# Computación Bioinspirada

Dr. Edward Hinojosa Cárdenas
ehinojosa@unsa.edu.pe

# Otros Sistemas de Hormigas

- Sistemas de hormigas elitistas ($AS_e$)
- Sistemas de hormigas basadas en rankings ($AS_{rank}$)
- Sistemas de hormigas max-min (MMAS)
- Sistemas de colonias de hormigas (ACS)
- Sistemas de hormigas mejor-peor (BWAS)
- Sistemas de hormigas con búsqueda local.

# Ant Colony System

- Desarrollado por Dorigo y Gambardella en 1997.

- El Sistema de Colonia de Hormigas (ACS, por sus siglas en ingl´es, Ant Colony System) es uno de los primeros sucesores de AS que introduce tres modificaciones importantes con respecto a dicho algoritmo:

# Ant Colony System: Construcción de la Solución

- El ACS usa una regla de transición distinta, denominada regla proporcional pseudoaleatoria. Sea k una hormiga situada en el nodo i, el siguiente nodo j se elige aleatoriamente mediante la siguiente distribución de probabilidad:

$$j = \begin{cases} \arg\text{máx}_{l \in \mathcal{N}_i^k} \{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

# Ant Colony System: Construcción de la Solución

- Donde q es una variable aleatoria uniformemente distribuida en [0, 1], $q_0 \in [0, 1]$ es un parámetro, y J es una variable aleatoria seleccionada de acuerdo a la distribución de probabilidad dada por la ecuación vista en el AS.

$$p_{ij}^k = \begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{l \in \mathcal{N}_i^k} [\tau_{il}]^\alpha [\eta_{il}]^\beta} & \text{si } j \in \mathcal{N}_i^k \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

# Ant Colony System: Construcción de la Solución

- La regla tiene una doble intención: cuando $q \leq q_0$, explota el conocimiento disponible, eligiendo la mejor opción con respecto a la información heurística y los rastros de feromona.

- Sin embargo, si $q > q_0$ se aplica una exploración controlada, tal como se hacía en AS. En resumen, la regla establece un compromiso entre la exploración de nuevas conexiones y la explotación de la información disponible en ese momento.

# ACS: Actualización de rastros de feromona global

- En ACS sólo se permite que una hormiga (la hormiga best-so-far) agregue feromona después de cada iteración. Por lo tanto, la actualización se implementa mediante la siguiente ecuación:

$$\tau_{ij} = \rho \cdot \tau_{ij} + (1 - \rho) \cdot \Delta\tau_{ij}^{bs}$$

# ACS: Actualización de rastros de feromona global

- Es importante recalcar que, en ACS, la actualización de rastros de feromona (tanto la evaporación como el hecho de depositar nueva feromona) sólo se aplica a los arcos de la mejor solución, no a todos los arcos como en el AS.

# ACS: Actualización de rastros de feromona local

- Además de la regla de actualización de feromona que se realiza al final de cada iteración, en el ACS, las hormigas usan una regla de actualización de feromona local (también referida como online) que aplican cada vez que atraviesan un arco (i, j) durante la construcción de la solución:

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0$$

# ACS: Actualización de rastros de feromona local

- Donde $\varphi \in (0, 1)$ es el coeficiente de disminución de feromona, y $\tau_0$ es el valor inicial de los rastros de feromona.

- Como puede verse, la regla de actualización online paso a paso incluye tanto la evaporación de feromona como el depósito de la misma. Ya que la cantidad de feromona depositada es muy pequeña, la aplicación de esta regla hace que los rastros de feromona entre las conexiones recorridas por las hormigas disminuyan.

# ACS: Actualización de rastros de feromona local

- Así, esto lleva a una técnica de exploración adicional del algoritmo ACS ya que las conexiones atravesadas por un gran número de hormigas son cada vez menos atractivas para el resto de hormigas que las recorren en la iteración actual, lo que ayuda claramente a que no todas las hormigas sigan el mismo camino.

