



TÉCNICO
LISBOA

Robótica

Laboratório nº1

Direct and Inverse Kinematics of Serial Manipulators

2º Semestre – 2015/2016



Realizado por:

73177 – Ana Catarina Rosa
Gonçalves

75268 – Rúben Miguel Oliveira
Tadeia

75912 – David Luís Dias
Fernandes

Data de Entrega: 28/03/2016 – 01/04/2016

Índice

1. Introdução	1
1.1. Objectivos	1
1.2. O Robô	1
2. Atribuição do Frame de Referência	1
3. Parâmetros Denavit-Hartenberg	2
4. Convenção da orientação usada no efector terminal	3
5. Cinemática Directa	3
6. Cinemática Inversa	3
7. Manual de Utilizador das funções do Matlab	5
8. Resultados Experimentais	6
9. Conclusões	7

1 Introdução

1.1 Objetivos

Este trabalho tem como principal objetivo a simulação de um modelo cinemático de um braço robótico de modo a representar as posições e orientações dos componentes físicos do robô. Para tal os comandos executados sob o manipulador têm como base os modelos de cinemática para manipuladores em série e não foram consideradas as limitações físicas do robô.

1.2 O Robô

O braço robótico, (apresentado na figura 1), caracteriza-se por 6 graus de liberdade, 5 juntas e um efector terminal.

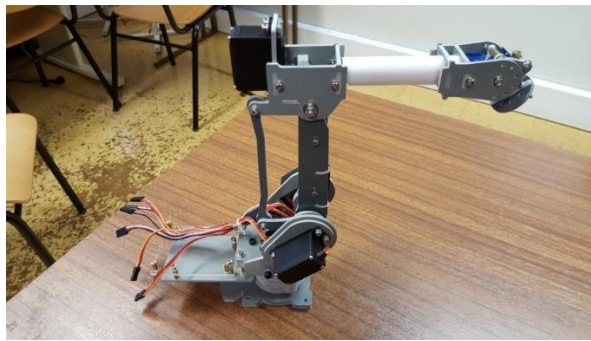


Figura 1 – Braço robótico

2 Atribuição do Frame de Referência

Para se poder aplicar toda a teoria da cinemática subjacente no robô manipulador, foi necessária a atribuição dos referenciais, associados a cada junta. Estes referenciais, por sua vez definem não só a posição e orientação de cada troço do robô como também, o sentido do movimento das articulações (junta).

A convenção utilizada, com todos os referenciais utilizados encontra-se na figura 2, abaixo indicada:

