



gráficos avanzados y animación
advanced computer graphics and animation

Seminario 8

Animación de estructuras articuladas

Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad de Alicante



Indice

- Introducción
- Definiciones
- Cinemática inversa
- Cinemática directa
- Formas de representación
 - Notación DH
 - Notación AP
- Cinemática directa vs. cinemática inversa



Introducción

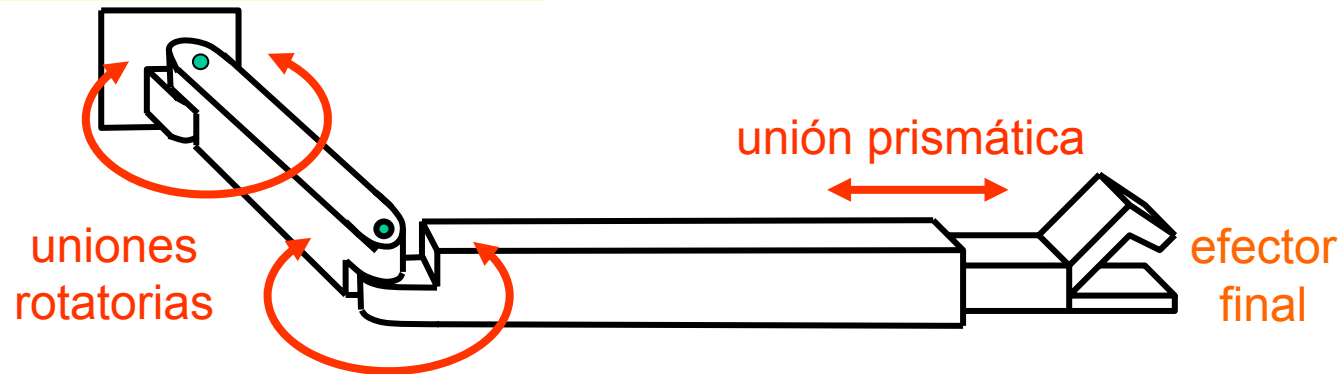
- Consiste en la animación de figuras articuladas (robots, esqueletos, ...): conjunto de elementos rígidos conectados en las uniones
- Nace como consecuencia del interés por utilizar actores sintéticos en animaciones por computador



Definiciones

Figura articulada

- Estructura consistente en un conjunto de **elementos rígidos** conectados a través de **uniones**.
- Las uniones pueden ser rotatorias y prismáticas, aunque en animación las más usuales son las rotatorias
- Efecto final: elemento final de la cadena de enlaces de una estructura articulada (en una figura humana: cabeza, manos y pies)





Definiciones

Cinemática

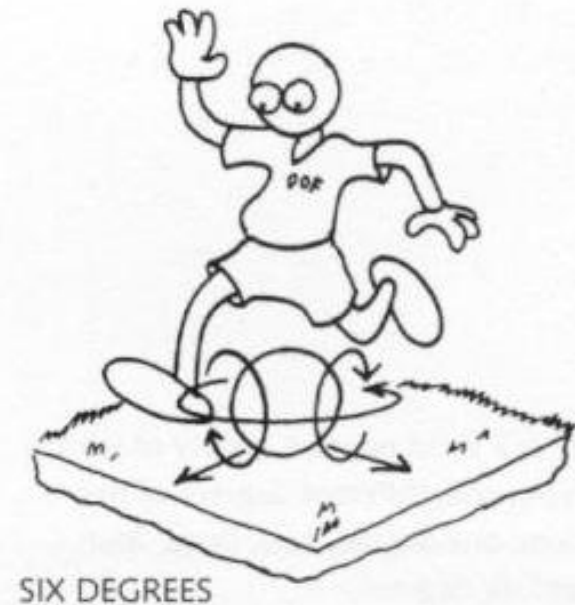
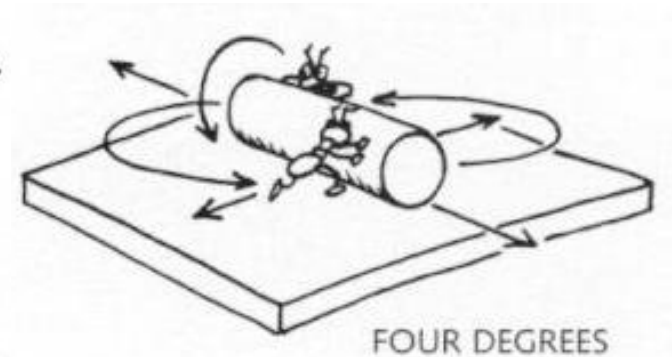
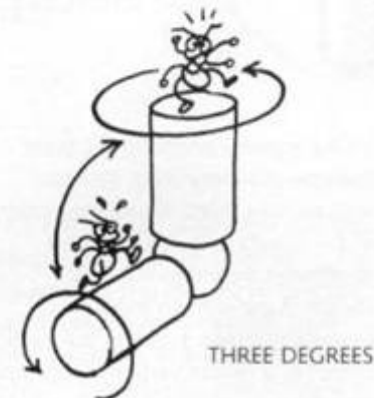
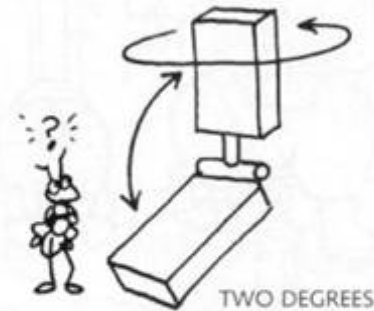
- Estudio y especificación del movimiento, de forma independiente de las fuerzas que lo producen.
- Incluye todas las propiedades geométricas y temporales del movimiento:
 - Posición
 - Velocidad
 - Aceleración



Definiciones

Grados de libertad

- Grados de libertad o DOF (degrees of freedom)
- Número de variables de posición independientes para especificar el estado de una estructura.



Animación de estructuras articuladas



Definiciones

Estados

- **Espacio de estados:** posibles valores que pueden tomar las variables de posición independientes que definen el estado de la estructura. Su dimensión es igual a los DOF.
- **Vector de estado:** valores que toman las variables de posición independientes para una configuración concreta de la estructura. Es un vector $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_N)$, donde $N=DOF$.
- **Ejemplo:** cualquier cuerpo rígido que pueda moverse por el espacio sin restricciones tiene 6 DOF, 3 para la posición y 3 para la orientación: $\theta = (x, y, z, \mu, \varphi, \Phi)$



¿Qué es animar?