# ACS: Algoritmo

**Procedure of ACS Algorithm:**

**Begin**

Initialize

**While** stopping criterion not satisfied **do**

Position each ant in a starting node

**Repeat**

**For each** ant **do**

Choose next node by applying the state transition rule

Apply step by step pheromone update

**End for**

**Until** every ant has built a solution

Update best solution

Apply offline pheromone update

**End While**

**End**

# ACS – Ejemplo 1

- Consideremos las siguientes distancias entre ciudades. Consideremos como ciudad inicial D. Tenemos que recorrer todas las ciudades con el menor costo (recorrer la menor distancia).

Matriz Distancia:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0.0 | 12.0 | 3.0 | 23.0 | 1.0 | 5.0 |
| B | 12.0 | 0.0 | 9.0 | 18.0 | 3.0 | 41.0 |
| C | 3.0 | 9.0 | 0.0 | 89.0 | 56.0 | 21.0 |
| D | 23.0 | 18.0 | 89.0 | 0.0 | 87.0 | 46.5 |
| E | 1.0 | 3.0 | 56.0 | 87.0 | 0.0 | 55.0 |
| F | 5.0 | 41.0 | 21.0 | 46.0 | 55.0 | 0.0 |

# ACS – Ejemplo 1

- Valores Iniciales:
  - $\rho = 0.99$
  - $\alpha = 1$
  - $\beta = 1$
  - $Q = 1$
  - $q_0 = 0.7$
  - $\varphi = 0.05$
  - Feromona Inicial = 0.1
  - Cantidad de Hormigas: 3
  - Cantidad de Iteraciones: 100 (Al final la mayoría o todas las hormigas deben seguir el mismo camino) - Ciudad Inicial: E

# ACS – Ejemplo 1

- Calculamos la matriz de Visibilidad:

Matriz Distancia:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0.0 | 12.0 | 3.0 | 23.0 | 1.0 | 5.0 |
| B | 12.0 | 0.0 | 9.0 | 18.0 | 3.0 | 41.0 |
| C | 3.0 | 9.0 | 0.0 | 89.0 | 56.0 | 21.0 |
| D | 23.0 | 18.0 | 89.0 | 0.0 | 87.0 | 46.5 |
| E | 1.0 | 3.0 | 56.0 | 87.0 | 0.0 | 55.0 |
| F | 5.0 | 41.0 | 21.0 | 46.0 | 55.0 | 0.0 |

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l \in \mathcal{N}_i^k} \{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Matriz Visibilidad:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0.0 | 0.083 | 0.333 | 0.043 | 1.0 | 0.2 |
| B | 0.083 | 0.0 | 0.111 | 0.056 | 0.333 | 0.024 |
| C | 0.333 | 0.111 | 0.0 | 0.011 | 0.018 | 0.048 |
| D | 0.043 | 0.056 | 0.011 | 0.0 | 0.011 | 0.022 |
| E | 1.0 | 0.333 | 0.018 | 0.011 | 0.0 | 0.018 |
| F | 0.2 | 0.024 | 0.048 | 0.022 | 0.018 | 0.0 |

$$p_{ij} = \begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in \Omega} [\tau_{ih}]^\alpha [\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j \in \Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{where } \eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$$

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos la feromona inicial:

Matriz Feromona:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0.0 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| B | 0.1 | 0.0 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| C | 0.1 | 0.1 | 0.0 | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| D | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.0 | 0.1 | 0.1 |
| E | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.0 | 0.1 |
| F | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.0 |

$$j = \begin{cases} \arg \text{máx}_{l \in \mathcal{N}_i^k} \{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in \Omega} [\tau_{ih}]^\alpha [\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j \in \Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{where } \eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$$

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 1 (2da Ciudad):

