知})$	$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$\mu - \mu_0 > \delta$ $\mu - \mu_0 < \delta$ $\mu - \mu_0 \neq \delta$	$z \geq z_\alpha$ $z \leq -z_\alpha$ $ z \geq z_{\alpha/2}$
4	$\mu_1 - \mu_2 \leq \delta$ $\mu_1 - \mu_2 \geq \delta$ $\mu_1 - \mu_2 = \delta$ $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2 \text{未知})$	$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta}{S_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ $S_w^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 2)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$	$\mu - \mu_0 > \delta$ $\mu - \mu_0 < \delta$ $\mu - \mu_0 \neq \delta$	$t \geq t_\alpha(n_1 + n_2 - 2)$ $t \leq -t_\alpha(n_1 + n_2 - 2)$ $ t \geq t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 1)$

	原假设 H_0	检验统计量	备择假设 H_1	拒绝域
5	$\sigma^2 \leq \sigma_0^2$ $\sigma^2 \geq \sigma_0^2$ $\sigma^2 = \sigma_0^2$ $(\mu \text{未知})$	$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$ $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 \geq \chi_\alpha^2(n-1)$ $\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha}^2(n-1)$ $\chi^2 \geq \chi_{\alpha/2}^2(n-1)$ 或 $\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$
6	$\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $(\mu_1, \mu_2 \text{未知})$	$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F \geq F_\alpha(n_1-1, n_2-1)$ $F \leq F_{1-\alpha}(n_1-1, n_2-1)$ $F \geq F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$ 或 $F \leq F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$
7	$\mu_D \leq 0$ $\mu_D \geq 0$ $\mu_D = 0$ (成对数据)	$t = \frac{\bar{D} - 0}{S_D / \sqrt{n}}$	$\mu_D > 0$ $\mu_D < 0$ $\mu_D \neq 0$	$t \geq t_\alpha(n-1)$ $t \leq -t_\alpha(n-1)$ $ t \geq t_{\alpha/2}(n-1)$

§ 8.3 正态方差的假设检验

(一) 单总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 方差 σ^2 的检验

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的样本, 给定显著性水平 α . 求检验问题

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

由于 S^2 是 σ^2 的无偏估计, 自然想到将 S^2 与 σ_0^2 作比较. 比值一般来说应在 1 附近摆动, 而不应过分大于 1 或过分小于 1,

由定理6.2知,当 H_0 为真时 $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(n-1)$

$$P\{\text{拒}H_0 | H_0 \text{真}\} = P\left\{\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq k_1\right) \cup \left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq k_2\right)\right\} = \alpha$$

故得 $k_1 = \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$, $k_2 = \chi_{\alpha/2}^2(n-1)$

得拒绝域为 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \leq \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$ 或 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \geq \chi_{\alpha/2}^2(n-1)$

σ^2 的检验问题—— χ^2 检验法

取检验统计量: $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$

(1) 双边检验:

$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ 拒绝域:

$$\chi^2 \leq \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 (n-1)$$
$$\text{或 } \chi^2 \geq \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2 (n-1)$$

(2) 右边检验:

$H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ 拒绝域:

$$\chi^2 \geq \chi_{\alpha}^2 (n-1)$$

(3) 左边检验:

$H_0: \sigma^2 \geq \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$ 拒绝域:

$$\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha}^2 (n-1)$$

例6 某厂生产的某种型号的电池，其寿命长期以来服从方差为 $\sigma^2 = 5000$ (小时²) 的正态分布，现有一批这种电池，从它的生产情况来看寿命的波动性有所改变. 现随机取26只电池，测出寿命的样本方差 $s^2 = 9200$ (小时²). 问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往的有显著的变化? (取 $\alpha=0.02$)

解：根据题意提出假设 $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 5000, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

$$\text{检验统计量: } \chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \quad n = 26, \sigma_0^2 = 5000$$

拒绝域为 $\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$ 或 $\chi^2 \geq \chi_{\alpha/2}^2(n-1)$ 查表得:

$$\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1) = \chi_{0.99}^2(25) = 11.524, \quad \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1) = \chi_{0.01}^2(25) = 44.314$$

$$\text{由样本观察值算得 } \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = 46 > 44.314$$

所以拒绝 H_0 ，在显著水平 $\alpha=0.02$ 下，可以认为这批电池的寿命的波动性较以往的有显著的变化.