- Animar una estructura articulada consiste en encontrar una secuencia de estados (o trayectoria) dentro de un espacio de estados N-Dimensional.
- Dos formas de resolución:
 - Cinemática directa
 - Cinemática inversa



Cinemática directa

- Calcula la posición final del efector a partir del vector de estado de cada articulación:

$P=f(\theta)$, P posición final, θ vector de estado

- El animador define el movimiento de cada unión y el sistema calcula la posición del efector final.
- El movimiento de los efectores finales está determinado indirectamente por la acumulación de todas las transformaciones que llegan a ese efector.
- Estructura de cálculo en árbol descendente. Por ejemplo, el movimiento de un pie es el efecto combinado de las transformaciones de la cadera, la rodilla y el tobillo.



Cinemática inversa

- Calcula el vector de estado de cada articulación dada la posición final del efector:
 $\theta = f^{-1}(P)$, θ vector de estado, P posición final
- El animador define la posición de los efectores finales y el sistema debe calcular la posición y orientación de cada unión de forma jerárquica, para que el resultado final sea el que hemos definido.
- El cálculo se realiza en árbol ascendente.



Ejemplo

- Cinemática directa:

- Dados θ_1 y θ_2 , obtener la posición del efector final $P=(x,y)$

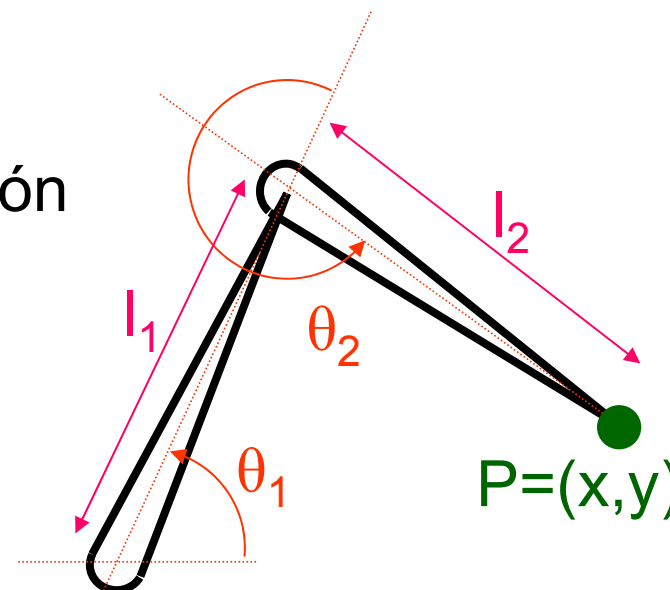
$$P = (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos (\theta_1 + \theta_2), \\ l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin (\theta_1 + \theta_2))$$

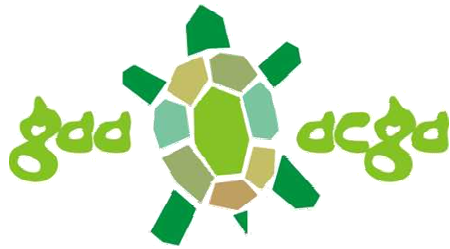
- Cinemática inversa:

- Dada la posición del efector final $P=(x,y)$, obtener los ángulos θ_1 y θ_2

$$\theta_2 = \cos^{-1} \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}$$

$$\theta_1 = \frac{-(l_2 \sin \theta_2)x + (l_1 + l_2 \cos \theta_2)y}{(l_2 \sin \theta_2)y + (l_1 + l_2 \cos \theta_2)x}$$





Formas de representación

- ¿Cómo representar una figura articulada matemáticamente?

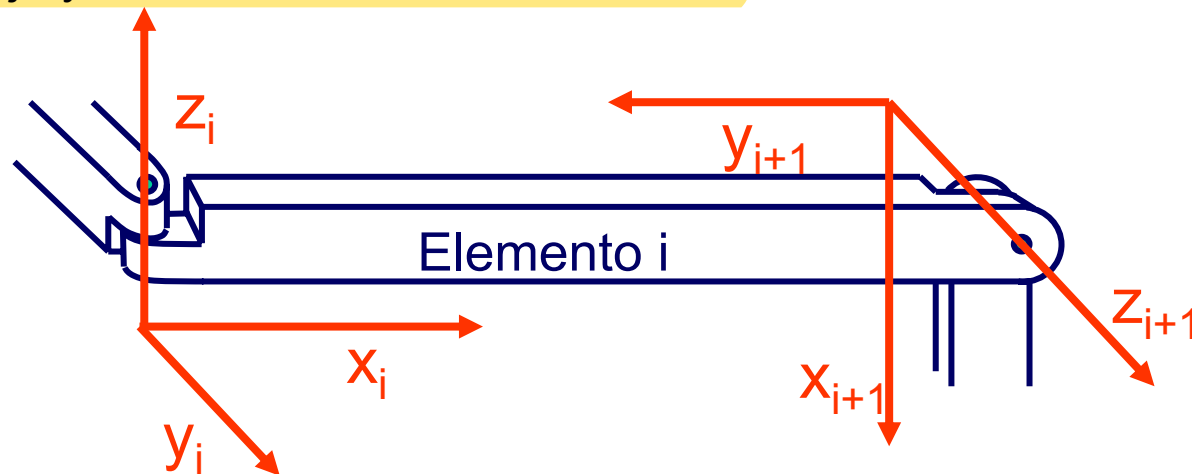
es decir

- ¿Qué base de estados tomamos para describir nuestro espacio de estados?
- Dos notaciones
 - Notación DH
 - Notación AP



Notación DH

- Notación de Denavit-Hartenberg
 - Proviene de la robótica
 - Describe la cinemática de cada elemento en relación con sus vecinos asociándole un sistema de coordenadas a cada elemento:
 - el eje z se encuentra sobre el eje de la unión
 - el eje x es normal a este eje y apunta a la siguiente unión
 - el eje y es normal a los dos anteriores





