Ahora que hemos discutido y solucionado un modelo SIR:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta(S \times I) \quad [1]$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta(S \times I) - \mu I \quad [2]$$

$$\frac{dR}{dt} = \mu I \quad [3]$$

Estamos listos para:

1. Dar unos comentarios adicionales para identificar en qué momento una epidemia puede alcanzar su pico de contagios y decaer a partir de entonces.
2. Dar el paso siguiente a un modelo que considera un compartimiento adicional que corresponderá a los individuos que fallecen por causa de la epidemia.

Número básico de reproducción

Matemáticamente hablando, para garantizar que en algún momento el número de contagios empiece a reducirse debe cumplirse que la tasa de crecimiento de ***I*** sea negativa, es decir:

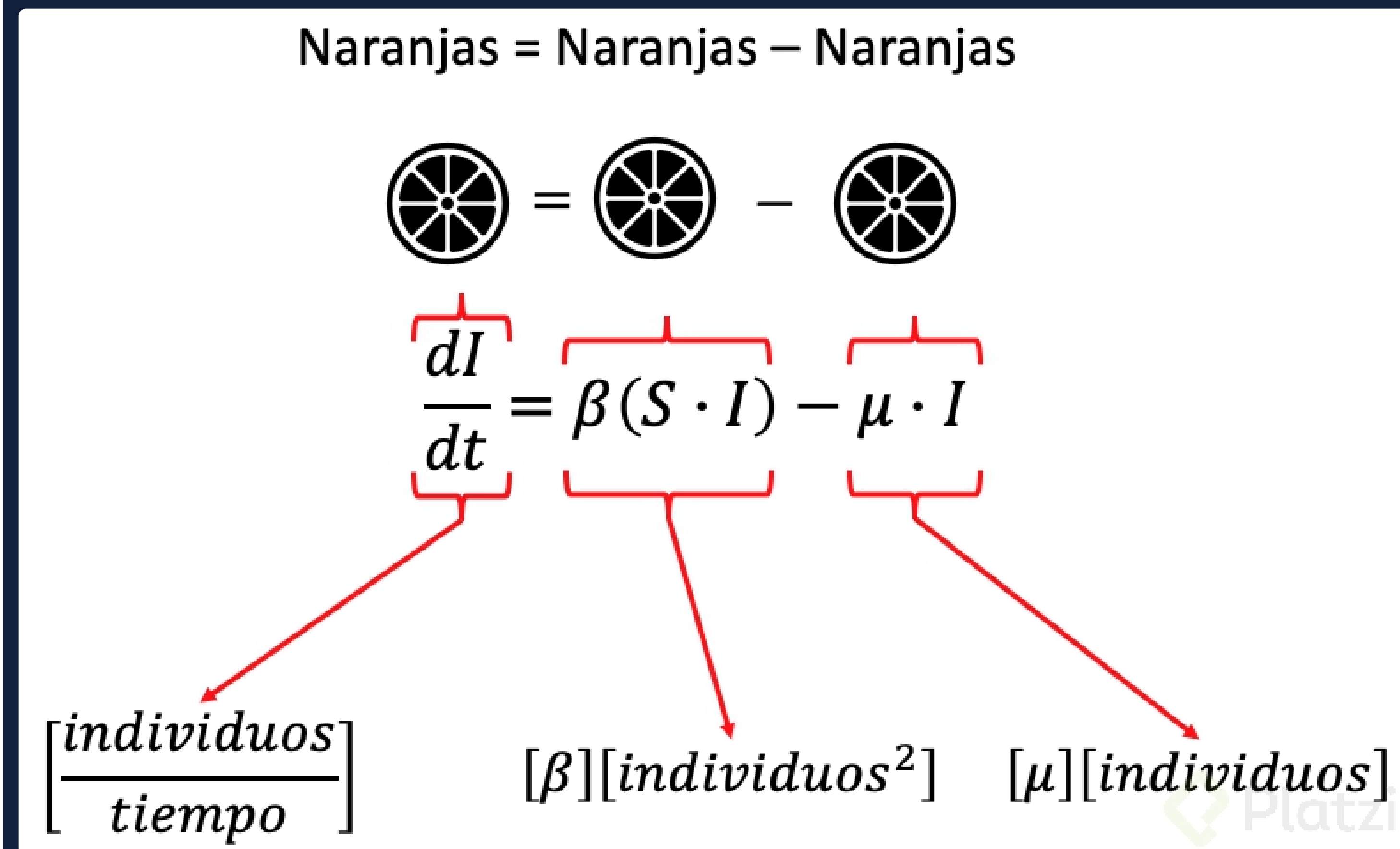
$$\frac{dI}{dt} < 0$$

Y esto sucederá cuando tengamos que el otro lado de la ecuación [2] también cumpla esa condición:

$$\beta(S \times I) - \mu I = (\beta S - \mu) I < 0$$

Como el número de infectados nunca puede ser negativo, esto se reduce a decir que $\boldsymbol{\beta S - \mu < 0}$. Aquí vemos un inconveniente con esta desigualdad y es que los parámetros de nuestro modelo deben tener unidades de [1/*tiempo*] pues reflejan una tasa de propagación. Es decir, puestas así se interpretan como el inverso del tiempo que demora en aparecer o desaparecer un nuevo infectado.

Para ver porqué esto es un inconveniente, haremos un análisis dimensional sobre la ecuación [2], el propósito de esto es garantizar que todos los factores de una igualdad matemática tengan las mismas unidades, o dicho de forma simple, que uno esté restando o sumando naranjas con naranjas, ya que no tiene sentido comparar objetos diferentes. Esto sería como decir tengo 3 naranjas y me como 2 piñas, entonces me queda ahora solo 1 manzana:



Para garantizar que todos los términos de mi ecuación son naranjas veo que debe cumplirse que:

$$[\beta] = \left[\frac{1}{tiempo \times individuos}\right]$$

$$[\mu] = \left[\frac{1}{tiempo}\right]$$

Y vemos que μ si tiene las unidades adecuadas, pero ***β*** no, por esto es común que en epidemiología se normalice el término ***β (S - I)*** por ***β (S/N - I)*** de manera que, ahora que dividimos ***S*** por la población total, esto queda en un número que llamamos adimensional, pues ahí estamos dividiendo *individuos/individuos* y se cancelan las unidades. El resultado es que esto cambia el valor de nuestro parámetro ***β*** por un factor constante, y esto se puede hacer sin perder generalidad en el modelo. Así, el sistema ahora queda:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta\left(\frac{S}{N} \times I\right) \quad [4]$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta\left(\frac{S}{N} \times I\right) - \mu I \quad [5]$$

$$\frac{dR}{dt} = \mu I \quad [6]$$

Y de esto ya tenemos que ambos parámetros tienen las mismas unidades, pero ahora la condición para garantizar reducción en el número de infectados cambia de ***βS - μ < 0*** a:

$$\beta\left(\frac{S}{N}\right) - \mu < 0$$

O mejor:

$$S < \frac{N}{R_0} \quad [7]$$

Donde hemos definido $R_0 = \beta / \mu$ y esta cantidad se llama el número básico de reproducción. Este número se interpreta como el número promedio de personas que infecta un individuo infectado, por cada unidad de tiempo. Entonces:

1. Si $R_0 < 1$, la desigualdad [7] nos dice que es imposible que el virus se propague. Por ejemplo, si $N=100$ y $R_0 = 0.8$, entonces $S < 125$, lo cual sucede desde el principio porque asumimos que el número de susceptibles es igual a N desde el inicio y eso implica que la curva no podrá crecer nunca.
2. ***Si*** $R_0 > 1$, la desigualdad [7] nos dice que el virus se puede propagar pero eventualmente podrá empezar a decaer. Por ejemplo, si $N = 100$ y $R_0 = 2$, entonces $S < 50$, lo cual quiere decir que la curva de infectados habrá alcanzado su máximo cuando la mitad de la población haya sido infectada.

Reto: Modifica el notebook de la clase pasada para que en la clase ***SIR_model()*** consideremos las nuevas ecuaciones [4], [5] y [6]. Luego, haz dos simulaciones: una con $R_0 < 1$ y otra con $R_0 > 1$. Observa y analiza el resultado de cada simulación, publica tus resultados en la sección de comentarios. ¿Coincide el resultado con lo discutido previamente en esta clase?