

八下数学模拟

姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____

一、单选题

1. 下列汽车标志中，可以看作中心对称图形的是（ ）.



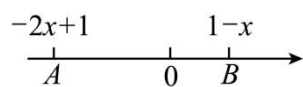
2. 若一个多边形的内角和 1620° ，则这个多边形的边数为（ ）

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

3. 不等式 $1+x \geq 2-3x$ 的解是（ ）

- A. $x \geq -\frac{1}{4}$ B. $x \geq \frac{1}{4}$ C. $x \leq -\frac{1}{4}$ D. $x \leq \frac{1}{4}$

4. 已知点 A 、 B 在数轴上表示的数如图所示，下列四个选项中最符合 x 的取值范围的是（ ）



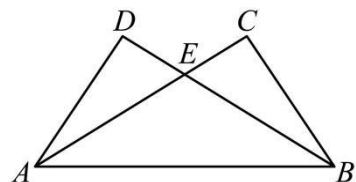
- A. $x > \frac{1}{2}$ B. $x > 0$ C. $\frac{1}{2} < x < 1$ D. $\frac{2}{3} < x < 1$

5. 整数 a 满足下列两个条件，使不等式 $-2 \leq \frac{3x+5}{2} < \frac{1}{2}a+1$ 恰好只有 3 个整数解，使得分式

方程 $\frac{ax-1}{x-2} - \frac{3x-5}{2-x} = 1$ 的解为整数，则所有满足条件的 a 的和为（ ）

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 6

6. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle BAD$ 中， $AC = BD$ ，增加下列条件不能使 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ 的是（ ）

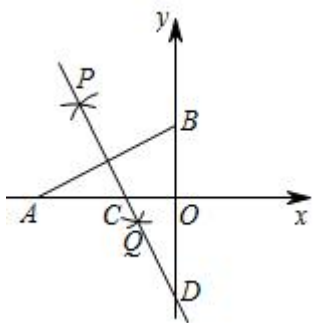


- A. $\angle C = \angle D$ B. $\angle BAC = \angle ABD$ C. $AE = BE$ D. $CE = DE$

7. 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABO$ 的顶点 A ， B 分别在 x 轴， y 轴上， $AB = 4\sqrt{5}$ ， $B(0,4)$ ，按以下

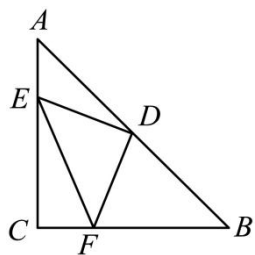
步骤作图：①分别以点 A ， B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧，交于点 P ， Q ；②作直

线 PQ 交 x 轴于点 C ，交 y 轴于点 D ，则点 C 的坐标为（ ）



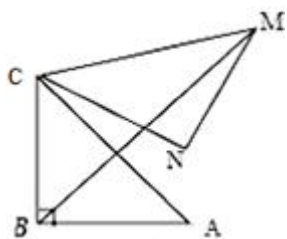
- A. $(3,0)$ B. $(-3,0)$ C. $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, 0\right)$ D. $\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, 0\right)$

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC = 6$ ， D 为 AB 的中点，点 E 、 F 分别在 AC 、 BC 边上运动（点 E 不与点 A 、 C 重合）且保持 $\angle EDF = 90^\circ$ ，连接 EF ，在此运动变化过程中， $S_{\triangle CEF}$ 的最大值为（ ）



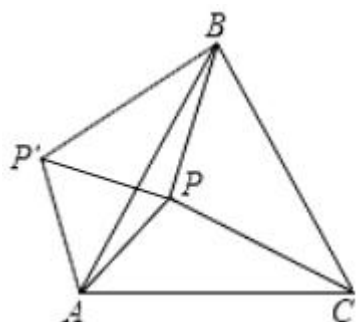
- A. 3 B. $\frac{9}{2}$ C. 6 D. 9

9. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC = \sqrt{2}$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针转 60° ，得到 $\triangle MNC$ ，则 BM 的长是（ ）



- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $1 + \sqrt{3}$

10. 如图， P 是正三角形 ABC 内一点，且 $PA = 6$ ， $PB = 8$ ， $PC = 10$ ，若将 $\triangle PAC$ 绕点 A 逆时针旋转后得到 $\triangle P'AB$ 。给出下列四个结论：① $PP' = 6$ ，② $AP^2 + BP^2 = CP^2$ ，③ $\angle APB = 150^\circ$ ；④ $S_{\triangle ABC} = 36 + 25\sqrt{3}$ 。正确结论个数为（ ）



A. 1

B. 2

C. 3

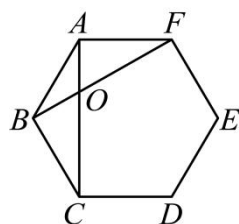
D. 4

二、填空题

11. 已知 A 、 B 、 C 三点的坐标分别为 $(3,3)$ 、 $(8,3)$ 、 $(4,6)$ ，若以 A, B, C, D 为顶点的四边形是平行四边形，则点 D 的坐标是_____.

12. 将点 $P(-3,2)$ 先向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位后得到点 Q _____.

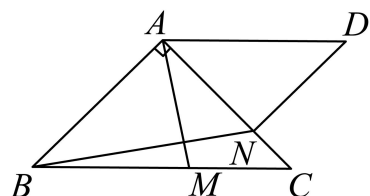
13. 如图，在正六边形 $ABCDEF$ 中，连接 AC 、 BF 交于点 O ，则 $\angle AOF =$ _____.



14. 关于 x 的分式方程 $\frac{ax-3}{x-2} + 1 = \frac{3x-1}{2-x}$ 的解为正数，且使关于 y 的一元一次不等式组

$$\begin{cases} \frac{3y-2}{2} \leq y-1 \\ y+3 > a \end{cases} \text{ 有解，则所有满足条件的整数 } a \text{ 的值之和是_____}.$$

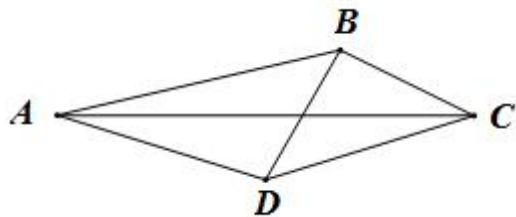
15. 如图，在等腰直角三角形 ABC 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = \sqrt{2}$ ，边 AB 绕点 A 逆时针旋转 135° 至线段 AD 的位置，点 M, N 分别为直线 BC, AC 上的动点.



