

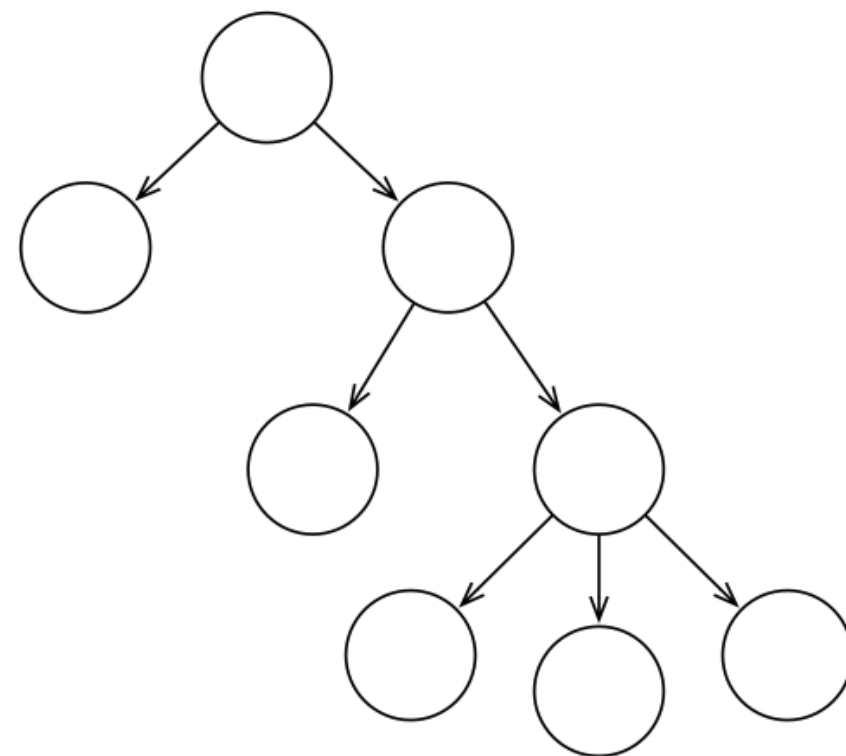
ESTRUTURA DE DADOS

MÓDULO 07 | AULA 05



ÁRVORES

Árvores são estruturas de dados hierárquicas. Basicamente, árvores são formadas por um conjunto de elementos, os quais chamamos nodos (ou vértices) conectados de forma específica por um conjunto de arestas. Um dos nodos, que dizemos estar no nível 0, é a raiz da árvore, e está no topo da hierarquia. A raiz está conectada a outros nodos, que estão no nível 1, que por sua vez estão conectados a outros nodos, no nível 2, e assim por diante.

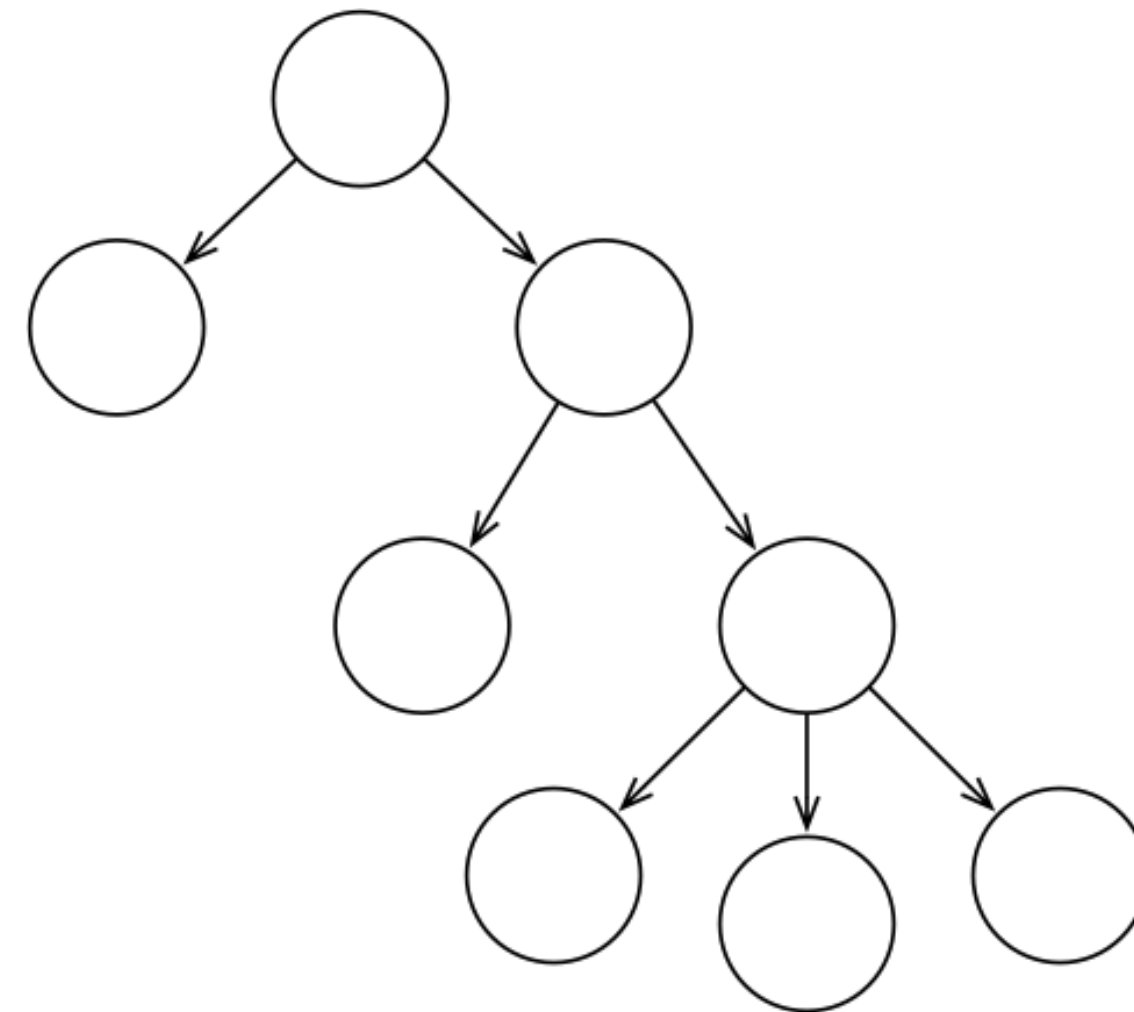


As conexões entre os nodos de uma árvore seguem uma nomenclatura genealógica. Um nodo em um dado nível está conectado a seus filhos (no nível abaixo) e a seu pai (no nível acima). A raiz da árvore, que está no nível 0, possui filhos mas não possui pai.

