Case Dynamica 2014

Pieter Van Damme   Wouter Van Gansbeke   Lennert Vanmunster
Ruben Verhulst

27 november 2014

1 Transformatiematrices

1.1 Van het $x'y'z'$-assenstelstel naar het xyz-assenstelsel

Het $x'y'z'$ assenstel wordt bekomen door het xyz-assenstelsel te roteren met een hoek α rond de x-as. De omgekeerde transformatie draait dus met een negatieve hoek α rond de x-as.

$$R^{x'y'z'\to xyz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

1.2 Van het $x'''y'''z'''$-assenstelsel naar het $x''y''z''$-assenstelsel

Het $x'''y'''z'''$-assenstelsel wordt bekomen door het $x''y''z''$-assenstelsel te roteren met een hoek β rond de y''-as. De transformatiematrix draait dus met een negatieve hoek β rond de y'''-as.

$$R^{x'''y'''z'''\to x''y''z''} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

1.3 Van het $x'''y'''z'''$-assenstelsel naar het xyz-assenstelsel

Om van het $x'''y'''z'''$-assenstelsel naar het xyz-assenstelsel te gaan, worden de vorige twee berekende transformatiematrices met alkaar vermenigvuldigd. Eerst worden de $x'''y'''z'''$-coördinaten getransformeerd naar het $x''y''z''$-assenstelsel. Vervolgens worden ze omgezet naar het xyz-assenstelsel.

$$\begin{aligned} R^{x'''y'''z'''\to xyz} &= R^{x'''y'''z'''\to x''y''z''} R^{x'y'z'\to xyz} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ \sin(\alpha)\sin(\beta) & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha)\cos(\beta) \\ -\cos(\alpha)\sin(\beta) & \sin(\alpha) & \cos(\alpha)\cos(\beta) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2 Kinematica

2.1 Vraag 1

Om de ogenblikkelijke totale rotatiesnelheidsvector $\overrightarrow{\omega}_w$ te bepalen worden de drie afzonderlijke rotatiesnelheidsvectoren uitgedrukt in het wereldassenstelsel en vervolgens opgeteld.

$$\overrightarrow{\omega}_w = R^{x'y'z' \to xyz}\, \overrightarrow{\omega}'_g + R^{x'y'z' \to xyz}\, \overrightarrow{\omega}'_i + R^{x'''y'''z''' \to xyz}\, \overrightarrow{\omega}'''_w$$

Deze termen worden nu afzonderlijk bepaald.

$$R^{x'y'z' \to xyz}\, \overrightarrow{\omega}'_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin\alpha\, \omega_g \\ \cos(\alpha)\, \omega_g \end{bmatrix}$$

$$R^{x'y'z' \to xyz}\, \overrightarrow{\omega}'_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_i \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos\alpha\, \omega_i \\ \sin(\alpha)\, \omega_i \end{bmatrix}$$

$$R^{x'''y'''z''' \to xyz}\, \overrightarrow{\omega}'''_w = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ \sin(\alpha)\sin(\beta) & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha)\cos(\beta) \\ -\cos(\alpha)\sin(\beta) & \sin(\alpha) & \cos(\alpha)\cos(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\omega_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(\beta)\, \omega_w \\ -\sin(\alpha)\sin(\beta)\, \omega_w \\ \cos(\alpha)\sin(\beta)\, \omega_w \end{bmatrix}$$

De ogenblikkelijke rotatievector wordt dus weergegeven door door de volgende vergelijking.

$$\overrightarrow{(}\omega)_w = \begin{bmatrix} -\cos(\beta)\, \omega_w \\ \cos(\alpha)\, \omega_i - \sin(\alpha)(\omega_g + \sin\beta\, \omega_w) \\ \sin(\alpha)\, \omega_i + \cos(\alpha)(\omega_g + \sin\beta\, \omega_w) \end{bmatrix}$$

2.2 Vraag 2

2.3 Vraag 3

2.4 Vraag 4

3 Dynamica

3.1 Vraag 1

3.2 Vraag 2

3.3 Vraag 3

3.4 Vraag 4

3.5 Vraag 5