(1) DN 的最小值为_____;

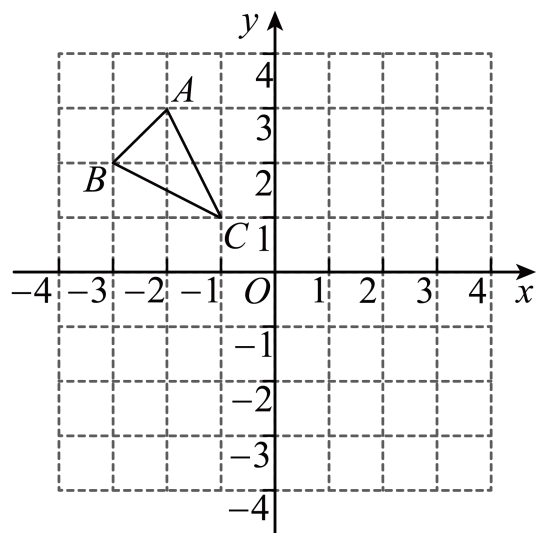
(2) $AM + DM$ 的最小值为_____.

16. 已知： $AD = CD$ ， $BD = BC$ ， $\angle BAD = 30^\circ$ ， $\angle BCA = 18^\circ$ ，则 $\angle BDC$ 的度数为_____.



三、解答题

17. $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示.



(1) 将 $\triangle ABC$ 先向下平移 4 个单位长度, 再向右平移 3 个单位长度, 画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$,

并写出顶点 A_1 , B_1 , C_1 的坐标;

(2) 将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 后得到的图形 $\triangle A_2B_2C_2$, 请画出 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 计算 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (1) 已知一次函数 $y = kx - 1$ 的图象经过点 $(1, 0)$, 求此一次函数的表达式;

(2) 已知 $P = \frac{2a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a + b}$ ($a \neq \pm b$), 若点 (a, b) 在 (1) 中的一次函数 $y = kx - 1$ 的图象上, 化简并求 P 的值.

19. (1) 计算: $(\sqrt{48} - \sqrt{75}) \times \sqrt{1\frac{1}{3}}$;

(2) 化简: $\left(\frac{a}{a+1} - \frac{1}{a^2 + a}\right) \div \left(\frac{a^2 + 1}{2a} - 1\right)$;

(3) 解方程: $\frac{1}{x-3} + 2 = \frac{x-4}{3-x}$.

20. 阅读下列材料:

已知 $x - y = 2$, 且 $x > 1$, $y < 0$, 试确定 $x + y$ 的取值范围.

解：∵ $x - y = 2$ ，且 $x > 1$ ，∴ $y + 2 > 1$ ，即 $y > -1$ 。

又∵ $y < 0$ ，∴ $-1 < y < 0$ 。①同理，得 $1 < x < 2$ 。②

由①+②，得 $-1+1 < y+x < 0+2$ 。∴ $x+y$ 的取值范围是 $0 < x+y < 2$ 。

请按照上述方法，解决下列问题：

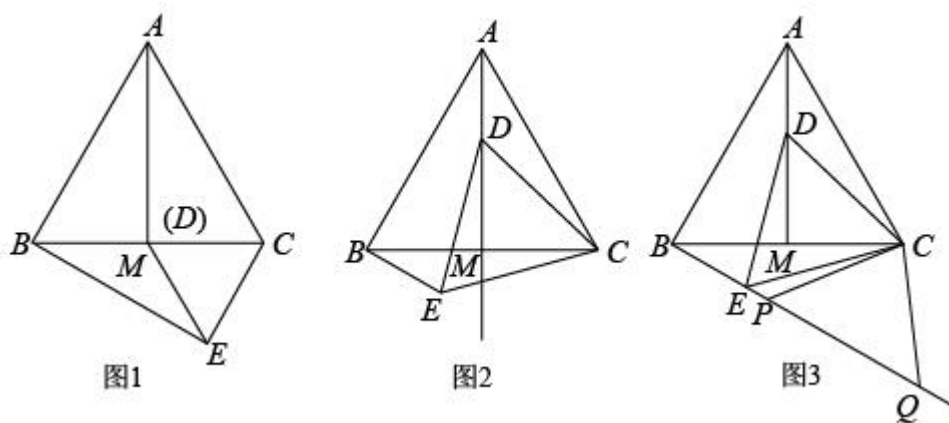
已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 5 - 3a \end{cases}$ 的解都为非负数。

(1)求 a 的取值范围；

(2)已知 $2a - b = -1$ ，求 $a + b$ 的取值范围；

(3)已知 $a - b = m$ ，若 $\frac{1}{2} < m < 1$ ，且 $b \leq 1$ ，求 $a + b$ 的取值范围（用含 m 的代数式表示）。

21. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， M 为 BC 边上的中点， D 是射线 AM 上的一个动点，以 CD 为边且在 CD 的下方作等边 $\triangle CDE$ ，连接 BE 。



(1)填空：若 D 与 M 重合时（如图 1） $\angle CBE =$ 度；

(2)如图 2，当点 D 在线段 AM 上时（点 D 不与 A 、 M 重合），请判断（1）中的结论否成立？并说明理由；

(3)在（2）的条件下，如图 3，若点 P 、 Q 在 BE 的延长线上，且 $CP = CQ = 4$ ， $AM = 3\sqrt{3}$ ，试求 PQ 的长。

22. 阅读下列材料：

∵ $(x+3)(x-2) = x^2 + x - 6$ ，∴ $(x^2 + x - 6) \div (x-2) = x+3$ 。这说明 $x^2 + x - 6$ 能被 $(x-2)$ 整除，