Árvores podem ser desenhadas de muitas formas, mas a convenção em Computação é desenhá-las com a raiz no topo, apesar de isso ser um pouco contra-intuitivo de acordo com nossa noção de árvore do cotidiano.

ÁRVORES BINÁRIAS

Árvores binárias são árvores nas quais cada nodo pode ter no máximo dois filhos, conforme mostrado na figura abaixo.



Uma árvore binária pode ser definida de forma recursiva, de acordo com o raciocínio a seguir. A raiz da árvore possui dois filhos, um à direita e outro à esquerda, que por sua vez são raízes de duas sub-árvores. Cada uma dessas sub-árvores possui uma sub-árvore esquerda e uma sub-árvore direita, seguindo esse mesmo raciocínio.

ÁRVORES BINÁRIAS

Representação de Árvores Binárias

Na prática, os nodos de uma árvore binária possuem um valor (chamado de chave) e dois apontadores, um para o filho da esquerda e outro para o filho da direita. Esses apontadores representam as ligações (arestas) de uma árvore.

```
class NodoArvore:
    def __init__(self, chave=None, esquerda=None, direita=None):
        self.chave = chave
        self.esquerda = esquerda
        self.direita = direita

    def __repr__(self):
        return '%s <- %s -> %s' % (self.esquerda and self.esquerda.chave,
                                    self.chave,
                                    self.direita and self.direita.chave)
```

```
raiz = NodoArvore(3)
raiz.esquerda = NodoArvore(5)
raiz.direita = NodoArvore(1)
print("Árvore: ", raiz)
```


ÁRVORES BINÁRIAS

Caminhamento em Árvores Binárias

caminhamento pre-ordem:

- visita nodo corrente
- visita filho da esquerda
- visita filho da direita

caminhamento em ordem:

- visita filho da esquerda
- visita nodo corrente
- visita filho da direita

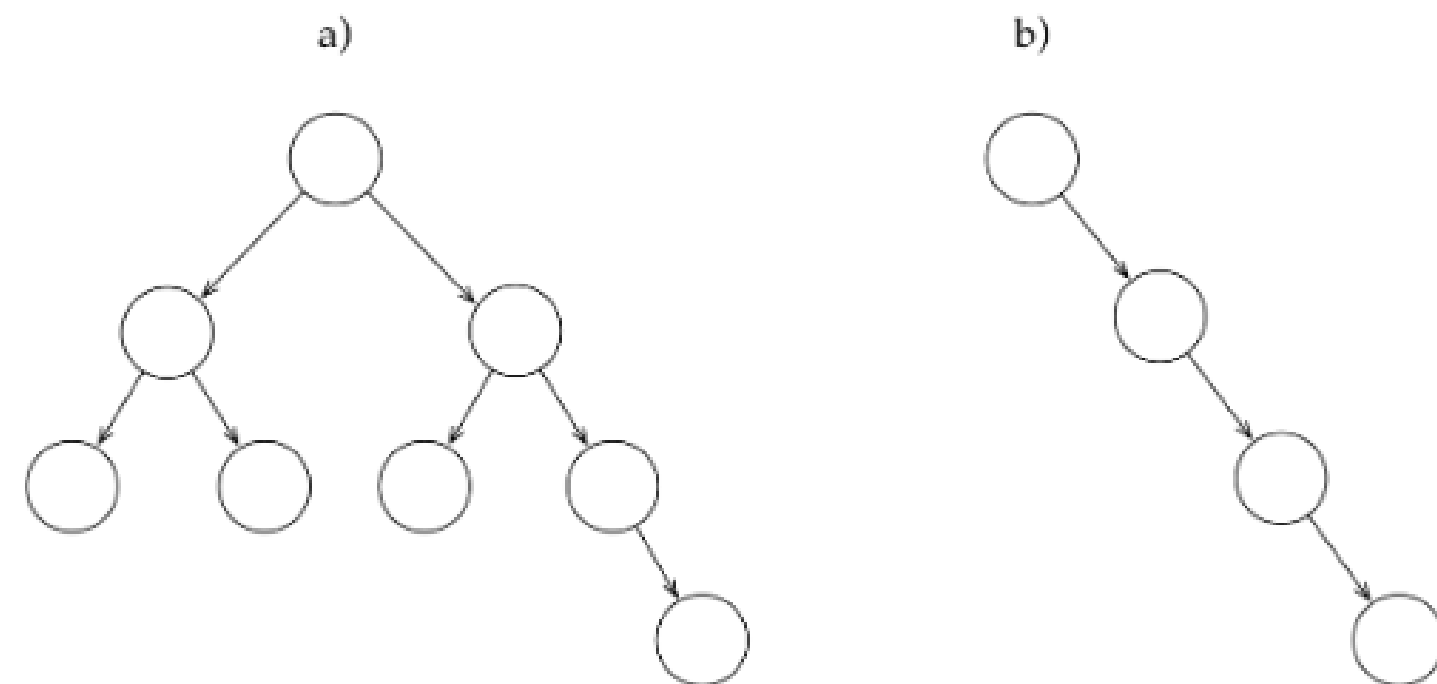
caminhamento pos-ordem:

