

Introdução à Probabilidade e Estatística

2ª Frequência/Exame de época normal — 15 de junho de 2015

2º Semestre 2014/15 – Eng. Civil, Eng. das Energias Renováveis, Eng. Geológica, Eng. Informática e Eng. Mecatrónica

Nome: _____ Número: _____

Todas as folhas de teste entregues devem estar devidamente identificadas e numeradas (se entregar 3 folhas, devem estar numeradas 1/3, 2/3 e 3/3).

A resolução do teste deve ser entregue com Ex. 1 a 3 separados de Ex. 4 a 7.

Os alunos que realizam a 2ª FREQUÊNCIA devem resolver os exercícios 4 a 7. Os alunos que realizam o EXAME devem resolver os exercícios 1 a 7.

1. No site da Ciência Viva encontramos informação relativa ao programa Ciência Viva no Laboratório - Ocupação Científica de Jovens nas Férias (OCJF). Trata-se de um programa destinado a alunos do ensino secundário, que proporciona aos participantes a realização estágios em laboratórios e centros de investigação de todo o país. Os dados relativos ao número de instituições científicas (X) e ao número de alunos (Y) que têm participado anualmente, desde 1997, foram analisados com o auxílio do *software* SPSS, tendo-se obtido os seguintes *outputs*:

Statistics			
		Número anual de Instituições	Número anual de alunos
N		18	18
Kurtosis		-0,454	-0,846
Std. Error of Kurtosis		1,038	1,038
Range		83	1034
Minimum		11	130
Sum		1091	13214
Percentiles	10	23,60	243,40
	15	37,75	318,90
	25	44,00	472,50
	50	62,00	747,50
	75	83,25	1023,75
	85	88,30	1068,95

1. (a)
(b)
(c)
(d)
(e)
2. (a)i.
(a)ii.
(a)iii.
(b)
3. (a)
(b)
(c)
4. (a)
(b)
(c)
5. (a)i.
(a)ii.
(b)
(c)

Considere ainda que $\sum_{i=1}^{18} x_i^2 = 75409$ e $CV_Y = 42,68\%$. Com base na informação disponibilizada, responda às seguintes questões:

- (a) Determine e interprete:
- A média e a mediana do número anual de alunos que participaram no OCJF.
 - O desvio-padrão e o máximo do número anual de instituições científicas que participaram no OCJF.
- (b) Complete as seguintes afirmações:
- Em 85% dos anos, o número anual de alunos que participaram no OCJF foi superior ou igual a alunos;
 - Em cerca de% dos anos participaram anualmente no OCJF entre 243 e 746 alunos.
- (c) Como classifica a forma distribuição dos dados referentes ao número anual de instituições científicas no OCJF, quanto à assimetria e achatamento? Justifique a sua resposta.
- (d) Diga, justificando, se a seguinte afirmação é verdadeira ou falsa: “O conjunto de dados relativo ao número de instituições que participaram no OCJF é mais homogêneo que o conjunto de dados relativo ao número de alunos que participaram no OCJF.”

2. Seja X uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade,

x	k-1	1-k	k	2k
$f(x)$	3p	p	p	p

- Sabendo que $E[X] = 1/3$, determine o valor de p e k .
 - Calcule $\text{Var}(X)$.
 - Determine o menor valor x tal que $P[X \leq x] \geq 0.75$.
 - Considere a variável aleatória $Y = X^3$ e construa a função de probabilidade conjunta de (X, Y) .
3. Um fabricante de computadores garante a substituição, por novos, de todos os computadores que avariarem durante o primeiro ano após a data da compra. Admita que o tempo de vida destes computadores é uma variável aleatória que segue uma distribuição Normal com variância 0.7225 anos².
- Admitindo que em 98,3% dos casos o tempo de vida dos computadores excede metade do tempo médio de vida, determine qual o tempo médio de vida destes computadores.
 - Escolhido um computador, ao acaso, qual é a probabilidade de:

(Caso não tenha conseguido resolver a alínea a) considere $\mu = 3.6$)

 - Ter um tempo de vida superior a 1.5 anos e inferior a 4?
 - ~~Ter no máximo 3.5 anos de vida?~~
 - ~~Calcule a proporção de computadores que o fabricante pode ter que substituir?~~

(d) Se uma empresa adquirir 25 computadores àquele fabricante, qual a probabilidade de 3 ou mais desses computadores serem substituídos?

4. O site EUROSTAT apresenta informação acerca da percentagem de indivíduos, com idades compreendidas entre os 16 e os 74 anos, com acesso à internet em casa. Foram considerados dados referentes a Itália e a Portugal e realizada uma análise estatística com recurso ao *software* SPSS. Alguns dos resultados obtidos são apresentados abaixo.