同时也说明多项式 $x^2 + x - 6$ 有一个因式为 $(x-2)$ ，且当 $x = 2$ 时，多项式 $x^2 + x - 6$ 的值为零。

解答下列问题：

(1)根据上面的材料猜想：多项式的值为零、多项式有因式 $(x-2)$ 、多项式能被 $(x-2)$ 整除，

这之间存在着一种什么样的联系？

(2)探究规律：一般地，如果一个关于字母 x 的多项式 M ，当 $x=k$ 时， M 的值为0，那么 M 与整式 $(x-k)$ 之间有何种关系？

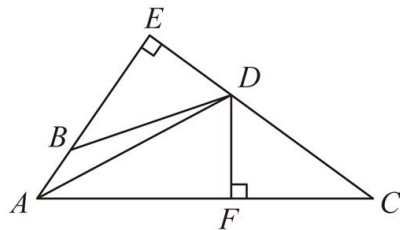
(3)应用：已知 $(x-2)$ 能整除 $x^2+kx-14$ ，求 k 的值。

23. 植树节是按照法律规定宣传保护树木，并组织动员群众积极参加以植树造林为活动内容的节日。某校在植树节时组织一批学生到校园周边共同种植一批树苗，如果每人种4棵，那么还剩下70棵树苗；如果每人种6棵，那么还少30棵树苗。

(1)求参加这次植树活动的学生人数和这批树苗的数量。

(2)在本次植树活动中，苗木基地提供的这批树苗只有甲、乙两种，其中甲种树苗每棵3元，乙种树苗每棵4元。若购买这批树苗的费用不超过1000元，则至少需要购买多少棵甲种树苗？

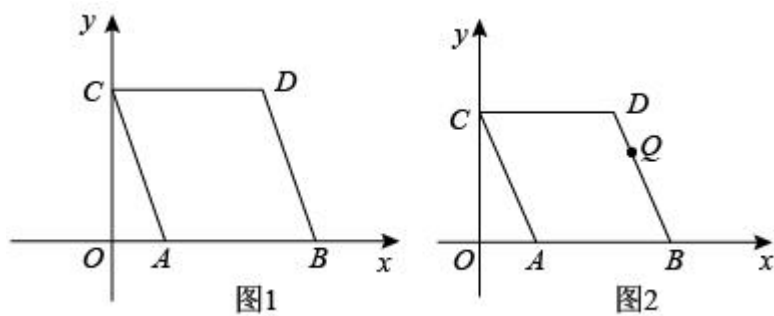
24. 如图， $BE=CF$ ， $DE \perp AB$ ，交 AB 的延长线于点 E ， $DF \perp AC$ 于点 F ，且 $DB=DC$ ，求证： AD 是 $\angle BAC$ 的平分线。



25. (1) 解不等式组：
$$\begin{cases} 6(x-2) > x+3 \\ \frac{4x-5}{3} - \frac{x}{2} \leq 1 \end{cases} ;$$

(2) 分解因式： $9a(x-y)+4b(y-x)$.

26. 如图1，在平面直角坐标系中，点 A, B 的坐标分别为 $(1, 0), (4, 0)$ ，现同时将点 A, B 分别向上平移3个单位长度，再向左平移1个单位长度，分别得到 A, B 的对应点 C, D ，连接 AC, BD, CD .



(1)点 C 的坐标为_, 点 D 的坐标为_;

(2) P 是 x 轴上(除去 B 点)的动点.

①连接 PC , BC , 使 $S_{\triangle PBC}=2S_{\triangle ABC}$, 求符合条件的 P 点坐标;

②如图 2, Q 是线段 BD 上一定点, 连接 PQ , 请直接写出 $\angle BPQ+\angle PQB$ 与 $\angle CDB$ 的数量关系.

《2025 年 1 月 10 日初中数学作业》参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	B	C	A	A	B	B	D	D

1. D

【分析】根据中心对称图形的性质得出图形旋转 180° ，与原图形能够完全重合的图形是中心对称图形，分别判断得出即可．

【详解】解：A．旋转 180° ，不能与原图形能够完全重合不是中心对称图形；故此选项错误；
B．旋转 180° ，不能与原图形能够完全重合不是中心对称图形；故此选项错误；
C．旋转 180° ，不能与原图形能够完全重合不是中心对称图形；故此选项错误；
D．旋转 180° ，与原图形能够完全重合是中心对称图形；故此选项正确；

故选：D．

【点睛】此题主要考查了中心对称图形的性质，根据中心对称图形的定义判断图形是解决问题的关键．

2. D

【分析】首先设多边形的边数为 n ，再根据多边形内角和公式可得方程 $180^\circ (n-2) = 1620^\circ$ ，再解即可．

【详解】解：设多边形的边数为 n ，由题意得：

$$180^\circ (n-2) = 1620^\circ,$$

$$\text{解得：} n=11,$$

故选：D．

【点睛】本题主要考查了多边形的内角与外角，关键是掌握多边形内角和定理： $(n-2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$) 且 n 为整数)．

3. B

【分析】按照解不等式的步骤移项、合并同类项、系数化 1，进行求解即可．

【详解】移项得， $x+3x \geq 2-1$ ，

合并同类项得， $4x \geq 1$ ，

化系数为 1 得， $x \geq \frac{1}{4}$ ．

故选：B．

【点睛】此题主要考查不等式的求解，熟练掌握，即可解题．

4. C

【分析】本题考查解不等式组，掌握在数轴上右边的数大于左边的数是解题的关键.

【详解】解：由题可得：
$$\begin{cases} -2x+1 < 0 \\ 1-x > 0 \end{cases},$$

解得 $\frac{1}{2} < x < 1$,

故选 C.

5. A

【分析】根据不等式组求出 a 的范围，然后再根据分式方程求出 a 的范围，从而确定的 a 的可能值.

