№ 4

1.
Пусть $\rho = \{(a,a),(b,b),(c,c),(a,b),(a,c),(b,a),(b,c),(c,a),(c,b)\}$,
$\sigma = \{(d,d),(e,e),(f,f),(d,f),(d,e),(e,d),(e,f),(f,e),(f,d)\}$
$\rho\Delta\sigma = \{(a,a),(b,b),(c,c),(a,b),(a,c),(b,a),(b,c),(c,a),(c,b),(d,d),(e,e),$
$(f,f),(d,f),(d,e),(e,d),(e,f),(f,e),(f,d)\}$
Понятно, что ρ и σ транзитивные. Также видно, что $\rho\Delta\sigma$ обладает транзитивностью:

$$\begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \\ \begin{array}{c|c} a & a \\ b & b \\ c & c \end{array} & \begin{array}{c|c} a & a \\ b & b \\ c & c \end{array} & \begin{array}{c|c} a & a \\ b & b \\ c & c \end{array} & \begin{array}{c|c} d & d \\ e & e \\ f & f \end{array} & \begin{array}{c|c} d & d \\ e & e \\ f & f \end{array} & \begin{array}{c|c} d & d \\ e & e \\ f & f \end{array} \end{array}$$

2.
Пусть $\rho = \{(a,a),(b,b),(c,c),(a,b),(a,c),(b,a),(b,c),(c,a),(c,b)\}$,
$\sigma = \{(d,d),(e,e),(c,c),(d,c),(d,e),(e,d),(e,c),(c,e),(c,d)\}$
$\varphi = \rho\Delta\sigma = \{(a,a),(b,b),(a,b),(a,c),(b,a),(b,c),(c,a),(c,b),(d,d),(e,e),(d,c),(d,e),(e,d),$
$(e,c),(c,e),(c,d)\}$
Заметим, что $c\varphi b, b\varphi c$, но $(c,c) \notin \varphi \implies \varphi$ не обладает транзитивностью

Таким образом, $\rho\Delta\sigma$ может как обладать транзитивностью, так и нет.

№ 4.1

Пусть $\varphi = \rho \cap \sigma$, $\{a,b,c\} \subset A$ и $a\varphi b$, $b\varphi c \implies \begin{cases} (a,b) \in \rho \\ (a,b) \in \sigma \\ (b,c) \in \rho \\ (b,c) \in \sigma \end{cases} \underset{\rho \text{ и } \sigma \text{ транзитивны}}{\implies}$

$$\begin{cases} (a,c) \in \rho \\ (a,c) \in \sigma \end{cases} \implies (a,c) \in \rho \cap \sigma$$

Таким образом $a\varphi b, b\varphi c \implies a\varphi c \implies \rho \cap \sigma$ транзитвивно