



gráficos avanzados y animación  
advanced computer graphics and animation

# Seminario 8

## *Animación de estructuras articuladas*

Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial  
**Universidad de Alicante**



# Indice

- Introducción
- Definiciones
- Cinemática inversa
- Cinemática directa
- Formas de representación
  - Notación DH
  - Notación AP
- Cinemática directa vs. cinemática inversa



# Introducción

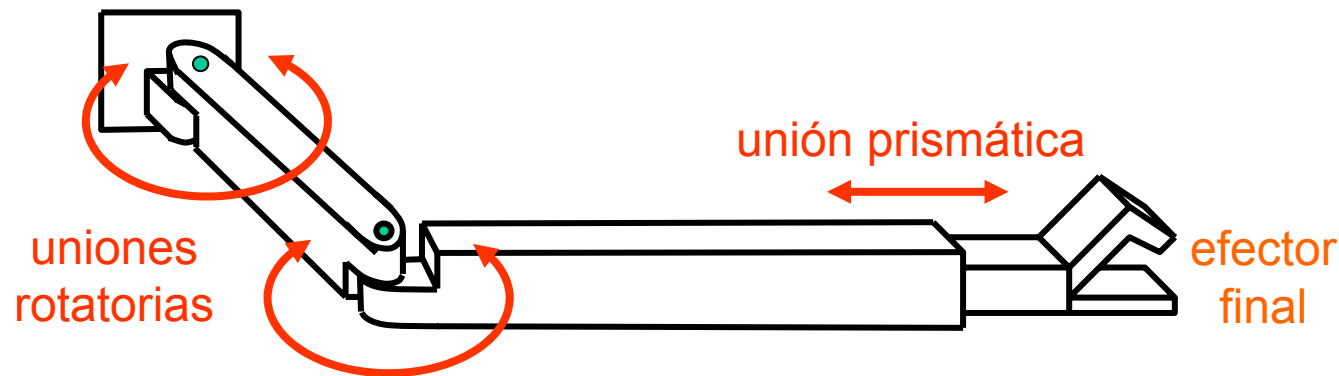
- Consiste en la animación de figuras articuladas (robots, esqueletos, ...): conjunto de elementos rígidos conectados en las uniones
- Nace como consecuencia del interés por utilizar actores sintéticos en animaciones por computador



# Definiciones

## Figura articulada

- Estructura consistente en un conjunto de **elementos rígidos** conectados a través de **uniones**.
- Las uniones pueden ser rotatorias y prismáticas, aunque en animación las más usuales son las rotatorias
- Efecto final: elemento final de la cadena de enlaces de una estructura articulada (en una figura humana: cabeza, manos y pies)





# Definiciones

## Cinemática

- Estudio y especificación del movimiento, de forma independiente de las fuerzas que lo producen.
- Incluye todas las propiedades geométricas y temporales del movimiento:
  - Posición
  - Velocidad
  - Aceleración



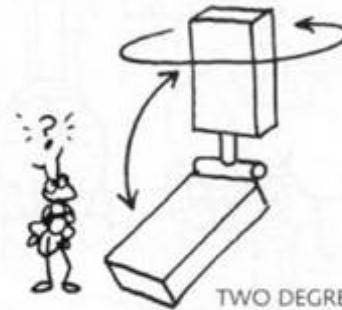
# Definiciones

## Grados de libertad

- Grados de libertad o DOF (degrees of freedom)
- Número de variables de posición independientes para especificar el estado de una estructura.



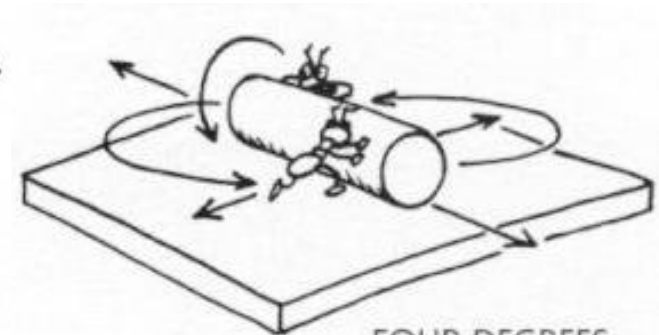
ONE DEGREE



TWO DEGREES



THREE DEGREES



FOUR DEGREES



SIX DEGREES

Animación de estructuras articuladas



# Definiciones

## Estados

- **Espacio de estados:** posibles valores que pueden tomar las variables de posición independientes que definen el estado de la estructura. Su dimensión es igual a los DOF.
- **Vector de estado:** valores que toman las variables de posición independientes para una configuración concreta de la estructura. Es un vector  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_N)$ , donde  $N = \text{DOF}$ .
- Ejemplo: cualquier cuerpo rígido que pueda moverse por el espacio sin restricciones tiene 6 DOF, 3 para la posición y 3 para la orientación:  $\theta = (x, y, z, \mu, \varphi, \Phi)$



# ¿Qué es animar?

- Animar una estructura articulada consiste en encontrar una secuencia de estados (o trayectoria) dentro de un espacio de estados N-Dimensional.
- Dos formas de resolución:
  - Cinemática directa
  - Cinemática inversa





# Cinemática directa

- Calcula la posición final del efector a partir del vector de estado de cada articulación:

$P=f(\theta)$ ,  $P$  posición final,  $\theta$  vector de estado

- El animador define el movimiento de cada unión y el sistema calcula la posición del efector final.
- El movimiento de los efectores finales está determinado indirectamente por la acumulación de todas las transformaciones que llegan a ese efector.
- Estructura de cálculo en árbol descendente. Por ejemplo, el movimiento de un pie es el efecto combinado de las transformaciones de la cadera, la rodilla y el tobillo.



# Cinemática inversa

- Calcula el vector de estado de cada articulación dada la posición final del efector:

$$\theta = f^{-1}(P), \theta \text{ vector de estado, } P \text{ posición final}$$

- El animador define la posición de los efectores finales y el sistema debe calcular la posición y orientación de cada unión de forma jerárquica, para que el resultado final sea el que hemos definido.
- El cálculo se realiza en árbol ascendente.