【详解】解：由不等式组可知： $-3 \leq x < \frac{a-3}{3}$,

$\because x$ 有且只有 3 个整数解，则 3 个整数解为 -3, -2, -1,

$\therefore -1 < \frac{a-3}{3} \leq 0$,

$\therefore 0 < a \leq 3$,

由分式方程可知： $x = \frac{4}{a+2}$ ，且 $\frac{4}{a+2} \neq 2$ ，

$\therefore a \neq 0$,

\because 关于 x 的分式方程有整数解，

$\therefore 4$ 能被 $a+2$ 整除，即 $a+2 = \pm 4$ 或 ± 2 或 ± 1 ，

$\because a$ 是整数，

$\therefore a = -1, -3, -4, -6, 2$;

$\because 0 < a \leq 3$,

$\therefore a = 2$,

\therefore 所有满足条件的整数 a 之和为 2，

故选：A.

【点睛】本题考查学生的计算能力以及推理能力，解题的关键是根据不等式组以及分式方程求出 a 的范围，本题属于中等题型.

6. A

【分析】根据全等三角形的判定定理逐一判断即可求解.

【详解】解： $\because AC = BD$ ，而 AB 为公共边，

∴当 $\angle C = \angle D$ ，根据“SSA”不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ，故 A 符合题意；

当 $\angle BAC = \angle ABD$ 时，根据“SAS”可判断 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ，故 B 不符合题意；

当 $AE = BE$ 时，则 $\angle BAC = \angle ABD$ ，根据“SAS”可判断 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ，故 C 不符合题意；

当 $CE = DE$ 时，则 $AE = BE$ ，所以 $\angle BAC = \angle ABD$ ，根据“SAS”可判断 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ，故 D 不符合题意，

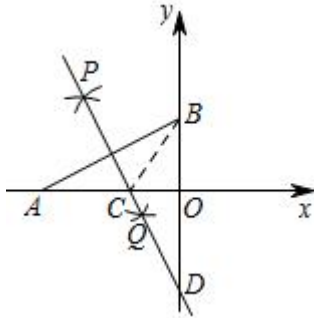
故选 A.

【点睛】本题考查了三角形的全等判定，熟练掌握其判定定理是解题的关键.

7. B

【分析】连接 BC ，如图，先利用勾股定理计算出 $OA=8$ ，再由作法得 $CA=CB$ ，利用勾股定理得到 $OC^2+4^2=(8-OC)^2$ ，然后求出 OC 得到 C 点坐标.

【详解】解：连接 BC ，如图，



∵ $B(0, 4)$,

∴ $OB=4$,

在 $Rt\triangle ABO$ 中， $OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - 4^2} = 8$,

由作法得 PQ 垂直平分 AB ,

∴ $CA=CB$,

在 $Rt\triangle BOC$ 中， $BC=AC=OA-OC=8-OC$,

∴ $OC^2+4^2=(8-OC)^2$,

∴ $OC=3$,

∴ C 点坐标为 $(-3, 0)$.

故选：B.

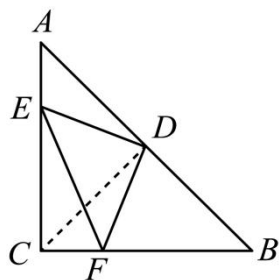
【点睛】本题考查了作图—基本作图：熟练掌握 5 种基本作图（作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线）. 也考查了线段垂直平分线的性质和勾股定理.

8. B

【分析】本题考查了全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的判定和性质；

连接 CD ，证明 $\triangle EDC \cong \triangle FDB$ (ASA)，可得 $S_{\triangle EDC} = S_{\triangle FDB}$ ，则 $\triangle EDF$ 的面积最小时， $\triangle CEF$ 的面积最大，此时 $CE = CF = \frac{1}{2}BC = 3$ ，然后利用三角形的面积公式计算即可。

【详解】解：连接 CD 。



$\because D$ 是 AB 中点，

$\therefore \angle CAB = \angle ABC = 45^\circ$ ， $AD = CD = BD$ ， $CD \perp AB$ ，

$\because \angle EDC + \angle CDF = 90^\circ$ ， $\angle CDF + \angle FDB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EDC = \angle FDB$ ，

在 $\triangle EDC$ 和 $\triangle FDB$ 中，

$$\begin{cases} \angle EDC = \angle FDB \\ CD = DB \\ \angle ECD = \angle B = 45^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle EDC \cong \triangle FDB$ (ASA)，

$\therefore S_{\triangle EDC} = S_{\triangle FDB}$ ，

$\therefore S_{\triangle ADE} + S_{\triangle FDB} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle EDC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ，

\therefore 当 $\triangle EDF$ 的面积最小时， $\triangle CEF$ 的面积最大，

\therefore 当 $DF \perp BC$ 时， $\triangle CEF$ 的面积最大，此时 $CE = CF = \frac{1}{2}BC = 3$ ， $S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$ 。

故选：B。

9. D

【分析】连接 AM ，设 BM 与 AC 交于 D ，由旋转性质可得 $\triangle ACM$ 是等边三角形，利用 SSS 可证明 $\triangle ABM \cong \triangle CBM$ ，可得 $\angle ABD = \angle CBD = 45^\circ$ ， $\angle AMD = \angle CMD = 30^\circ$ ，根据三角形内角和定理可得 $\angle ADB = \angle ADM = 90^\circ$ ，利用 $\angle AMD$ 和 $\angle ABD$ 三角函数即可求出 BD 和 MD 的长，

进而可得 BM 的长.