- visita filho da esquerda
- visita filho da direita
- visita nodo corrente

ÁRVORES BINÁRIAS

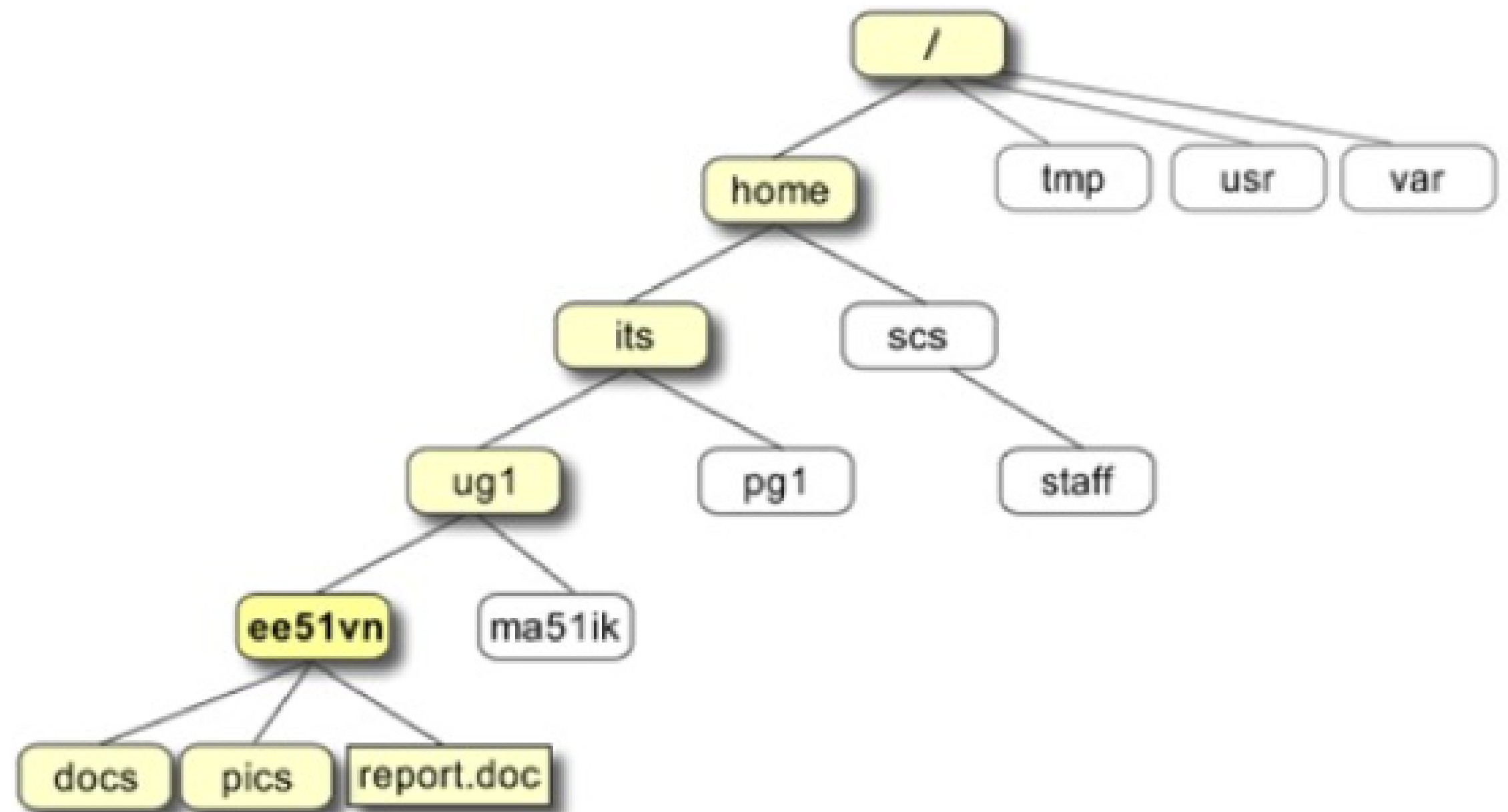
Definição: Uma árvore binária é balanceada se a diferença da profundidade de duas folhas quaisquer é no máximo 1. A profundidade de um nodo é o número de níveis da raiz até aquele nodo.

Na figura ao lado, a árvore a) é balanceada, e a árvore b) não é balanceada.

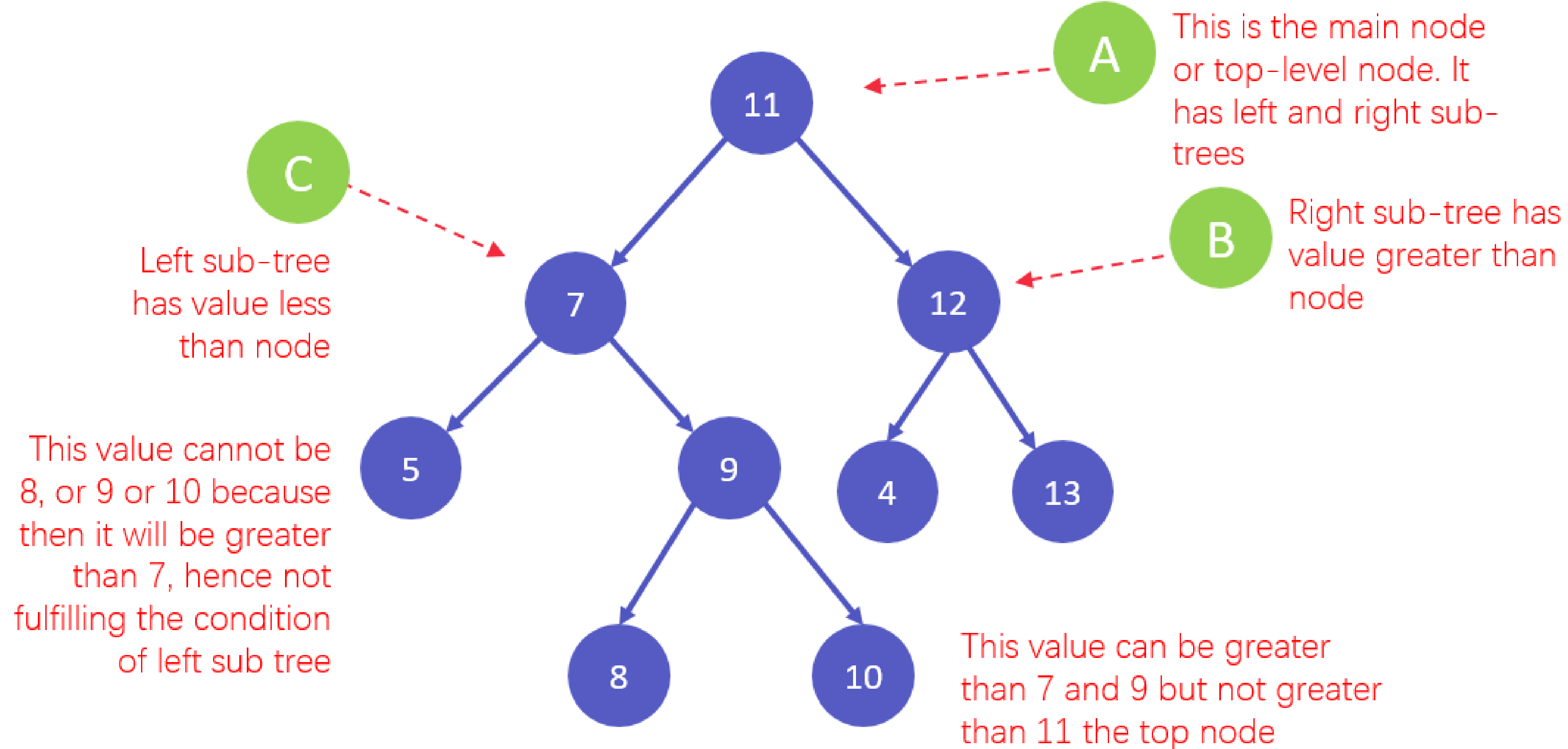


ÁRVORES BINÁRIAS

Um exemplo da implementação de uma árvore binária é o Sistema de Organização de Arquivos.