## Ejemplo

- Cinemática directa:
  - Dados  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , obtener la posición del efector final  $P=(x,y)$

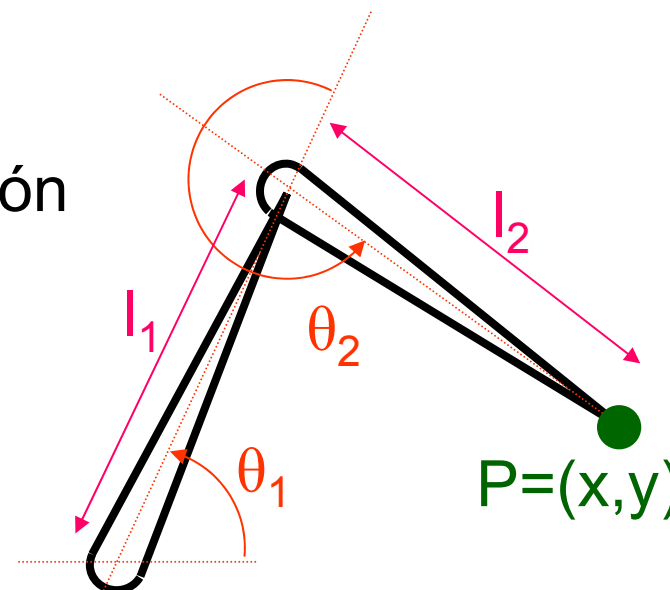
$$P = (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos (\theta_1 + \theta_2), \\ l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin (\theta_1 + \theta_2))$$

- Cinemática inversa:

- Dada la posición del efector final  $P=(x,y)$ , obtener los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$

$$\theta_2 = \cos^{-1} \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}$$

$$\theta_1 = \frac{-(l_2 \sin \theta_2)x + (l_1 + l_2 \cos \theta_2)y}{(l_2 \sin \theta_2)y + (l_1 + l_2 \cos \theta_2)x}$$





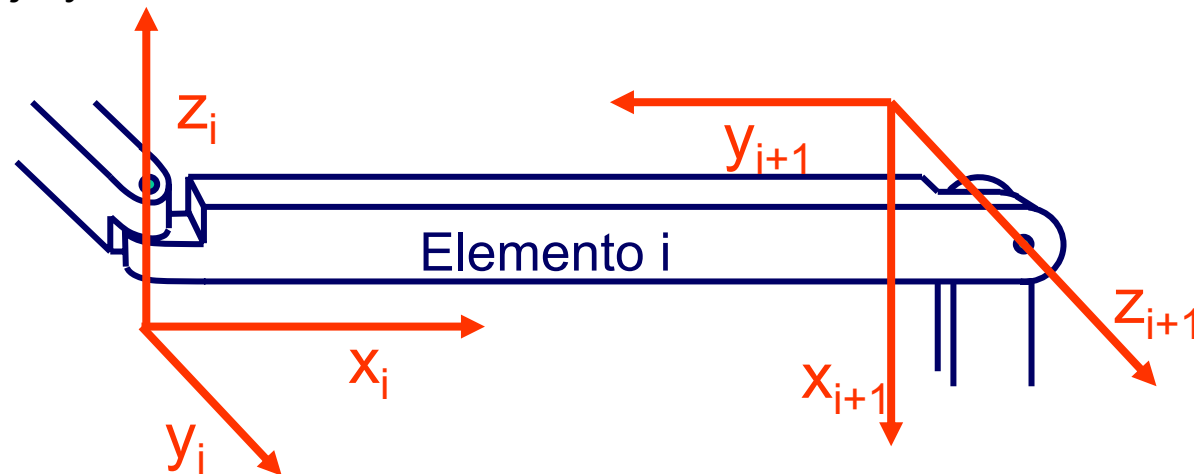
# Formas de representación

- ¿Cómo representar una figura articulada matemáticamente?  
*es decir*
- ¿Qué base de estados tomamos para describir nuestro espacio de estados?
- Dos notaciones
  - Notación DH
  - Notación AP



# Notación DH

- Notación de Denavit-Hartenberg
- Proviene de la robótica
- Describe la cinemática de cada elemento en relación con sus vecinos asociándole un sistema de coordenadas a cada elemento:
  - el eje  $z$  se encuentra sobre el eje de la unión
  - el eje  $x$  es normal a este eje y apunta a la siguiente unión
  - el eje  $y$  es normal a los dos anteriores





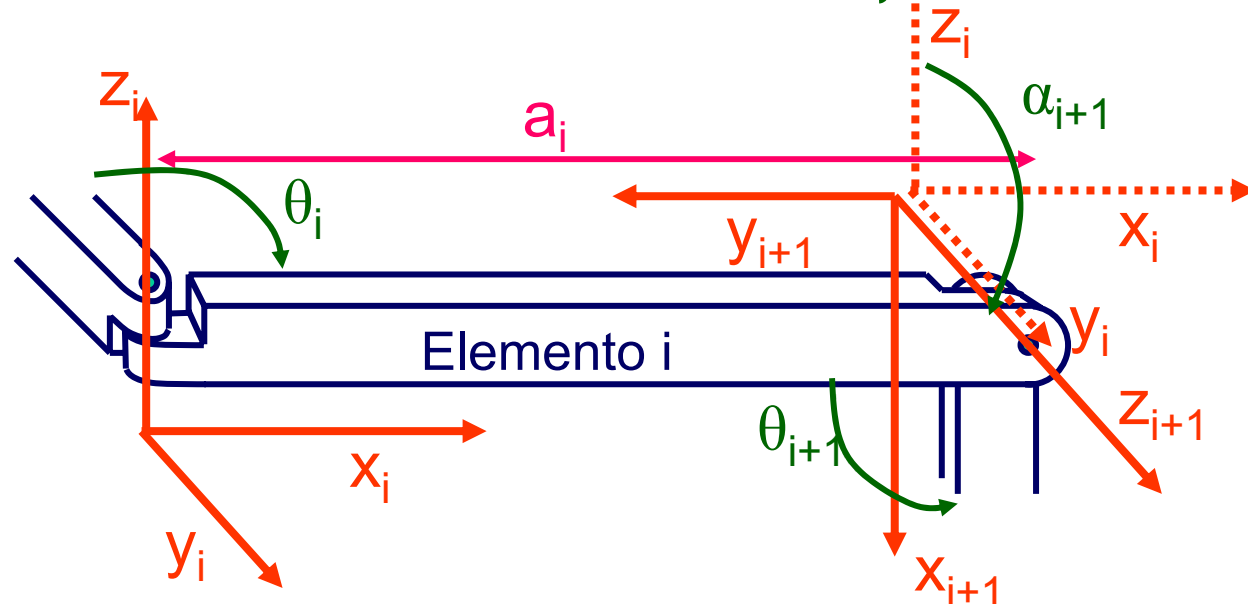
# Notación DH

- Utiliza 4 parámetros:

- Longitud en x del elemento  $a_i$
- Torsión entre elementos  $\alpha_i$
- Distancia en z entre elementos  $d_i$
- Angulo entre elementos  $\theta_i$

} Parámetros del elemento

} Parámetros de la unión





## Notación DH

- Esta notación está pensada para uniones rotatorias con un DOF
- Si hay más DOF (uniones rotatorias en bola) deben colocarse varias uniones simples en el mismo punto.