【详解】连接 AM, 设 BM 与 AC 交于 D,

$$\because AB=BC=\sqrt{2}, \angle ABC=90^\circ,$$

$$\therefore AC=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=2, \angle BAC=45^\circ,$$

$\because \triangle ABC$ 绕点 C 逆时针转 60° , 得到 $\triangle MNC$,

$$\therefore CM=AC=2, \angle ACM=60^\circ,$$

$\therefore \triangle ACM$ 是等边三角形,

$$\therefore AM=CM,$$

又 $\because AB=BC, BM=BM$,

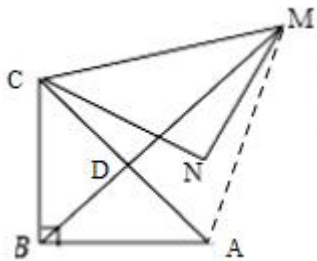
$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle CBM,$$

$$\therefore \angle ABD=\angle CBD=45^\circ, \angle AMD=\angle CMD=30^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB=180^\circ-45^\circ-45^\circ=90^\circ, \angle ADM=180^\circ-30^\circ-60^\circ=90^\circ,$$

$$\therefore BD=AB \cdot \cos 45^\circ=1, DM=AM \cdot \cos 30^\circ=\sqrt{3},$$

$$\therefore BM=BD+DM=1+\sqrt{3}.$$



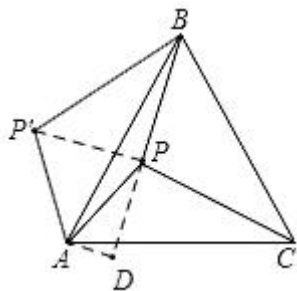
故选 D.

【点睛】本题考查了旋转的性质、等边三角形的判定及锐角三角函数的定义, 旋转前后两图形全等; 对应点到旋转中心的距离相等; 对应点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角. 熟练掌握相关性质的定义是解题关键.

10. D

【分析】由已知 $\triangle PAC$ 绕点 A 逆时针旋转后, 得到 $\triangle P'AB$, 可得 $\triangle PAC \cong \triangle P'AB$, $PA=P'A$, 旋转角 $\angle P'AP=\angle BAC=60^\circ$, 所以 $\triangle APP'$ 为等边三角形, 即可求得 PP' , 由勾股定理逆定理可求 $\triangle PP'B$ 是直角三角形, $AP^2+BP^2=CP^2$, 可得 $\angle P'PB=90^\circ$, 可得 $\angle APB=150^\circ$, 过点 A 作 AD 垂直 BP 于点 D, 算出 AD 、 PD , 再用勾股定理算出 AB , 然后用公式直接求出面积.

【详解】解: 连接 PP' , 过点 A 作 $AD \perp BP$ 于点 D, 如图,



由旋转性质可知， $\triangle APC \cong \triangle AP'B$ ，

$$\therefore AP = AP', P'B = PC = 10,$$

$$\because \angle P'AP = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle APP'$ 是等边三角形，

$$\therefore PP' = AP = 6, \text{ 故①正确；}$$

$$\because PB = 8,$$

$$\therefore P'B^2 = PB^2 + PP'^2,$$

$\therefore \triangle PP'B$ 是直角三角形， $AP^2 + BP^2 = CP^2$ ，故②正确

$$\therefore \angle P'PB = 90^\circ,$$

$$\because \angle P'PA = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 150^\circ, \text{ 故③正确；}$$

$$\therefore \angle APD = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2} AP = 3, PD = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore BD = 8 + 3\sqrt{3},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } AB^2 = AD^2 + BD^2 = 100 + 48\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = 36 + 25\sqrt{3}, \text{ 故④正确.}$$

故选 D.

【点睛】本题主要考查了旋转变换的性质、勾股定理及其逆定理、特殊角的三角函数、解直角三角形、等边三角形判定与性质、等边三角形的面积公式等知识点，难度较大．通过旋转的性质得出 $\triangle APP'$ 为等边三角形以及 $\triangle PP'B$ 是直角三角形是解答本题的第一个关键；在得出 $\angle APB$ 为 150° 之后，“将特殊角或其补角放入直角三角形当中”是解答本题的第二个关键．

11. 解：当以 BC 为对角线时，

$$CD = AB = 5,$$

$$\therefore D_1(9,6);$$

当以 AC 为对角线时,

$$CD = AB = 5,$$

$$\therefore D_2(-1,6);$$

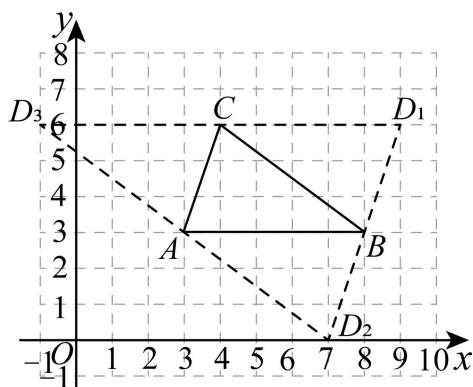
当以 AB 为对角线时,

$$AD = BC = \sqrt{(8-3)^2 + (3-6)^2} = 5,$$

$$\therefore D_3(7,0),$$

综上所述, 点 D 的坐标是 $(-1,6)$, $(7,0)$, $(9,6)$,

故答案为: $(-1,6)$, $(7,0)$, $(9,6)$.



$$12. (-1,-1)$$

【分析】此题主要考查了坐标与图形变化—平移, 根据平移的方法结合平移中点的坐标变换规律: 横坐标右移加, 左移减; 纵坐标上移加, 下移减, 可以直接算出平移后点的坐标.

【详解】解: 点 $P(-3,2)$ 先向右平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位后, 则点 Q 的坐标为 $(-3+2, 2-3)$ 即 $(-1,-1)$.

故答案为: $(-1,-1)$.

$$13. 60^\circ$$

【分析】由正六边形的性质得出 $\angle BAF = \angle CBA = 120^\circ$, $AF = BA = BC$, 由等腰三角形的性质得出 $\angle AFB = \angle BAC = 30^\circ$, 求出 $\angle OAF = 90^\circ$, 即可求出 $\angle AOF$ 的度数.

【详解】解: \because 六边形 $ABCDEF$ 是正六边形,
 $\therefore \angle BAF = \angle CBA = 120^\circ$, $AF = BA = BC$,

$$\therefore \angle AFB = \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OAF = \angle BAF - \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOF = 90^\circ - \angle AFB = 60^\circ.$$

故答案为：60°.