CONCEPT DIAGRAM



Search Operation

A

Elements to be searched
in the tree 10

B

$10 < 12$ so
move to the
left sub-tree

12

No need to
search in
right sub-
tree

19

C

$10 > 7$ so
move to the
right sub-
tree

7

D

$10 > 9$ so
move to the
right sub-tree
child

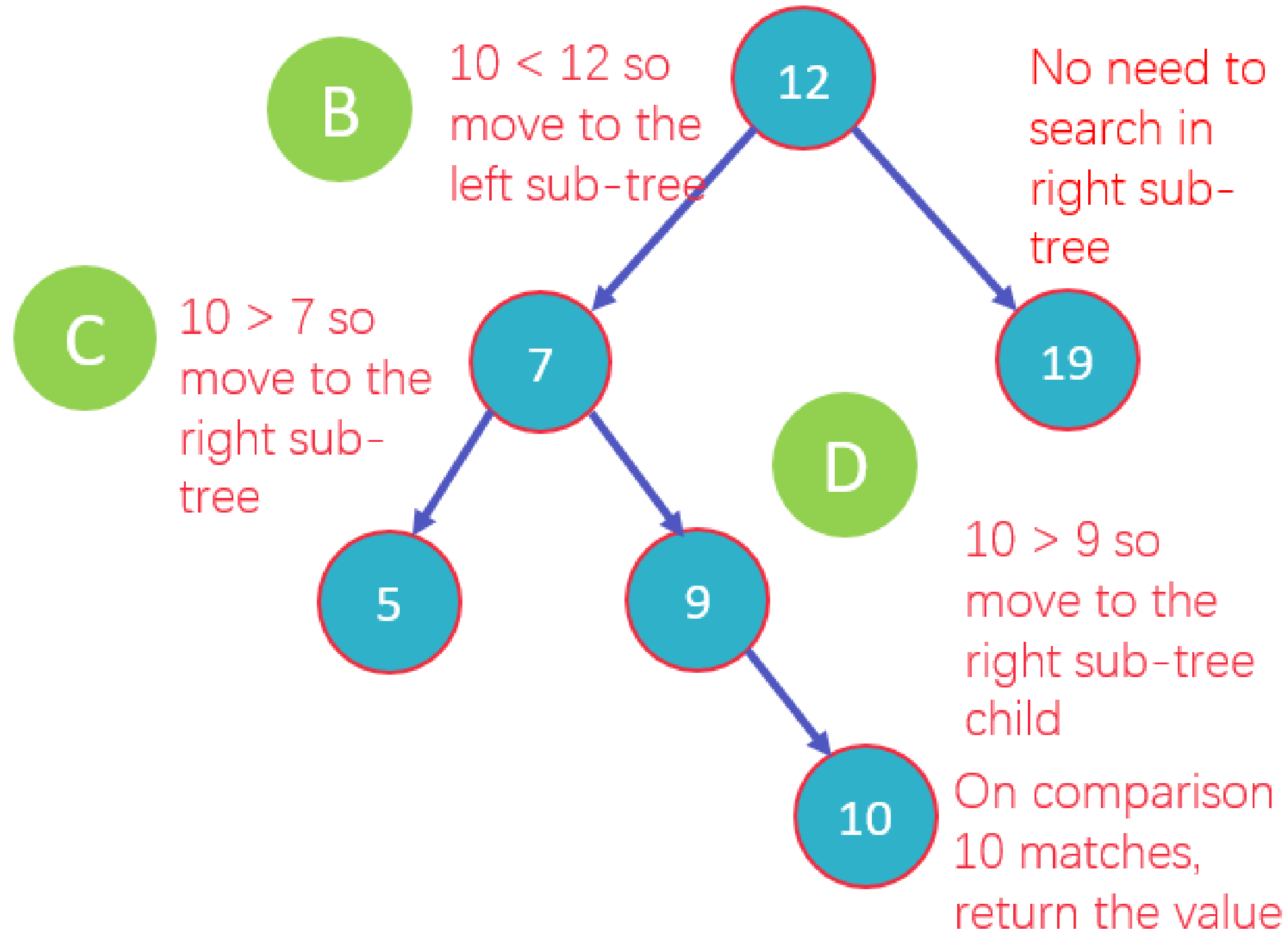
5

9

10

On comparison
10 matches,
return the value

E



Insert Operation

A

Elements to be inserted
in the tree from left to
right:
12, 7, 9, 19, 5, 10

Root

12

B

Insert 12 as root node and
compare 7 and 9 values for
inserting to right or left-sub tree

