期权（Options）

孟生旺
中国人民大学统计学院
http://blog.sina.com.cn/mengshw

期权的基本概念

- **期权（option）**：买卖资产的权利。规定期限，约定价格，一定数量。
- **期权的买方（buyer）**：期权多头、期权持有人。
- **期权的卖方（seller）**：期权空头。根据买方要求履行合约的义务。

- **看涨期权**（call option）：以执行价格购买标的资产的权利。
- **看跌期权**（put option）：以执行价格出售标的资产的权利。
- **期权费**（premium），期权价格 （option price）：买方支付给卖方的费用，作为对卖方承担义务的补偿 。

例（概念辨析）：期权多头，期权空头，看涨期权，看跌期权

- A 向 B支付100元后，有权利在年底按每股22元的价格向B出售1000股股票。
  - A是期权多头。看跌期权
- C 向 D支付110元后，有权利在年底按每股20元的价格从D购买1000股股票。
  - C是期权多头。看涨期权
- E有权利在年底向 F 按5%的利率借款100万元。
  - E是期权多头。看涨期权。

例：概念辨析（配对）

1. 看涨期权的买方

1—C

A. 出售标的资产的权利
B. 出售标的资产的义务
C. 购买标的资产的权利
D. 购买标的资产的义务

例：概念辨析（配对）

2. 看跌期权的买方

2—A

A. 出售标的资产的权利
B. 出售标的资产的义务
C. 购买标的资产的权利
D. 购买标的资产的义务

- **Exercise style:**
  - **欧式期权**(European-style)：只能在到期日行使权利。
  - **美式期权**(American-style)：可在到期前的任何时间执行期权。

    美式期权的价值大于相应的欧式期权的价值。
  - **百慕大期权**(Bermudan-style)：可在到期前的某些指定时期行权。权利介于美式期权与欧式期权之间。
  - 上述期权可以在世界范围内买卖，没有地理上的含义。

- **执行价格**（exercise price, strike price）：期权合约所规定的，标的资产的买卖价格。
- **期权价格与执行价格的区别：**
  - 期权价格（期权费）：期权合约本身的价格。
  - 执行价格：期权合约中标的资产的交易价格。

与执行价格相联系的几个概念：

- 实值期权（in the money）：立即行权会产生正的回收（未必是正的盈亏）
  - 例：对于看涨期权持有人，

    市场价格 > 执行价格，实值
- 虚值期权（out of the money）
- 平价期权（at the money）

- **看涨期权的回收（payoff）和盈亏（profit）**
- 看涨期权持有人的回收 $= \max(0,\ S_T - K)$
- 看涨期权持有人的盈亏 = 回收 – 期权费的终值

例：股票 A 的看涨期权，期限是1年，执行价格是105元。假设1年期的年实际利率是5%，该看涨期权的期权费是9.40元，则期权费的终值是9.40×1.05= 9.87。

- 如果在满期时股票A的价格是120元，执行该期权，看涨期权持有人的盈亏是：

  Max(0，120 –105) – 9.87 = 5.13（元）

- 如果满期时股票A的价格是100元，不执行该期权，看涨期权持有人的盈亏是：

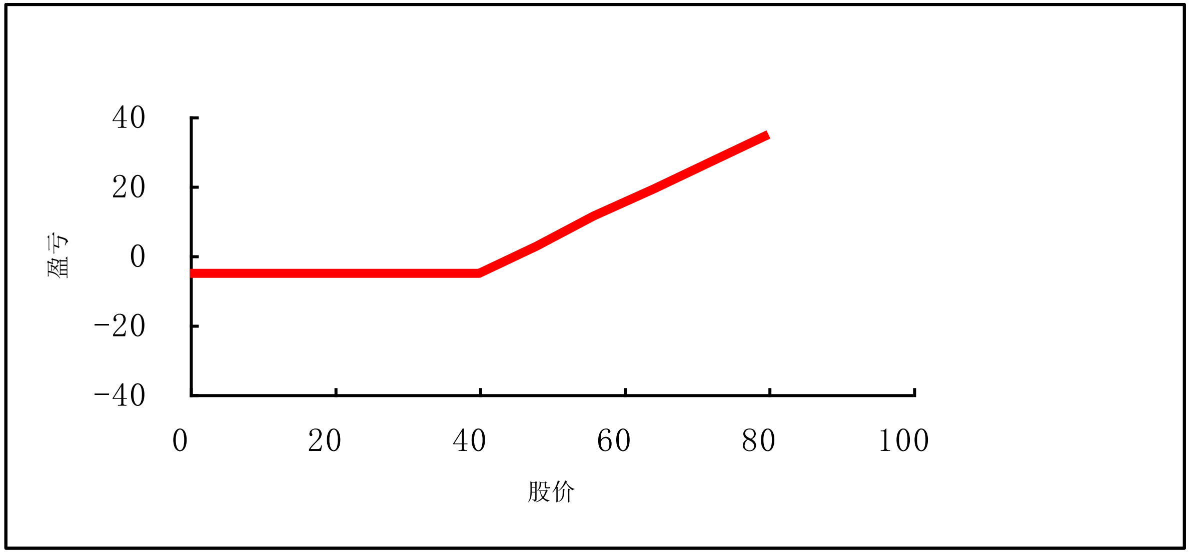
  Max(0，100 –105) – 9.87 = – 9.87（元）

- **看跌期权 (put option) 的回收和盈亏：**

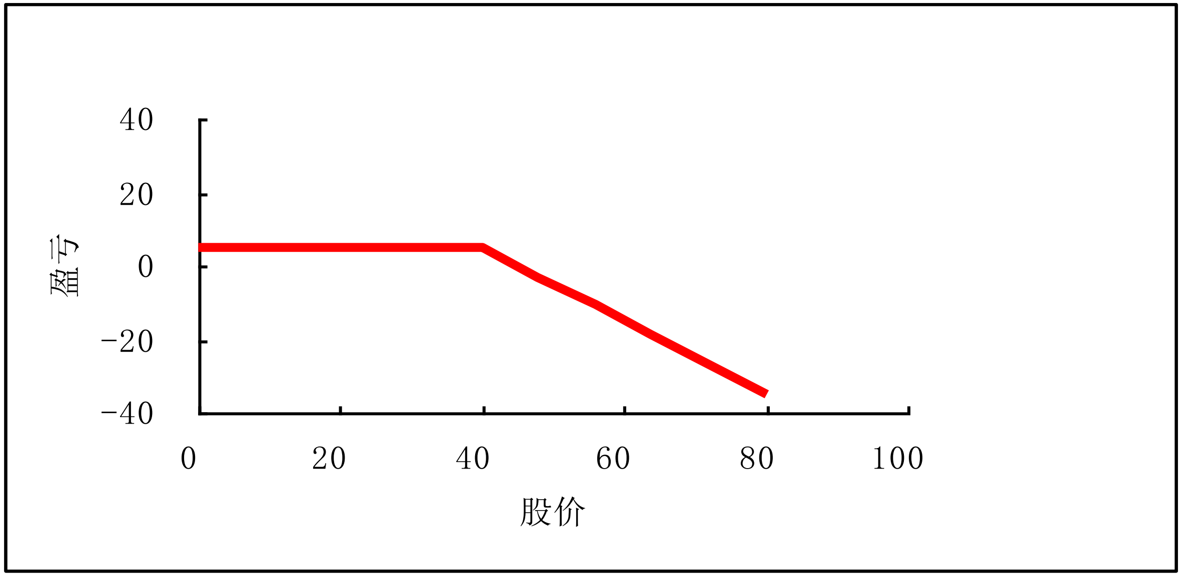
看跌期权持有人的回收 ＝ $\max(0,\ K - S_T)$

看跌期权持有人的盈亏＝ 回收 － 期权费的终值

看涨期权 的盈亏（执行价格为K＝40，期权费的终值为5）

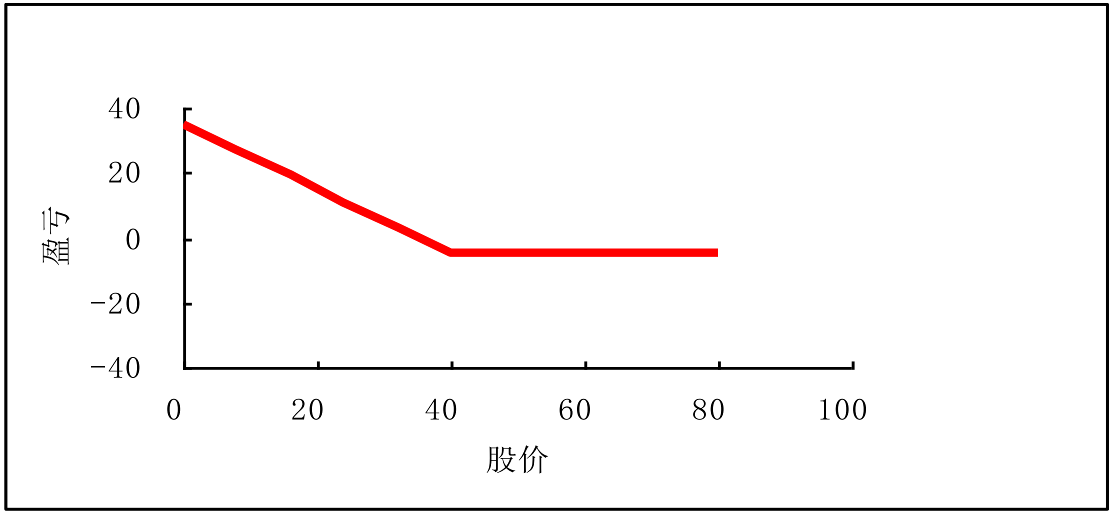


多头

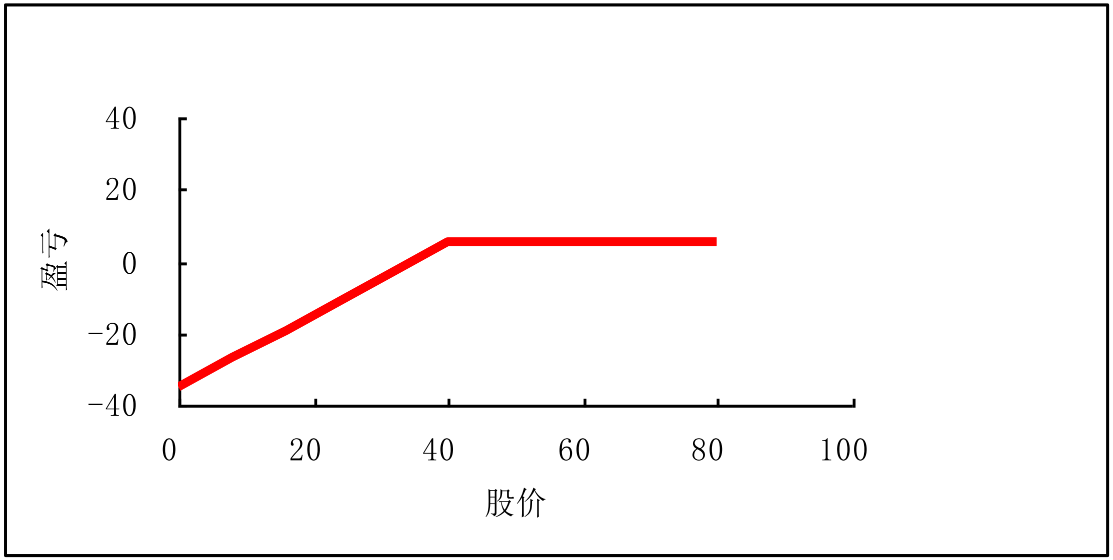


空头

看跌期权的盈亏（执行价格为K＝40，期权费的终值为5）



多头



空头

欧式看涨期权与看跌期权的平价关系（parity）

看跌期权的价格 P

看涨期权的价格 C

执行价格 K

标的资产的价格 S

标的资产的价格 S_T

r 无风险连续复利的利率

0

T

- 考虑下述两个投资组合：
  - 组合A：一份欧式看涨期权，加上现金 Ke^{-rT}
  - 组合B：一份欧式看跌期权，加上单位股票。
- 在到期时间T，无论股价如何变化，两个组合的价值相等：
  - 若 $S_T > K$：
    - A：执行看涨期权，用K购买股票，价值为S_T
    - B：不执行看跌期权，价值为S_T
  - 若 $S_T < K$：
    - A：不执行看涨期权，价值为K
    - B：执行看跌期权，把股票按K出售，价值为K

- 组合A：一份欧式看涨期权，加上现金 Ke^{-rT}
- 组合B：一份欧式看跌期权，加上单位股票。

- 根据无套利假设，这两个组合当前的价值也相等：

$$C + Ke^{-rT} = P + S$$

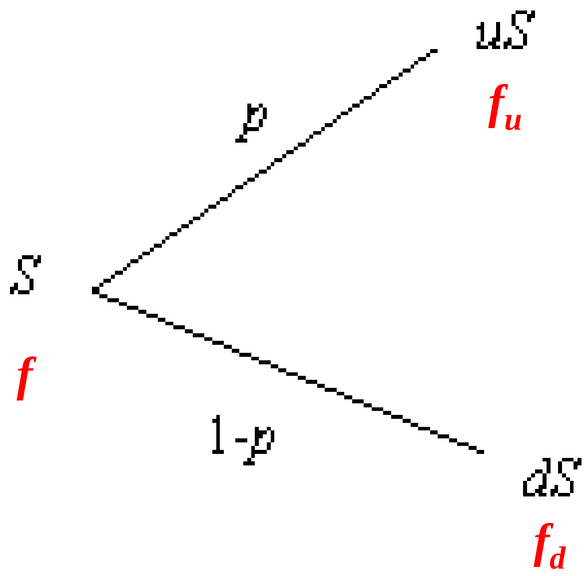
$$\Rightarrow \quad C - P = S - Ke^{-rT}$$

- 此即欧式看涨期权与看跌期权之间的平价关系（parity）

期权定价的二叉树模型

- 二叉树模型假设：
  - 把期权的有效期分为许多很小的时间间隔 Δt
  - 假设在每一个Δt内，证券价格只有两种变动的可能：
    - 从初始价格S上升到uS，$u > 1$；
    - 从初始价格S下降到dS，$d < 1$；
  - 假设价格上升的概率为p，下降的概率为$1-p$；
  - 相应的期权的价值分别为 f_u 和 f_d。