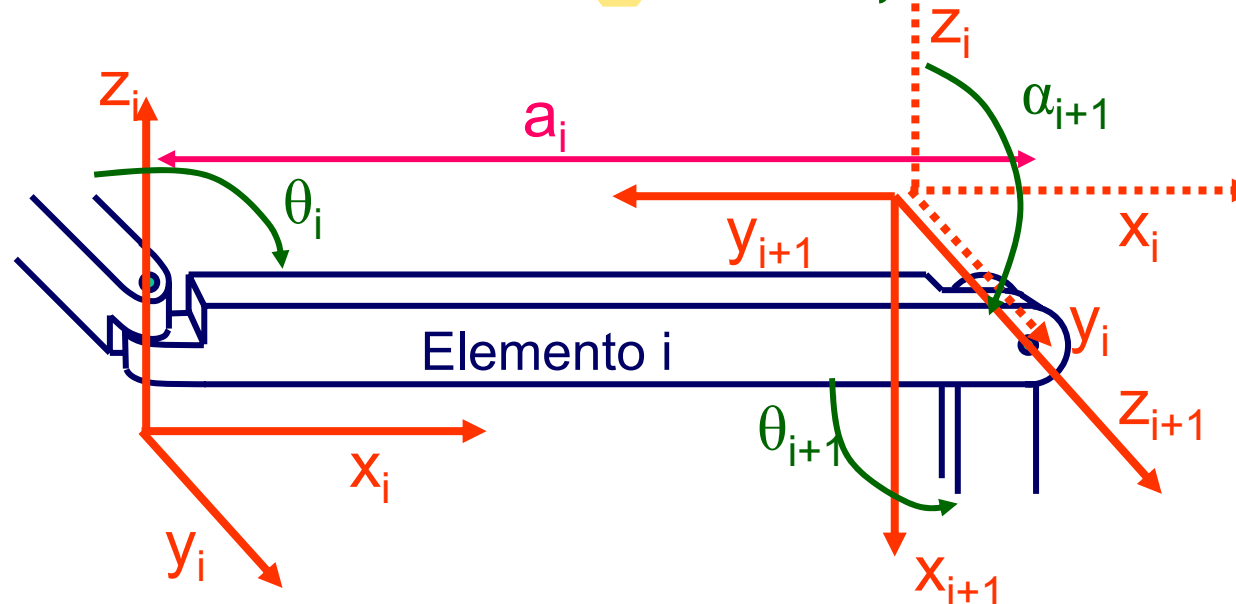
Notación DH

- Utiliza 4 parámetros:

- Longitud en x del elemento a_i
- Torsión entre elementos α_i
- Distancia en z entre elementos d_i
- Angulo entre elementos θ_i

} Parámetros del elemento

} Parámetros de la unión





Notación DH

- Esta notación está pensada para uniones rotatorias con un DOF
- Si hay más DOF (uniones rotatorias en bola) deben colocarse varias uniones simples en el mismo punto.



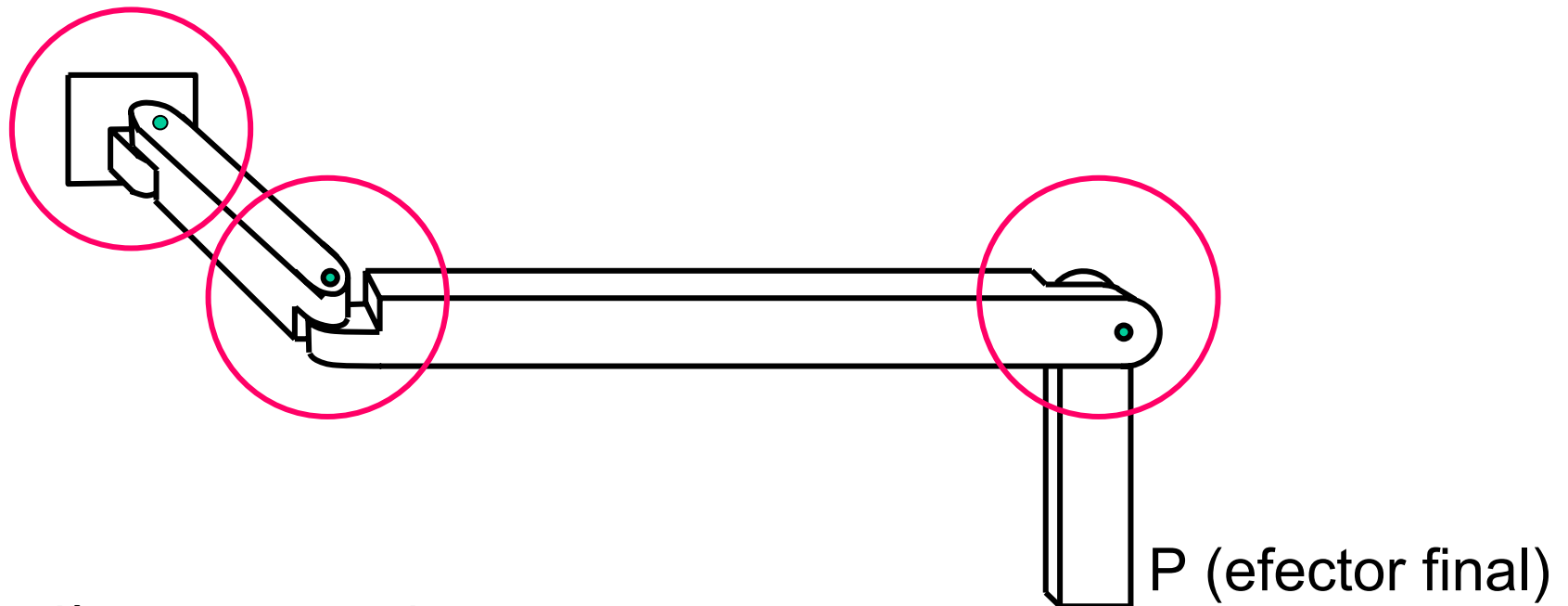
Notación AP

- Notación “Axis position” (posición de los ejes)
- La notación DH sólo sirve para una única cadena de elementos y un único efector final. La notación AP permite ramas.
- Para cada unión se define mediante al menos 7 parámetros:
 - Posición de la unión (3 parámetros)
 - Orientación de los ejes de la unión (3 parámetros)
 - Punteros a los elementos unidos a esa unión (1 parámetro para indicar el ángulo de incidencia de cada elemento)