$7 < 12$, so add
to left

7

9

$9 < 12$ & $9 > 7$
so add to right

C

Compare 19, 5 and 10
with 12 and other nodes,
and build the tree
accordingly

12

7

19

$19 > 12$ & $19 > 7$
so add to right

5

9

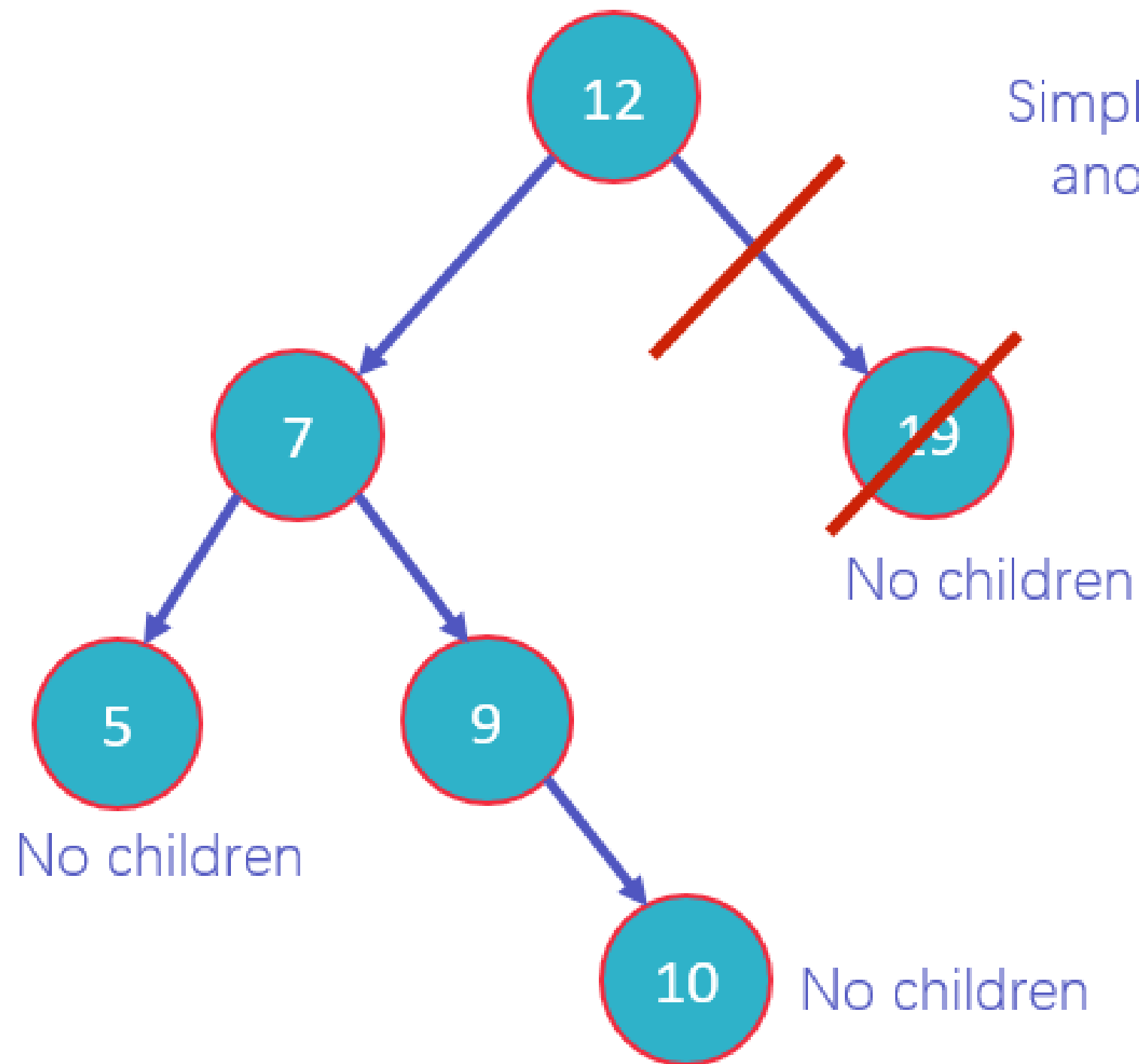
$5 < 12$ & $5 < 7$
so add to left

10

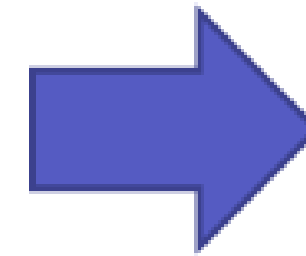
$10 < 12$ & $10 > 7$ &
 $10 > 9$ so add to
right