Δt 时间内股票价格的变动



如何计算 f？ 需要已知三个量：u, d, p

$$f = e^{-r\Delta t}\left[pf_u + (1-p) f_d \right]$$

单步二叉树模型：应用风险中性定价法

在风险中性假设下，股票的预期收益率等于无风险利率 r。若期初的股票价格为 S，则在 Δt 末，股票价格的期望值为 $Se^{r\Delta t}$，故有

$$Se^{r\Delta t} = puS + (1-p)dS$$

即

$$\boxed{e^{r\Delta t} = pu + (1-p)d}$$

- 令σ 是股票价格在单位时间的变化率（即收益率）的标准差，称作波动率，则在Δt末，股票价格的方差为

$$S^2\sigma^2\Delta t$$

- 股票价格的方差还可以表示为

$$\left[p(uS)^2+(1-p)(dS)^2\right]-\left[puS+(1-p)dS\right]^2$$

- 故有

$$\boxed{\sigma^2\Delta t = pu^2+(1-p)d^2-\left[pu+(1-p)d\right]^2}$$

- 进一步假设$u=\dfrac{1}{d}$，则由这三个方程可得：

$$u = \mathrm{e}^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = \mathrm{e}^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$p = \frac{\mathrm{e}^{r\Delta t} - d}{u - d}$$

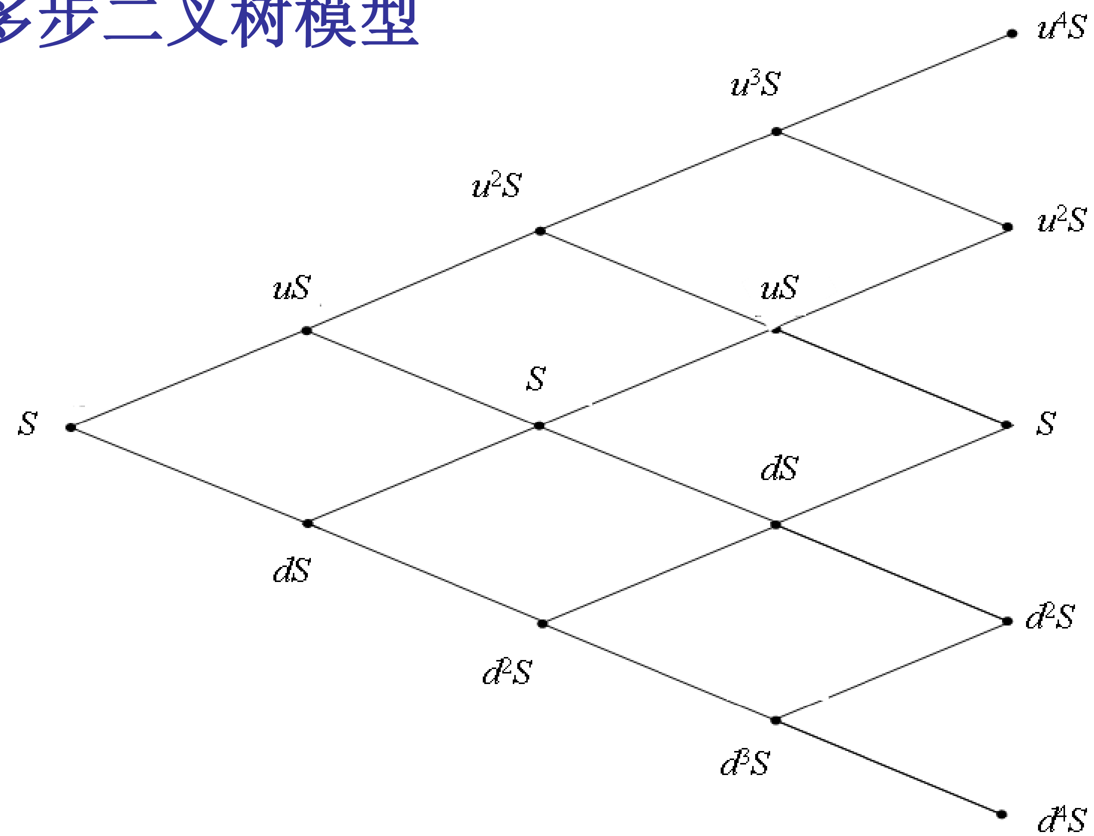
- 从而期权的价值为

$$f = e^{-r\Delta t}\left[p f_u + (1-p) f_d \right]$$

- 其中

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$$

多步二叉树模型



- 在时间零点，股票价格为***S***；
- 当时间为 Δt 时，股票价格要么上涨到***uS***，要么下降到***dS***；
- 时间为$2\Delta t$ 时，股票价格就有三种可能：u^2S、udS（等于S，因为$ud=1$）和d^2S，以此类推。

- 从树图的末端 T 时刻开始往回倒推，从而为期权定价。
  - 在时间 T 的期权价值是已知的
    - 看涨期权的价值为 $\max(S_T-K,0)$
    - 看跌期权的价值为 $\max(K-S_T,0)$
  - 在时间 $T-\Delta t$ ，每一节点上的期权价值等于 T 时刻的期权价值在时间长度Δt内以无风险利率 r 计算的贴现值。

例： 假设

- 股票的当前市场价格为50元，不付红利
- 波动率为每年20%，连续复利的无风险年利率为5%，
- 该股票5个月期的欧式看涨期权的执行价格为50元，

求该期权的价值。

解： 把期权的有效期分为五段，每段为一个月。

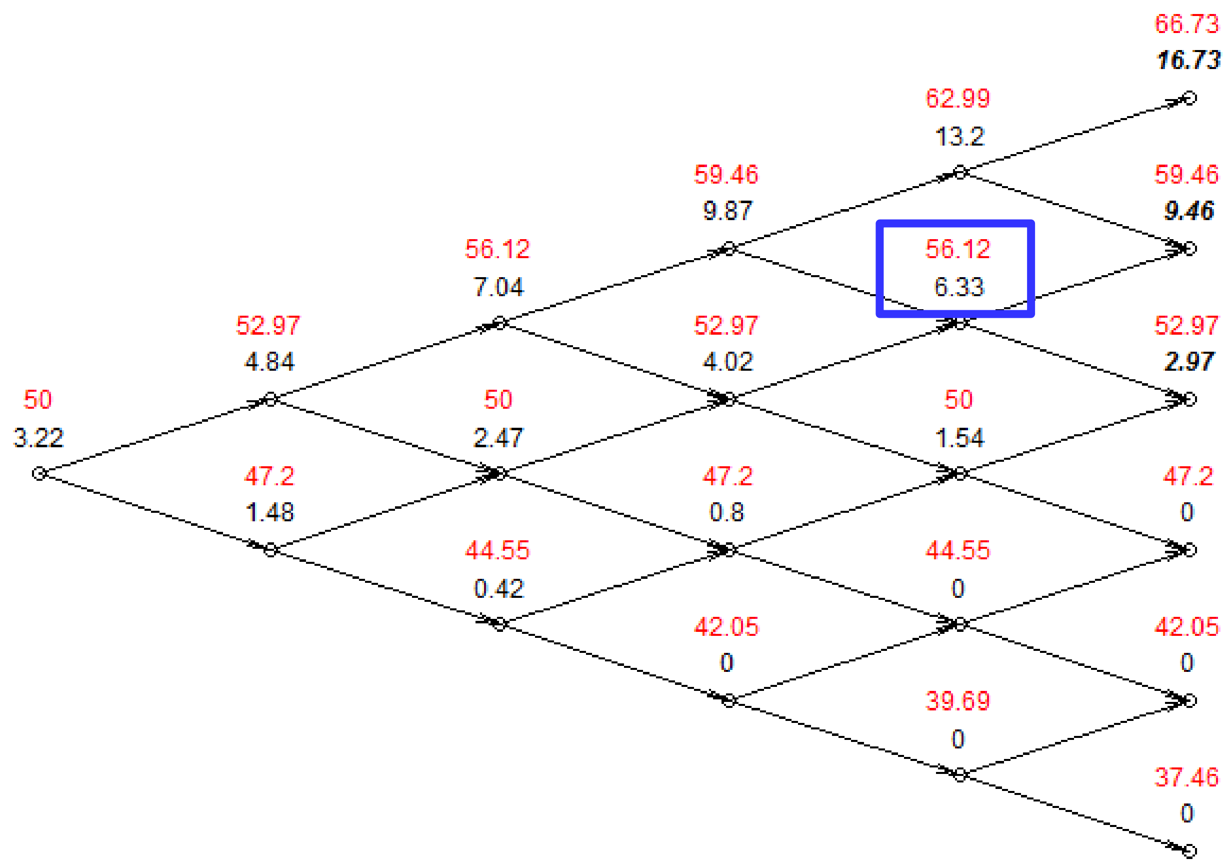
则 Δt = 1/12，σ = 20%，r = 5%

股价上升的参数：$u=\mathrm{e}^{\sigma\sqrt{\Delta t}}=1.0594$

股价下降的参数：$d=\mathrm{e}^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}=0.9439$

股价上升的概率：$p=\dfrac{\mathrm{e}^{r\Delta t}-d}{u-d}=0.5217$

欧式看涨期权的二叉树



股票价格：从左到右递推，按u或d的比例变化

期权价值：从右到左递推，最右列的期权价值= **max(0, S_T-50)**

例：倒数第二列第二个节点处的期权价值

$$f=[(9.46\times0.5217+2.97\times(1-0.5217)]e^{-0.05\times1/12}=6.33$$

- **例：**假设股票的当前市场价格为50元，不付红利，波动率为每年20%，连续复利的无风险年利率为5%，该股票5个月期的美式看跌期权的执行价格为50元，求该期权的价值。

解：

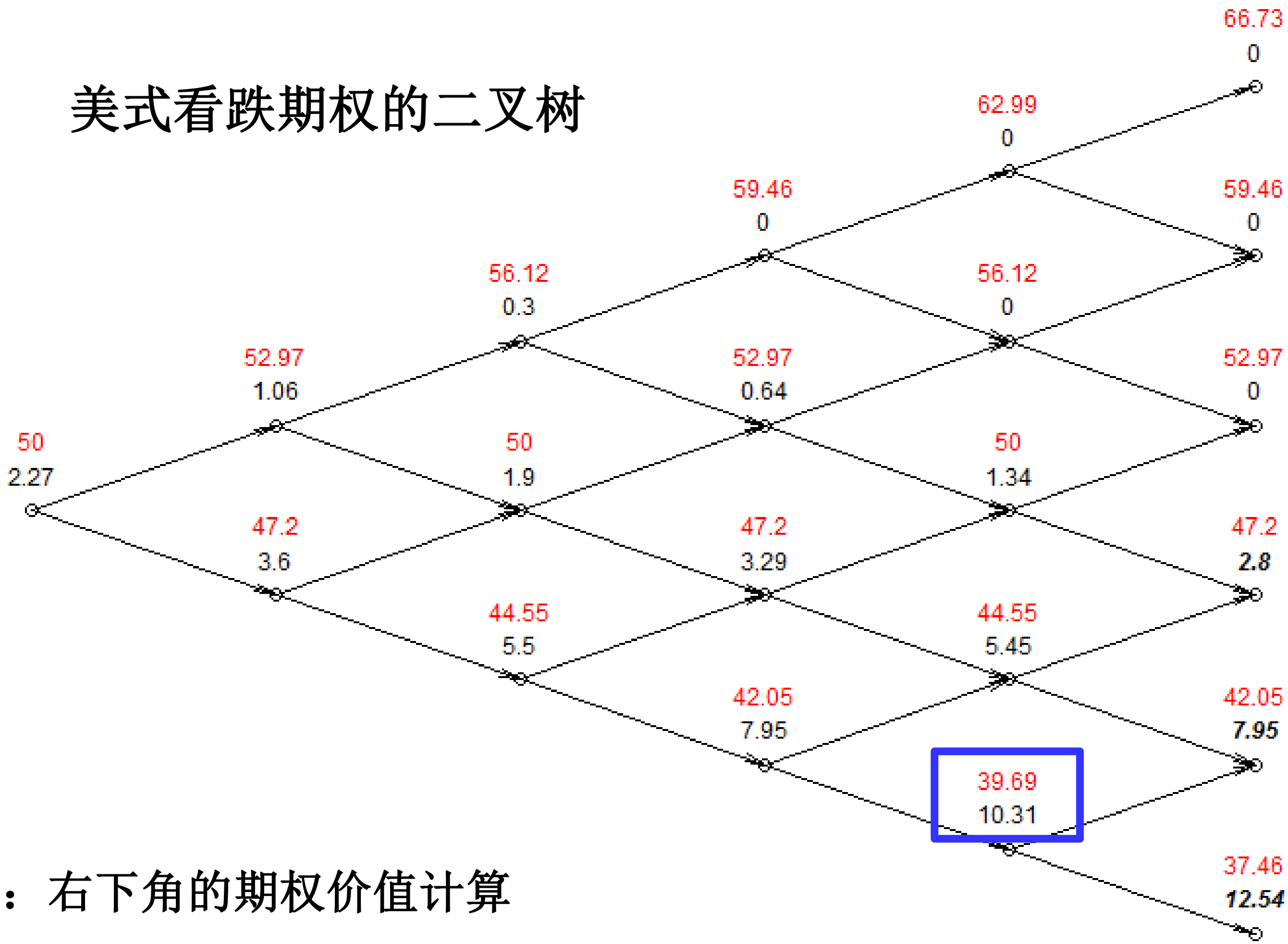
$$\Delta t = 1/12,\ S = 50,\ K = 50,\ T = 5/12,\ \sigma = 20\%,\ r = 5\%$$

股价上升的参数：$u = \mathrm{e}^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = 1.0594$

股价下降的参数：$d = \mathrm{e}^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = 0.9439$

股价上升的概率：$p = \dfrac{\mathrm{e}^{r\Delta t} - d}{u - d} = 0.5217$

美式看跌期权的二叉树



例：右下角的期权价值计算

不执行期权：$[7.95\times 0.5217+12.54\times(1-0.5217)]e^{-0.05\times 1/12}=10.10$

执行期权：　$50-39.69=10.31$

$$f \;=\; \max(10.10,\;\; 10.31) \;=\; 10.31$$

Black-Scholes模型

证券价格的变化过程

- 维纳过程（也称作布朗运动，brownian motion）

  标准维纳过程：$dz = \varepsilon\sqrt{dt}$

  标准维纳过程的两个特征：

  - $\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$ ，其中ε是服从标准正态分布的随机变量。
  - 对于任意两个不同的时间间隔 Δt ，Δz 相互独立。

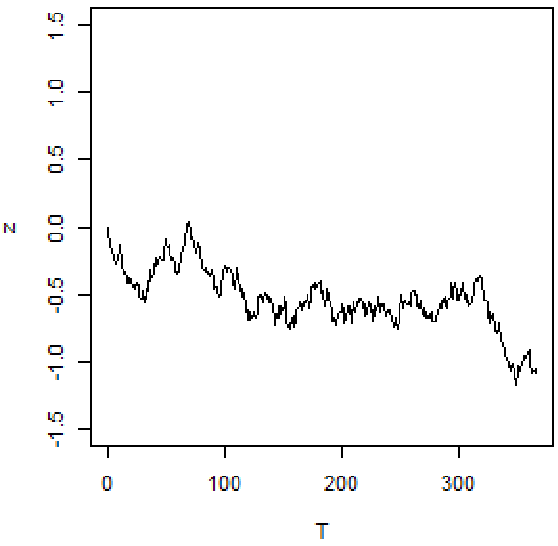
- 对于一段较长的时间 T
  - 用 $z(T)-z(0)$ 表示随机变量 z 在时间 T 中的变化量
  - 令 $N=T/\Delta t$
  - 则