Ejemplo

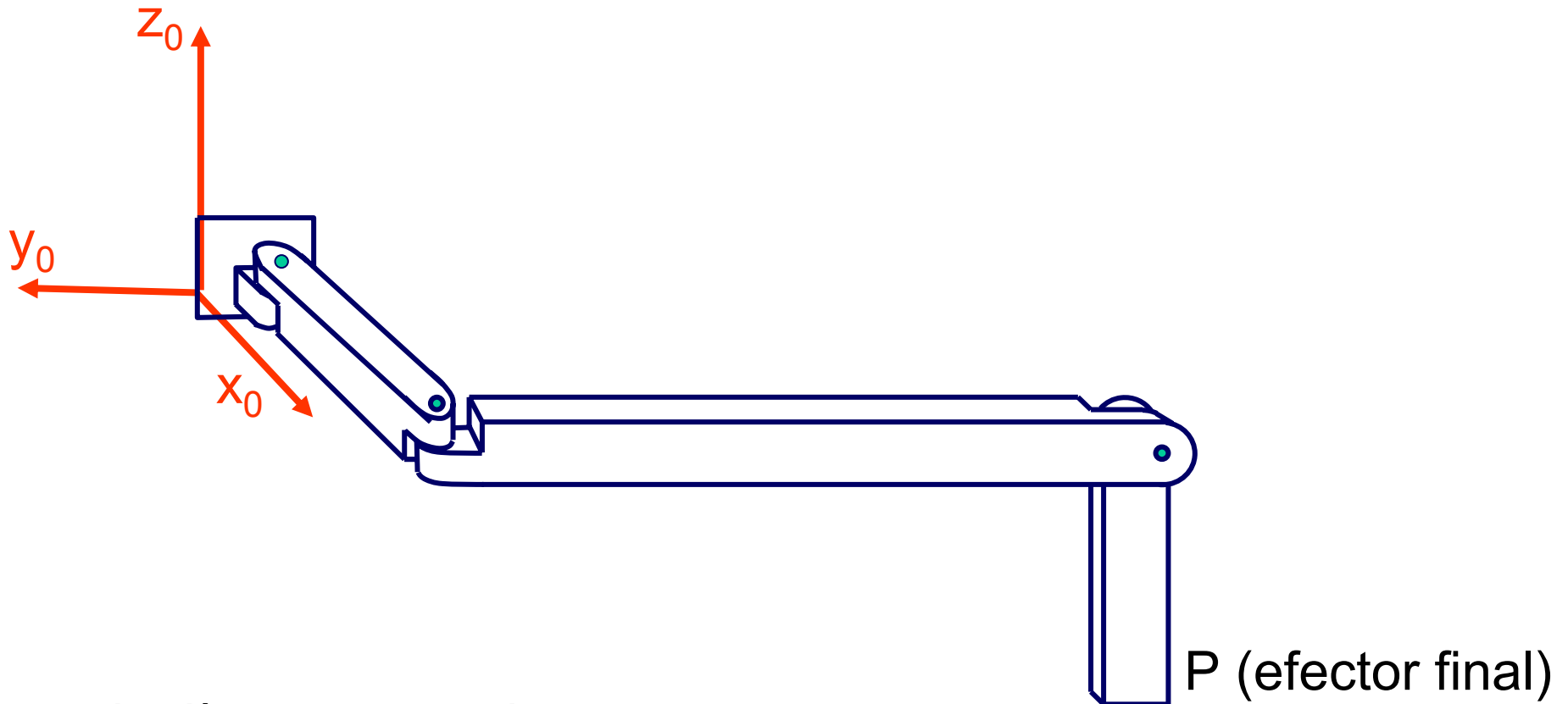
- Ejemplo con notación DH
 - Estructura articulada con 3 grados de libertad





