

(I)

a) A VARIÁVEL ESTATÍSTICA EM ESTUDO É O Nº DE ESPERTELOS PRESENTES NUM EVENTO E É UMA VARIÁVEL QUANTITATIVA DISCRETA.

b) i)  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{6070}{60} \approx 101.1667$

ii) 131

iii)  $Q_2 = Q_3 - Q_1 = 138.75 - 55 = 83.75$

c) i)  $\text{Máx} = \text{Range} + \text{min} = 131 + 27 = 208$

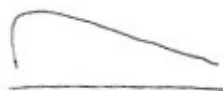
ii)  $\tilde{x} = 87.5$

iii)  $P_{90} = 205.8$

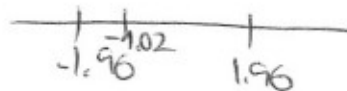
d)  $g_{SPSS} = \frac{0.663}{0.309} \approx 2.15$



$\Rightarrow$  Distribuição Assimétrica positiva, ou seja, existe maior concentração dos valores em torno de valores mais baixos.



e)  $K_{SPSS} = \frac{-0.622}{0.608} \approx -1.02$



$\Rightarrow$  Distribuição Mesocúrtica, ou seja, existe igual concentração dos valores em torno de valores centrais.

f)  $CD = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{55.58134}{101.1667} \approx 0.549$

ou

$CV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \approx 54.9\%$

A média é pouco representativa dos dados.

(II)

D - apresentar sintomas de depressão

S - ter tentado suicídio

$$P(D) = 0.30 \quad P(\bar{D}) = 0.70$$

$$P(S|D) = 0.35$$

$$P(S|\bar{D}) = 0.05$$

$$\begin{aligned} a) \quad P(S) &= P(S \cap D) + P(S \cap \bar{D}) = \\ &= P(S|D)P(D) + P(S|\bar{D})P(\bar{D}) = \\ &= 0.35 \times 0.30 + 0.05 \times 0.70 = \\ &= 0.14 // \end{aligned}$$

$$b) \quad P(D|S) = \frac{P(D \cap S)}{P(S)} = \frac{P(S|D)P(D)}{P(S)} = \frac{0.35 \times 0.30}{0.14} = 0.75$$

$$c) \quad P(D \cap S) \neq P(D)P(S)$$

$$P(S|D)P(D) \neq P(D)P(S)$$

$$0.35 \times 0.30 \neq 0.30 \times 0.14$$

$$0.105 \neq 0.042$$

logo apresentar sintomas de depressão e ter tentado o suicídio  
não são independentes.

III

$X$  - nº de vezes que, durante um ano a electricidade de uma moradia é cortada por falta de pagamento

$Y$  - nº de vezes que a água é cortada por falta de pagamento

$X \backslash Y$	0	1	2	$P_Y(y)$
0	0.3	0.2	0.1	0.6
1	0.1	0.1	0	0.2
2	0.1	0	$a=0.1$	0.2
$P_X(x)$	0.5	0.3	0.2	1

$$a) \sum_{x \in D_X} \sum_{y \in D_Y} f(x, y) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0.3 + 0.2 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0 + 0.1 + 0 + a = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = 1 - 0.9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = 0.1 \text{ c.q.d.}$$

$x$	0	1	2
$f_X(x)$	0.5	0.3	0.2

$y$	0	1	2
$f_Y(y)$	0.6	0.2	0.2

$$c) P(X=2 | Y=0) = \frac{P(X=2, Y=0)}{P(Y=0)} = \frac{f(2,0)}{f_Y(0)} = \frac{0.1}{0.6} \approx 0.1667$$

$$d) E(XY) = \sum \sum xy f(x, y) = 0 \times 0 \times 0.3 + 1 \times 0 \times 0.2 + 2 \times 0 \times 0.1 + 0 \times 1 \times 0.1 + 1 \times 1 \times 0.1 + 2 \times 1 \times 0 + 0 \times 0 \times 0.1 + 1 \times 2 \times 0 + 2 \times 2 \times 0.1 = 0.5 \text{ c.q.d.}$$

$$\text{COV}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 0.5 - 0.7 \times 0.6 = 0.08$$

$$E(X) = \sum x f_X(x) = 0 \times 0.5 + 1 \times 0.3 + 2 \times 0.2 = 0.7$$

$$E(Y) = \sum y f_Y(y) = 0 \times 0.6 + 1 \times 0.2 + 2 \times 0.2 = 0.6$$

$$e) f(x, y) = f_X(x) f_Y(y)$$

$$f(2, 1) \neq f_X(2) f_Y(1)$$

$$0 \neq 0.2 \times 0.2$$

$$0 \neq 0.04 \text{ logo } X \text{ e } Y \text{ não são independentes}$$

IV

$X$  - nº de prémios

$p = 0.30$  (prob. de sucesso - prob. de obter prémio)

$n = 10$

$X \sim B(n=10, p=0.30)$

$$f(x) = {}^{10}C_x 0.30^x 0.70^{10-x}, \quad x=0,1,\dots,10 \quad \text{e} \quad 0 < p < 1$$

a)  $E(X) = np = 10 \times 0.30 = 3$

b)  $P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)] = 1 - [{}^{10}C_0 0.30^0 0.70^{10} + {}^{10}C_1 0.30^1 0.70^9]$   
 $\approx$

V

$X$  - pluviosidade anual, medida em litros/ $m^2$

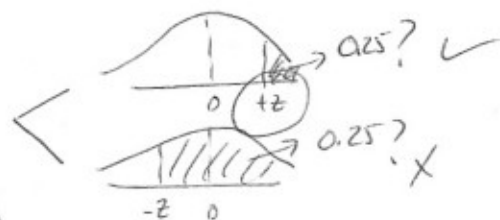
$X \sim N(\mu=80, \sigma=10)$

a) i)  $P(X < 90) = P(Z < \frac{90-80}{10}) = P(Z < 1) = \Phi(1) = 0.8413$

ii)  $P(75 \leq X \leq 85) = P(\frac{75-80}{10} \leq Z \leq \frac{85-80}{10}) = P(-0.5 \leq Z \leq 0.5) =$   
 $= P(Z \leq 0.5) - P(Z < -0.5) = P(Z \leq 0.5) - P(Z > 0.5) =$   
 $= P(Z \leq 0.5) - [1 - P(Z \leq 0.5)] = \Phi(0.5) - [1 - \Phi(0.5)] =$   
 $= 0.6915 - (1 - 0.6915) = 0.383$

b)  $P(X > x) = 0.25$

$P(Z > \frac{x-80}{10}) = 0.25$   
 $\downarrow$   
 $+z$   
 $-z$



$\frac{x-80}{10} = 0.67 \Leftrightarrow x = 0.67 \times 10 + 80 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 86.7$

$1 - P(Z \leq \frac{x-80}{10}) = 0.25$

$P(Z \leq \frac{x-80}{10}) = 0.75$

$\Phi(\frac{x-80}{10}) = 0.75 \Rightarrow z_{0.75} \approx z_{0.7486} = 0.67 \quad \text{ou} \quad z_{0.75} \approx z_{0.7517} = 0.68$