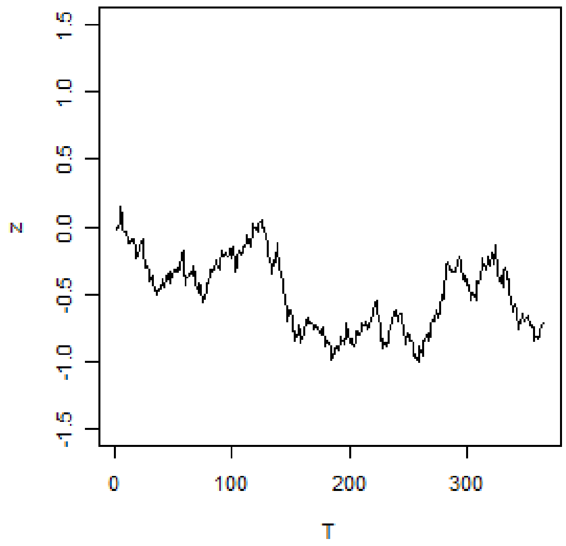
$$z(T)-z(0)=\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_i\sqrt{\Delta t}$$

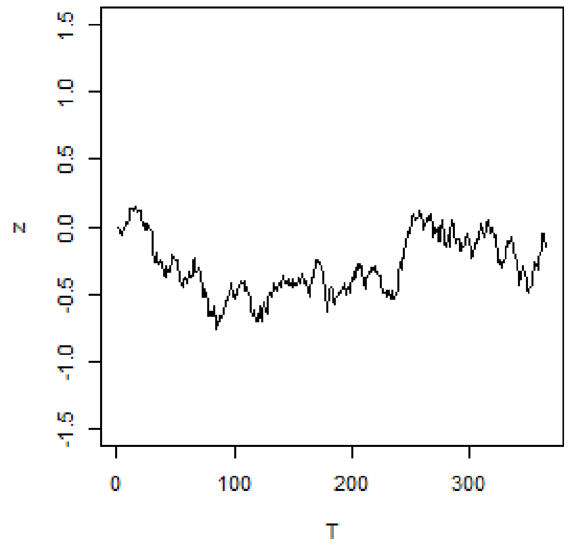
- 由标准维纳过程的特征可知：
  - ε_i 相互独立
  - $z(T)-z(0)$ 服从正态分布
    - 均值为 0
    - 方差为 T

- 漂移率（drift rate）：随机变量 z 的均值在单位时间内的变化量。
- 方差率（variance rate）：随机变量z在单位时间内的变化量的方差。
- 标准维纳过程的漂移率为0，方差率为1
  - 漂移率为 0：未来任意时刻 z 的均值都等于它的当前值。
  - 方差率为1：在一段长度为T 的时间以后，z的方差为T。

标准维纳过程的随机模拟(时间单位为1/365年)







- 如果令漂移率为a，方差率为b^2，可以得到随机变量x的一般维纳过程为：

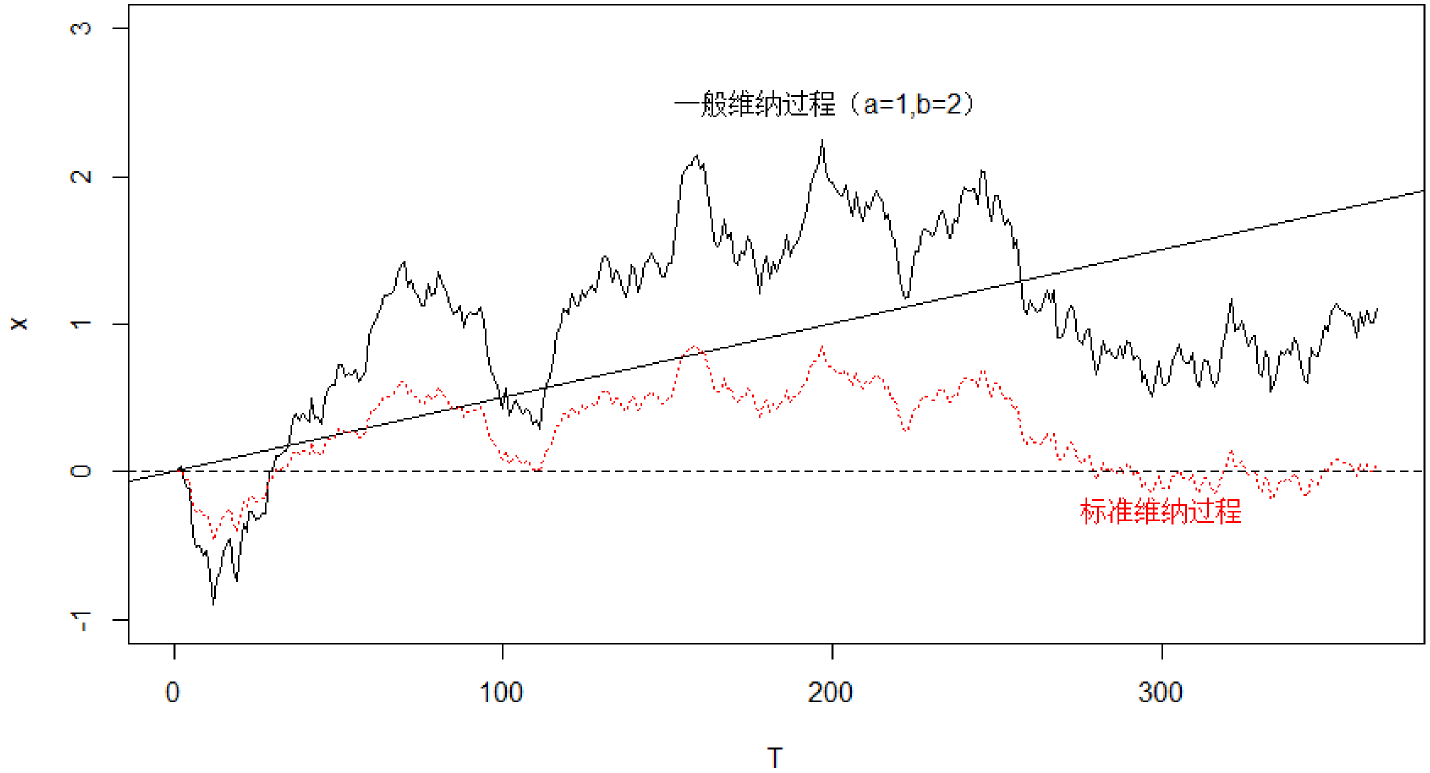
$$dx = a\,dt + b\,dz$$

- 其中a 和b均为常数，dz遵循标准维纳过程。
- 在很短的时间间隔 Δt 以后，随机变量 x 的变化值为：

$$\Delta x = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

- 可见，Δx 也服从正态分布
  - 均值为 $a\Delta t$
  - 方差为 $b^2\Delta t$
- 在任意时间长度 T 后， x 值的变化 Δx 也服从正态分布
  - 均值为aT
  - 方差为 b^2T

一般维纳过程的随机模拟（时间单位为1/365年）



证券价格的变化过程

- 伊藤过程（Ito process）
  - 如果把漂移率和方差率定义为随机变量 x 和时间 t 的函数，就可以得到伊藤过程：

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz$$

  - 其中
    - dz 是一个标准维纳过程
    - a 和 b 是随机变量 x 和时间 t 的函数
    - 随机变量 x 的漂移率为 a，
    - 方差率为 b^2。

- 假设证券不支付红利，则其价格的变化过程可以用漂移率为μS 、方差率为$\sigma^2 S^2$ 的伊藤过程表示：

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

- 两边同时除以 S 可得：

$$\frac{dS}{S} = \underbrace{\mu}_{\text{期望收益率}} dt + \overbrace{\sigma}^{\text{波动率}} dz$$

- 波动率（volatility）：收益率在单位时间内的标准差。

- 由于dz是标准维纳过程，因此，在一个较短的时间间隔 Δt 以后，证券价格的变化为：

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

- 可见，$\frac{\Delta S}{S}$ 也服从正态分布，即：

$$\frac{\Delta S}{S} \sim N(\mu\Delta t,\ \sigma^2\Delta t)$$

$$\Delta S \sim N(S\mu\Delta t,\ S^2\sigma^2\Delta t)$$

例：

假设一种不支付红利的股票：

- 价格变化遵循维纳过程；
- 预期收益率以连续复利表示为每年20％；
- 波动率为每年10％；
- 该股票目前的市场价格为100元；

求一周后该股票价格变化的概率分布。

解： 在本例中，μ=0.20，$\sigma = 0.10$ ，S=100，因此股价变化过程可以表示为：

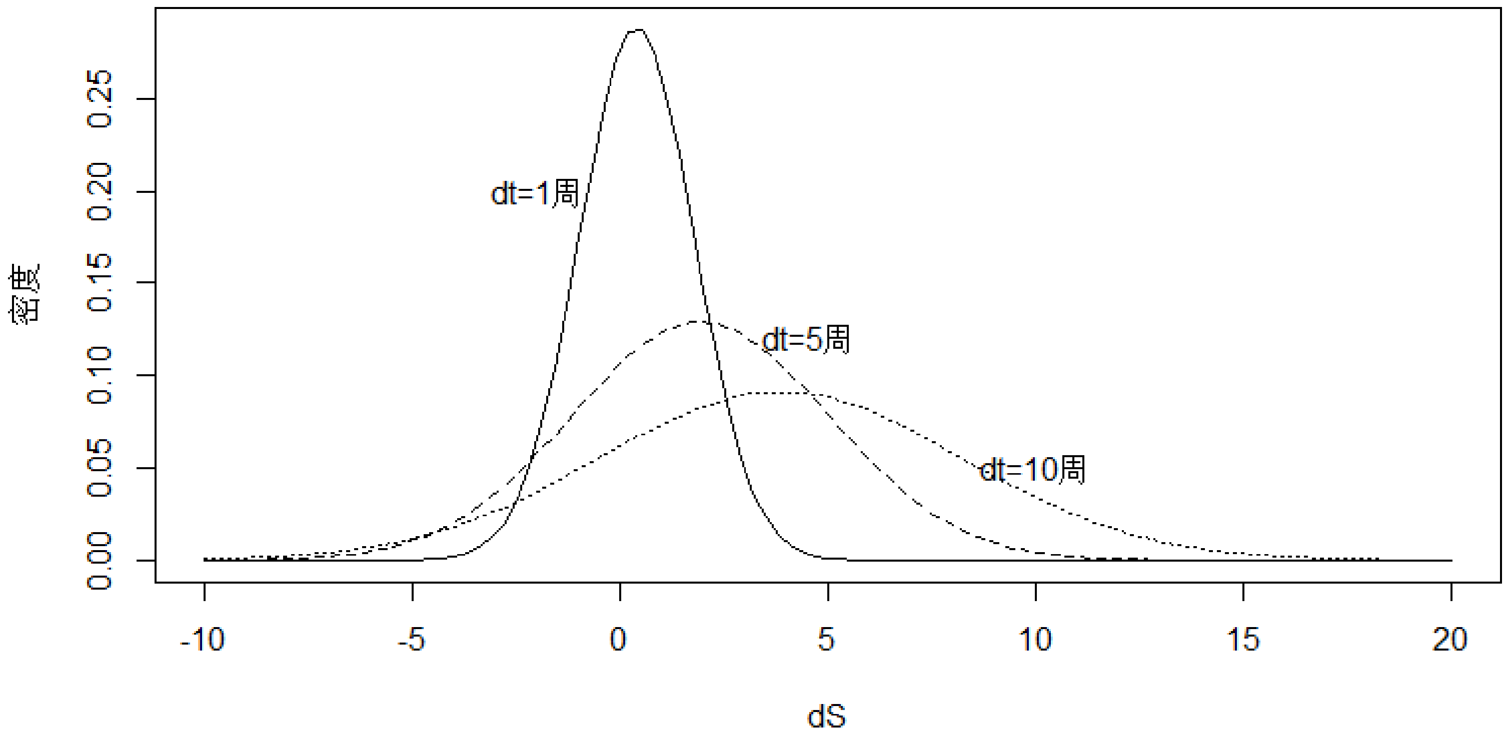
$$\frac{\Delta S}{S} = 0.20\Delta t + 0.10\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

- 由于1周等于0.0192年，因此

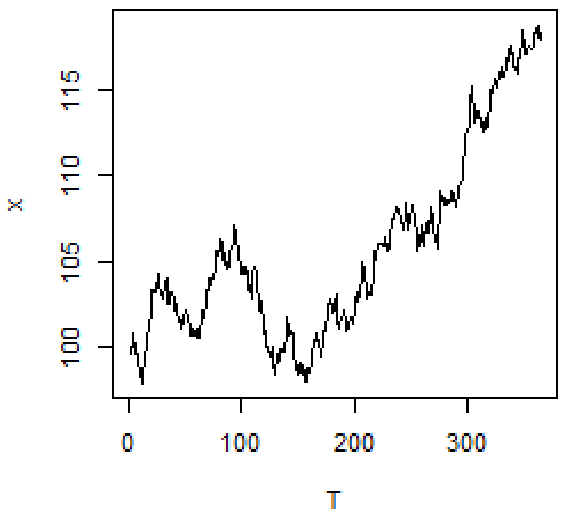
$$\Delta S = 100 \times (0.2 \times 0.0192 + 0.10 \times \varepsilon \times \sqrt{0.0192})$$
$$= 0.384 + 1.386\varepsilon$$