Ejemplo

1. Definir un sistema de coordenadas global

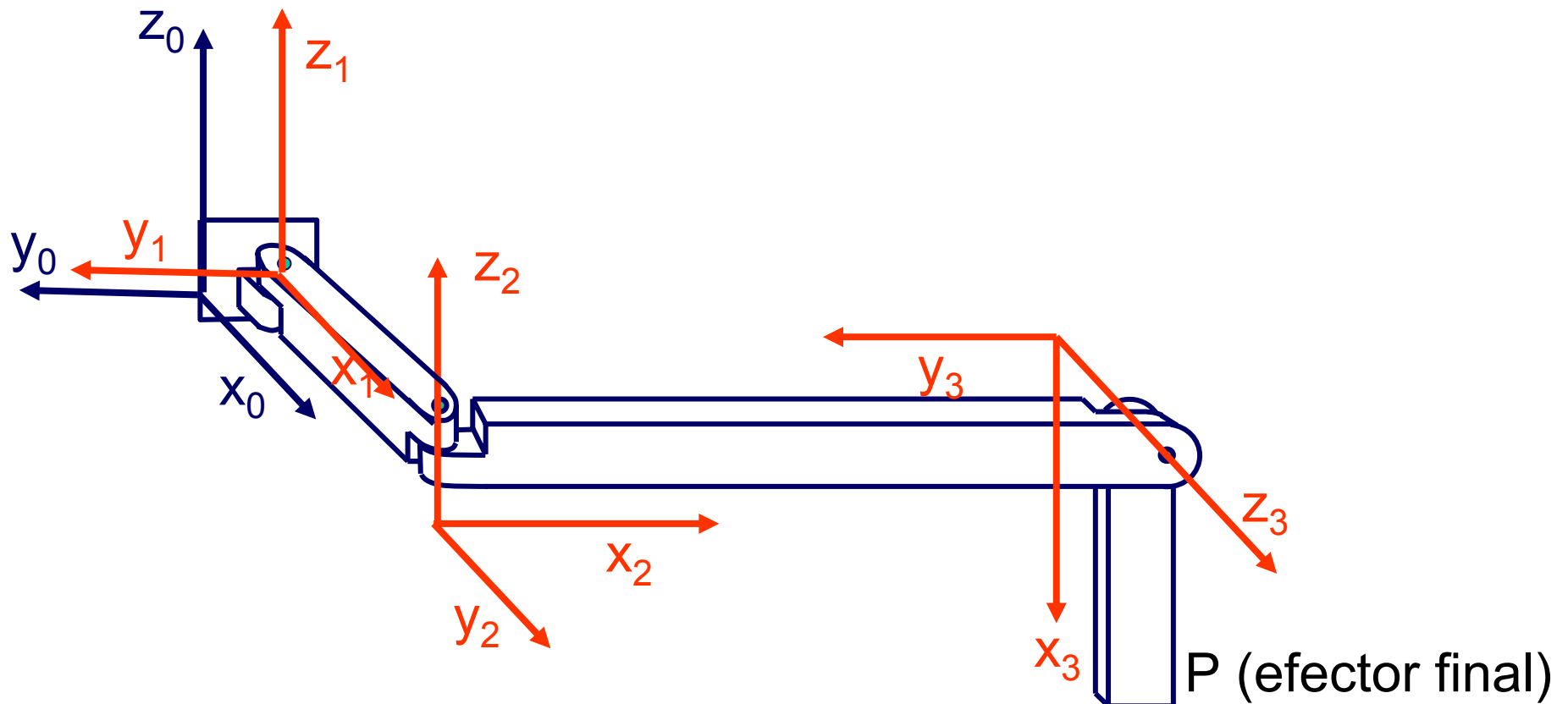


Animación de estructuras articuladas



Ejemplo

2. Definir los sistemas de coordenadas locales



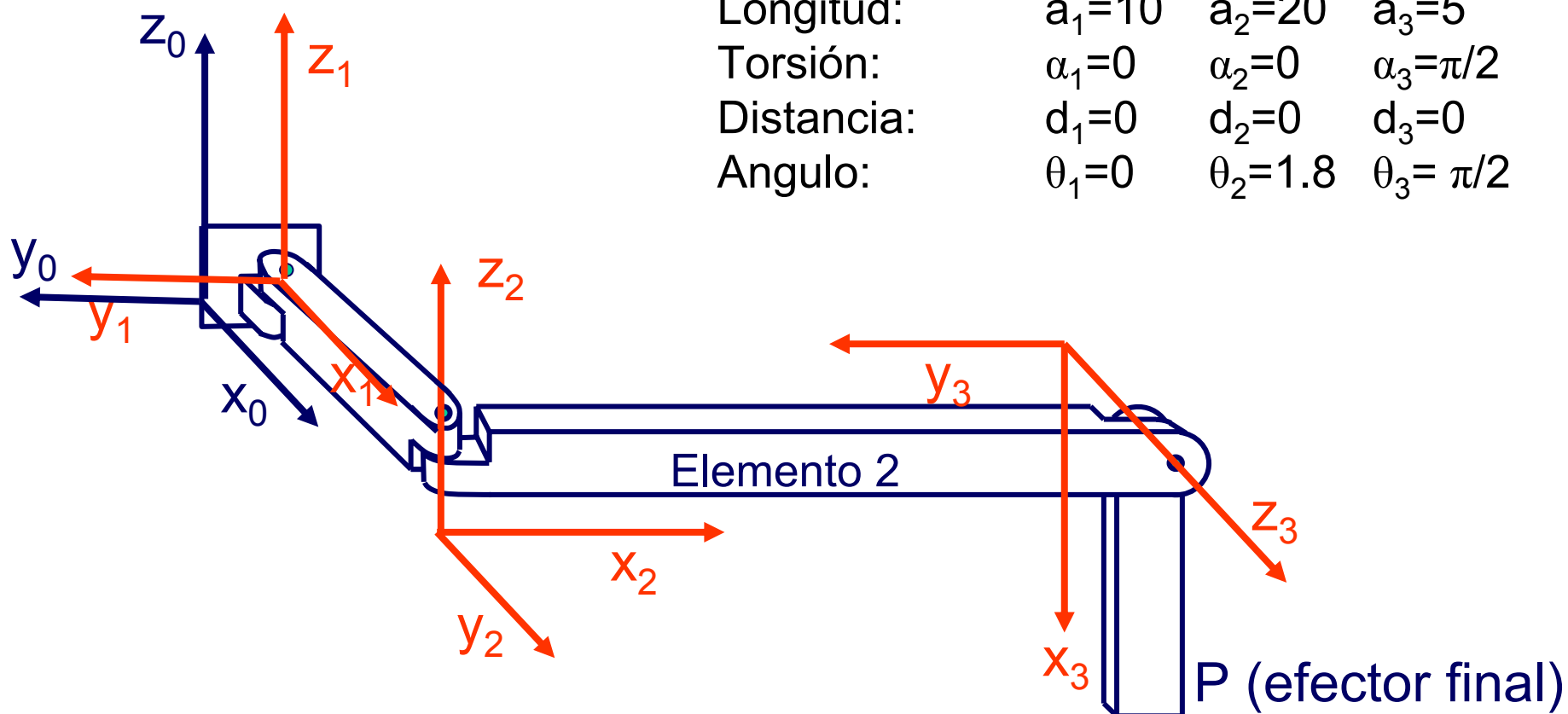
Animación de estructuras articuladas



Ejemplo

3. Identificar cada parámetro a_i , α_i , d_i y θ_i

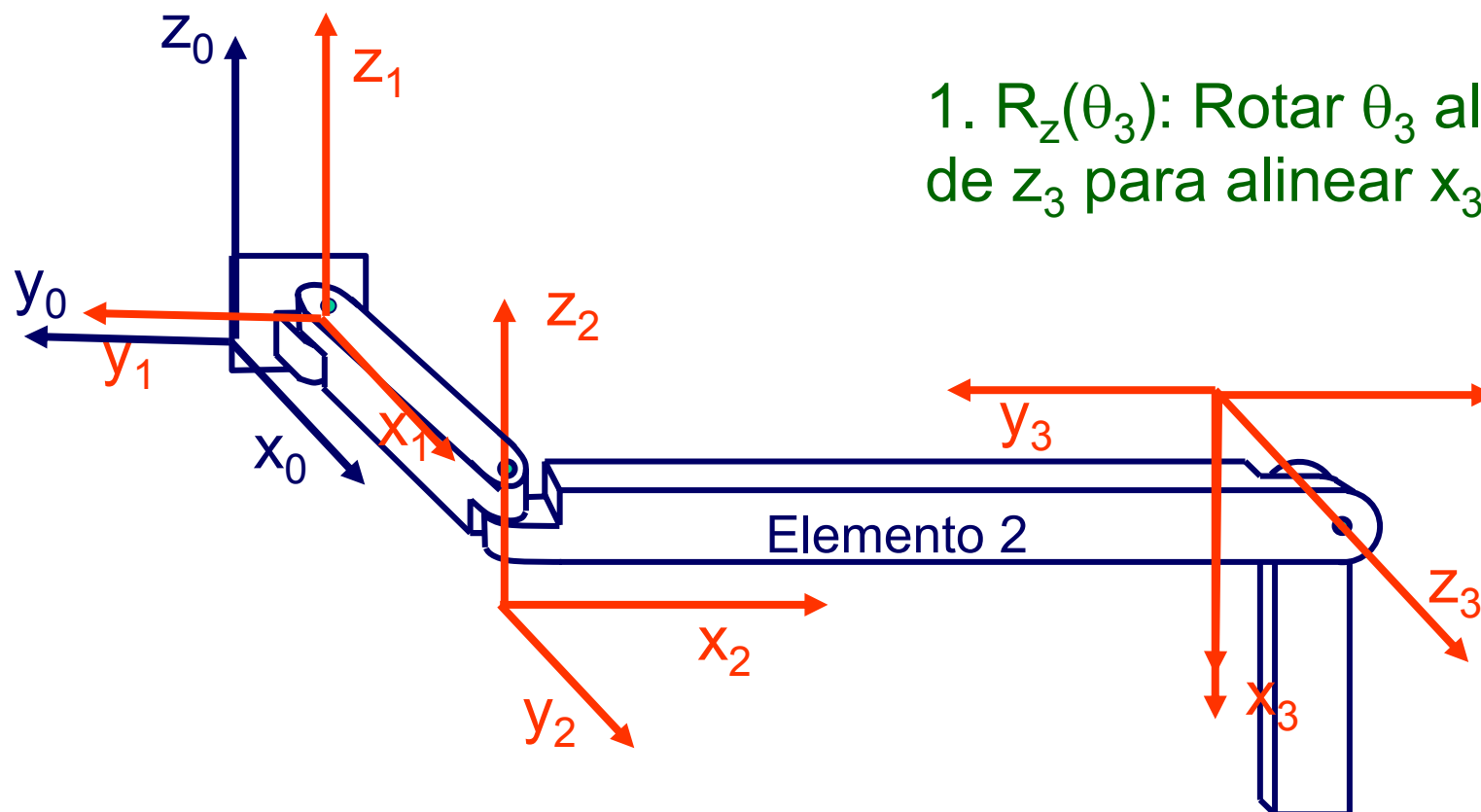
Longitud:	$a_1=10$	$a_2=20$	$a_3=5$
Torsión:	$\alpha_1=0$	$\alpha_2=0$	$\alpha_3=\pi/2$
Distancia:	$d_1=0$	$d_2=0$	$d_3=0$
Angulo:	$\theta_1=0$	$\theta_2=1.8$	$\theta_3= \pi/2$