Descriptives					
	País	Statistic			Std. Error
% de indivíduos, com idades entre os 16 e os 74 anos, com acesso à internet em casa	ITÁLIA	Mean		34,50	3,545
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	26,70	
			Upper Bound	42,30	
		Std. Deviation		12,281	
	PORTUGAL	Mean		32,83	4,651
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	22,60	
			Upper Bound	43,07	
		Std. Deviation		16,112	

Tests of Normality							
	País	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
% de indivíduos, com idades entre os 16 e os 74 anos, com acesso à internet em casa	ITÁLIA	,146	12	,200	,909	12	,206
	PORTUGAL	,146	12	,200	,923	12	,312

Independent Samples Test						
		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means		
		F	Sig.	Sig. (2-tailed)	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference Upper
% de indivíduos, com idades entre os 16 e os 74 anos, com acesso à internet em casa	Equal variances assumed	1,595	,220	,778	5,848	13,795
	Equal variances not assumed			,779	5,848	13,845

- (a) Ao nível de significância de 10%, podemos considerar que, no nosso País, a percentagem média de indivíduos com acesso à internet em casa é de 50%?
- (b) Teste, ao nível de significância de 5%, se existe evidência de que a variância da percentagem de indivíduos de Itália com acesso à internet excede 144.
- (c) Calcule o *p-value* correspondente ao teste da alínea anterior.
- (d) Diga, ao nível de significância de 10%, se existem diferenças significativas entre Itália e Portugal no que refere à percentagem média de indivíduos com acesso à internet.

5. O programa Ciência Viva no Laboratório - Ocupação Científica de Jovens nas Férias proporciona aos participantes a oportunidade de aproximação à realidade da investigação científica e tecnológica em diversas áreas científicas. Alguns dos estágios disponibilizados são nas áreas científicas de Biologia, Informática, Física, Química e Robótica.

De acordo com um estudo realizado em anos anteriores, sabe-se que 36% dos estágios oferecidos eram na área de Biologia, 5% na área de Informática, 21% na área de Física, 22% na área de Química e 16% na área de Robótica. Com base na análise de dados mais recentes, pretende-se averiguar se a distribuição do número de estágios nas referidas áreas se manteve inalterado, para tal realizou-se um teste de hipóteses cujos resultados foram os seguintes: 3

Estágios por Área Científica				Test Statistics	
	Observed N	Expected N	Residual		Estágios por Área Científica
Biologia	A	37,4	-4,4	Chi-Square	5,347 ^a
Física	17	B	-4,8	df	G
Informática	C	5,2	D	Asymp. Sig.	0,253
Química	E	22,9	F	a. 0 cells (0,0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 5,2.	
Robótica	16	16,6	-0,6		
Total	104				

- (a) Determine os valores de A a G.
- (b) Indique, justificando convenientemente, se pode concluir que a distribuição do número de estágios nas referidas áreas sofreu alterações significativas.

6. A evolução de 278 pacientes com nomofobia (forte angústia causada pela incapacidade de comunicação por meio de telemóveis ou computadores) foi acompanhada por uma equipa médica. Os pacientes foram agrupados em duas faixas etárias: “até aos 25 anos” e “com mais de 25 anos”. Após 3 anos de um tratamento de recuperação, os pacientes foram classificados como: “Recuperado”, “Não recuperado e ainda em tratamento” ou “Não recuperado e desistiu do tratamento”. Os dados resultantes foram analisados com o auxílio do *software* SPSS, tendo-se obtido os seguintes resultados:

Faixa etária * Classificação dos pacientes Crosstabulation					
			Classificação dos pacientes		
			Recuperado	Não recuperado e ainda em tratamento	Não recuperado e desistiu do tratamento
Faixa etária	Até aos 25 anos	Count	56	72	52
		Expected Count	58,3	?	?
	Mais de 25 anos	Count	34	21	43
		Expected Count	31,7	?	?
Total		Count	90	93	95

- (a) Diga qual o teste de hipóteses que permite concluir se o estado dos pacientes ao fim de 3 anos de tratamento é independente da idade dos mesmos e indique as hipóteses nula e alternativa.
- (b) Efetue o teste de hipóteses que indicou e interprete o resultado ~~através do cálculo do p-value.~~

7. Pretende-se modelar o resultado de um determinado teste em função do valor do Quociente de Inteligência (QI). Foram disponibilizados os valores dos QI e dos respectivos resultados obtidos no teste por 19 indivíduos. Para tal, realizou-se uma breve análise de regressão linear simples com recurso ao *software* SPSS, apresentando-se alguns dos resultados obtidos nas tabelas que se seguem:

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation
Resultado do teste	70,79	17,031
Quociente de Inteligência	108,68	15,603

Coefficients ^a							
Model		Unstandardized Coefficients		t	Sig.	99,0% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error				
1	(Constant)	-43,193	8,055		,000		
	Quociente de Inteligência		,073	14,288		0,836	1,261

a. Dependent Variable: Resultado do teste

- Apresente a equação da reta de regressão estimada e interprete os seus coeficientes.
- Determine e interprete os valores dos coeficientes de correlação e de determinação.
- Ao nível de significância de 1% pode concluir que a reta de regressão passa pela origem?
- Para um nível de significância de 5%, verifique se o QI de um indivíduo influencia linearmente de forma significativa o resultado do teste.
- Sabendo que o resultado do teste de um indivíduo com um QI de 115 foi 85, calcule o resíduo de estimação.

Bom Trabalho!