- 可见，一周后股价的变化服从均值为0.384，标准差为1.386的正态分布。

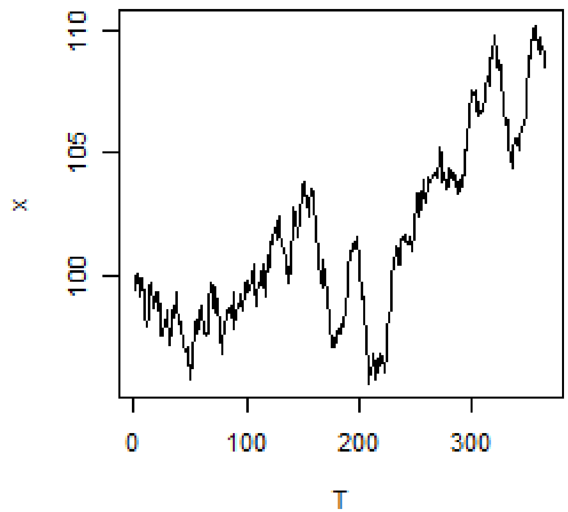
不同时期以后股票价格变化量的正态分布



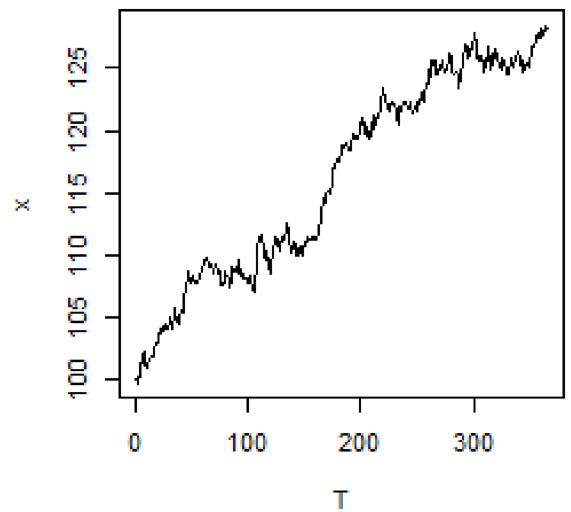
股票价格的变化过程



x
100
105
110
115
0
100
200
300
T



x
100
105
110
0
100
200
300
T



x
100
105
110
115
120
125
0
100
200
300
T

- 证券价格对数的变化过程
  - **伊藤定理**：若随机变量 x 遵循伊藤过程，即

$$\mathrm{d}x = a(x,t)\mathrm{d}t + b(x,t)\mathrm{d}z$$

  - 则随机变量x 和时间t的函数G将遵循如下伊藤过程：

$$\mathrm{d}G = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) \mathrm{d}t + \frac{\partial G}{\partial x} b \mathrm{d}z$$

  - 其中dz是标准维纳过程。

证券价格的变化过程可以表示为伊藤过程：

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

而衍生证券的价格是标的证券价格 S 和时间 t 的函数，因此根据伊藤定理，衍生证券的价格 V 遵循如下伊藤过程：

$$\mathrm{d}V = \left(\frac{\partial V}{\partial S} \mu S + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \mathrm{d}t + \frac{\partial V}{\partial S} \sigma S \mathrm{d}z$$

可见，衍生证券的价格 V 和标的证券的价格 S 都受同一个 dz 的影响。

可以用伊藤定理来推导证券价格的对数 $V = \ln S$ 的变化所遵循的随机过程。

- 由于 $$\frac{\partial V}{\partial S} = \frac{1}{S}, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}, \quad \frac{\partial V}{\partial t} = 0$$
- 将其代入衍生证券价格的伊藤过程，可知V遵循一般维纳过程：
  - $$\mathrm{d}V = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\mathrm{d}t + \sigma \mathrm{d}z$$
- 可见，$V = \ln S$ 在时期 T 的变化服从正态分布：
  - 均值为 $\left(\mu - \sigma^2/2\right)T$
  - 方差为 $\sigma^2 T$

- 令
  - V 在当前时刻的值为 $\ln S$
  - 在 T 时刻的值为 $\ln S_T$
- 则V在 T 时期 的变化为 $\ln S_T - \ln S$
- 可见，证券价格的对数在时期T的变化服从正态分布：

$$\ln S_T - \ln S \sim N\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T,\ \sigma^2 T\right]$$

- 根据正态分布的性质可以得到：

$$\ln S_T \sim N\left[\ln S + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T,\ \sigma^2 T\right]$$

例：假设

- 股票当前的市场价格为50元
- 预期收益率为每年20％
- 波动率为每年10％
- 该股票的价格遵循维纳过程
- 在6个月内不付红利

请计算该股票6个月以后的价格S_T的概率分布及其均值。

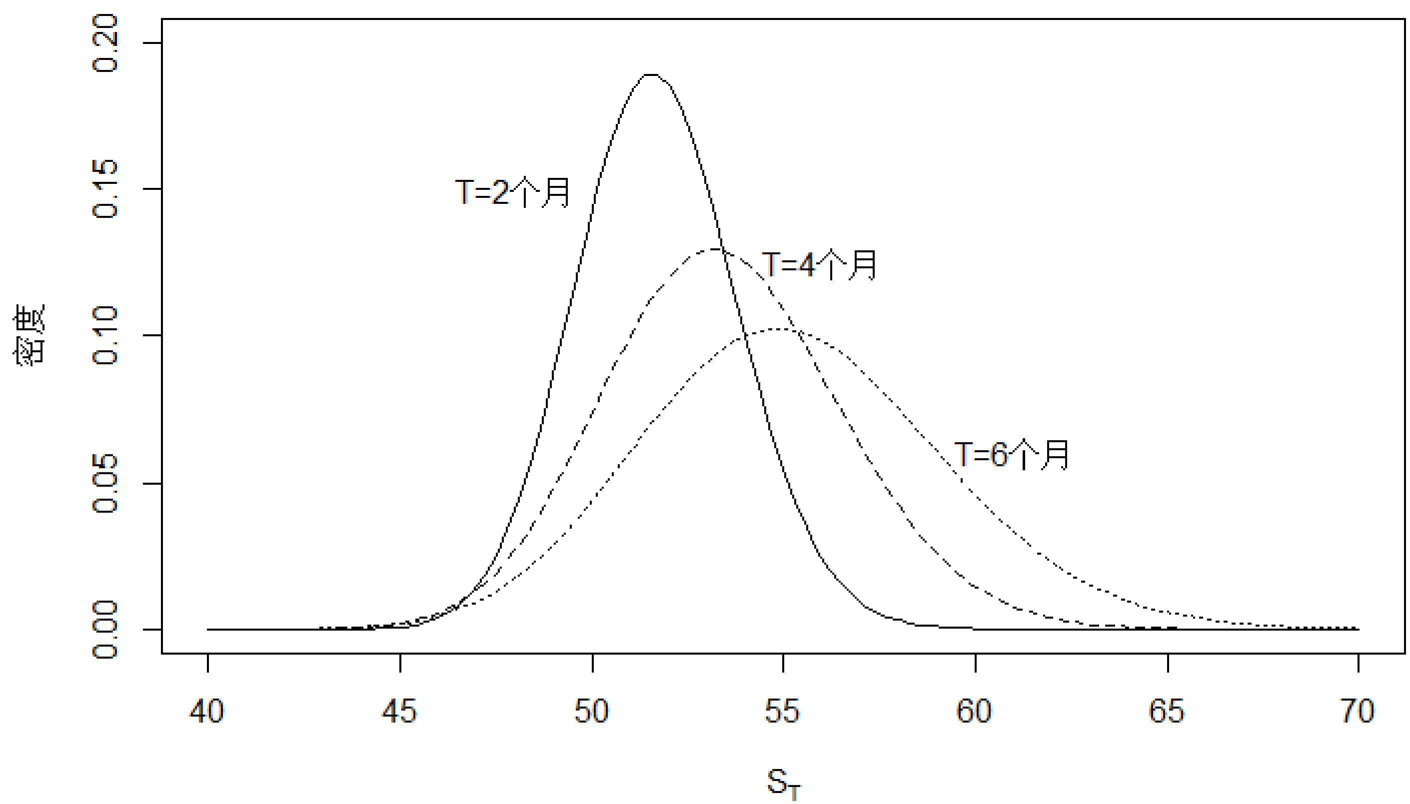
解： 6个月以后$\ln S_T$的概率分布为：

$$\ln S_T \sim N\left[\ln 50 + \left(0.20 - \frac{0.10^2}{2}\right) \times 0.5, 0.10 \times \sqrt{0.5}\right]$$

- 也就是$\ln S_T \sim N\,(4.0095, 0.0707)$
- 即 S_T服从参数为（4.0095, 0.0707）的对数正态分布。
- 6个月以后该股票价格 S_T的均值为

$$E(S_T) = 50e^{4.0095\times 0.5} = 55.26$$

不同时点上股票价格的概率分布



Black-Scholes定价公式

- Black-Scholes期权定价模型的假设条件如下：

（1）股票的当前市场价格为S

- 股票价格S的比例变化遵循维纳过程，即：

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \qquad dz = \varepsilon\sqrt{dt}$$

- 假设μ和σ都是已知的常数。

（2）在期权的有效期内，股票不支付红利。

（3）没有交易费用和税金，不考虑保证金。

（4）股票可以被自由地买卖，且所有证券都是完全可分的。

（5）在期权有效期内，无风险利率为常数，投资者可以此利率无限制地进行借贷。

（6）期权为欧式看涨期权。

（7）不存在无风险套利机会。

- 假设 f 是衍生证券的价格，则 f 是股票价格 S 和时间 t 的函数，故有：

$$\Delta f=\left(\frac{\partial f}{\partial S}\mu S+\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t+\frac{\partial G}{\partial S}\sigma S\Delta z$$

- 构建下述投资组合：一单位衍生证券空头和单位标的股票多头，令 π 为该投资组合的价值，则有：

$$\pi=-f+\frac{\partial f}{\partial x}S$$

- 在时间 Δt 以后，该投资组合的价值变化 $\Delta\pi$ 为：

$$\Delta\pi = -\Delta f + \frac{\partial f}{\partial S}\Delta S \qquad (*)$$

- 股票价格的变化为 $\Delta S = \mu S\Delta t + \sigma\varepsilon S\sqrt{\Delta t}$

- 将 ΔS 和 Δf 代入（*）式可得：

$$\Delta\pi = -\left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t$$

$$\Delta\pi = -\left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t$$

- 上式不含随机项，无风险，故该组合的瞬时收益率等于无风险收益率，即

$$\Delta\pi = r\pi\Delta t$$

- 由此可得求解期权价值的Black-Scholes微分方程：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS\frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf$$

- 注意：该方程与投资者的风险偏好无关。

欧式看涨期权在到期时的价值：

$$f=\max(S_T-K,0)$$

在风险中性假设下求其现值，即得欧式看涨期权在当前时刻的价值：

$$C=\mathrm{e}^{-rT}E(\max(S_T-K,0))$$

$$=\mathrm{e}^{-rT}\int_K^{\infty}(s-K)g(s)\mathrm{d}s$$

$g(s)$ 表示股票价格 S_T 的密度函数。

- 由此可以得到欧式看涨期权的定价公式为：

$$C = S\Phi(d_1) - K\mathrm{e}^{-r(T-t)}\Phi(d_2)$$

- 其中

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

- 根据欧式看涨期权和看跌期权之间的平价关系，可以得到欧式看跌期权的定价公式为：

$$P = K\mathrm{e}^{-rT}\Phi(-d_2) - S\Phi(-d_1)$$

例： 假设

- 某种不支付红利股票的市场价格为20元
- 无风险利率为5%
- 该股票的年波动率为4%

求该股票执行价格为20元、期限为1年的欧式看涨期权和看跌期权的价格。

解：本例中的有关参数值如下：

$S=20$，$K=20$，$r = 0.05$, $\sigma = 0.04$, $T = 1$

- 为了应用Black-Scholes定价模型，首先计算d_1和d_2

$$d_1 = \frac{\ln(20/20) + (0.05 + 0.04^2/2) \times 1}{0.04 \times \sqrt{1}} = 1.27$$

$$d_2 = d_1 - 0.04 \times \sqrt{1} = 1.23$$

- 然后计算$\Phi(d_1)$和$\Phi(d_2)$

$$\Phi\left(d_1\right)=\Phi\left(1.27\right)=0.8980$$
$$\Phi\left(d_2\right)=\Phi\left(1.23\right)=0.8907$$

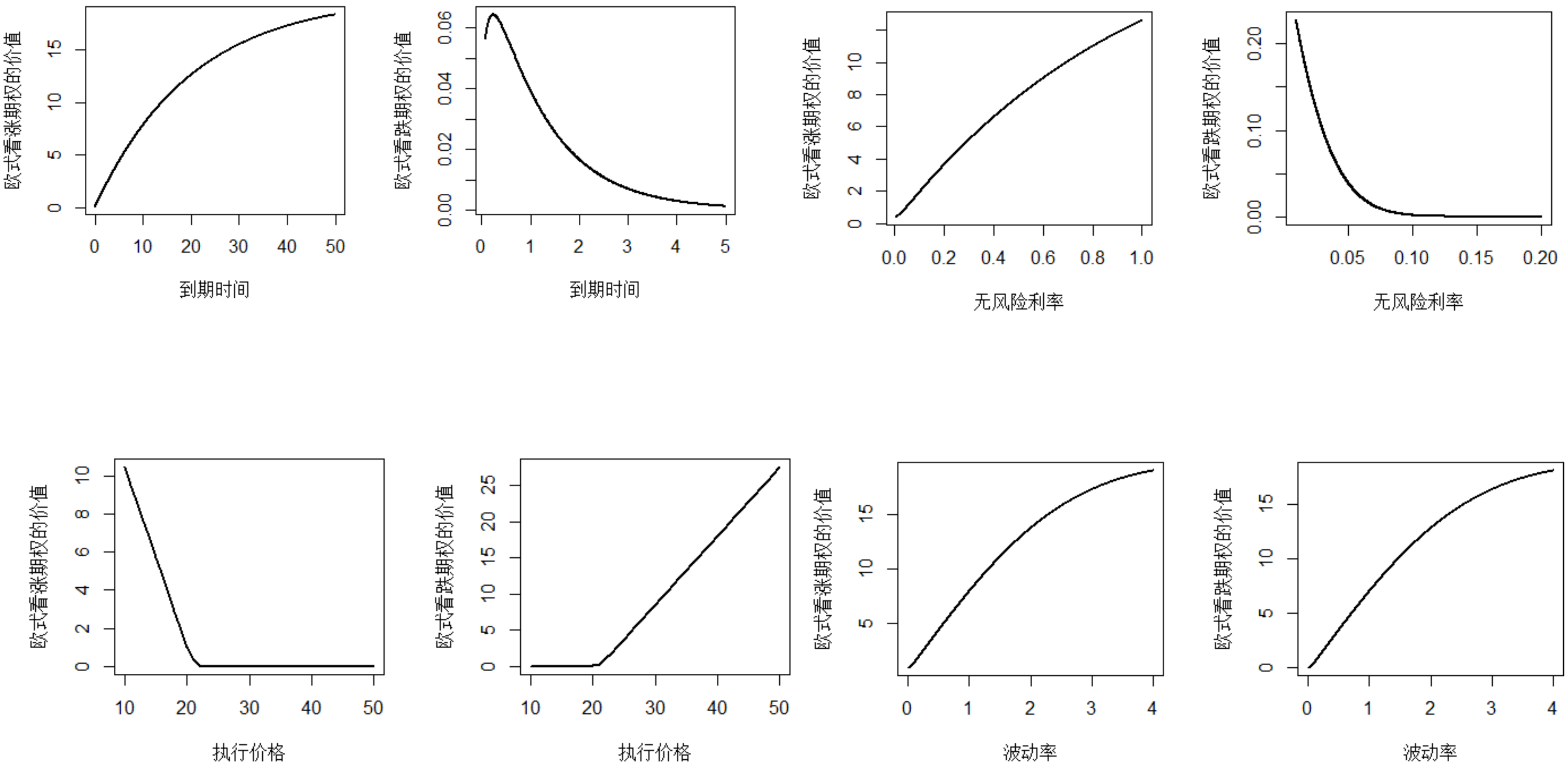
- 将上述结果代入Black-Scholes定价公式，即可求得欧式看涨期权的价格为：

$$C=20\times0.8980-20\times0.8907\mathrm{e}^{-0.05\times1}=1.0148$$

- 应用看涨期权和看跌期权的平价公式，得看跌期权的价格为

$$P=20\times\left(1-0.8907\right)\mathrm{e}^{-0.05\times1}-20\times\left(1-0.8980\right)=0.0394$$