Ejemplo

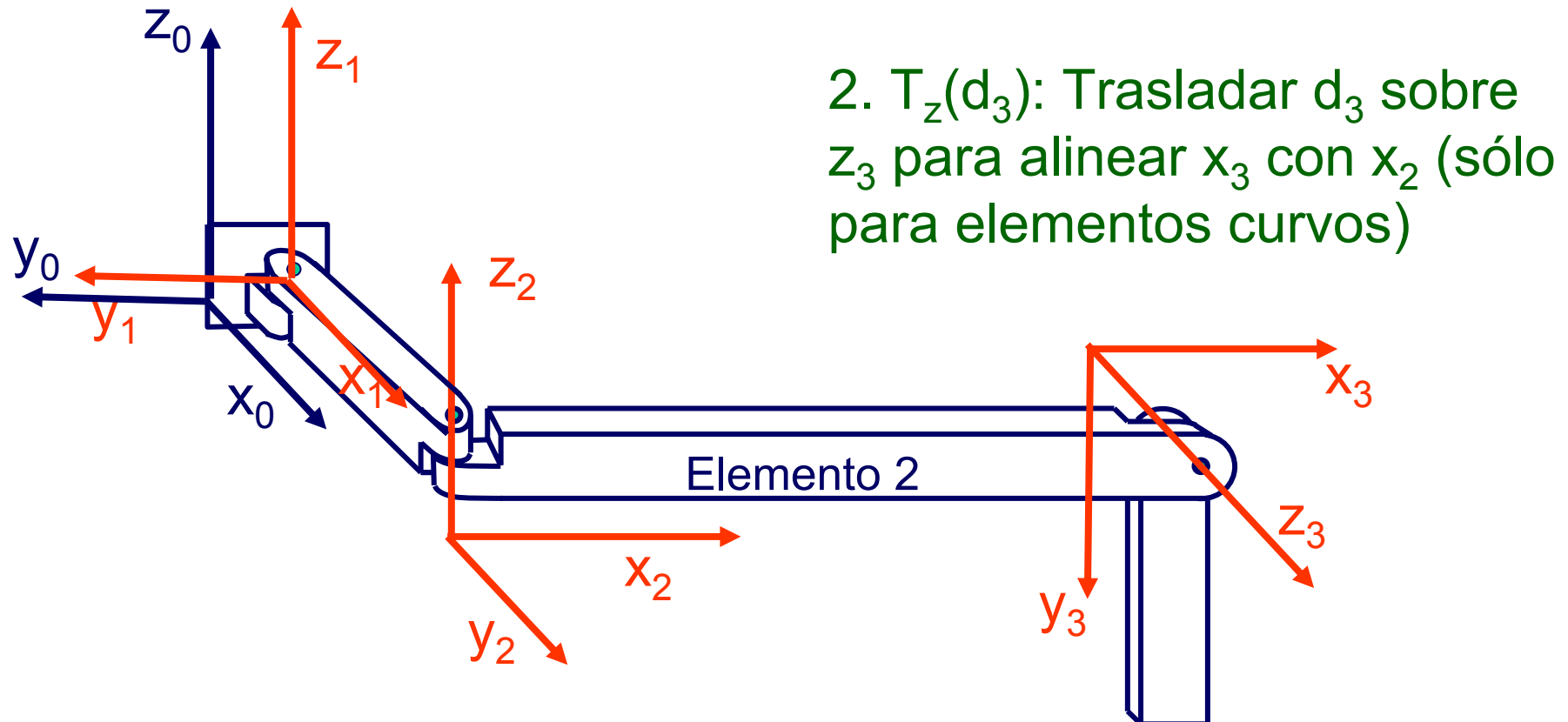
4. Para cada sistema local, del último al primero, aplicar las siguientes transformaciones