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l \in \mathcal{N}_i^k} \{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \le q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in \Omega} [\tau_{ih}]^\alpha [\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j \in \Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\tau_{ij} = (1-\varphi)\cdot\tau_{ij} + \varphi\cdot\tau_0$$

```
Hormiga 1
Ciudad Inicial: E
Valor de q: 0.8765604082050689
Recorrido por Diversificación
E-A: t = 0.1; n = 1.0; t*n = 0.1
E-B: t = 0.1; n = 0.3333333333333333; t*n = 0.03333333333333333
E-C: t = 0.1; n = 0.017857142857142856; t*n = 0.0017857142857142857
E-D: t = 0.1; n = 0.011494252873563218; t*n = 0.0011494252873563218
E-F: t = 0.1; n = 0.01818181818181818; t*n = 0.001818181818181818182
Suma: 0.13808665472458576
E-A: prob = 0.7241829429458647
E-B: prob = 0.2413943143152882
E-C: prob = 0.01293183826689044
E-D: prob = 0.008323941872940973
E-F: prob = 0.013166962599015722
Numero aleatorio para la Probabilidad: 0.46362467715338185
Ciudad Siguiente: A
Actualizamos el arco E-A(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 1 (3ra Ciudad):

$$\tau_{ij} = (1-\varphi)\cdot\tau_{ij} + \varphi\cdot\tau_0$$

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l\in\mathcal{N}_i^k}\{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}]^\alpha[\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h\in\Omega}[\tau_{ih}]^\alpha[\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j\in\Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
Valor de q: 0.6634427297626411
Recorrido por Intensificación
A-B: t = 0.1; n = 0.08333333333333333; t*n = 0.008333333333333333
A-C: t = 0.1; n = 0.3333333333333333; t*n = 0.03333333333333333
A-D: t = 0.1; n = 0.043478260869565216; t*n = 0.004347826086956522
A-F: t = 0.1; n = 0.2; t*n = 0.020000000000000004
Ciudad Siguiente: C
Actualizamos el arco A-C(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 1 (4ta Ciudad):

$$\tau_{ij} = (1-\varphi)\cdot\tau_{ij} + \varphi\cdot\tau_0$$

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l\in\mathcal{N}_i^k}\{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \le q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha[\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h\in\Omega}[\tau_{ih}]^\alpha[\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j\in\Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
Valor de q: 0.6231477600002662
Recorrido por Intensificación
C-B: t = 0.1; n = 0.1111111111111111; t*n = 0.01111111111111112
C-D: t = 0.1; n = 0.011235955056179775; t*n = 0.0011235955056179776
C-F: t = 0.1; n = 0.047619047619047616; t*n = 0.004761904761904762
Ciudad Siguiente: B
Actualizamos el arco C-B(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 1 (5ta Ciudad):

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l \in \mathcal{N}_i^k} \{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \le q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in \Omega} [\tau_{ih}]^\alpha [\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j \in \Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0$$

```
Valor de q: 0.8202518982528512
Recorrido por Diversificación
B-D: t = 0.1; n = 0.05555555555555555; t*n = 0.005555555555555556
B-F: t = 0.1; n = 0.024390243902439025; t*n = 0.002439024390243903
Suma: 0.007994579945799458
B-D: prob = 0.6949152542372882
B-F: prob = 0.3050847457627119
Numero aleatorio para la Probabilidad: 0.1289406750659653
Ciudad Siguiente: D
Actualizamos el arco B-D(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 1 (6ta Ciudad):

$$\tau_{ij} = (1-\varphi)\cdot\tau_{ij} + \varphi\cdot\tau_0$$

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l\in\mathcal{N}_i^k}\{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha[\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h\in\Omega}[\tau_{ih}]^\alpha[\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j\in\Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
Valor de q: 0.5926206631127217
Recorrido por Intensificación
D-F: t = 0.1; n = 0.021505376344086023; t*n = 0.0021505376344086026
Ciudad Siguiente: F
Actualizamos el arco D-F(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1