期权价值的影响因素



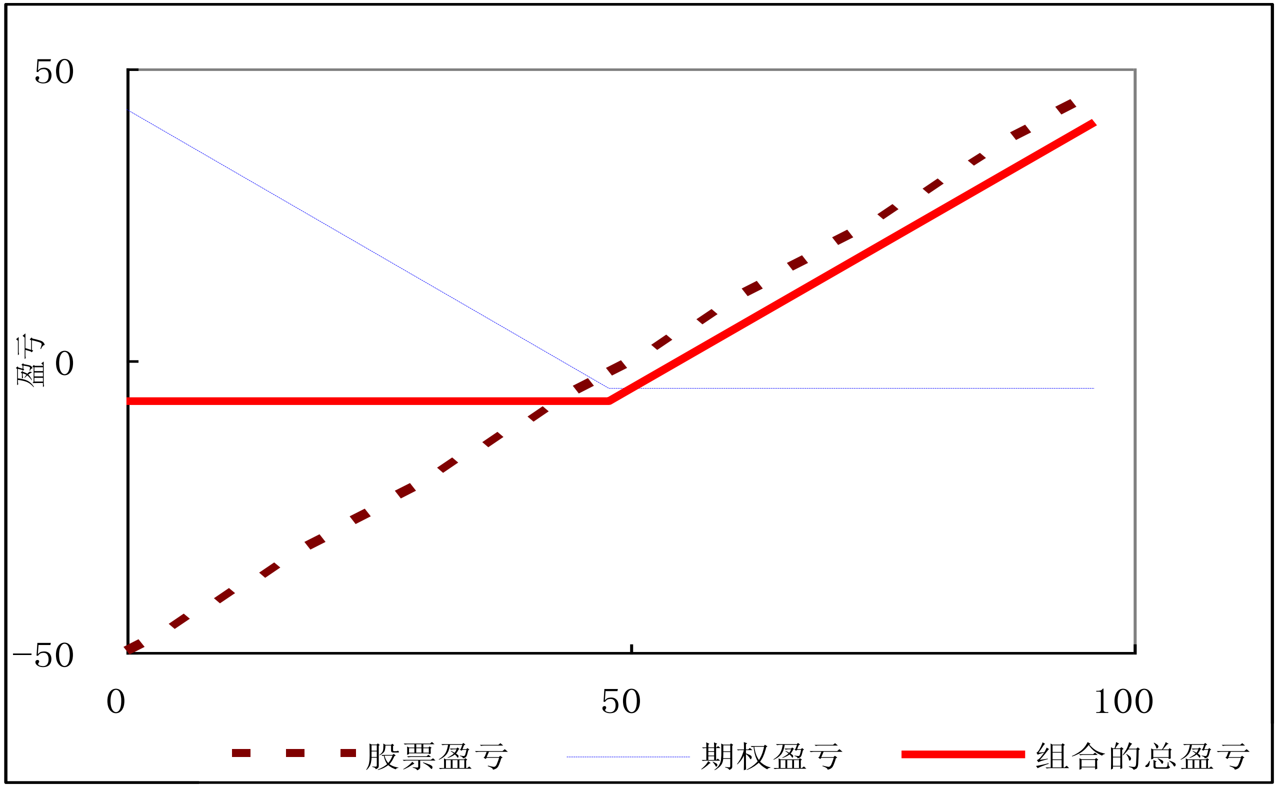
欧式看涨期权的价值
0 5 10 15
0 10 20 30 40 50
到期时间
欧式看跌期权的价值
0.00 0.02 0.04 0.06
0 1 2 3 4 5
到期时间
欧式看涨期权的价值
0 2 4 6 8 10
0.0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0
无风险利率
欧式看跌期权的价值
0.00 0.10 0.20
0.05 0.10 0.15 0.20
无风险利率
欧式看涨期权的价值
0 2 4 6 8 10
10 20 30 40 50
执行价格
欧式看跌期权的价值
0 5 10 15 20 25
10 20 30 40 50
执行价格
欧式看涨期权的价值
5 10 15
0 1 2 3 4
波动率
欧式看跌期权的价值
0 5 10 15
0 1 2 3 4
波动率

期权交易策略: 保险策略，差价期权，混合期权

- **保险策略(insurance strategy)：** 应用期权对资产头寸进行保险。
  - Buying insurance
    - 为资产多头购买看跌期权（insuring a long position: floors）；
    - 为资产空头购买看涨期权(insuring a short position: caps)；
  - Selling insurance
    - 拥有资产多头的同时，出售看涨期权(selling a covered call)；
    - 拥有资产空头的同时，出售看跌期权(selling a covered put)。

- **（1）为资产多头购买看跌期权**（地板策略，floor）：确保资产的出售价格不会低于一个最小值。
- 资产多头与看跌期权多头的组合，类似于看涨期权

$$S + P = C + Ke^{-rT}$$

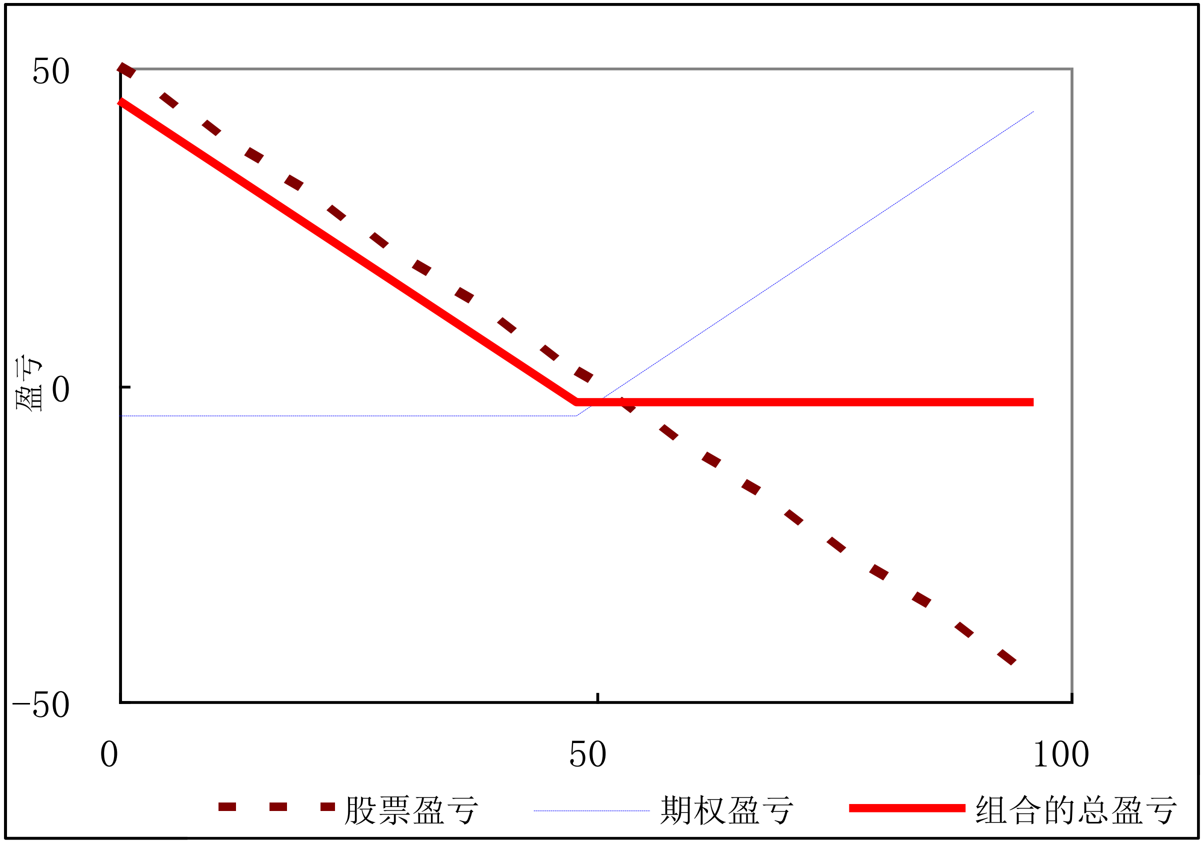


- **（2）为资产空头购买看涨期权**（cap, 帽子策略）：

  为资产价格的上升提供保险。

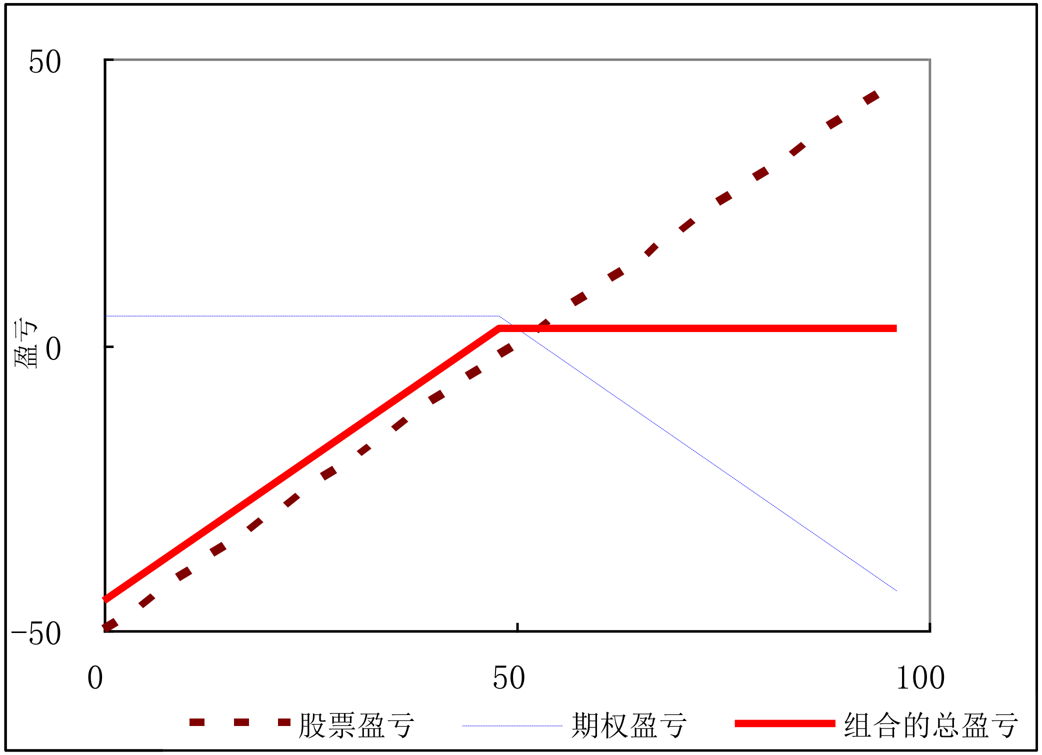
- 资产空头与看涨期权多头的组合，类似于看跌期权多头：

$$-S+C=P-Ke^{-rT}$$



- **（3）出售有担保的看涨期权（writing covered call）**：在拥有资产多头的同时，出售看涨期权
- 其盈亏类似于看跌期权空头的盈亏：

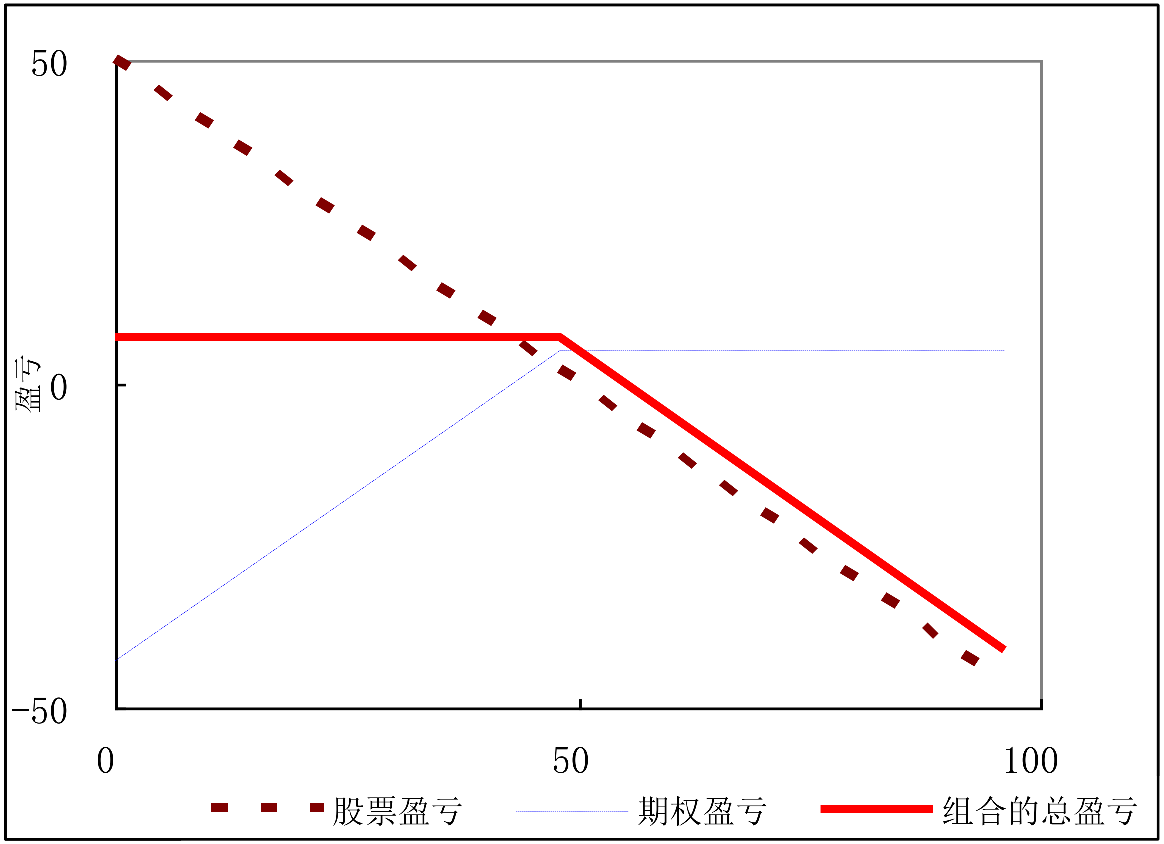
$$S - C = -P + Ke^{-rT}$$



出售有担保的看涨期权与帽子策略(cap)的比较

名称	策略	盈亏等价的策略
帽子策略	出售股票，购买看涨期权 $-S+C=P-Ke^{-rT}$	购买看跌期权
出售有担保的看涨期权	购买股票，出售看涨期权 $S-C=-P+Ke^{-rT}$	出售看跌期权