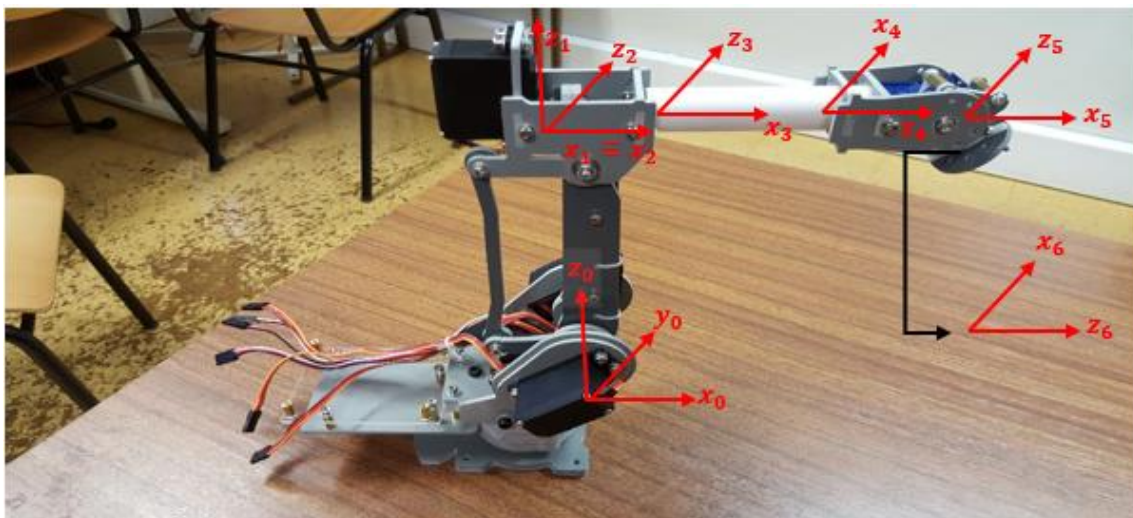


Figura 2 - Referenciais associados a cada junta do robô

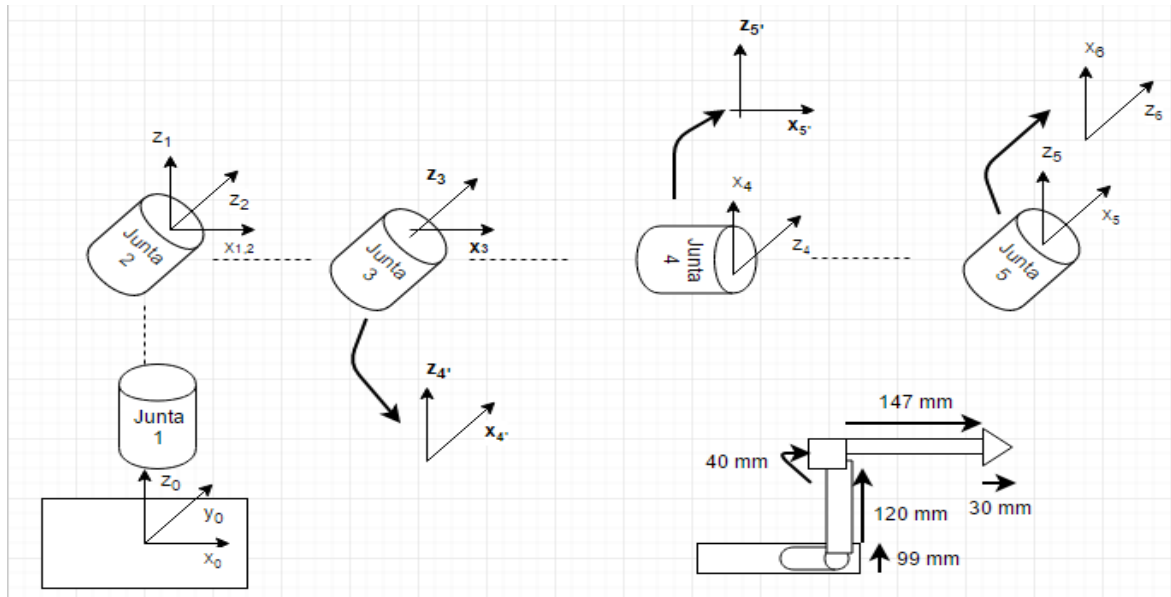


Figura 3 – Referenciais auxiliares

Entre o conjunto de referenciais que se seguem foram usados referenciais auxiliares, como pode ser facilmente observado através da tabela abaixo com os Parâmetros de Denavit-Hartenberg.

- Entre o Referencial 3 e 4
- Entre o Referencial 4 e 5
- Entre o Referencial 5 e 6

3 Parâmetros Denavit-Hartenberg

De modo a recorrer a matrizes de transformação para a realização do estudo cinemático é necessário definir parâmetros, denominados Denavit-Hartenberg, que dependem das características do robot e das convenções consideradas acima.

Os parâmetros são apresentados na tabela 1 e determinados através de:

$\alpha_{i-1} \equiv$ Distância do eixo z_{i-1} a z_i segundo x_{i-1}

$a_{i-1} \equiv$ Ângulo entre os eixos z_{i-1} a z_i em torno de x_{i-1}

$d_i \equiv$ Distância de x_{i-1} a x_i segundo z_i

$\theta_i \equiv$ Ângulo entre os eixos x_{i-1} a x_i em torno de z_i

i	α_{i-1} [rad]	a_{i-1} [mm]	d_i [mm]	θ_i [°]
1	0	0	99	θ_1
2	$-\frac{\pi}{2}$	0	0	θ_2
3	0	120	0	θ_3
4	$\frac{\pi}{2}$	0	0	$\frac{\pi}{2}$
5	$\frac{\pi}{2}$	0	0	θ_4

6	$-\frac{\pi}{2}$	0	0	$-\frac{\pi}{2}$
7	$-\frac{\pi}{2}$	127	0	θ_5
8	$\frac{\pi}{2}$	30	0	$\frac{\pi}{2}$
9	$\frac{\pi}{2}$	0	0	θ_6

Tabela 1 - Parâmetros de troço

4 Convenção da orientação usada no efector terminal

A convenção utilizada na representação da orientação do efector terminal neste trabalho é a dos eixos não fixos, isto é, são utilizados os ângulos de Euler. A passagem de um referencial para o seguinte tem em conta as posições e distâncias associadas ao referencial anterior. Os referenciais atribuídos a cada junta estão representados anteriormente nas figuras 2 e 3.