Hormiga 1: E-A-C-B-D-F
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 2 (2da Ciudad):

$$\tau_{ij} = (1-\varphi)\cdot\tau_{ij} + \varphi\cdot\tau_0$$

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l\in\mathcal{N}_i^k}\{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \le q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha[\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h\in\Omega}[\tau_{ih}]^\alpha[\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j\in\Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
Hormiga 2
Ciudad Inicial: E
Valor de q: 0.847852683823188
Recorrido por Diversificación
E-A: t = 0.1; n = 1.0; t*n = 0.1
E-B: t = 0.1; n = 0.3333333333333333; t*n = 0.03333333333333333
E-C: t = 0.1; n = 0.017857142857142856; t*n = 0.0017857142857142857
E-D: t = 0.1; n = 0.011494252873563218; t*n = 0.0011494252873563218
E-F: t = 0.1; n = 0.01818181818181818; t*n = 0.001818181818181818 2
Suma: 0.1380866547245857 6
E-A: prob = 0.724182942945864 7
E-B: prob = 0.241394314315288 2
E-C: prob = 0.012931838266890 44
E-D: prob = 0.008323941872940973
E-F: prob = 0.013166962599015722
Numero aleatorio para la Probabilidad: 0.726252568474234 8
Ciudad Siguiente: B
Actualizamos el arco E-B(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 2 (3ra Ciudad):

$$\tau_{ij} = (1-\varphi)\cdot\tau_{ij} + \varphi\cdot\tau_0$$

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l\in\mathcal{N}_i^k}\{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}]^\alpha[\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h\in\Omega}[\tau_{ih}]^\alpha[\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j\in\Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
Valor de q: 0.4544530493068477
Recorrido por Intensificación
B-A: t = 0.1; n = 0.08333333333333333; t*n = 0.008333333333333333
B-C: t = 0.1; n = 0.1111111111111111; t*n = 0.01111111111111112
B-D: t = 0.1; n = 0.05555555555555555; t*n = 0.005555555555555556
B-F: t = 0.1; n = 0.02439024390243902 5; t*n = 0.002439024390243903
Ciudad Siguiente: C
Actualizamos el arco B-C(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 2 (4ta Ciudad):

$$\tau_{ij} = (1-\varphi)\cdot\tau_{ij} + \varphi\cdot\tau_0$$

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l\in\mathcal{N}_i^k}\{\tau_{il}[\eta_{il}]^{\beta}\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{h\in\Omega}[\tau_{ih}]^{\alpha}[\eta_{ih}]^{\beta}} & \text{if } j\in\Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
Valor de q: 0.33819556510150517
Recorrido por Intensificación
C-A: t = 0.1; n = 0.3333333333333333; t*n = 0.0333333333333333
C-D: t = 0.1; n = 0.011235955056179775; t*n = 0.0011235955056179776
C-F: t = 0.1; n = 0.047619047619047616; t*n = 0.004761904761904762
Ciudad Siguiente: A
Actualizamos el arco C-A(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 2 (5ta Ciudad):

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0$$

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l \in \mathcal{N}_i^k} \{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in \Omega} [\tau_{ih}]^\alpha [\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j \in \Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
Valor de q: 0.3770228136785947
Recorrido por Intensificación
A-D: t = 0.1; n = 0.043478260869565216; t*n = 0.004347826086956522
A-F: t = 0.1; n = 0.2; t*n = 0.020000000000000004
Ciudad Siguiente: F
Actualizamos el arco A-F(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 2 (6ta Ciudad):

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l \in \mathcal{N}_i^k} \{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in \Omega} [\tau_{ih}]^\alpha [\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j \in \Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0$$

```
Valor de q: 0.7630328254193504
Recorrido por Diversificación
F-D: t = 0.1; n = 0.021739130434782608; t*n = 0.002173913043478261
Suma: 0.002173913043478261
F-D: prob = 1.0
Numero aleatorio para la Probabilidad: 0.3109861187681504
Ciudad Siguiente: D
Actualizamos el arco F-D(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1

Hormiga 2: E-B-C-A-F-D
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 3 (2da Ciudad):

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l \in \mathcal{N}_i^k} \{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \le q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in \Omega} [\tau_{ih}]^\alpha [\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j \in \Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0$$