# Notación AP

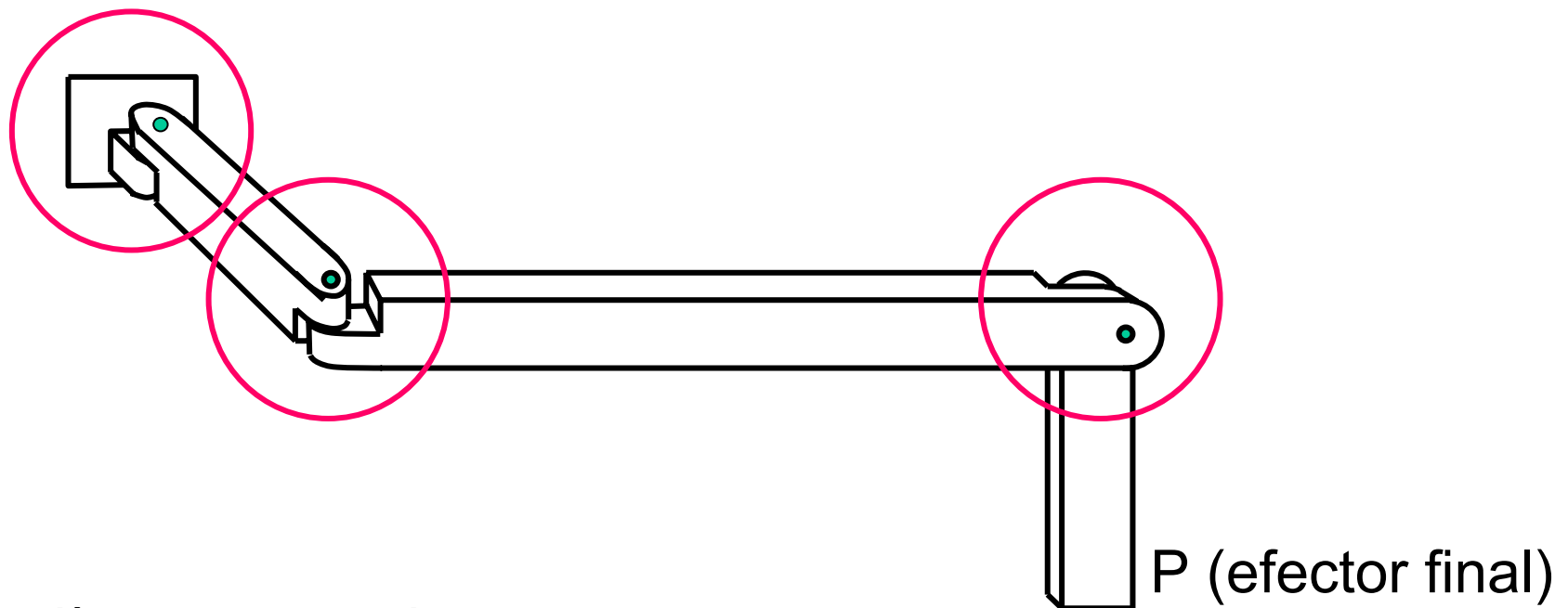
- Notación “Axis position” (posición de los ejes)
- La notación DH sólo sirve para una única cadena de elementos y un único efector final. La notación AP permite ramas.
- Para cada unión se define mediante al menos 7 parámetros:
  - Posición de la unión (3 parámetros)
  - Orientación de los ejes de la unión (3 parámetros)
  - Punteros a los elementos unidos a esa unión (1 parámetro para indicar el ángulo de incidencia de cada elemento)





# Ejemplo

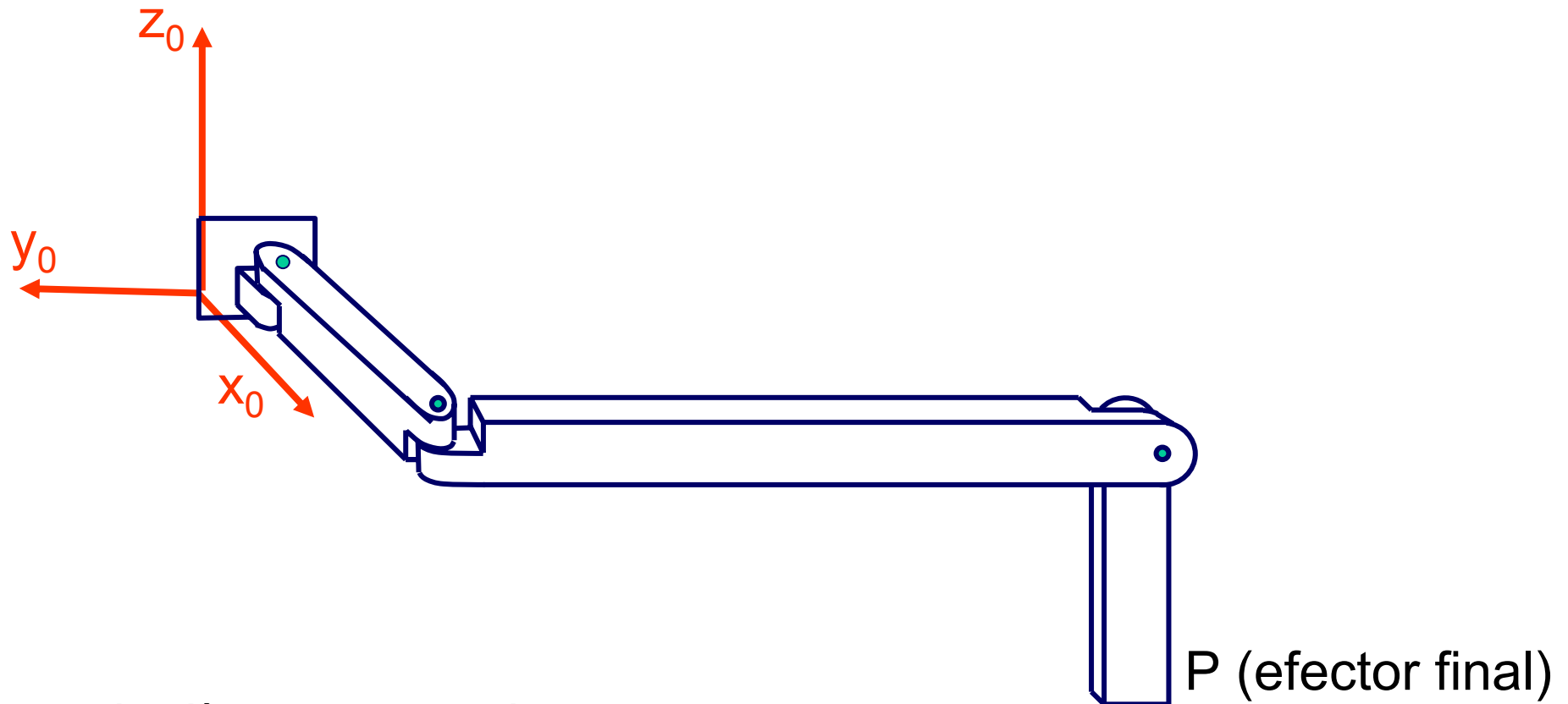
- Ejemplo con notación DH
  - Estructura articulada con 3 grados de libertad





