FG1 – exame 1 – 2015.01.12

u évora
Instituto de Investigação e
Formação Avançada - IIFA

20% (1.) $\vec{R}_1 + \vec{R}_2 = \vec{R} = (-2, -4, 6)$

$\vec{S} = (x, y, z) \to 60°$ c/ $\vec{R}$

10% $|\vec{R}| = \sqrt{56} = 7.48$

$$\vec{R} \cdot \vec{S} = -2x - 4y + 6z = \underbrace{|\vec{R}|}_{\sqrt{56}}\,\underbrace{|\vec{S}|}_{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\,\underbrace{\cos 60°}_{1/2} = \sqrt{14} \times \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

40%

$$\boxed{-2x - 4y + 6z = \sqrt{14} \times \sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

↳ Tenho 3 incógnitas e 1 equação: posso escolher QUALQUER $\vec{S}$ que satisfaça a equação, fixando 2 das variáveis, e calculando a 3 (mas nem todas as escolhas serão possíveis).

30%

→ O mais simples seria escolher 2 das variáveis iguais a zero, mas não se obtém uma solução; a equação viria, em cada caso:

$x = 0 = y \longrightarrow 6z = \underbrace{\sqrt{14}}_{3.74}\, z$ (impossível)

$y = z = 0 \longrightarrow -2x = \sqrt{14}\, x$ (impossível)

$x = z = 0 \longrightarrow -4y = \sqrt{14}\, y$ (impossível)

→ Podemos escolher 1 variável igual a zero (vou escolher $z=0$), e atribuir um valor a outra variável (escolhi $x=1$), e vou procurar soluções da equação:

$-2 \times 1 - 4y = \sqrt{14} \times \sqrt{1+y^2}$; elevando ao quadrado ambos os membros da equação:

$4 + 16y^2 + 16y = 14(1+y^2)$

$8y^2 + 8y + 2 = 7 + 7y^2 \longrightarrow \boxed{y^2 + 8y^2 - 5 = 0}$ (2 soluções)

↳ $y = \dfrac{-8 \pm \sqrt{84}}{2} = \dfrac{-8 \pm 9.2}{2}$

$\boxed{y_1 = -8.6}$ ou $\boxed{y_2 = +0.6}$

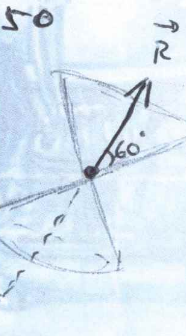
Verificação:

$\vec{S}_1 = (1, -8.6, 0)$; $|\vec{S}_1| = 8.66$

$\vec{R} \cdot \vec{S}_1 = -2 + 34.4 = 32.4$; $\cos\theta_1 = \dfrac{32.4}{7.48 \times 8.66} = 0.50$

$\vec{S}_2 = (1, +0.6, 0)$; $|\vec{S}_2| = 1.17$

$\vec{R} \cdot \vec{S}_2 = -2 - 2.4 = -4.4$; $\cos\theta_2 = \dfrac{-4.4}{7.48 \times 1.17} = -0.50$



obs: o lugar geométrico de todos os vetores que fazem 60° c/ $\vec{R}$ é um "duplo cone" sem comprimento definido. Ao escolhermos 2 das variáveis, fixamos o(s) vetor(es) considerados.