```
Hormiga 3
Ciudad Inicial: E
Valor de q: 0.9114613503829455
Recorrido por Diversificación
E-A: t = 0.1; n = 1.0; t*n = 0.1
E-B: t = 0.1; n = 0.3333333333333333; t*n = 0.03333333333333333
E-C: t = 0.1; n = 0.017857142857142856; t*n = 0.0017857142857142857
E-D: t = 0.1; n = 0.011494252873563218; t*n = 0.0011494252873563218
E-F: t = 0.1; n = 0.01818181818181818; t*n = 0.001818181818181818182
Suma: 0.13808665472458576
E-A: prob = 0.7241829429458647
E-B: prob = 0.2413943143152882
E-C: prob = 0.012931838266890044
E-D: prob = 0.008323941872940973
E-F: prob = 0.013166962599015722
Numero aleatorio para la Probabilidad: 0.009830491241133332
Ciudad Siguiente: A
Actualizamos el arco E-A(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para

la Hormiga 3 (3ra Ciudad):

$$\tau_{ij} = (1-\varphi)\cdot\tau_{ij} + \varphi\cdot\tau_0$$

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l\in\mathcal{N}_i^k}\{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}]^\alpha[\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h\in\Omega}[\tau_{ih}]^\alpha[\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j\in\Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
Valor de q: 0.9667054628910235
Recorrido por Diversificación
A-B: t = 0.1; n = 0.08333333333333333; t*n = 0.008333333333333333
A-C: t = 0.1; n = 0.3333333333333333; t*n = 0.03333333333333333
A-D: t = 0.1; n = 0.043478260869565216; t*n = 0.004347826086956522
A-F: t = 0.1; n = 0.2; t*n = 0.020000000000000004
Suma: 0.06601449275362232
A-B: prob = 0.1262349066959385
A-C: prob = 0.5049396267837754
A-D: prob = 0.06586169045005487
A-F: prob = 0.3029637760702525
Numero aleatorio para la Probabilidad: 0.6118177298808842
Ciudad Siguiente: C
Actualizamos el arco A-C(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 3 (4ta Ciudad):

$$\tau_{ij} = (1-\varphi)\cdot\tau_{ij} + \varphi\cdot\tau_0$$

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l\in\mathcal{N}_i^k}\{\tau_{il}[\eta_{il}]^{\beta}\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{h\in\Omega}[\tau_{ih}]^{\alpha}[\eta_{ih}]^{\beta}} & \text{if } j\in\Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
Valor de q: 0.41294810291502115
Recorrido por Intensificación
C-B: t = 0.1; n = 0.1111111111111111; t*n = 0.011111111111111112
C-D: t = 0.1; n = 0.011235955056179775; t*n = 0.0011235955056179776
C-F: t = 0.1; n = 0.047619047619047616; t*n = 0.004761904761904762
Ciudad Siguiente: B
Actualizamos el arco C-B(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 3 (5ta Ciudad):