A orientação do efector terminal tem dois graus de liberdade:

- O ângulo que este faz em relação ao plano XZ;
- O ângulo de rotação dessa junta;

Durante a realização do modelo de cinemática inversa o ângulo tendo em conta a dependência de outras variáveis, nomeadamente o ângulo θ_4 .

A posição do efector terminal do robot manipulador tem três graus de liberdade, que são a posição em X, em Y e em Z em relação ao referencial base.

5 Cinemática Direta

A cinemática direta consiste na determinação da posição do efector terminal e da sua orientação, dados os ângulos das juntas. Este método utiliza transformações matriciais sucessivas entre cada um dos referenciais até se obter a matriz de transformação homogénea que relaciona o primeiro e o último referencial do robô, 0_6T , e é dada por:

$${}^0_6T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T$$

A determinação dos pontos é feita através da seguinte expressão:

$${}^i_P = {}^{i-1}_iT {}^i_P$$

Através da substituição direta dos parâmetros D-H obtidos anteriormente, obtém-se a matriz de transformação homogénea para cada ligação do braço robótico.

Através da substituição direta dos parâmetros D-H obtidos anteriormente, obtém-se a matriz de transformação homogénea para cada ligação do braço robótico a partir da qual é possível retirar as expressões de cada um dos ângulos gerais, alfa, beta e gama obtendo-se portanto a posição final do end-effector.

6 Cinemática Inversa

Com este método, é possível a partir da posição final pretendida para o efector terminal determinar os ângulos de atuação de cada uma das juntas. Neste projeto foi utilizado o método geométrico cujo fundamento é o uso de relações da geometria euclidiana.

Para o cálculo das juntas foi considerada a seguinte representação:

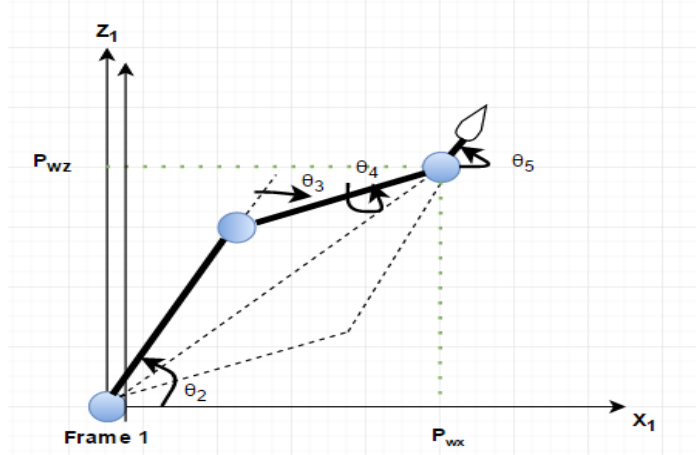


Figura 4 - Exemplo de posicionamento do braço robótico

A partir da qual foi possível a obtenção das expressões de cada um dos ângulos da seguinte forma. A posição da junta 5 é representada por:

$$pw_{x,y,z} = p - 33 \times R$$

Para o cálculo de R (matriz de rotação), é utilizado por nós uma função de Matlab “eul2rotm” que converte ângulos de Euler numa matriz de rotação.

Para o cálculo de θ_3 tem-se

$$sw = pw_z - 99$$

$$c_3 = \frac{(pw_x)^2 + (pw_y)^2 + (sw)^2 - (a_2)^2 - (a_3)^2}{2a_2a_3}$$

$$s_3 = \pm\sqrt{1 - (c_3)^2}$$

$$\theta_3 = \text{Atan2}(s_3, c_3)$$

Dos quais se conclui que s_3 tem duas soluções e que c_3 é válido apenas quando toma valores no intervalo $[-1;1]$ e são encontradas duas soluções possíveis para o ângulo.