# Ejemplo

## 1. Definir un sistema de coordenadas global

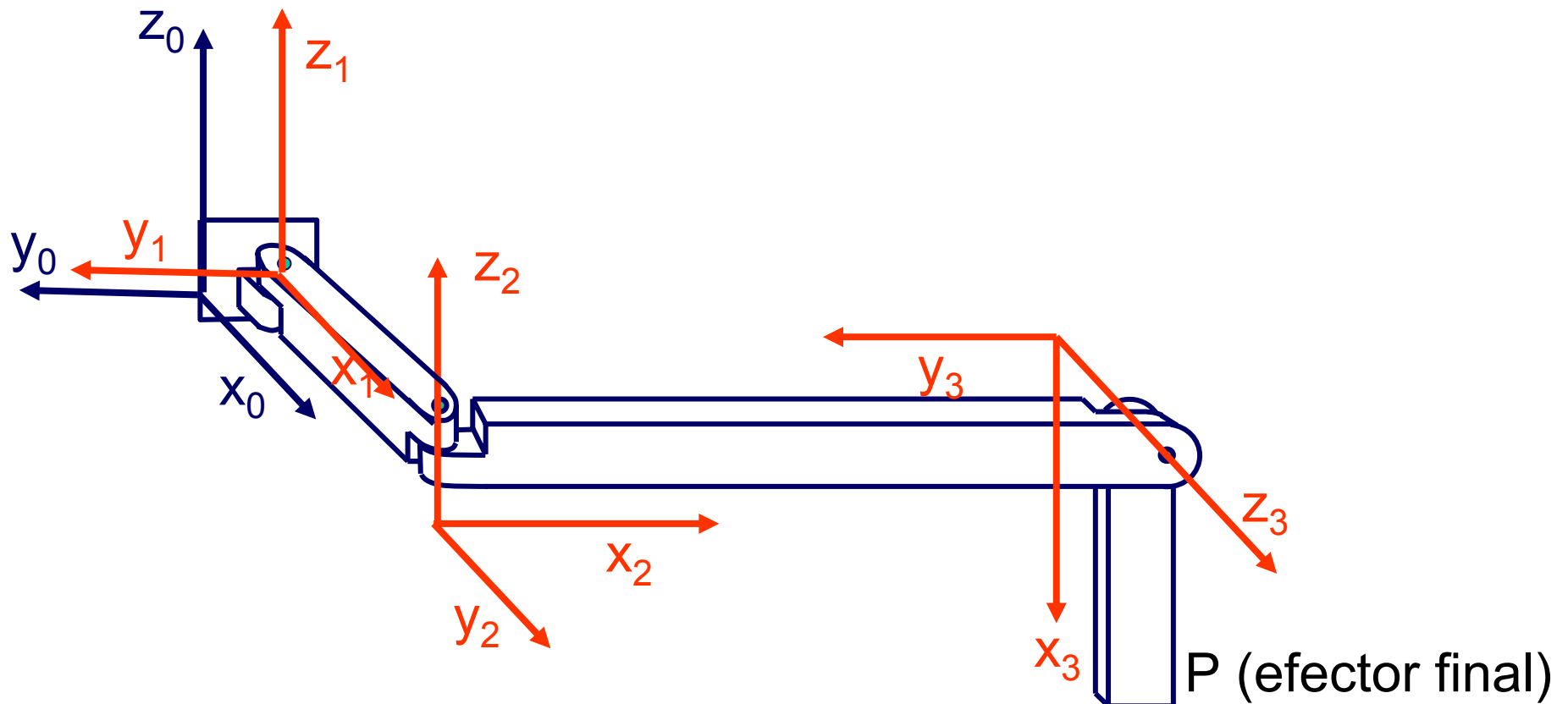


Animación de estructuras articuladas



# Ejemplo

## 2. Definir los sistemas de coordenadas locales



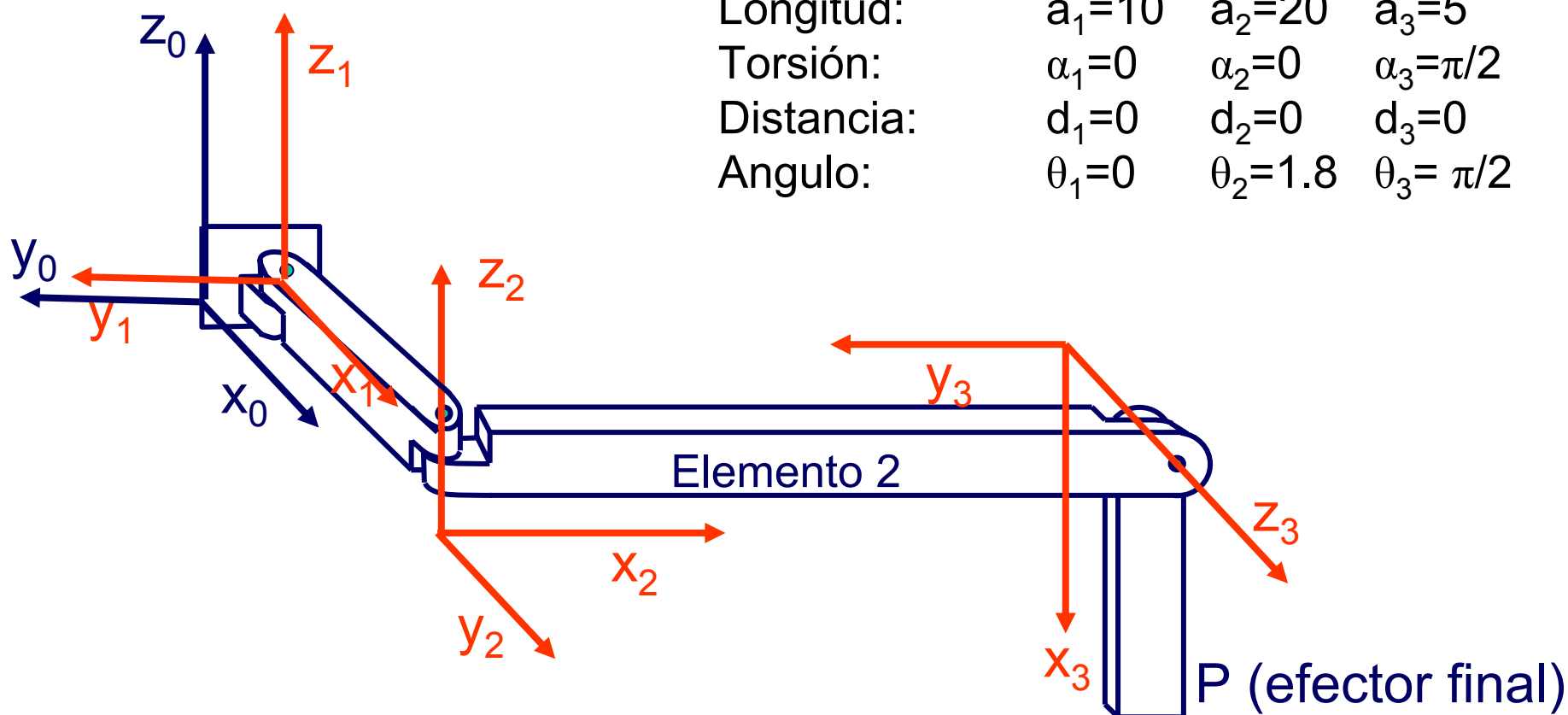
Animación de estructuras articuladas