- **（4）出售有担保的看跌期权**（writing covered put）：在拥有资产空头的同时，出售看跌期权。
- 其盈亏类似于看涨期权空头：$-S-P=-C-Ke^{-rT}$



出售有担保的看跌期权与地板策略的比较

名称	策略	盈亏等价的策略
地板策略	购买股票，购买看跌期权 $S+P=C+Ke^{-rT}$	购买看涨期权
出售有担保的看跌期权	出售股票，出售看跌期权 $-S-P=-C-Ke^{-rT}$	出售看涨期权

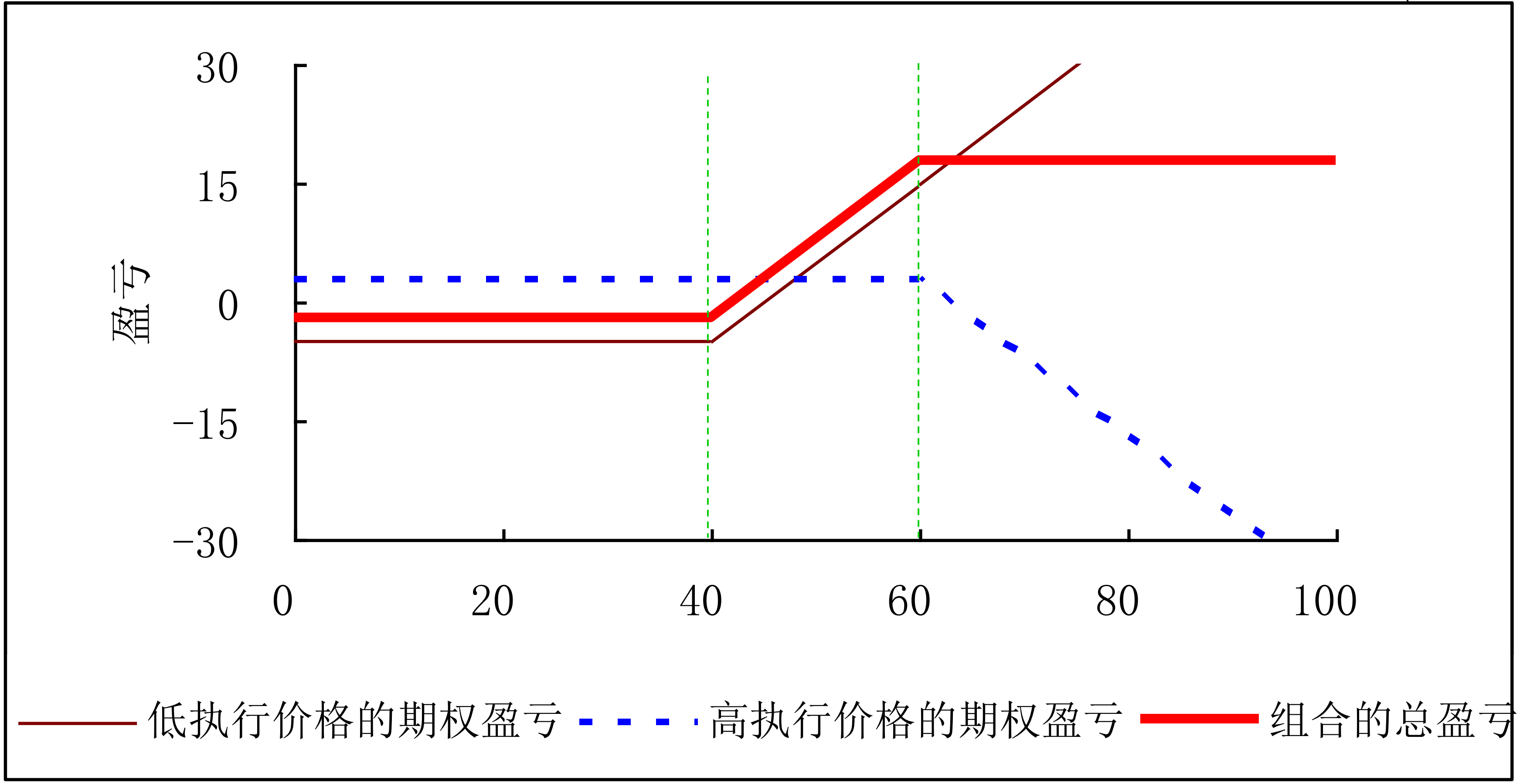
差价期权(spreads)

差价期权：由到期时间相同、执行价格不同的同类期权形成。

- 牛市差价（bull spreads）：可以由不同的方式构成
  - 看涨期权多头 + 执行价格较**高**的看涨期权空头。
  - 看跌期权多头 + 执行价格较**高**的看跌期权空头。
- 牛市差价：低价多头，高价空头

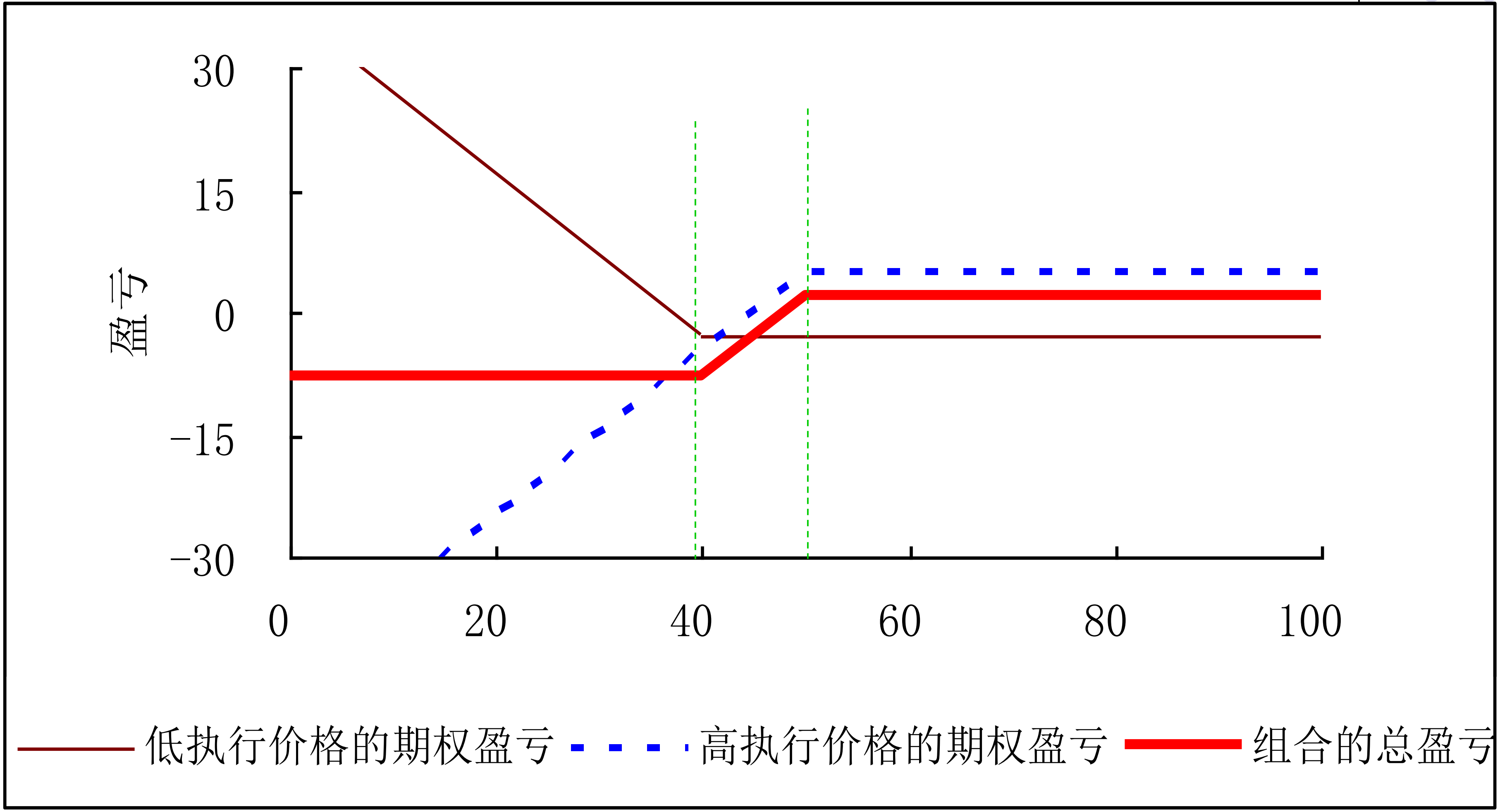
看涨期权的牛市差价：

看涨期权多头 + 执行价格较高的看涨期权空头



看跌期权的牛市差价

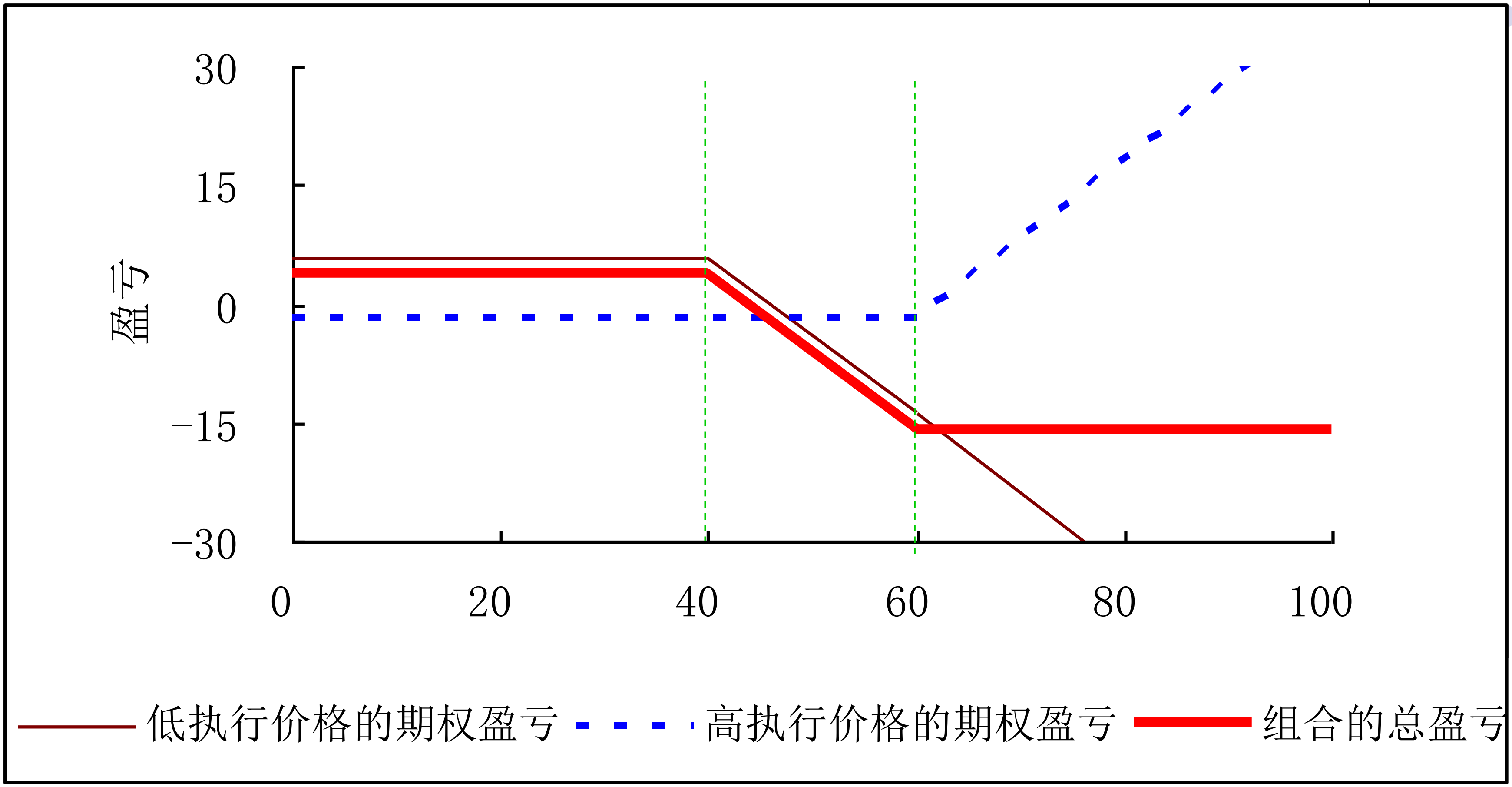
看跌期权多头 + 执行价格较**高**的看跌期权空头。



- **熊市差价**（bear spreads）：可由不同的方式构成
    - 看涨期权多头 + 执行价格较**低**的看涨期权空头。
    - 看跌期权多头 + 执行价格较**低**的看跌期权空头。
- 熊市差价：高价多头，低价空头