Para o cálculo de θ_2 tem-se

$$c_2 = \frac{\pm\sqrt{(pw_x)^2 + (pw_y)^2}(a_2 + a_3c_3) + swa_3s_3}{(a_2)^2 + (a_3)^2 + 2a_2a_3c_3}$$

$$s_2 = \frac{\mp\sqrt{(pw_x)^2 + (pw_y)^2}a_3c_3 + swa_3s_3}{(a_2)^2 + (a_3)^2 + 2a_2a_3c_3}$$

$$\theta_2 = \text{Atan2}(s_2, c_2)$$

De onde se obtêm quatro soluções que podem não ser coincidentes.

Por inspeção conclui-se que para θ_1 , existem duas soluções, $\text{Atan2}(pw_y, pw_x)$ e $\text{Atan2}(-pw_y, -pw_x)$.

De modo a encontrar soluções para os ângulos θ_4 e θ_5 a ideia seria calcular a partir dos ângulos encontrados anteriormente a matriz de rotação R_6^3 e a matriz transformação T_6^3 no eixo ZYZ de Euler. As matrizes, seriam então:

$$T_6^3 = \begin{bmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & c_4 s_5 & 33c_4 s_5 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 c_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & s_4 s_5 & 33s_4 s_5 \\ -s_5 c_6 & s_5 s_6 & c_5 & 33c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_6^3 = \begin{bmatrix} (n_x)^3 & (s_x)^3 & (a_x)^3 \\ (n_y)^3 & (s_y)^3 & (a_y)^3 \\ (n_z)^3 & (s_z)^3 & (a_z)^3 \end{bmatrix}$$

Para o cálculo de θ_4 e de θ_5 , dado que sabemos a posição do efector terminal a partir dos parâmetros de orientação (alfa beta gama) e sabendo a distância entre os dois últimos referenciais (3cm), é possível determinar a posição da origem no referencial 6.

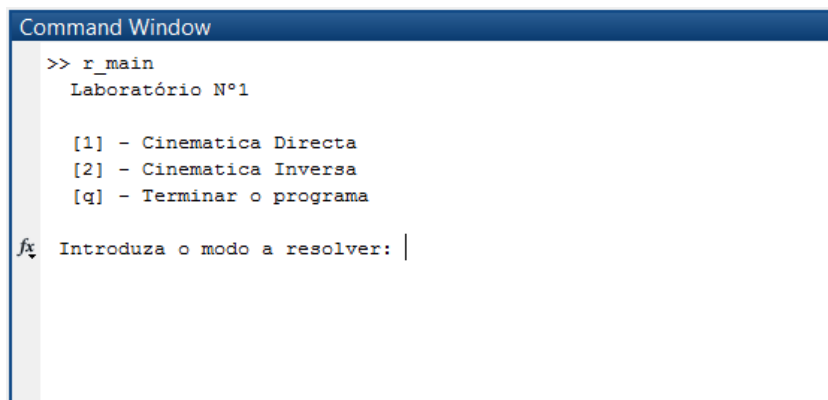
A partir desta é possível obter as expressões dos ângulos da seguinte forma:

$$\theta_4 = \text{Atan2}((a_y)^3, (a_x)^3)$$

$$\theta_5 = \text{Atan2}(\sqrt{((a_x)^3)^2 + ((a_y)^3)^2}, (a_z)^3)$$

7 Manual de Utilizador das funções do Matlab

De modo a testar o programa pretende-se que o utilizador execute a função `r_main` que irá apresentar um pequeno menu com indicação dos passos a seguir consoante o método que se quer testar (Figura 5).



```

Command Window
>> r_main
Laboratório N°1

[1] - Cinematica Directa
[2] - Cinematica Inversa
[q] - Terminar o programa

Introduza o modo a resolver: |

```

Figura 5 – Menu apresentado

Neste projeto, espera-se que o primeiro método escolhido seja o de cinemática direta, apresentando-se o menu da figura 6 em que são pedidos os ângulos teta.

```

Command Window

>> r_main
Laboratório N°1

[1] - Cinematica Directa
[2] - Cinematica Inversa
[q] - Terminar o programa

Introduza o modo a resolver: 1
Introduza um array com os 5 angulos das varias juntas.
Este deve ser do genero [Teta1 Teta2 Teta3 Teta4 Teta5 Teta6]
NOTA: Intervalo de accao das juntas:
fx INPUT:

```

Figura 6 – Menu apresentado após a escolha do método Cinemática Inversa

Após a introdução do vetor pedido é apresentado um conjunto de representações do braço na posição pedida juntamente com um conjunto de valores que determinam o vetor de posição. Por exemplo para o caso da utilização de cinemática direta com o vetor dado [45 -45 90 0 0 0] obtêm-se as seguintes representações gráficas:

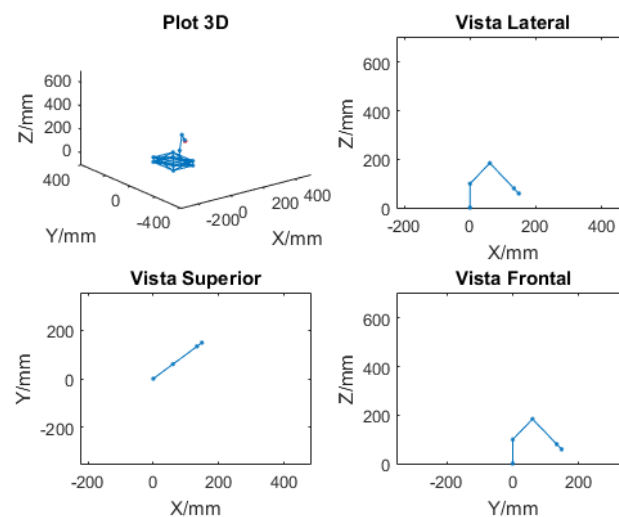


Figura 7 – Representações gráficas para um caso de cinemática direta

A cinemática inversa funciona a partir dos resultados obtidos anteriormente com a cinemática direta, isto é, o vetor de valores [x y z alfa beta gama] é o último vetor resultante da cinemática direta. Assim é possível garantir a veracidade dos resultados obtidos com este método.

8 Resultados Experimentais

As duas tabelas abaixo apresentadas contêm os resultados experimentais obtidos através das funções implementadas no Matlab, uma relativamente à cinemática direta e outra relativamente à inversa.

Cinemática Direta:

Input						Output					
Ângulos das juntas (Graus)						Posição esperada do efector terminal (mm)			Orientação (Euler XYZ)		
θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	X	Y	Z	α	β	γ
0	0	0	0	0	0	297	0	99	0	90	90
45	-45	90	0	0	0	148.5	148.5	58.69	45	135	90
45	-45	90	90	45	30	129.11	159.11	64.91	99.74	120	-114.8

Tabela 2 – Testes da função de cinemática direta

Cinemática Inversa:

Input						Output					
Posição esperada do efector terminal (mm)			Orientação (Euler XYZ)			Ângulos das juntas (Graus)					
X	Y	Z	α	β	γ	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
297	0	99	0	90	90	0	0	0	-	-	-
148.5	148.5	58.69	45	135	90	45	-45	90	-	-	-
129.11	159.11	64.91	99.74	120	-114.8	45	-45	90	-	-	-

Tabela 3 – Testes da função de cinemática inversa

9 Conclusões

Os modelos cinemáticos descritos neste relatório foram implementados usando funções MATLAB que nos permitiu simular a posição do efector terminal quer através de processos de cinemática direta ou cinemática inversa. Os resultados são apresentados quer com valores, quer através de uma interface gráfica que simula a posição do braço robótico de acordo com o pedido para dar ao utilizador uma melhor compreensão do funcionamento das funções implementadas.

Após a realização deste laboratório, podemos concluir que os objetivos gerais do trabalho relativamente à cinemática direta foram implementados com sucesso e que os seus resultados são bastante satisfatórios. Relativamente à cinemática inversa os tetras 4, 5 e 6 foram obtidos, mas não se revelaram corretos, muito possivelmente devido a erros de implementação do método pensado e apresentado neste relatório. No entanto, os três primeiros valores para teta obtidos para cada vetor de posição testado foram de acordo com os resultados obtidos através da cinemática direta.