# Ejemplo

## 3. Identificar cada parámetro $a_i$ , $\alpha_i$ , $d_i$ y $\theta_i$

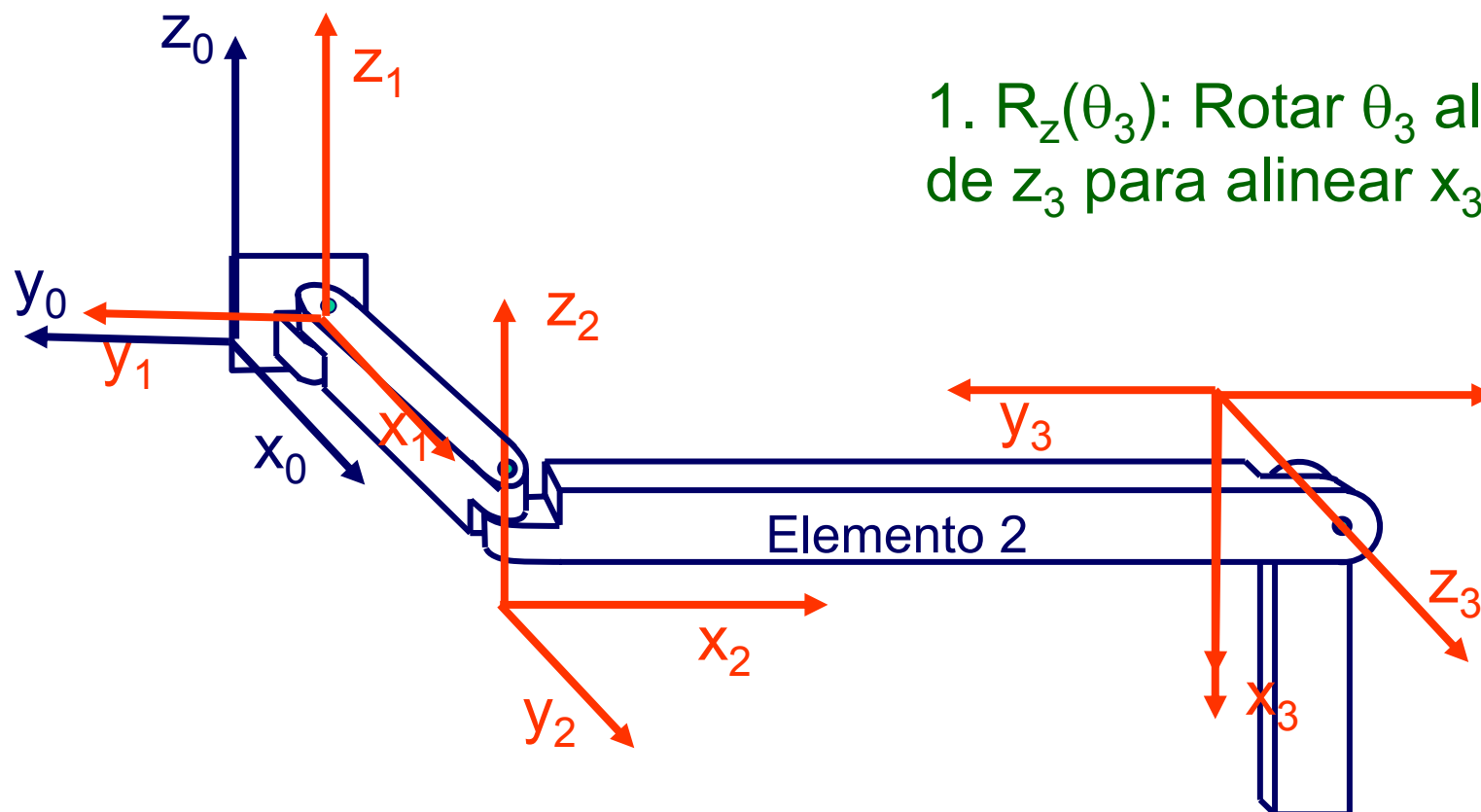
Longitud:	$a_1=10$	$a_2=20$	$a_3=5$
Torsión:	$\alpha_1=0$	$\alpha_2=0$	$\alpha_3=\pi/2$
Distancia:	$d_1=0$	$d_2=0$	$d_3=0$
Angulo:	$\theta_1=0$	$\theta_2=1.8$	$\theta_3= \pi/2$