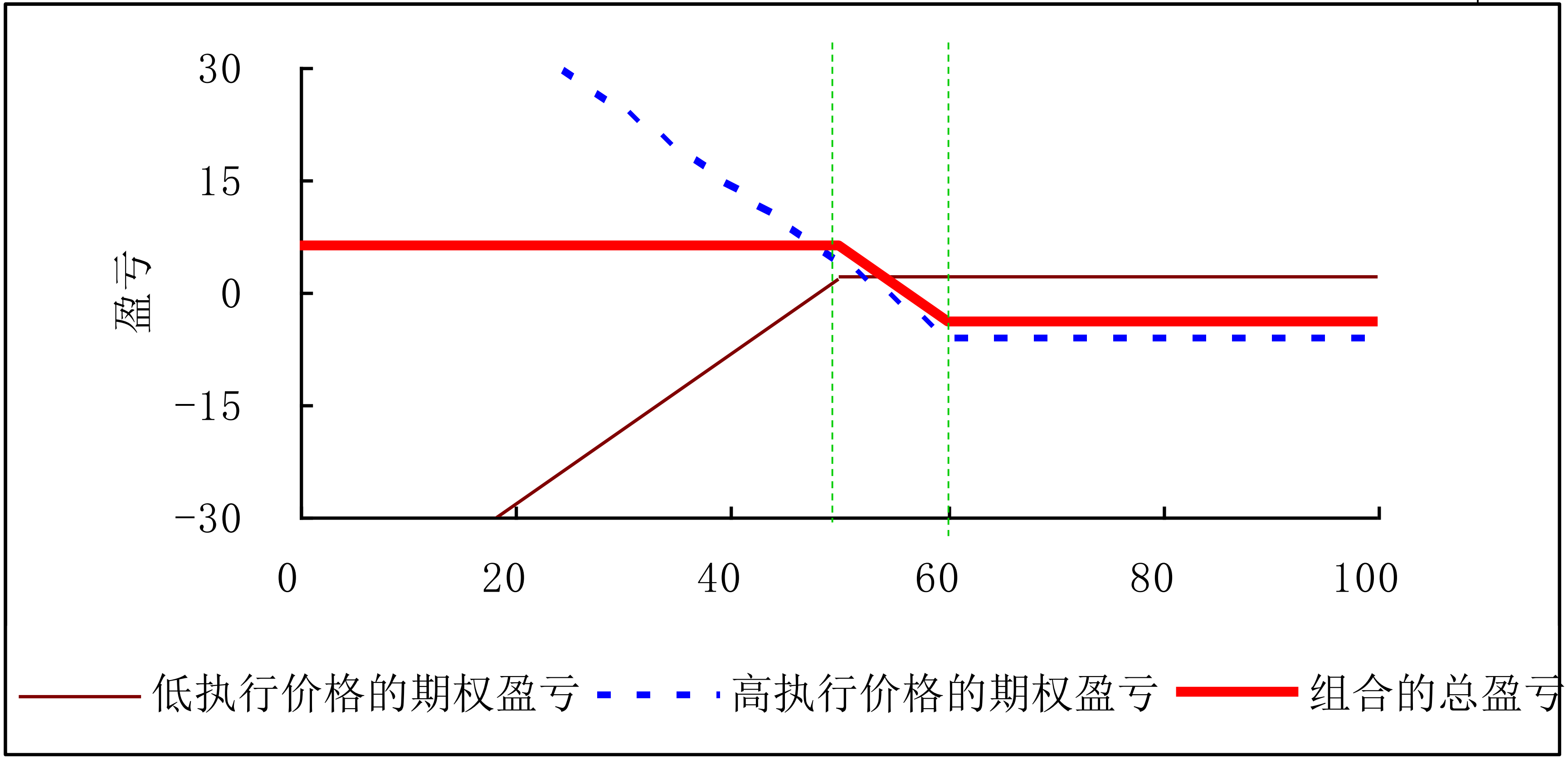
看涨期权的熊市差价

看涨期权多头 + 执行价格较低的看涨期权空头



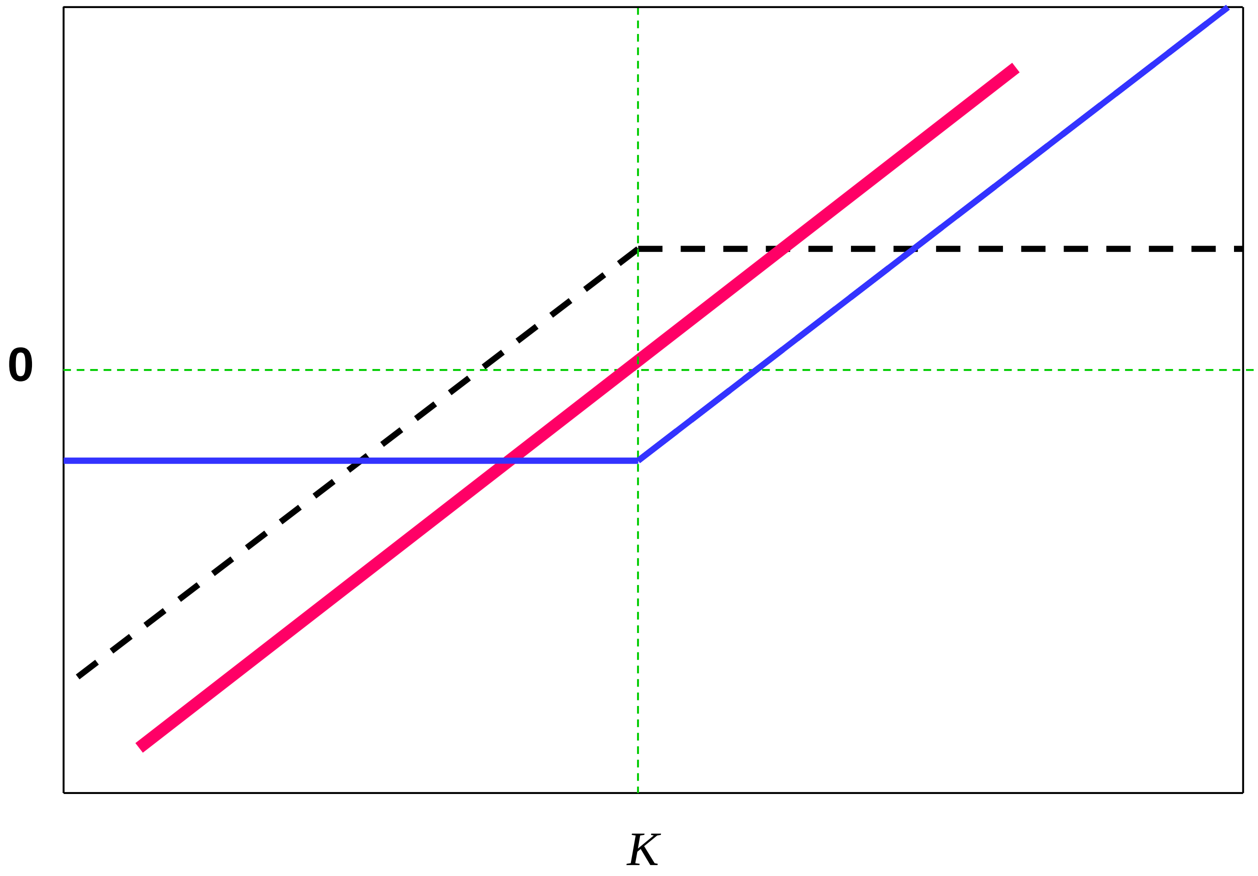
看跌期权的熊市差价

看跌期权多头+ 执行价格较低的看跌期权空头



- **盒式差价（box spread）**：通过期权生成两个合成远期：
  - 较低价位的远期多头；
  - 较高价位的远期空头。
- 用“+”表示多头，用“–”表示空头，则有：
  - + 远期 ＝ + 看涨期权 – 看跌期权
  - – 远期 ＝ – 看涨期权 + 看跌期权
  - （见下页图示）

+ 远期 = + 看涨期权 – 看跌期权



看跌期权空头 看涨期权多头 合成远期多头

例：

- 用2.78元购买一个执行价格为40元的看涨期权，并用1.99元的价格出售一个执行价格为40元的看跌期权，就可以生成一个合成远期多头（交割价格为40，见下页图示）。

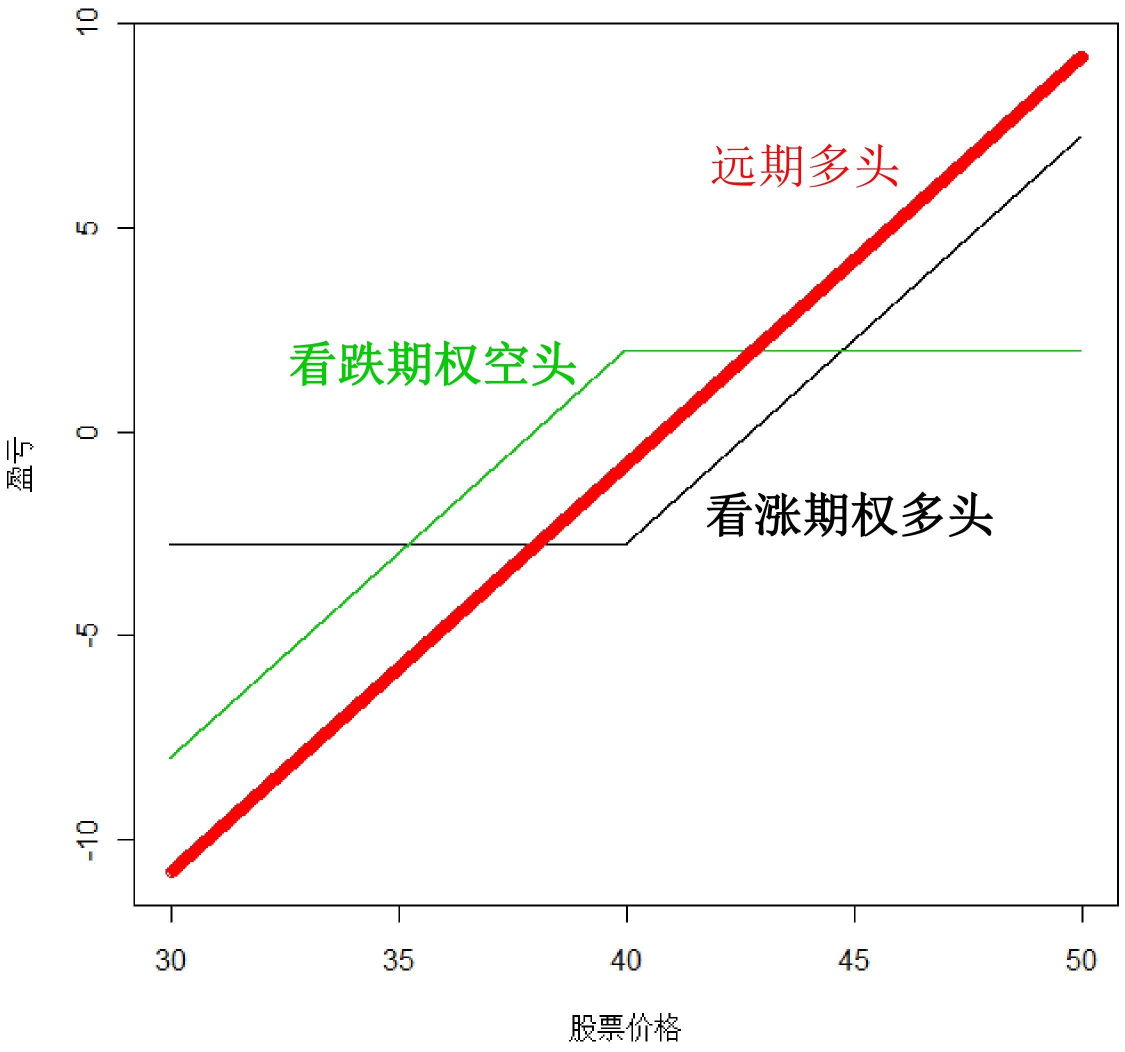
$$成本 = 2.78 - 1.99 = 0.79元，盈亏 = S - 40$$

- 用0.97元的价格出售一个执行价格为45元的看涨期权，并用5.08元购买一个执行价格为45元的看跌期权，可以生成一个合成远期空头（交割价格为45，见下页图示）。

$$成本：5.08 - 0.97 = 4.11元，盈亏 = 45 - S$$

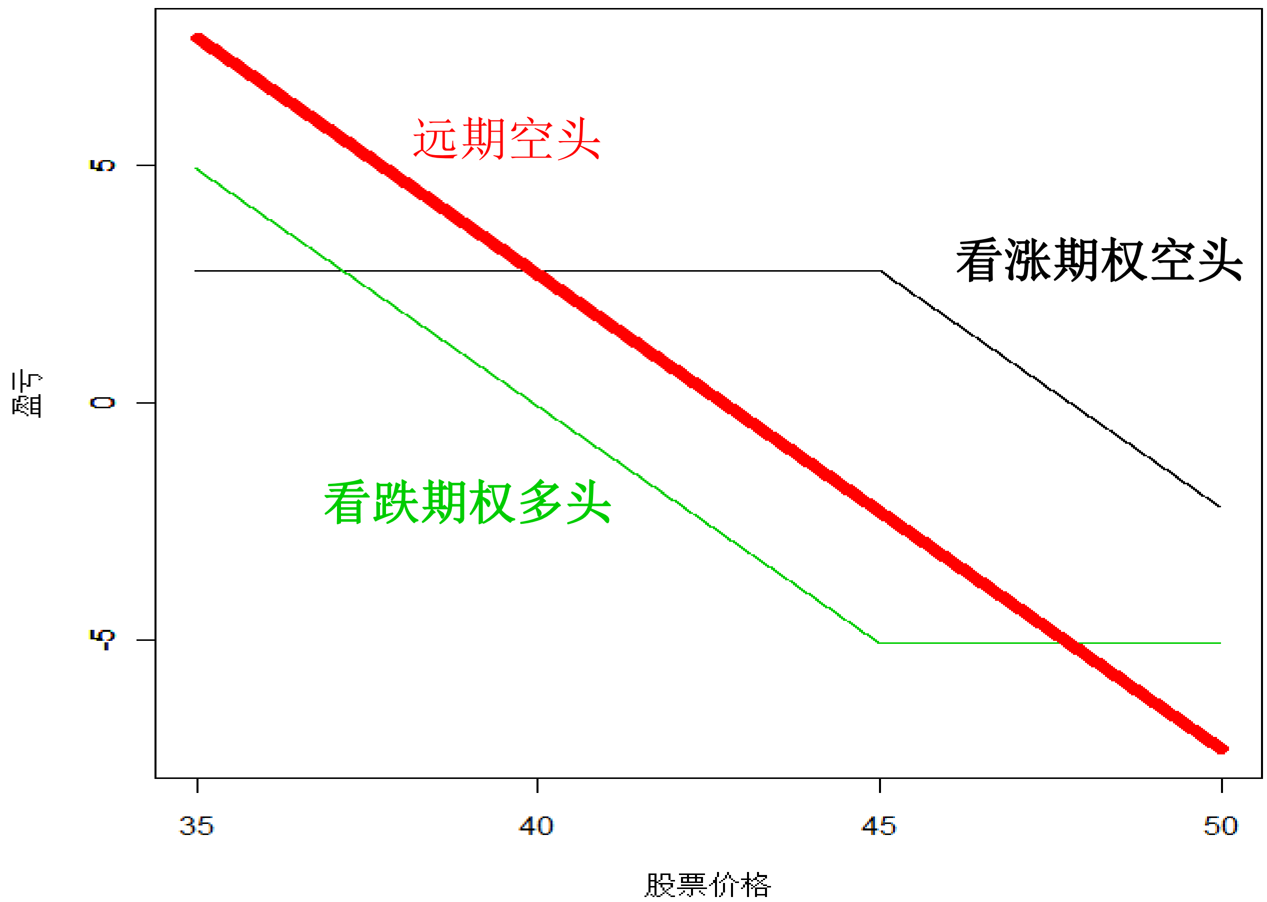
- 期初成本：$0.79 + 4.11 = 4.90$元
- 到期获得：$(45 - S) + (S - 40) = 5$元
- **结果：**相当于零息债券。