$$j = \begin{cases} \arg\text{máx}_{l \in \mathcal{N}_i^k} \{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in \Omega} [\tau_{ih}]^\alpha [\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j \in \Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0$$

```
Valor de q: 0.9493165200215306
Recorrido por Diversificación
B-D: t = 0.1; n = 0.05555555555555555; t*n = 0.005555555555555556
B-F: t = 0.1; n = 0.024390243902439025; t*n = 0.002439024390243903
Suma: 0.007994579945799458
B-D: prob = 0.6949152542372882
B-F: prob = 0.3050847457627119
Numero aleatorio para la Probabilidad: 0.7295450438827435
Ciudad Siguiente: F
Actualizamos el arco B-F(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el camino para la Hormiga 3 (6ta Ciudad):

$$\tau_{ij} = (1-\varphi)\cdot\tau_{ij} + \varphi\cdot\tau_0$$

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l\in\mathcal{N}_i^k}\{\tau_{il}[\eta_{il}]^\beta\} & \text{si } q \le q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}]^\alpha[\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h\in\Omega}[\tau_{ih}]^\alpha[\eta_{ih}]^\beta} & \text{if } j\in\Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
Valor de q: 0.5098692006028892
Recorrido por Intensificación
F-D: t = 0.1; n = 0.021739130434782608; t*n = 0.002173913043478261
Ciudad Siguiente: D
Actualizamos el arco F-D(v):(1-e)*0.1 + e*0.1 = 0.1

Hormiga 3: E-A-C-B-F-D
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos el costo para cada camino de cada hormiga:

$$\tau_{ij} = (1-\varphi)\cdot\tau_{ij} + \varphi\cdot\tau_0$$

$$j = \begin{cases} \arg\max_{l\in\mathcal{N}_i^k}\{\tau_{il}[\eta_{il}]^{\beta}\} & \text{si } q \leq q_0 \\ J & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{h\in\Omega}[\tau_{ih}]^{\alpha}[\eta_{ih}]^{\beta}} & \text{if } j\in\Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
Hormiga 1 (E-A-C-B-D-F) - Costo: 77.5
Hormiga 2 (E-B-C-A-F-D) - Costo: 66.0
Hormiga 3 (E-A-C-B-F-D) - Costo: 100.0
----------
Mejor Hormiga Local: E-B-C-A-F-D - Costo: 66.0
----------
----------
Mejor Hormiga Global: E-B-C-A-F-D - Costo: 66.0
----------
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos la feromona para cada camino:

$$\tau_{ij} = \rho \cdot \tau_{ij} + (1 - \rho) \cdot \Delta\tau_{ij}^{bs}$$

```
A-B: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
A-C: Feromona = 0.099 + 0.015 = 0.114
A-D: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
A-E: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
A-F: Feromona = 0.099 + 0.015 = 0.114
B-A: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
B-C: Feromona = 0.099 + 0.015 = 0.114
B-D: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
B-E: Feromona = 0.099 + 0.015 = 0.114
B-F: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
C-A: Feromona = 0.099 + 0.015 = 0.114
C-B: Feromona = 0.099 + 0.015 = 0.114
C-D: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
C-E: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
C-F: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
```

# ACS – Ejemplo 1

- Definimos la feromona para cada camino:

$$\tau_{ij} = \rho \cdot \tau_{ij} + (1-\rho) \cdot \Delta\tau_{ij}^{bs}$$

```
C-F: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
D-A: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
D-B: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
D-C: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
D-E: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
D-F: Feromona = 0.099 + 0.015 = 0.114
E-A: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
E-B: Feromona = 0.099 + 0.015 = 0.114
E-C: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
E-D: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
E-F: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
F-A: Feromona = 0.099 + 0.015 = 0.114
F-B: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
F-C: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
F-D: Feromona = 0.099 + 0.015 = 0.114
F-E: Feromona = 0.099 + 0.0 = 0.099
```

# ACS – Ejemplo 1

- Después de 100 iteraciones mostramos el mejor camino global.