【点睛】本题考查了正六边形的性质，等腰三角形的性质，三角形的内角和定理，明确正六边形的每条边相等，每个角相等是解答此题的关键.

$$14. \text{ 解: } \frac{ax-3}{x-2} + 1 = \frac{3x-1}{2-x},$$

$$\text{两边同时乘}(x-2)\text{得: } ax-3+x-2=1-3x,$$

$$(a+4)x=6,$$

$$\therefore x = \frac{6}{a+4},$$

\therefore 该分式方程的解为正数,

$$\therefore a+4 > 0, \quad a+4 \neq 3,$$

$$\therefore a > -4, \text{ 且 } a \neq -1;$$

$$\therefore \text{关于 } y \text{ 的元一次不等式组 } \begin{cases} \frac{3y-2}{2} \leq y-1 \text{ ①} \\ y+3 > a \text{ ②} \end{cases} \text{ 有解,}$$

$$\text{由①得: } y \leq 0,$$

$$\text{由②得: } y > a-3,$$

$$\therefore a-3 < 0,$$

$$\therefore a < 3,$$

综上可得: $-4 < a < 3$, 且 $a \neq -1$,

\therefore 满足条件的所有整数 a 为: $-3, -2, 0, 1, 2$,

\therefore 它们的和为 $-3-2+0+1+2 = -2$.

故答案为: -2 .

15. 解: (1) 根据根据垂线段最短, 当 $DN \perp AC$ 时 DN 最小, 此时, $\angle AND = 90^\circ$,

由旋转性质得 $AD = AB = \sqrt{2}$, $\angle BAD = 135^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

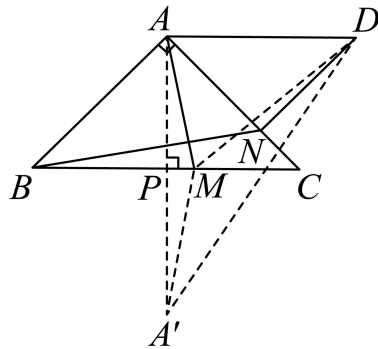
$$\therefore \angle DAC = \angle BAD - \angle BAC = 45^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AND \text{ 是等腰直角三角形, 则 } DN = \frac{\sqrt{2}}{2} AD = 1,$$

故 DN 的最小值为 1,

故答案为: 1;

(2) 如图, 作点 A 关于 BC 的对称点 A' , 连接 DM , $A'M$, $A'D$, AA' , 则 $AM + DM = A'M + DM \geq A'D$, 当 A' 、 M 、 D 共线时取等号,



\because 在等腰直角三角形 ABC 中, $AB = AC = \sqrt{2}$, $\angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 45^\circ$,

设 AA' 与 BC 交点为 P , 则 $AP \perp BC$,

$\therefore \text{Rt}\triangle ABP$ 为等腰直角三角形,

$\therefore AP = BP = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = 1$,

$\because \angle DAC = \angle ACB = 45^\circ$,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore AP \perp AD$,

在 $\text{Rt}\triangle A'AD$ 中, $AA' = 2AP = 2$, $AD = \sqrt{2}$,

$\therefore A'D = \sqrt{AA'^2 + AD^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$,

故 $AM + DM$ 的最小值为 $\sqrt{6}$,

故答案为: $\sqrt{6}$

16. 39°

解: 作点 D 关于 AB 的对称点 E , 连接 AE 、 BE , 如图,

则 $AE = AD$, $BE = BD$, $\angle BAE = \angle BAD = 30^\circ$,

$\therefore \angle DAE = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形,

$\therefore AD = DE$, $\angle ADE = 60^\circ$,

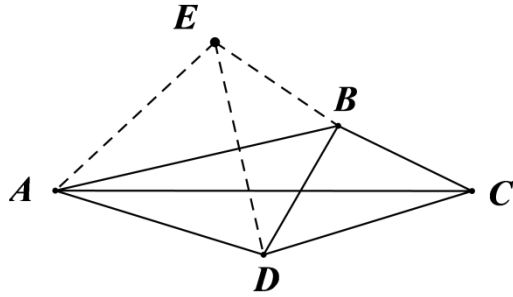
$$\because AD = CD, \quad BD = BC,$$

$$\therefore DE = DC, \quad BE = BC,$$

$$\text{又} \because DB = DB,$$

$$\therefore \triangle DBE \cong \triangle DBC \quad (\text{SSS}),$$

$$\therefore \angle EDB = \angle CDB,$$



$$\text{设} \angle ACD = x,$$

$$\because AD = CD, \quad \therefore \angle DAC = \angle ACD = x,$$

$$\therefore \angle BCD = x + 18^\circ,$$

$$\because BD = BC,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BCD = x + 18^\circ = \angle EDB,$$

$$\therefore \angle ADC = 60^\circ + 2\angle BDC = 60^\circ + 2(x + 18^\circ) = 2x + 96^\circ,$$

$$\text{在} \triangle ADC \text{ 中, } \because \angle DAC + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ,$$

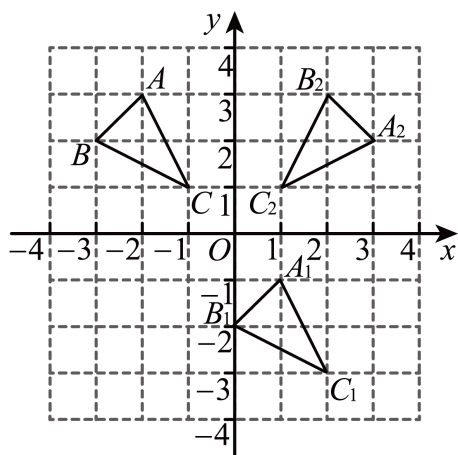
$$\therefore x + x + 2x + 96^\circ = 180^\circ, \quad \text{解得: } x = 21^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = 21^\circ + 18^\circ = 39^\circ;$$

故答案为: 39° .