# Ejemplo

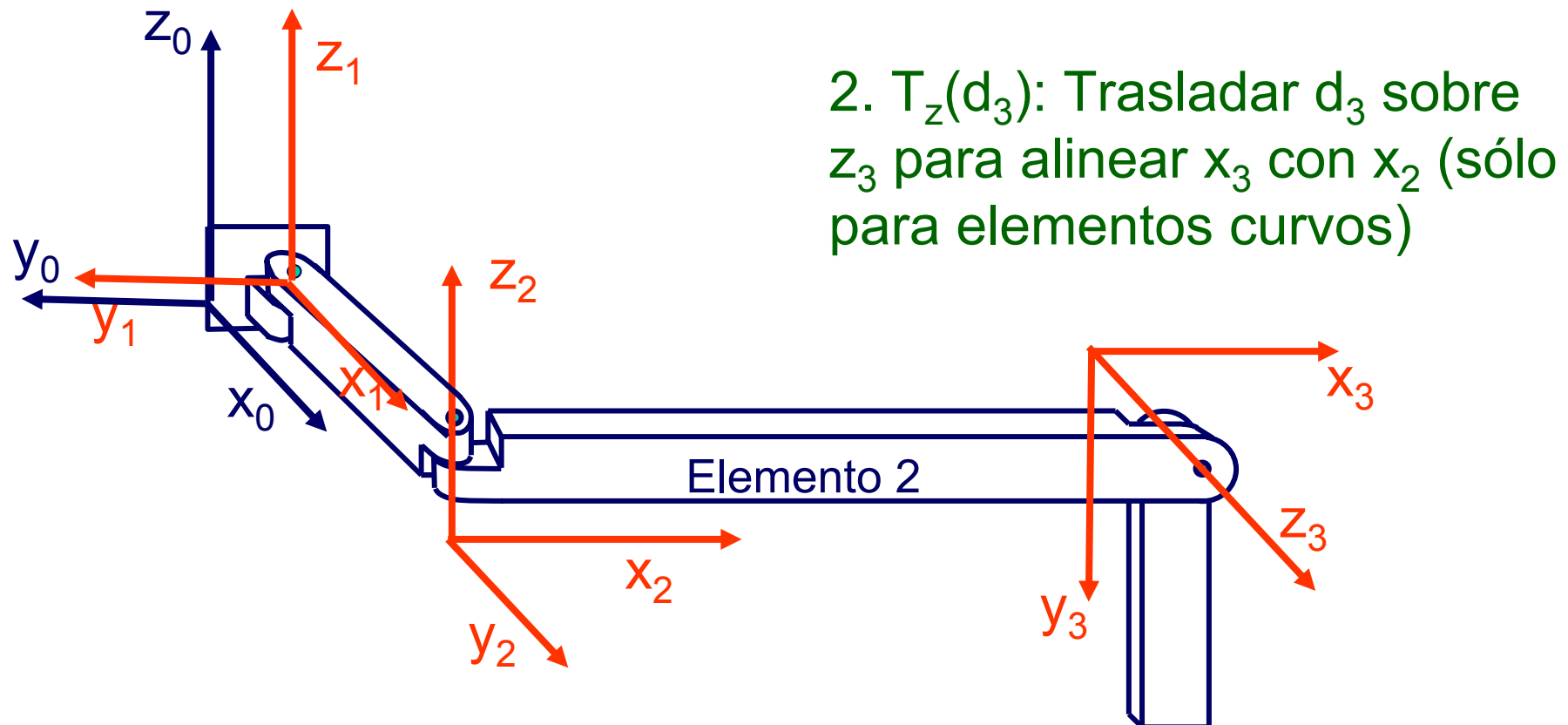
4. Para cada sistema local, del último al primero, aplicar las siguientes transformaciones