Delete Operation – Case 1

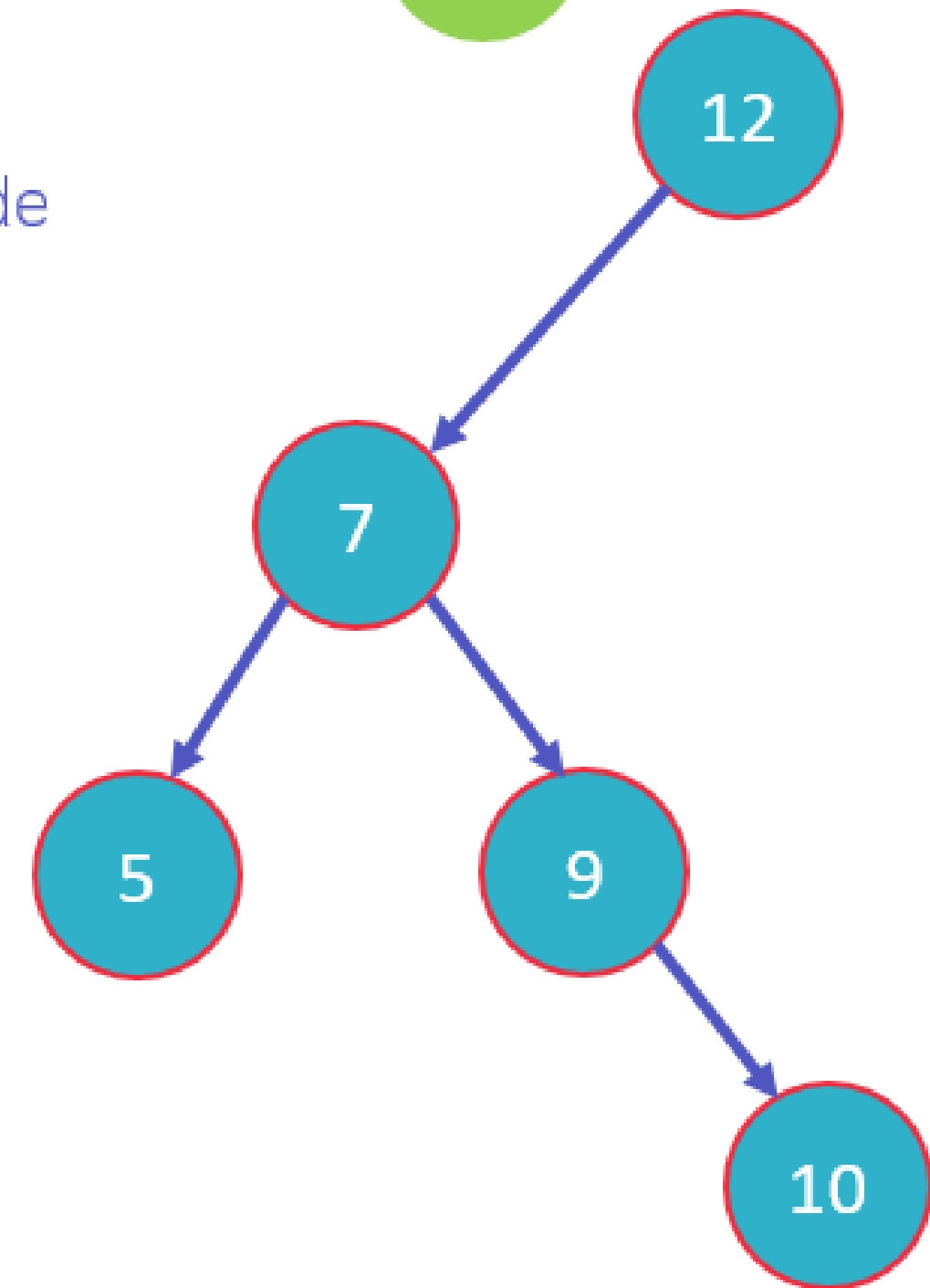
A Node to be deleted has 0 children



B Simple Delete the node and remove the link

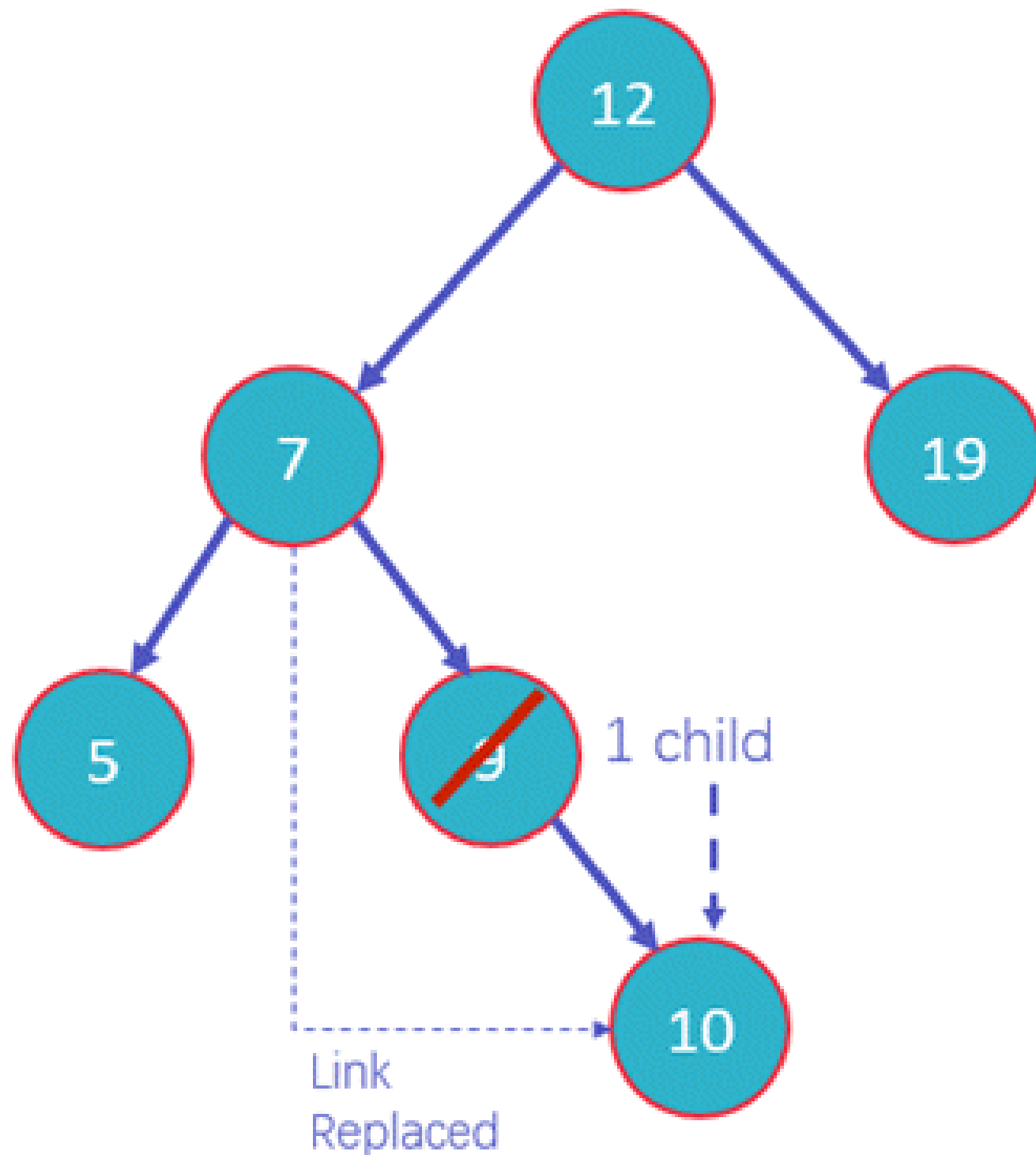


C Result

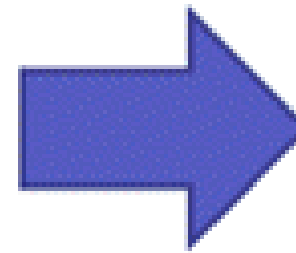


Delete Operation – Case 2

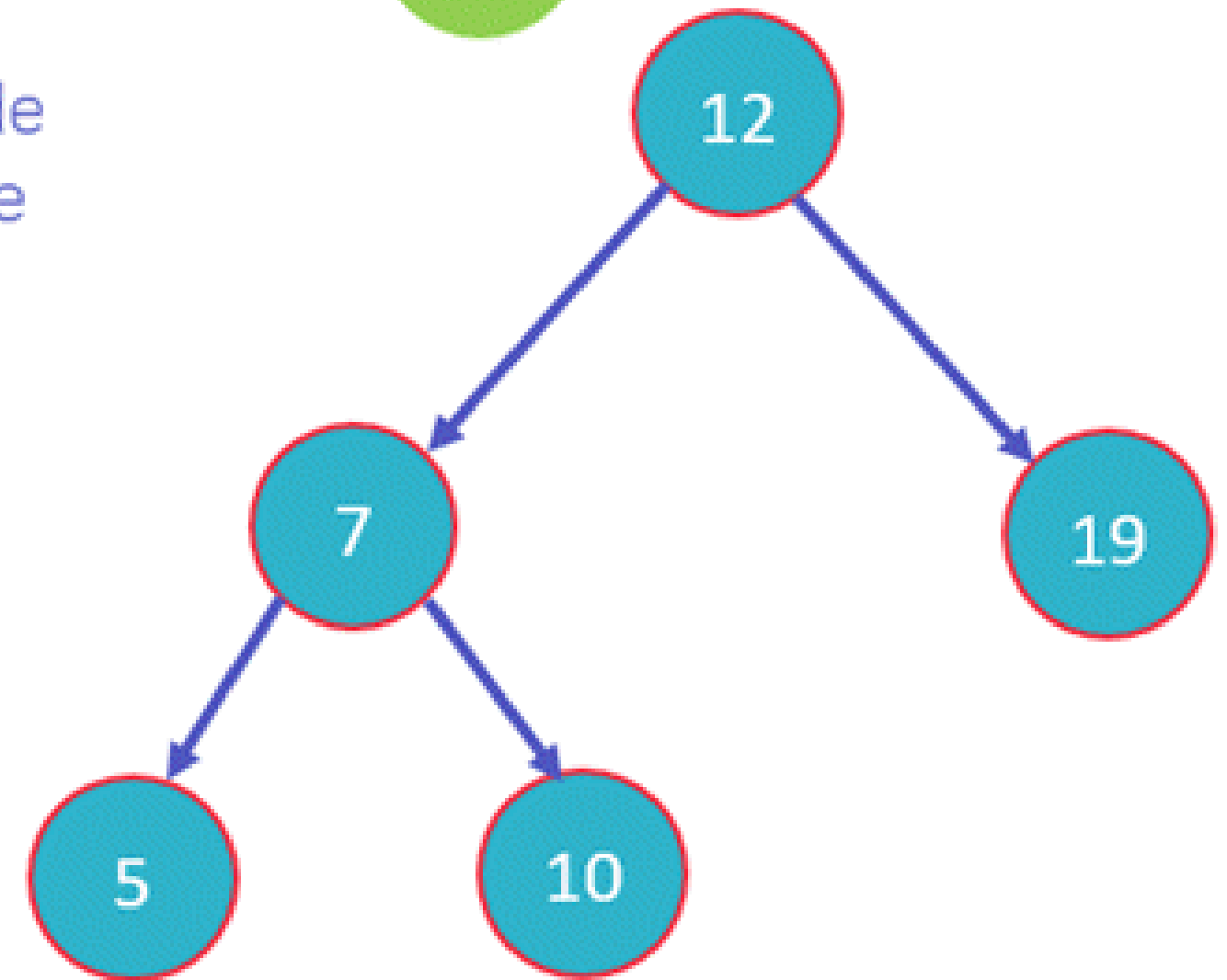
A Node to be deleted has 1 child



