№ 1

$$\begin{pmatrix}3 & 2\\ 5 & -2\\ -1 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & -3 & 5\\ 4 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & 2\\ 5 & -2\\ -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14 & -9 & 17\\ 2 & -15 & 23\\ -2 & 3 & -5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & 2\\ 5 & -2\\ -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-20 & 46\\ -92 & 34\\ 14 & -10\end{pmatrix}$$

№ 1.1

$$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11 & 16\\ 19 & 28\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=$$
$$=\begin{pmatrix}-16 & 43\\ -28 & 75\end{pmatrix}$$

№ 3

Найдем характеристический полином матрицы: $P(\lambda)=det(A-\lambda E)=$

$$=\begin{vmatrix}3-\lambda & 1 & 4 & 4\\ -4 & -2-\lambda & -4 & -4\\ -1 & 0 & 2-\lambda & -1\\ 0 & -1 & -4 & -1-\lambda\end{vmatrix}\underset{\substack{R_1:R_1+(3-\lambda)R_3\\ R_2:R_2-4R_3}}{=}\begin{vmatrix}0 & 1 & \lambda^2-5\lambda+10 & \lambda+1\\ 0 & -2-\lambda & 4\lambda-12 & 0\\ -1 & 0 & 2-\lambda & -1\\ 0 & -1 & -4 & -1-\lambda\end{vmatrix}=$$

$$=\begin{vmatrix}1 & \lambda^2-5\lambda+10 & \lambda+1\\ -2-\lambda & 4\lambda-12 & 0\\ 1 & 4 & 1+\lambda\end{vmatrix}=(\lambda+1)\cdot\begin{vmatrix}1 & \lambda^2-5\lambda+10 & 1\\ -2-\lambda & 4\lambda-12 & 0\\ 1 & 4 & 1\end{vmatrix}\underset{R_1:R_1-R_3}{=}$$

$$=(\lambda+1)\cdot\begin{vmatrix}0 & \lambda^2-5\lambda+6 & 0\\ -2-\lambda & 4\lambda-12 & 0\\ 1 & 4 & 1\end{vmatrix}=(\lambda+1)\cdot\begin{vmatrix}0 & \lambda^2-5\lambda+6\\ -2-\lambda & 4\lambda-12\end{vmatrix}=$$
$$=(\lambda+1)(\lambda+2)(\lambda-2)(\lambda-3)$$

Найдем собственные числа матрицы:

$$P(\lambda)=0\leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\lambda_1=-2\\ \lambda_2=-1\\ \lambda_3=2\\ \lambda_4=3\end{array}\right.\quad\text{Собственные числа матрицы}$$

Найдем собственные вектора матрицы:

1. $\lambda=-2$

$$\left(\begin{array}{cccc|c}5 & 1 & 4 & 4 & 0\\ -4 & 0 & -4 & -4 & 0\\ -1 & 0 & 4 & -1 & 0\\ 0 & -1 & -4 & 1 & 0\end{array}\right)\underset{\substack{R_1:R_1+R_2+R_3\\ R_2:\frac{R_2-4R_3}{-20}\\ R_3:-R_3}}{=}\left(\begin{array}{cccc|c}0 & 1 & 4 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & -4 & 1 & 0\\ 0 & -1 & -4 & 1 & 0\end{array}\right)\underset{\substack{R_4:R_4+R_1\\ R_3:R_3+R_1\\ R_1:R_1-4R_2}}{=}$$

$$=\left(\begin{array}{cccc|c}1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{array}\right)\leftrightarrow\begin{cases}x_1+x_2=0\\ x_2-x_4=0\\ x_3=0\\ x_4=c_4\end{cases}\leftrightarrow\begin{cases}x_1=-c_4\\ x_2=c_4\\ x_3=0\\ x_4=c_4\end{cases}\leftrightarrow X=c_4\cdot\begin{pmatrix}-1\\ 1\\ 0\\ 1\end{pmatrix}$$