# Ejemplo

4. Para cada sistema local, del último al primero, aplicar las siguientes transformaciones

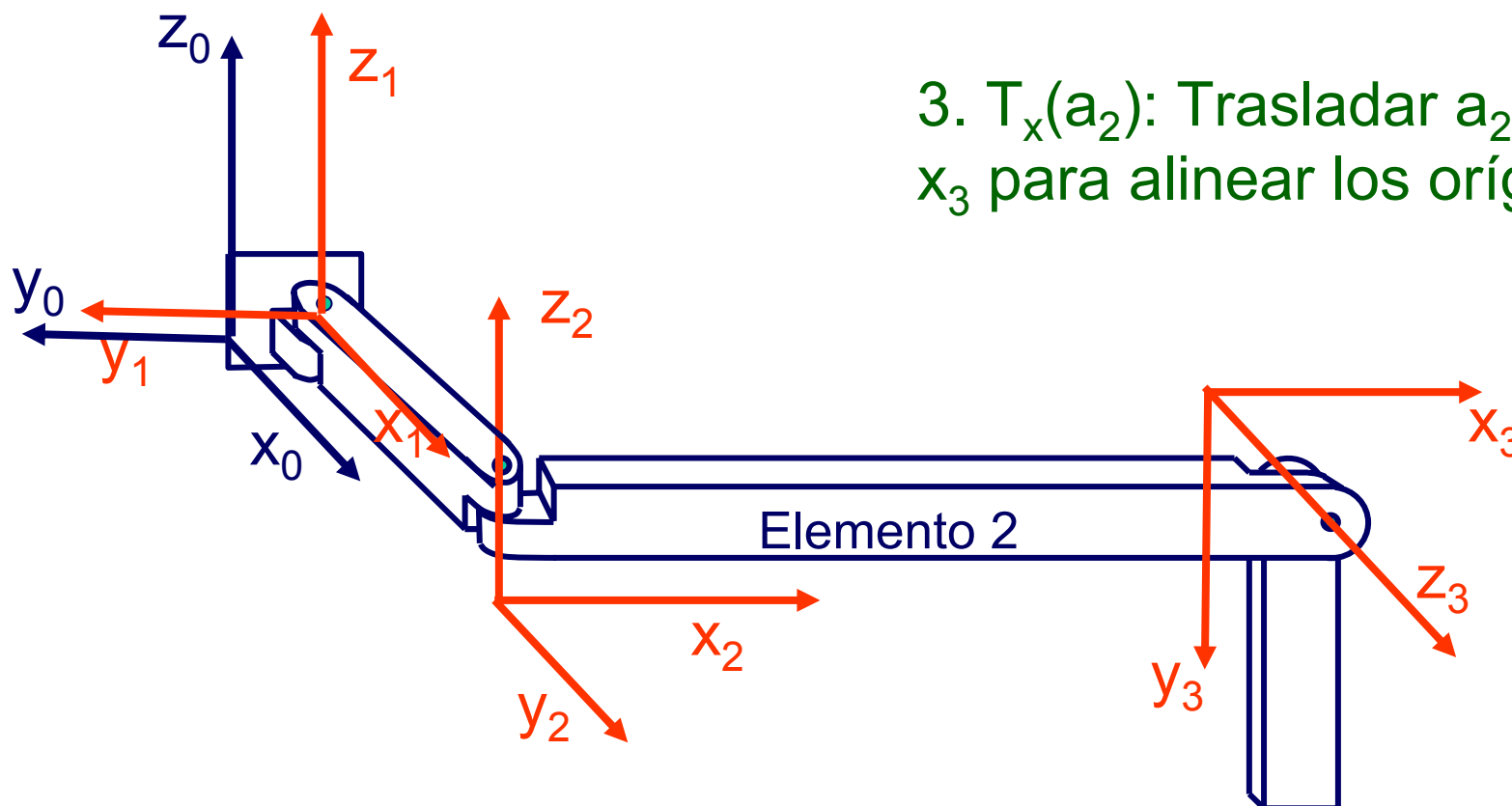




## Ejemplo

4. Para cada sistema local, del último al primero, aplicar las siguientes transformaciones

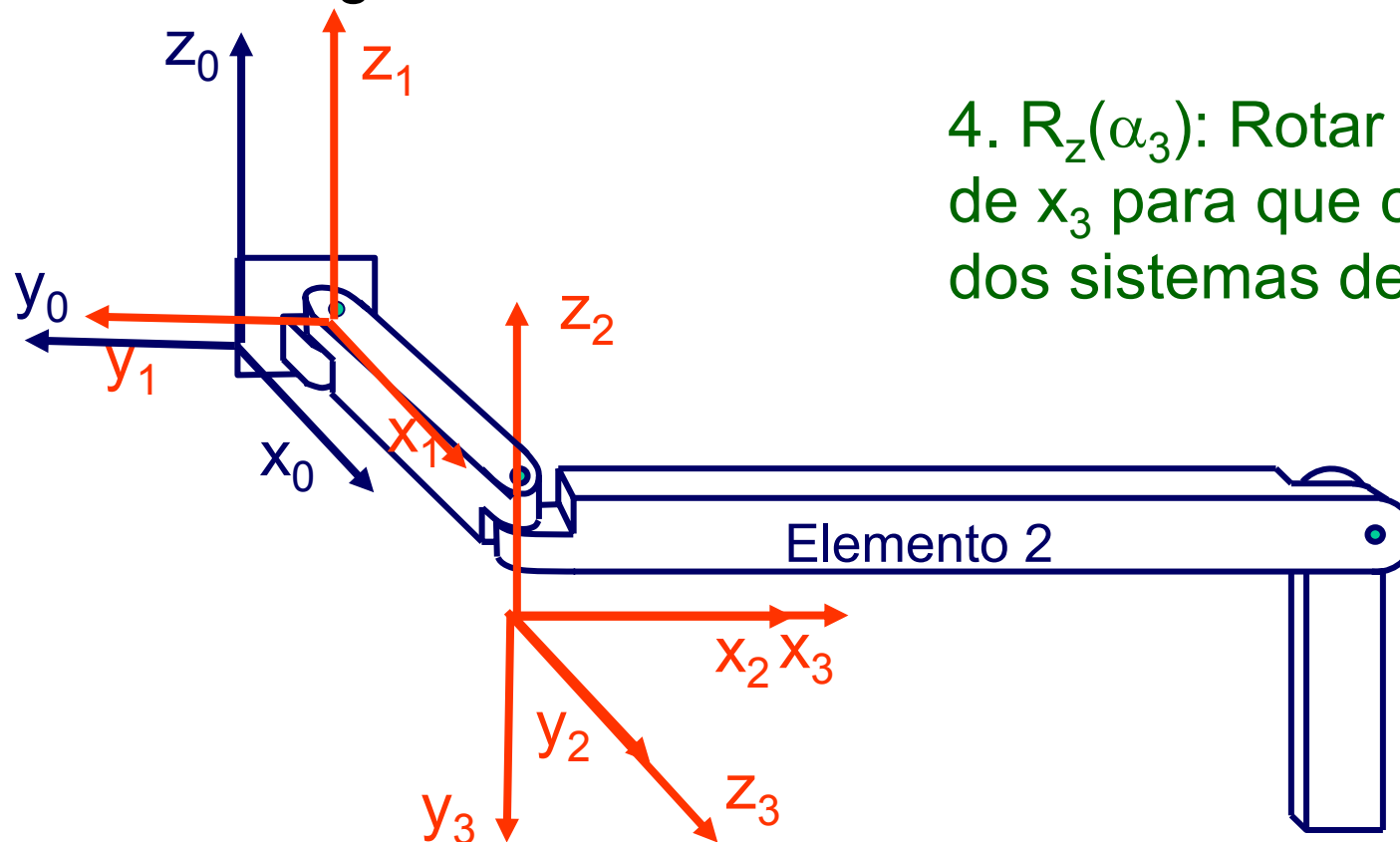
3.  $T_x(a_2)$ : Trasladar  $a_2$  sobre  $x_3$  para alinear los orígenes





# Ejemplo

4. Para cada sistema local, del último al primero, aplicar las siguientes transformaciones



4.  $R_z(\alpha_3)$ : Rotar  $\alpha_3$  alrededor de  $x_3$  para que coincidan los dos sistemas de coordenadas





## Ejemplo

4. Para cada sistema local, del último al primero, aplicar las siguientes transformaciones

$$T_{i \rightarrow i-1} = R_x(\alpha_i) \cdot T_x(a_{i-1}) \cdot T_z(d_i) \cdot R_z(\theta_i) = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & 0 \\ -\sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & \cos\theta_i \sin\alpha_i & 0 \\ 0 & -\sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ a_{i-1} & -d_i \sin\alpha_i & d_i \cos\alpha_i & 0 \end{pmatrix}$$

5. La posición final del efector viene dada por la siguiente composición de transformaciones

$$T_{N \rightarrow 0} = T_{1 \rightarrow 0} \cdot T_{2 \rightarrow 1} \cdots T_{N-1 \rightarrow N-2} \cdot T_{N \rightarrow N-1}$$



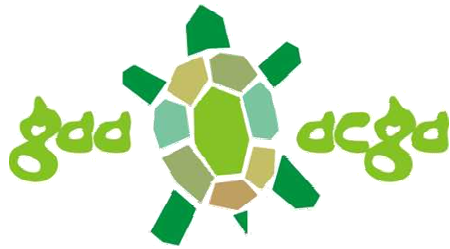
## Ejemplo

- Resolución por Cinemática Directa:
  - Dados los ángulos  $\theta_i$ , calcular la posición del efector final  $P=(x,y,z) \Rightarrow$  Aplicar la transformación anterior
- Resolución por Cinemática Inversa:
  - Dada la posición del efector final  $P=(x,y,z)$ , calcular los ángulos  $\theta_i \Rightarrow$  Resolver un sistema de ecuaciones



# Cinemática directa vs Cinemática inversa

- En ambos casos, un aumento en los DOF implica mayor cantidad de cálculos
- Debemos tener en cuenta que cada unión introduce, al menos, un DOF más.