```
Iteraciones Totales: 100
-----------
Mejor Hormiga Global: E-A-F-C-B-D - Costo: 54.0
-----------
```

# Sistemas de hormigas mejor-peor (BWAS)

- El Sistema de hormigas Mejor-Peor (Best-Worst Ant System, BWAS), propuesto en Cordón et al. (1999, 2000).

- Es otra extensión del AS basada en la incorporación de componentes de Computación Evolutiva para mejorar el equilibrio intensificación-diversificación.

# Sistemas de hormigas mejor-peor (BWAS)

- Las diferencias con el AS es:

- El mecanismo de actualización de feromona es más explorativo al evaporar todos los rastros, reforzar positivamente sólo los de la mejor solución global y negativamente los de la peor solución actual.
- Aplica una mutación de los rastros de feromona para diversificar.
- Reinicializa la búsqueda cuando se produce estancamiento.

# Sistemas de hormigas mejor-peor (BWAS)

- La actualización de feromona del BWAS se realiza en dos pasos:

1) Se evaporan todos los rastros de feromona y se aporta en los de la mejor solución global:

$$\tau_{rs}(t) = (1-\rho)\cdot\tau_{rs}(t-1) + \Delta\tau_{rs}^{mejor\_global}$$

2) Se realiza una evaporación adicional de los rastros de feromona de la peor solución de la iteración actual que no estén contenidos en la mejor global:

$$\tau_{rs}(t) \leftarrow (1-\rho)\cdot\tau_{rs}(t), \quad \forall a_{rs} \in S_{peor-actual} \quad y \quad a_{rs} \notin S_{mejor-global}$$

# Sistemas de hormigas mejor-peor (BWAS)

- El BWAS considera la búsqueda estancada si durante un número consecutivo de iteraciones (un porcentaje del total, por ejemplo, 20) no se consigue mejorar la mejor solución global obtenida.

- En ese caso, se aplica la reinicialización, volviendo a poner todos los rastros de feromona a $\tau_0$.

# Sistemas de hormigas mejor-peor (BWAS)

- Para conseguir diversidad en el proceso de búsqueda se mutan los valores de los rastros de feromona.
- La mutación se aplica en cada rastro de feromona con probabilidad Pm (<20%):

$$\tau'_{rs}(t) = \tau_{rs}(t) + N(0, \tau_{umbral}) \quad ; \quad \tau_{umbral} = \frac{\sum_{a_{rs} \in S_{mejor-global}} \tau_{rs}(t)}{n}$$

- A cada rastro mutado se le añade un valor normal de media 0 en $[-\tau_{umbral}, \tau_{umbral}]$. $\tau_{umbral}$ corresponde a la media de los rastros de feromona de Smejor-global.

# Sistemas de hormigas mejor-peor (BWAS)

- Evolución de la función de mutación:

1. La fuerza de la mutación aumenta con las iteraciones: primero, $\tau$umbral es cercano a $\tau_0$ y la mutación es pequeña. Luego, según crecen los rastros de Smejor-global va siendo más grande.

2. Al reinicializar, vuelve a su rango inicial.

# Sistemas de hormigas mejor-peor (BWAS)

- El BWAS consigue un buen balance diversificación – intensificación combinando:

  - La intensificación que introduce la regla de actualización de feromona con la mejor y la peor hormiga.

  - La diversificación de la mutación de rastros de feromona y la reinicialización.

# Laboratorio 09 (0 a 20)

- Aplicar los algoritmo ACS para el siguiente problema QAP (utilice por los menos 4 hormigas). Muestre los valores obtenidos. Pruebe con diferentes valores en los parámetros.

$$e_{ij} = f_i \cdot d_j$$

$$\eta_{ij} = 1/e_{ij}$$

# Laboratorio 09 (0 a 20)

Distance Matrix

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 50 | 50 | 94 | 50 |
| B | 50 | 0 | 22 | 50 | 36 |
| C | 50 | 22 | 0 | 44 | 14 |
| D | 94 | 50 | 44 | 0 | 50 |
| E | 50 | 36 | 14 | 50 | 0 |

Flows

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 3 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 |
| 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 3 | 0 | 0 | 1 |
| 5 | 3 | 0 | 0 | 1 | 0 |

# Laboratorio 10 (0 a 20)

- Aplicar los algoritmo BWAS para el siguiente problema QAP (utilice por los menos 4 hormigas). Muestre los valores obtenidos. Pruebe con diferentes valores en los parámetros.

$$e_{ij} = f_i \cdot d_j$$

$$\eta_{ij} = 1/e_{ij}$$

# Laboratorio 10 (0 a 20)

Distance Matrix

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 35 | 71 | 99 | 71 | 75 | 41 |
| B | 35 | 0 | 42 | 80 | 65 | 82 | 47 |
| C | 71 | 42 | 0 | 45 | 49 | 79 | 55 |
| D | 99 | 80 | 45 | 0 | 36 | 65 | 65 |
| E | 71 | 65 | 49 | 36 | 0 | 31 | 32 |
| F | 75 | 82 | 79 | 65 | 31 | 0 | 36 |
| G | 41 | 47 | 55 | 65 | 32 | 36 | 0 |

Flows

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 2 | 2 | 0 | 3 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 1 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

# GRACIAS

Dr. Edward Hinojosa Cárdenas
ehinojosa@unsa.edu.pe