B Simple Delete the node and replace it with the child node



C Result



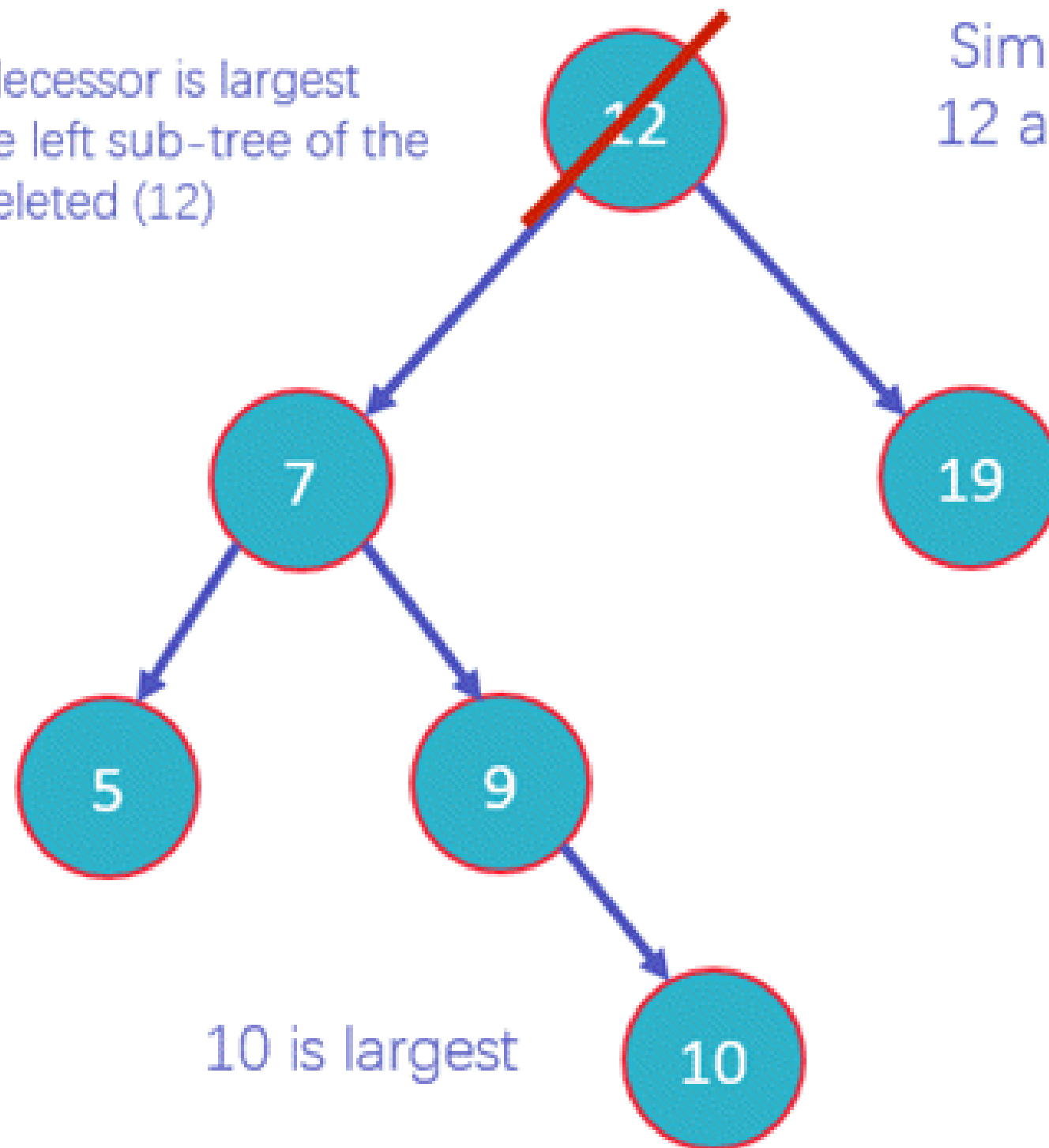
Delete Operation – Case 3 (a)

A

Node to be deleted has 2 child
Replace Situation: In Order
Predecessor

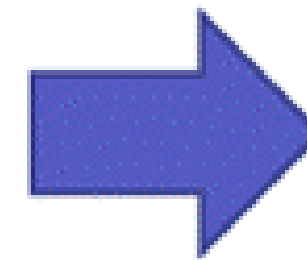
In Order predecessor is largest
element in the left sub-tree of the
node to be deleted (12)