# Cinemática directa vs Cinemática inversa

- Características de la Cinemática Directa:
  - $\uparrow$  DOF  $\Rightarrow$   $\uparrow$  expresividad del personaje  $\Rightarrow$   $\uparrow$  complejidad de manipulación de la estructura
  - $\uparrow$  DOF  $\Rightarrow$  más cálculos pero no más complejidad  $\Rightarrow$  es una sucesión de transformaciones
  - En la práctica es demasiado complicado manejar movimientos a tan bajo nivel
  - Para facilitarlos  $\Rightarrow$  librerías de movimientos preespecificados:
    - Ejemplo: andar es una sucesión de pasos  $\Rightarrow$  se puede especificar el movimiento de un paso y luego repetirlo.



# Cinemática directa vs Cinemática inversa

- Características de la Cinemática Inversa:
  - Debemos resolver un sistema de ecuaciones  $\Rightarrow \uparrow$  DOF  $\Rightarrow \uparrow$  Número de incógnitas:
    - El sistema es, generalmente, no lineal  $\Rightarrow$  Los métodos de resolución son complicados e implican, normalmente, el cálculo de la Jacobiana
    - El sistema se vuelve infradeterminado (redundante)  $\Rightarrow$  la solución puede existir o no, y no ser única si existe, sino que todo un subespacio de estados pueden llevar a la posición P



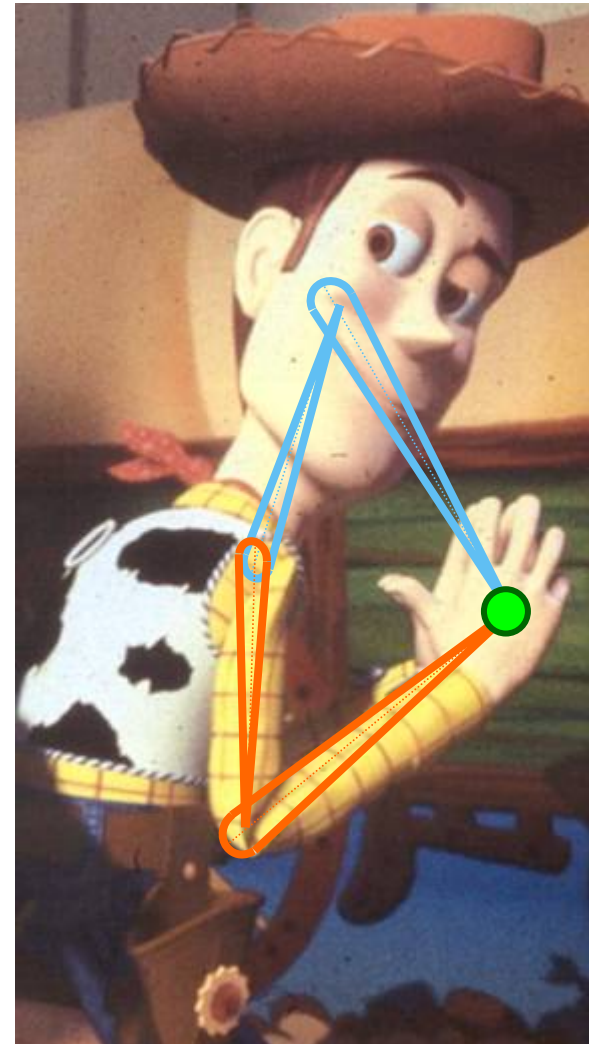
# Cinemática directa vs Cinemática inversa

- Características de la Cinemática Inversa:
  - El subespacio de soluciones se puede reducir añadiendo restricciones al sistema:
    - Cada restricción implica un subespacio  $\Rightarrow$  la solución final será la intersección de los subespacios de la solución y de las restricciones
    - Grado de redundancia =  $\text{DOF} - \text{n}^\circ \text{ de restricciones}$ .
    - Algunas restricciones típicas incluyen la minimización de la energía del sistema, la conservación del momento y, sobre todo, minimizar el espacio recorrido por cada unión



# Cinemática directa vs Cinemática inversa

- Características de la Cinemática Inversa:
  - Ejemplo: Ambas configuraciones llevan al efector a la posición P. Sin embargo, si se trata de una figura humana, una posición es imposible



$P=(x,y)$



# Cinemática directa vs Cinemática inversa

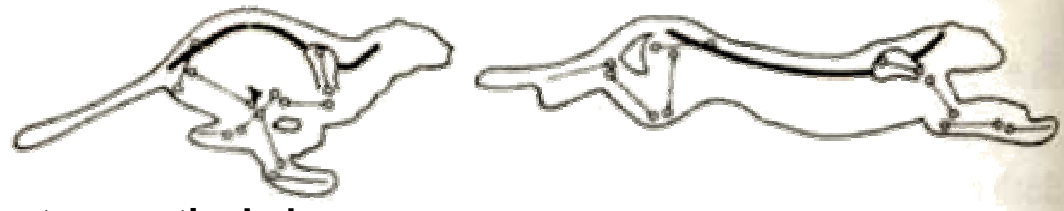
- Características de la Cinemática Inversa:
  - Si una estructura sólo posee uniones rotatorias y prismáticas, con 6 DOF en una única cadena de uniones, se puede demostrar que es resoluble numéricamente.
  - La cinemática inversa tiene un uso muy limitado en animaciones por ordenador debido a:
    - Dificultad de resolución
    - A veces no proporciona movimientos naturales
    - No se puede controlar el movimiento individual de cada articulación
    - Se utiliza sobre todo para animar estructuras caminando





# Cinemática directa vs Cinemática inversa

- En la práctica:
  - Movimientos sencillos y repetitivos (caminar...)  $\Rightarrow$  cinemática inversa
  - Movimientos complejos y que requieren controlar cada articulación  $\Rightarrow$  cinemática directa
  - Debemos complementar los métodos con sistemas interactivos que permitan visualizar los movimientos
  - La encapsulación de movimientos simples para conseguir un control de alto nivel, pueden facilitar mucho la tarea sin necesidad de resolver complejos sistemas de ecuaciones.
  - La cinemática directa permite transferir al trabajo con ordenador muchos de los principios y trucos de la animación tradicional.
  - Ambas técnicas deben complementarse con técnicas de la dinámica (estudio del efecto de las fuerzas en el movimiento).
  - Debemos tener en cuenta que en el mundo real, muchos de los elementos de las estructuras, supuestamente rígidos, no lo son



Animación de estructuras articuladas