

## 《概率论与数理统计》练习题

- 一批产品共20件，其中5件是次品，现从中不放回的任取3件，每次取1件，试求
  - 第三次才取到次品的概率；（5%）
  - 第三次取到次品的概率。（5%）
- 将A、B、C三个字母之一输入信道，输出原字母的概率是0.8，而输出其他字母概率为0.1。现将字符串AAAA，BBBB，CCCC之一输入信道，其中输入AAAA，BBBB，CCCC概率均为1/3。假设信道传输各字母的工作是相互独立的。已知输出为ABCA，问输入是AAAA，BBBB，CCCC的概率分别是多少？（10%）
- 某车间有同类机床100台，各台机床工作相互独立，发生故障的概率都是0.01，求不小于2台机床发生故障的概率。
  - 利用二项分布；（5%）
  - 利用泊松定理。（5%）
- 设随机变量 $X$ 在区间 $(-1,1)$ 服从均匀分布，
  - 求 $Y = -\ln(1 - X) / 2$ 的概率密度；（5%）
  - 求 $Y = X^2$ 的概率密度。（5%）
- 设某种鸡下蛋的个数 $X$ 服从参数为 $\lambda$ 的泊松分布 $\pi(\lambda)$ ，而每一个蛋能孵化成小鸡的概率为 $p$ ，记 $Y$ 表示此鸡的下一代的个数。试求 $X$ 与 $Y$ 的联合分布律，并证明 $Y \sim \pi(\lambda p)$ 。（10%）

- 设某种商品一周的需求量是一个随机变量，其概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & x > 0, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

若各周的需求量相互独立，求两周需求量的概率密度。（10%）

- 设 $X \sim N(1, 4)$ ,  $Y \sim N(-1, 9)$ ,
  - 若 $X$ 与 $Y$ 相互独立，求 $E(XY)$ 和 $D(XY)$ ；（5%）
  - 若 $X$ 与 $Y$ 的相关系数 $\rho_{XY} = -0.5$ ，求 $D(\frac{1}{2}X + \frac{1}{3}Y)$ 。（5%）
- 设随机变量 $(X, Y)$ 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 8xy & y < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求协方差  $Cov(X, Y)$ ，说明  $X$  与  $Y$  是否相关，是否独立。(10%)

9. 证明马尔科夫不等式：设  $X$  为连续型随机变量，若  $E(|X|^k)$  存在， $\forall \varepsilon > 0$ ，总有

$$P(|X| \geq \varepsilon) \leq \frac{E(|X|^k)}{\varepsilon^k}。 (10\%)$$

10. 为确定某城市成年男子中抽烟人所占的比例  $p$ ，任意抽查  $n$  个成年男子，其中抽烟的有  $m$  个，问  $n$  至少为多大，才能保证  $m/n$  与  $p$  的差异小于 0.01 的概率大于等于 0.95。(10%)

(标准正态分布的分布函数取值  $\Phi(1.645) = 0.95, \Phi(1.96) = 0.975$ 。)