Ejemplo

4. Para cada sistema local, del último al primero, aplicar las siguientes transformaciones

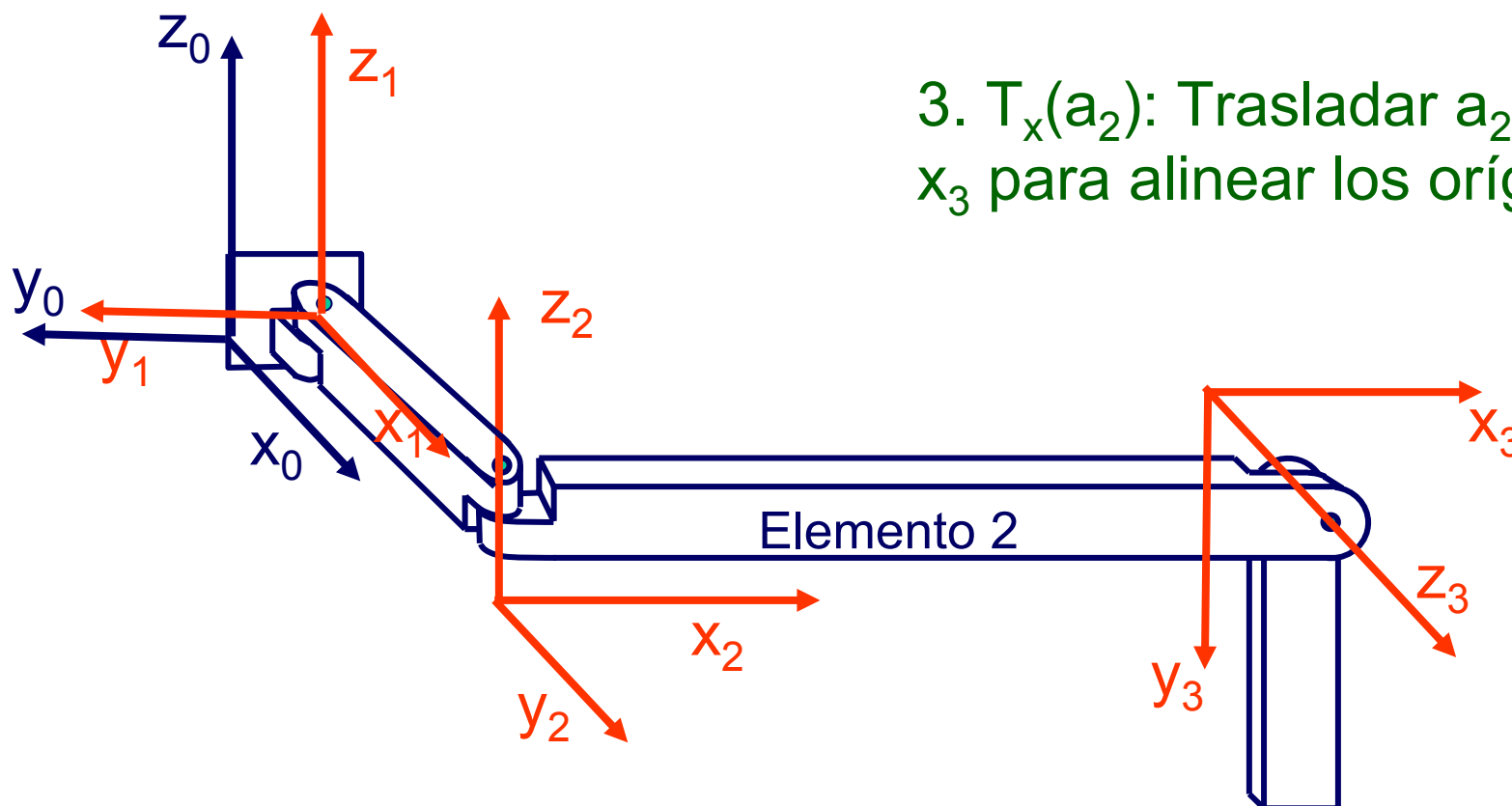




Ejemplo

4. Para cada sistema local, del último al primero, aplicar las siguientes transformaciones

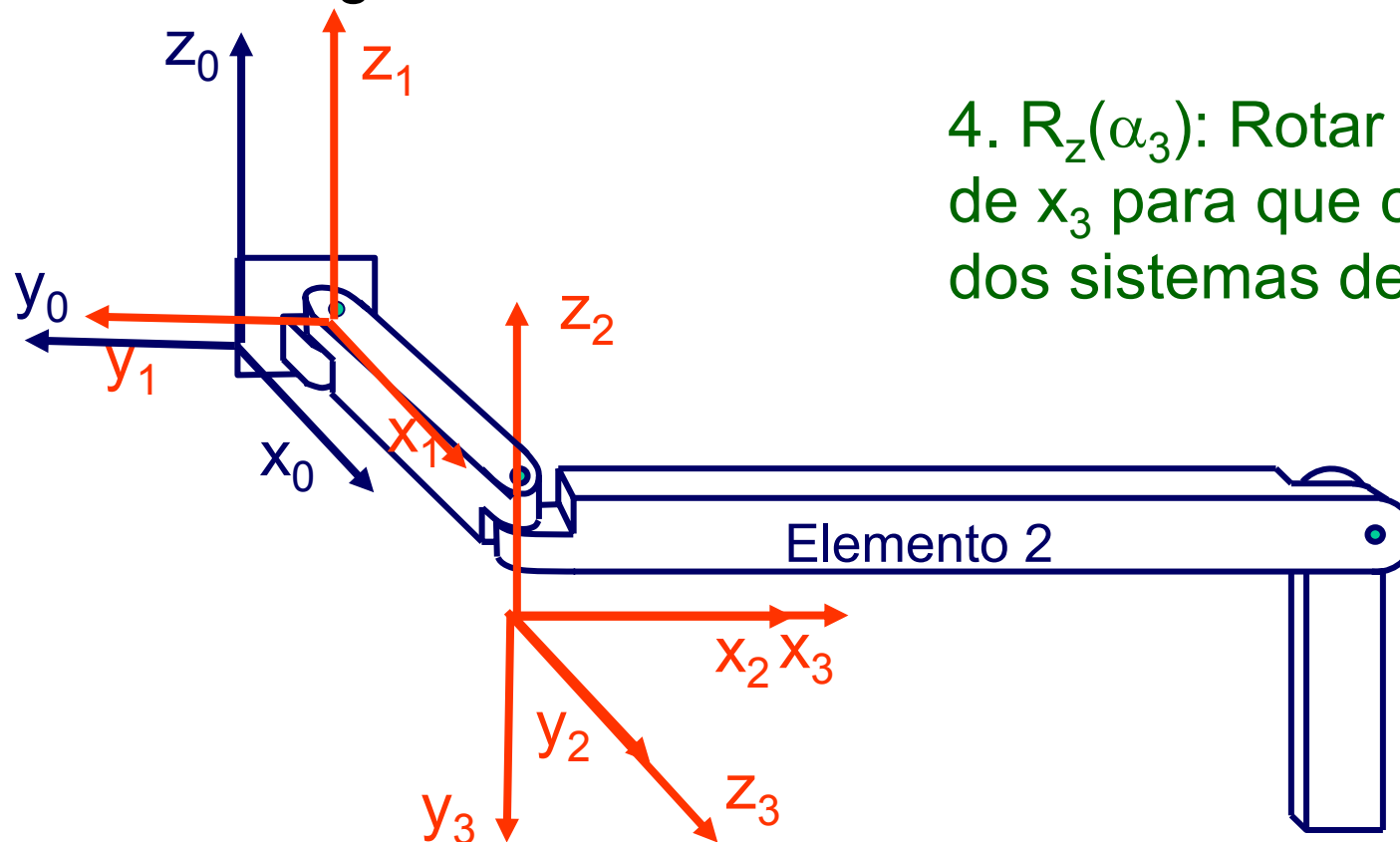
3. $T_x(a_2)$: Trasladar a_2 sobre x_3 para alinear los orígenes





Ejemplo

4. Para cada sistema local, del último al primero, aplicar las siguientes transformaciones



4. $R_z(\alpha_3)$: Rotar α_3 alrededor de x_3 para que coincidan los dos sistemas de coordenadas



Ejemplo

4. Para cada sistema local, del último al primero, aplicar las siguientes transformaciones

$$T_{i \rightarrow i-1} = R_x(\alpha_i) \cdot T_x(a_{i-1}) \cdot T_z(d_i) \cdot R_z(\theta_i) = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & 0 \\ -\sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & \cos\theta_i \sin\alpha_i & 0 \\ 0 & -\sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ a_{i-1} & -d_i \sin\alpha_i & d_i \cos\alpha_i & 0 \end{pmatrix}$$

5. La posición final del efector viene dada por la siguiente composición de transformaciones

$$T_{N \rightarrow 0} = T_{1 \rightarrow 0} \cdot T_{2 \rightarrow 1} \cdots T_{N-1 \rightarrow N-2} \cdot T_{N \rightarrow N-1}$$



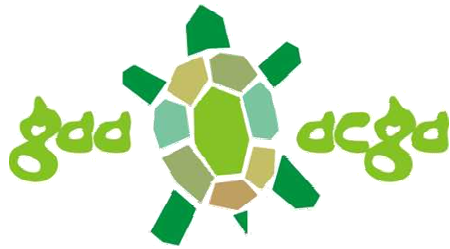
Ejemplo

- Resolución por Cinemática Directa:
 - Dados los ángulos θ_i , calcular la posición del efector final $P=(x,y,z) \Rightarrow$ Aplicar la transformación anterior
- Resolución por Cinemática Inversa:
 - Dada la posición del efector final $P=(x,y,z)$, calcular los ángulos $\theta_i \Rightarrow$ Resolver un sistema de ecuaciones



Cinemática directa vs Cinemática inversa

- En ambos casos, un aumento en los DOF implica mayor cantidad de cálculos
- Debemos tener en cuenta que cada unión introduce, al menos, un DOF más.