例7 某厂生产的钢丝, 质量一向比较稳定, 今从产品中随机地抽出10根检查折断力, 所得数据分别为 (单位: 吨): 1.3405, 1.4059, 1.3836, 1.3857, 1.3804, 1.4053, 1.3760, 1.3789, 1.3424, 1.4021, 问是否可相信该厂的钢丝的折断力的方差为 0.025^2 ? ($\alpha=0.05$)

解: 提出假设: $H_0: \sigma^2 = 0.025^2, H_1: \sigma^2 \neq 0.025^2$

拒绝域为 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \leq \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$ 或 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \geq \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$

$$\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1) = \chi_{0.975}^2(9) = 2.700 \quad \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1) = \chi_{0.025}^2(9) = 19.023$$

由样本观察值算得 $\chi_0^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = 7.6176$

因 $2.700 < 7.6176 < 19.023$

所以接受 H_0 , 在显著水平 $\alpha=0.05$ 下, 可以认为钢丝折断力的方差 σ^2 为 0.025^2 .

例8 某厂生产的钢丝，质量一向比较稳定，今从产品中随机地抽出10根检查折断力，所得数据分别为（单位：吨）：1.3405, 1.4059, 1.3836, 1.3857, 1.3804, 1.4053, 1.3760, 1.3789, 1.3424, 1.4021,就所给条件与数据，检验假设

$$H_0 : \sigma^2 \leq 0.025^2, H_1 : \sigma^2 > 0.025^2 \quad (\alpha=0.05)$$

解 拒绝域为
$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \geq \chi_\alpha^2(n-1)$$

查 χ^2 分布表得 $\chi_\alpha^2(n-1) = \chi_{0.05}^2(9) = 16.919$

算得
$$\chi_0^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{0.025^2} = 7.6176 < \chi_{0.05}^2(9) = 16.919$$

所以接受 H_0

(二) 双总体方差的检验——F检验

检验 $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2, \quad H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (双边)

$H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2, \quad H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ (右边)

$H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2, \quad H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ (左边)

取检验统计量 $F = S_1^2 / S_2^2 \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$

拒绝域: $F \geq F_{\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ 或 $F \leq F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)$

$F \geq F_{\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ (右边)

$F \leq F_{1-\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ (左边)

例 设第2节例 2中的两个样本分别来自 总体 $N(\mu_A, \sigma_A^2), N(\mu_B, \sigma_B^2)$, 且两样本独立. 试检验 $H_0: \sigma_A^2 = \sigma_B^2, H_1: \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$, 以说明我们假设 $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ 是合理的. (取显著性水平 $\alpha = 0.01$.)

解 此处 $n_1 = 13, n_2 = 8, \alpha = 0.01$, 拒绝域为

$$\frac{s_A^2}{s_B^2} \geq F_{0.005}(12, 7) = 8.18,$$

或
$$\frac{s_A^2}{s_B^2} \leq F_{0.005}(12, 7) = \frac{1}{F_{0.005}(7, 12)} = \frac{1}{5.52} = 0.18.$$

现在 $s_A^2 = (0.024)^2$, $s_B^2 = (0.03)^2$, $s_A^2 / s_B^2 = 0.64$,

$$0.18 < 0.64 < 8.18,$$

故接受 H_0 ,认为两总体方差相等 . 两总体方差相等
也称两总体具有方差齐性, 这也表明第2节例2
假设两总体方差相等是合理的.

小结

1. 单个正态总体方差的检验法— χ^2 检验法;
2. 两个正态总体方差的检验法— F 检验法;

正态总体均值、方差的检验法见下表
(显著性水平为 α)

	原假设 H_0	检验统计量	备择假设 H_1	拒绝域
5	$\sigma^2 \leq \sigma_0^2$ $\sigma^2 \geq \sigma_0^2$ $\sigma^2 = \sigma_0^2$ $(\mu \text{未知})$	$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$ $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 \geq \chi_\alpha^2(n-1)$ $\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha}^2(n-1)$ $\chi^2 \geq \chi_{\alpha/2}^2(n-1)$ 或 $\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$
6	$\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $(\mu_1, \mu_2 \text{未知})$	$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F \geq F_\alpha(n_1-1, n_2-1)$ $F \leq F_{1-\alpha}(n_1-1, n_2-1)$ $F \geq F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$ 或 $F \leq F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$
7	$\mu_D \leq 0$ $\mu_D \geq 0$ $\mu_D = 0$ (成对数据)	$t = \frac{\bar{D} - 0}{S_D / \sqrt{n}}$	$\mu_D > 0$ $\mu_D < 0$ $\mu_D \neq 0$	$t \geq t_\alpha(n-1)$ $t \leq -t_\alpha(n-1)$ $ t \geq t_{\alpha/2}(n-1)$

作业

- **第八章习题1, 5, 6, 11, 12, 15, 18**