B



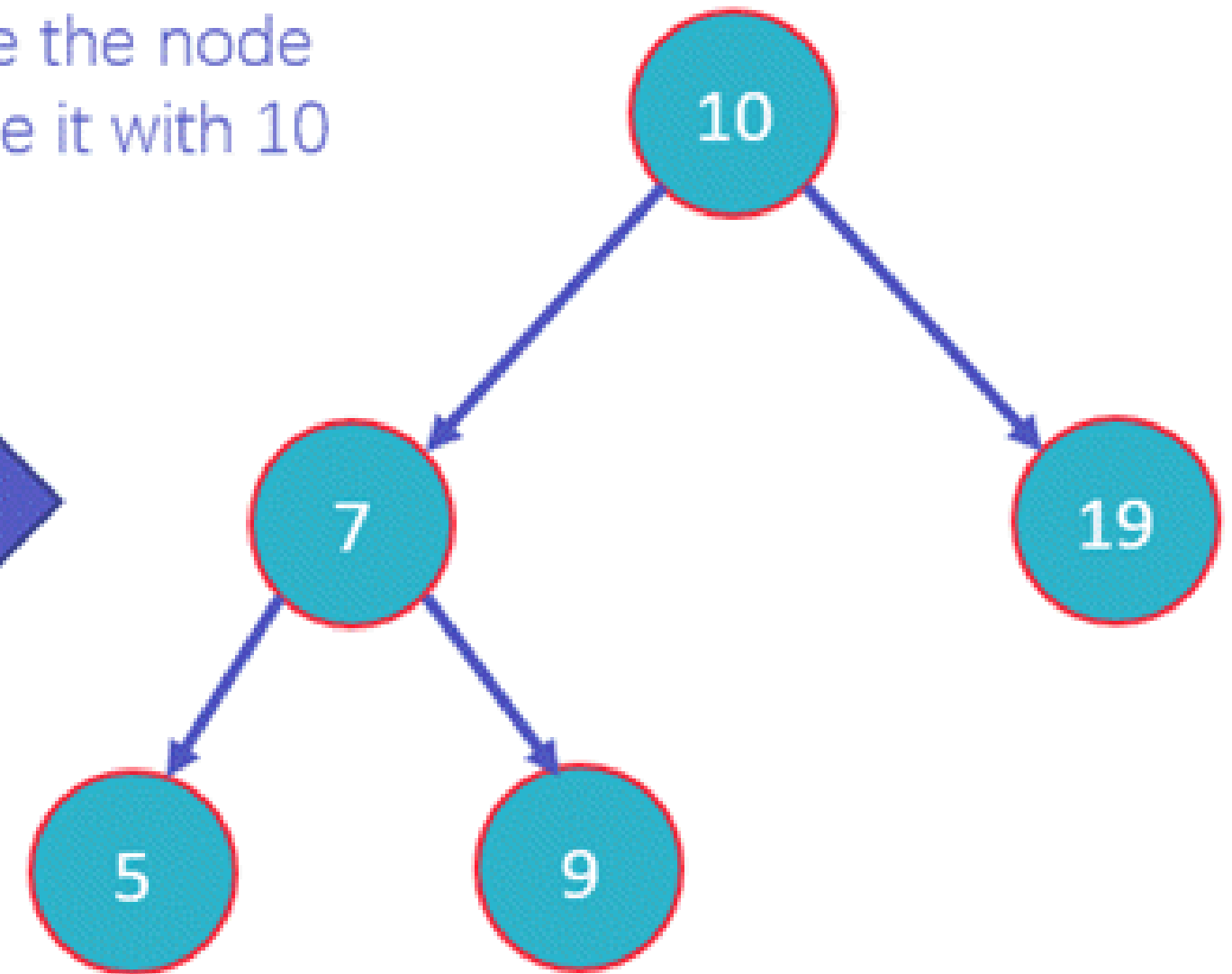
C

Simple Delete the node
12 and replace it with 10



D

Result



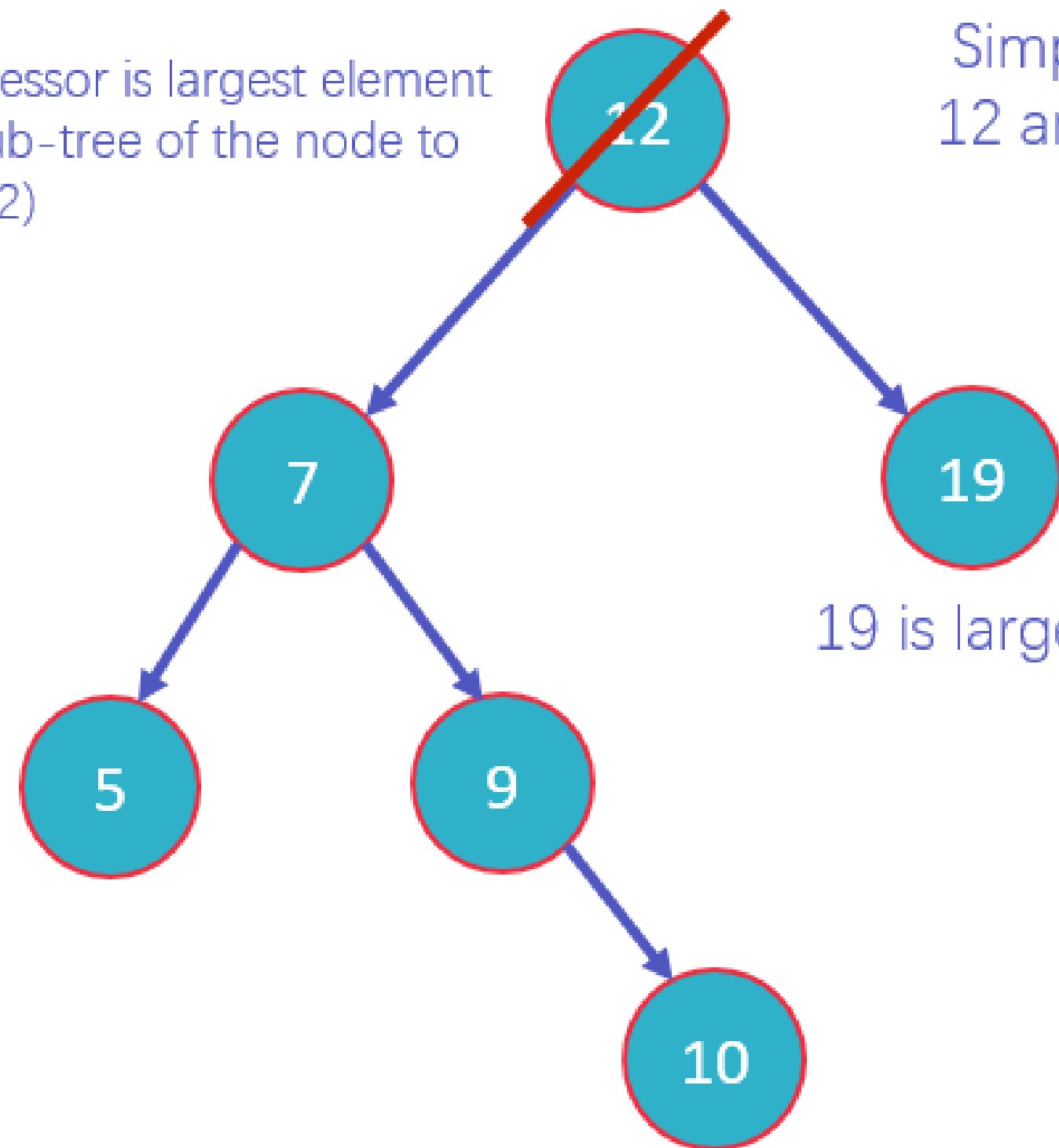
Delete Operation – Case 3 (b)

A

Node to be deleted has 2 child
Replace Situation: In Order Successor

In Order successor is largest element
in the right sub-tree of the node to
be deleted (12)

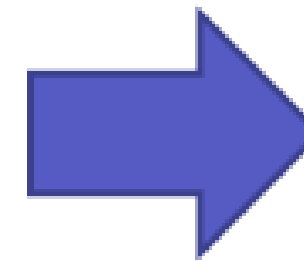
B



C

Simple Delete the node
12 and replace it with 19

19 is largest



D

Result