17. (1) 利用点平移的坐标变换规律得 $A_1(1, -1)$, $B_1(0, -2)$, $C_1(2, -3)$,

描点连线得 $\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示;



(2) 利用点旋转的坐标变换规律得 $A_2(3,2)$, $B_2(2,3)$, $C_2(1,1)$,

描点连线得 $\triangle A_2B_2C_2$ 如图所示;

$$(3) S_{\triangle ABC} = 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1.5.$$

$$18. (1) y = x - 1; (2) \frac{1}{a-b}, 1.$$

解: (1) \because 一次函数 $y = kx - 1$ 的图象经过点 $(1,0)$

$$\therefore k - 1 = 0$$

解得: $k = 1$

\therefore 一次函数的表达式为: $y = x - 1$;

$$\begin{aligned} (2) P &= \frac{2a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a + b} (a \neq \pm b) \\ &= \frac{2a}{(a-b)(a+b)} - \frac{(a-b)}{(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{2a - a + b}{(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{a+b}{(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{1}{a-b} \end{aligned}$$

\because 点 (a,b) 在一次函数 $y = x - 1$ 的图象上,

$$\therefore b = a - 1$$

$$\therefore a - b = 1$$

$$\therefore P = \frac{1}{a-b} = 1$$

19. (1) -2 ; (2) $\frac{2}{a-1}$; (3) 无解

解: (1) $(\sqrt{48}-\sqrt{75})\times\sqrt{1\frac{1}{3}}$

$$=\sqrt{48}\times\sqrt{\frac{4}{3}}-\sqrt{75}\times\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$=\sqrt{64}-\sqrt{100}$$

$$=8-10$$

$$=-2;$$

$$(2) \left(\frac{a}{a+1}-\frac{1}{a^2+a}\right)\div\left(\frac{a^2+1}{2a}-1\right)$$

$$=\frac{a^2-1}{a(a+1)}\div\frac{a^2+1-2a}{2a}$$

$$=\frac{(a+1)(a-1)}{a(a+1)}\cdot\frac{2a}{(a-1)^2}$$

$$=\frac{2}{a-1};$$

$$(3) \frac{1}{x-3}+2=\frac{x-4}{3-x},$$

方程两边同乘 $(x-3)$, 得

$$1+2(x-3)=-(x-4),$$

解得: $x=3$,

检验: 当 $x=3$ 时, $x-3=0$,

$\therefore x=3$ 是增根, 原分式方程无解.

20. (1) $\frac{3}{2}\leq a\leq 2$;

(2) $\frac{11}{2}\leq a+b\leq 7$;

(3) $3-m\leq a+b\leq 3$.

【详解】解: (1) 解方程组 $\begin{cases} 2x+y=1, \\ x-y=5-3a, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=2-a, \\ y=2a-3, \end{cases}$

\because 方程组的解都为非负数, $\therefore\begin{cases} 2-a\geq 0, \\ 2a-3\geq 0, \end{cases}$ 解得 $\frac{3}{2}\leq a\leq 2$.

(2) $\because 2a-b=-1$, $\therefore a=\frac{b-1}{2}$, $\therefore\frac{3}{2}\leq\frac{b-1}{2}\leq 2$, 解得 $4\leq b\leq 5$.

$$\because \frac{3}{2} \leq a \leq 2, \therefore \frac{11}{2} \leq a+b \leq 7.$$

$$(3) \because a-b=m, \frac{3}{2} \leq a \leq 2, \therefore \frac{3}{2} \leq m+b \leq 2, \text{ 即 } \frac{3}{2}-m \leq b \leq 2-m.$$

$$\because b \leq 1, \frac{1}{2} < m < 1, \therefore \frac{3}{2}-m \leq b \leq 1, \therefore 3-m \leq a+b \leq 3.$$

21.

(1) 解: \because 在等边 $\triangle ABC$ 中, M 为 BC 边上的中点, D 与 M 重合,

$$\therefore BD=CD,$$

$\because \triangle CDE$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle CDE=60^\circ, CD=DE,$$

$$\therefore BD=DE,$$

$$\therefore \angle BED=\angle DBE,$$

$$\text{又} \because \angle BED+\angle DBE=\angle CDE=60^\circ,$$

$$\therefore \angle DBE=30^\circ, \text{ 即 } \angle CBE=30^\circ,$$

故答案为: 30.

(2) 解: (1)中结论成立. 理由如下:

$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 均为等边三角形,

$$\therefore AC=BC, CD=CE, \angle ACB=\angle DCE=60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD+\angle DCB=\angle DCB+\angle BCE=60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD=\angle BCE.$$

在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACD=\angle BCE, \\ CD=CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE \text{ (SAS)},$$

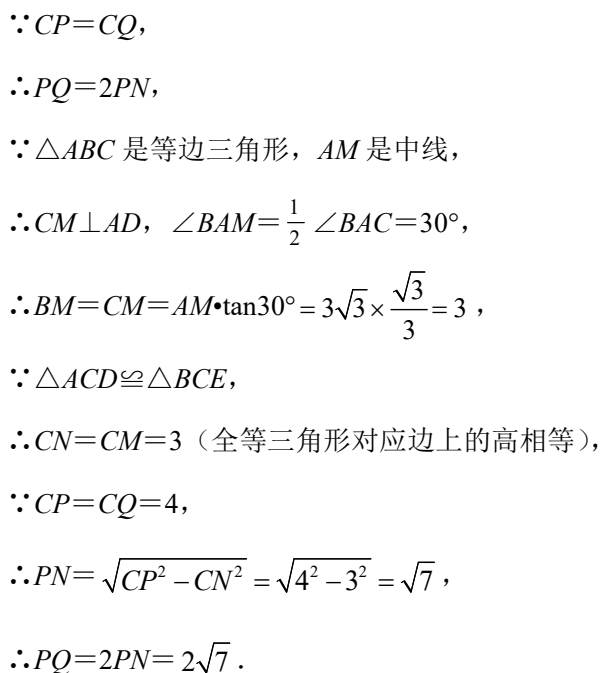
$$\therefore \angle CAD=\angle CBE,$$

\because 在等边 $\triangle ABC$ 中, M 是 BC 中点.

$$\therefore \angle CAD=\frac{1}{2} \angle BAC=30^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE=30^\circ.$$

(3) 解: 如图, 过点 C 作 $CN \perp BQ$ 于点 N ,



(2) M 能被 $(x-k)$ 整除

(3) k 的值为 5

23.