Cinemática directa vs Cinemática inversa

- Características de la Cinemática Directa:
 - \uparrow DOF $\Rightarrow \uparrow$ expresividad del personaje $\Rightarrow \uparrow$ complejidad de manipulación de la estructura
 - \uparrow DOF \Rightarrow más cálculos pero no más complejidad \Rightarrow es una sucesión de transformaciones
 - En la práctica es demasiado complicado manejar movimientos a tan bajo nivel
 - Para facilitarlos \Rightarrow librerías de movimientos preespecificados:
 - Ejemplo: andar es una sucesión de pasos \Rightarrow se puede especificar el movimiento de un paso y luego repetirlo.



Cinemática directa vs Cinemática inversa

- Características de la Cinemática Inversa:
 - Debemos resolver un sistema de ecuaciones $\Rightarrow \uparrow$
DOF $\Rightarrow \uparrow$ Número de incógnitas:
 - El sistema es, generalmente, no lineal \Rightarrow Los métodos de resolución son complicados e implican, normalmente, el cálculo de la Jacobiana
 - El sistema se vuelve infradeterminado (redundante) \Rightarrow la solución puede existir o no, y no ser única si existe, sino que todo un subespacio de estados pueden llevar a la posición P



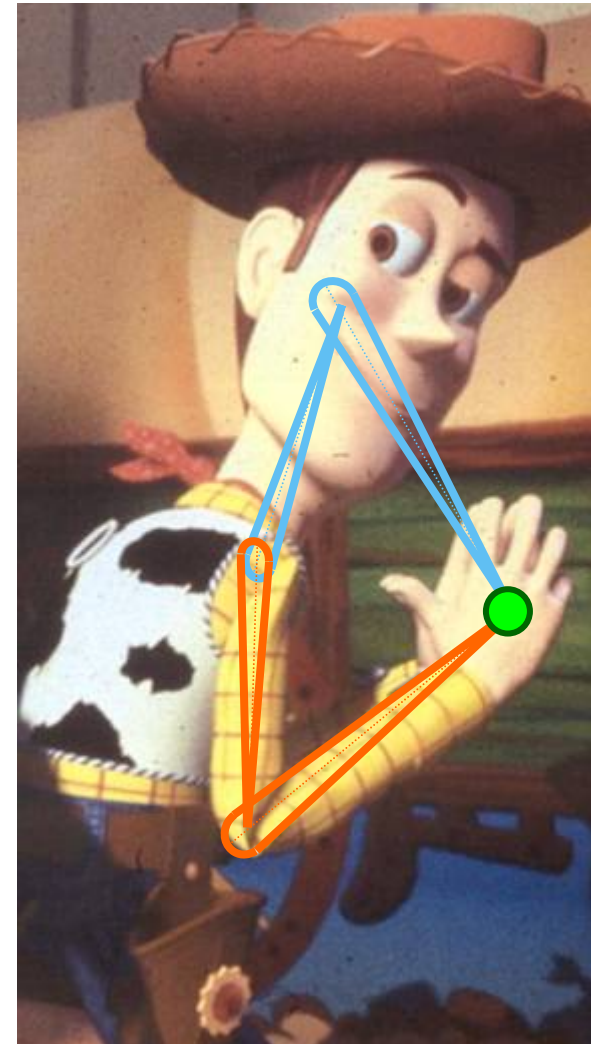
Cinemática directa vs Cinemática inversa

- Características de la Cinemática Inversa:
 - El subespacio de soluciones se puede reducir añadiendo restricciones al sistema:
 - Cada restricción implica un subespacio \Rightarrow la solución final será la intersección de los subespacios de la solución y de las restricciones
 - Grado de redundancia = $\text{DOF} - \text{n}^\circ \text{ de restricciones}$.
 - Algunas restricciones típicas incluyen la minimización de la energía del sistema, la conservación del momento y, sobre todo, minimizar el espacio recorrido por cada unión



Cinemática directa vs Cinemática inversa

- Características de la Cinemática Inversa:
 - Ejemplo: Ambas configuraciones llevan al efector a la posición P. Sin embargo, si se trata de una figura humana, una posición es imposible



$P=(x,y)$



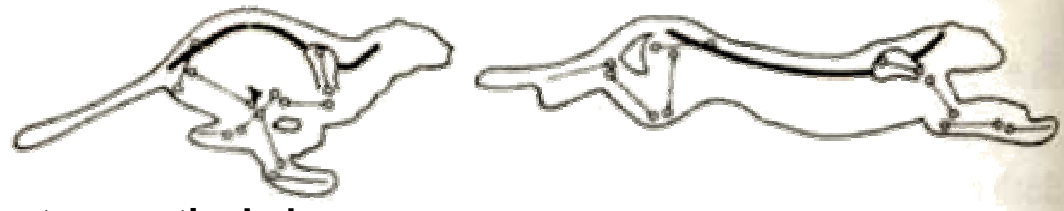
Cinemática directa vs Cinemática inversa

- Características de la Cinemática Inversa:
 - Si una estructura sólo posee uniones rotatorias y prismáticas, con 6 DOF en una única cadena de uniones, se puede demostrar que es resoluble numéricamente.
 - La cinemática inversa tiene un uso muy limitado en animaciones por ordenador debido a:
 - Dificultad de resolución
 - A veces no proporciona movimientos naturales
 - No se puede controlar el movimiento individual de cada articulación
 - Se utiliza sobre todo para animar estructuras caminando



Cinemática directa vs Cinemática inversa

- En la práctica:
 - Movimientos sencillos y repetitivos (caminar...) \Rightarrow cinemática inversa
 - Movimientos complejos y que requieren controlar cada articulación \Rightarrow cinemática directa
 - Debemos complementar los métodos con sistemas interactivos que permitan visualizar los movimientos
 - La encapsulación de movimientos simples para conseguir un control de alto nivel, pueden facilitar mucho la tarea sin necesidad de resolver complejos sistemas de ecuaciones.
 - La cinemática directa permite transferir al trabajo con ordenador muchos de los principios y trucos de la animación tradicional.
 - Ambas técnicas deben complementarse con técnicas de la dinámica (estudio del efecto de las fuerzas en el movimiento).
 - Debemos tener en cuenta que en el mundo real, muchos de los elementos de las estructuras, supuestamente rígidos, no lo son



Animación de estructuras articuladas