(1) 解：参加这次植树活动的学生人数为 x 人，这批树苗的数量为 y 棵，由题意得：

$$\begin{cases} 4x = y - 70 \\ 6x = y + 30 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x = 50 \\ y = 270 \end{cases}$,

答：参加这次植树活动的学生人数为 50 人，这批树苗的数量为 270 棵；

(2) 解：设需要购买 m 棵甲种树苗，则需要购买 $(270-m)$ 棵乙种树苗，

由题意得： $3m + 4(270-m) \leq 1000$ ，

解得： $m \geq 80$ ，

又 $\because m$ 是正整数，

$\therefore m$ 的最小值为 80，

答：至少需要购买 80 棵甲种树苗.

24. 证明见解析

【分析】先根据全等三角形的判定定理得出 $\text{Rt}\triangle BDE \cong \text{Rt}\triangle CDF$ ，进而得出 $DE = DF$ ，由角平分线的判定即可得证.

【详解】证明： $\because DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，

$\therefore \angle BED = \angle CFD = 90^\circ$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle BDE$ 与 $\text{Rt}\triangle CDF$ 都是直角三角形，

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 和 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中，

$$\begin{cases} BD = CD \\ BE = CF \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle BDE \cong \text{Rt}\triangle CDF (\text{HL})$ ，

$\therefore DE = DF$ ，

$\therefore AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线.

25. (1) $3 < x \leq \frac{16}{5}$ ； (2) $(x-y)(9a-4b)$

$$\text{解：(1)} \begin{cases} 6(x-2) > x+3 \text{ ①} \\ \frac{4x-5}{3} - \frac{x}{2} \leq 1 \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得： $x > 3$ ，

解不等式②得： $x \leq \frac{16}{5}$ ，

\therefore 不等式组的解集为： $3 < x \leq \frac{16}{5}$

$$(2) 9a(x-y) + 4b(y-x)$$

$$= 9a(x-y) - 4b(x-y)$$

$$=(x-y)(9a-4b).$$

26. (1) 解: 根据平移可知: $C(0, 3), D(3, 3)$.

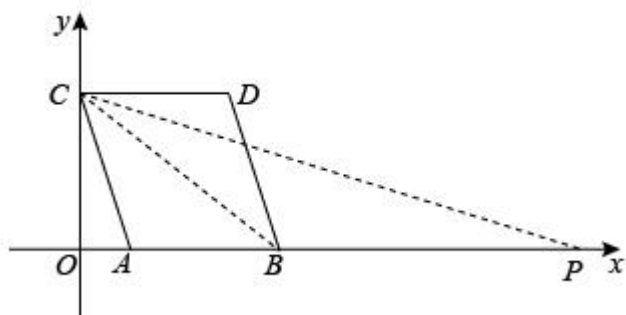
故答案为: $C(0, 3), D(3, 3)$;

(2) ① $\because AB=3, CO=3$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CO = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2},$$

设 P 点坐标为 $(m, 0)$,

(a) 当点 P 在点 B 右侧时, $BP=m-4$,

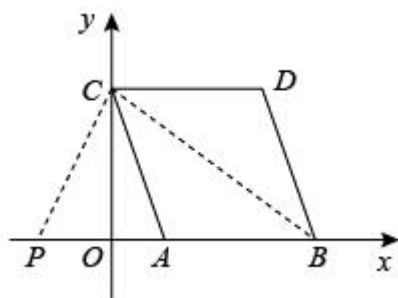


$$\therefore S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} \times (m-4) \times 3 = \frac{9}{2} \times 2,$$

解得 $m=10$,

$\therefore P$ 点坐标为 $(10, 0)$;

(b) 当点 P 在点 B 左侧时, $BP=4-m$,



$$S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} \times (4-m) \times 3 = \frac{9}{2} \times 2,$$

解得 $m=-2$,

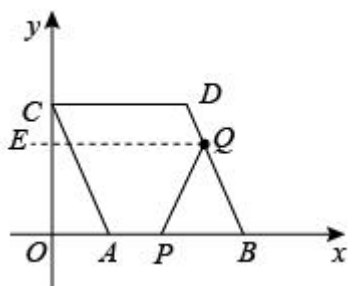
P 点坐标为 $(-2, 0)$.

综上所述, P 点坐标为 $(10, 0)$ 或 $(-2, 0)$;

② $\angle BPQ + \angle PQB = \angle CDB$ 或 $\angle BPQ + \angle PQB + \angle CDB = 180^\circ$.

理由如下:

如图, 当点 P 在点 B 左侧 ($m < 4$) 时, 过点 Q 作 $QE \parallel AB$, 则 $\angle EQP = \angle BPQ$,



$$\because C(0, 3), D(3, 3),$$

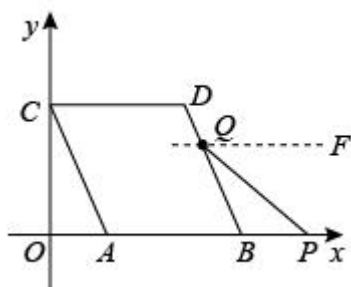
$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore CD \parallel EQ,$$

$$\therefore \angle EQB = \angle CDB,$$

$$\therefore \angle BPQ + \angle PQB = \angle CDB;$$

如图，当点 P 在点 B 右侧 ($m > 4$) 时，过点 Q 作 $QF \parallel AB$,



$$\text{则 } \angle PQF = \angle BPQ, \angle BQF = \angle ABD,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle CDB + \angle ABD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BQF + \angle CDB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BPQ + \angle PQB + \angle CDB = 180^\circ.$$

综上所述， $\angle BPQ + \angle PQB$ 与 $\angle CDB$ 的数量关系为 $\angle BPQ + \angle PQB = \angle CDB$ 或 $\angle BPQ + \angle PQB + \angle CDB = 180^\circ$.