用2.78元购买一个执行价格为40元的看涨期权
用1.99元出售一个执行价格为40元的看跌期权
生成一个合成远期多头（交割价格为40）

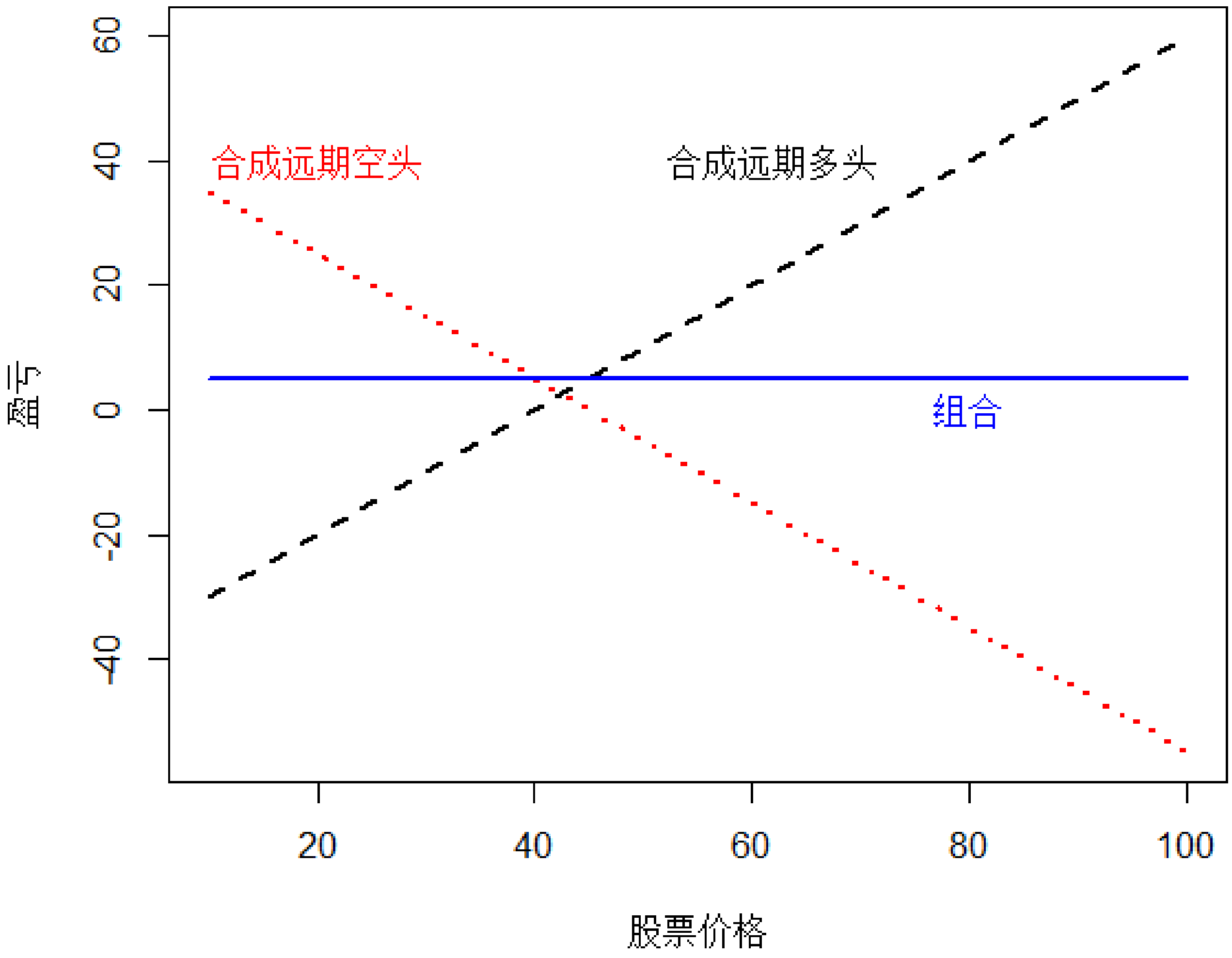



```
#用2.78元购买一个执行价格为40元的看涨期权，
#并用1.99元的价格出售一个执行价格为40元的看跌期权，
#就可以生成一个合成远期多头（交割价格为40）
x=seq(30,50,1)
y1=ifelse(x<=40, -2.78,x-40-2.78)    #看涨期权多头的盈亏
y2=ifelse(x>=40, 1.99,-(40-x)+1.99)    #看跌期权空头的盈亏
y=y1+y2 #组合的盈亏
plot(c(x,x,x),c(y1,y2,y),type='n',xlab='股票价格',ylab='盈亏')

lines(x,y1,col='black',lty=2)
lines(x,y2,col='blue',lty=1)
lines(x,y,col='red',lty=1,lwd=5)

text(45,-1,'看涨期权多头',col='black')
text(36,1,'看跌期权空头',col='blue')
text(44,5,'组合',col='red')
```

用0.97元出售一个执行价格为45元的看涨期权
用5.08元购买一个执行价格为45元的看跌期权
生成一个合成远期空头（交割价格为45）



盒式差价在到期时的盈亏



上述盒式差价策略由以下四个期权构成：

A：执行价格为40元的看涨期权多头

B：执行价格为40元的看跌期权空头

C：执行价格为45元的看涨期权空头

D：执行价格为45元的看跌期权多头

- AC组合——牛市差价策略
- BD组合——熊市差价策略

结论：盒式差价＝牛市差价＋熊市差价

- **蝶式差价**（butterfly spreads）：由四份期限相同、执行价格不同的同种期权头寸构成。

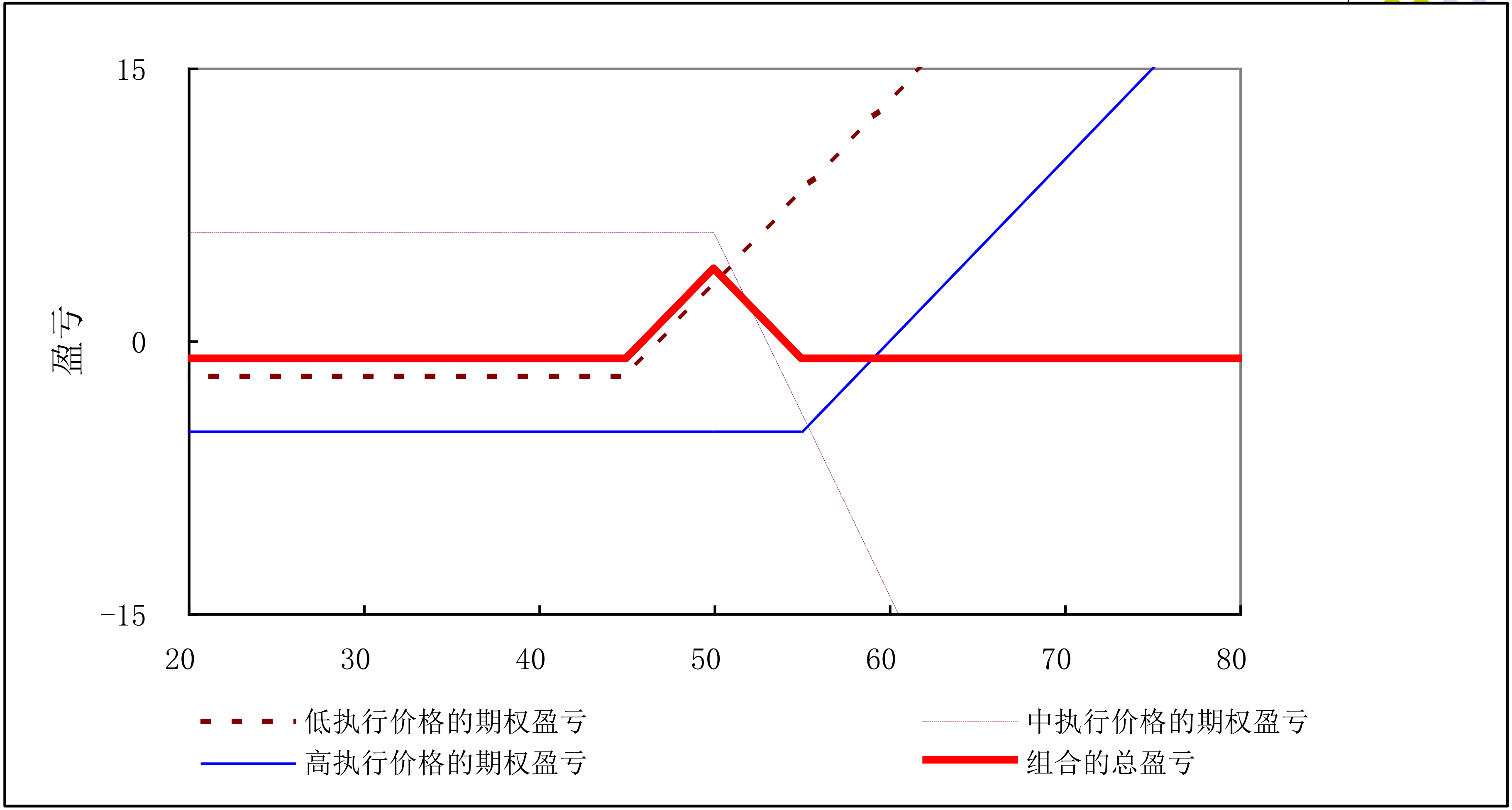
如果这四份期权头寸共有三个执行价格$K_1 < K_2 < K_3$，且$K_2 = (K_1+K_3)/2$，它们的期权费的终值分别为C_1，C_2和C_3，则相应的蝶式差价组合有如下四种：

- （1）看涨期权的正向蝶式差价组合
  - 执行价格分别为K_1和K_3的看涨期权多头
  - 两份执行价格为K_2的看涨期权空头

- （2）看涨期权的反向蝶式差价组合
  - 执行价格分别为K_1和K_3的看涨期权空头
  - 两份执行价格为K_2的看涨期权多头
- （3）看跌期权的正向蝶式差价组合
  - 执行价格分别为K_1和K_3的看跌期权多头
  - 两份执行价格为K_2的看跌期权空头
- （4）看跌期权的反向蝶式差价组合
  - 执行价格分别为K_1和K_3的看跌期权空头
  - 两份执行价格为$K2$的看跌期权多头

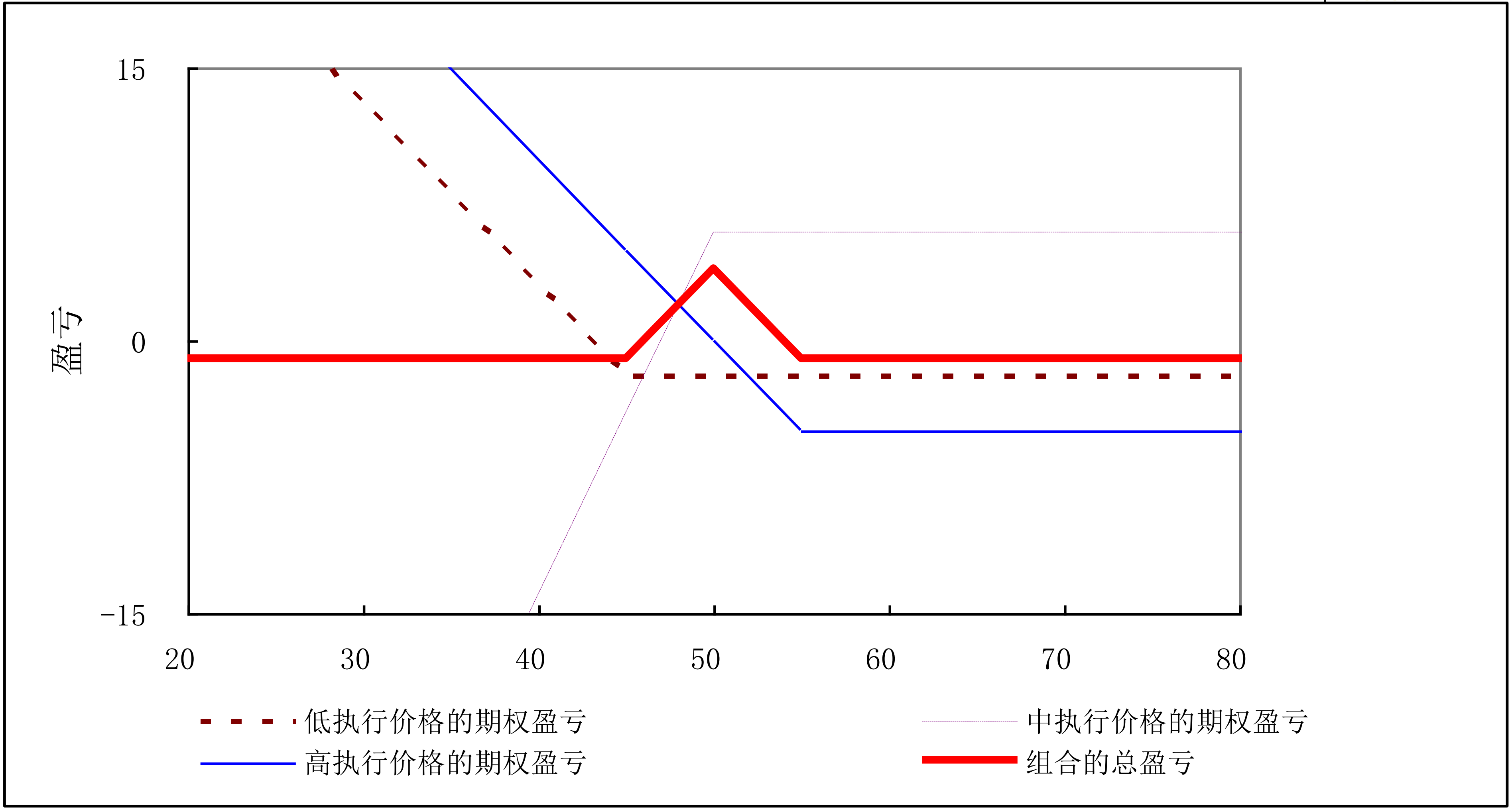
看涨期权的正向蝶式差价

（执行价格分别为K_1和K_3的看涨期权多头，两份执行价格为K_2的看涨期权空头）

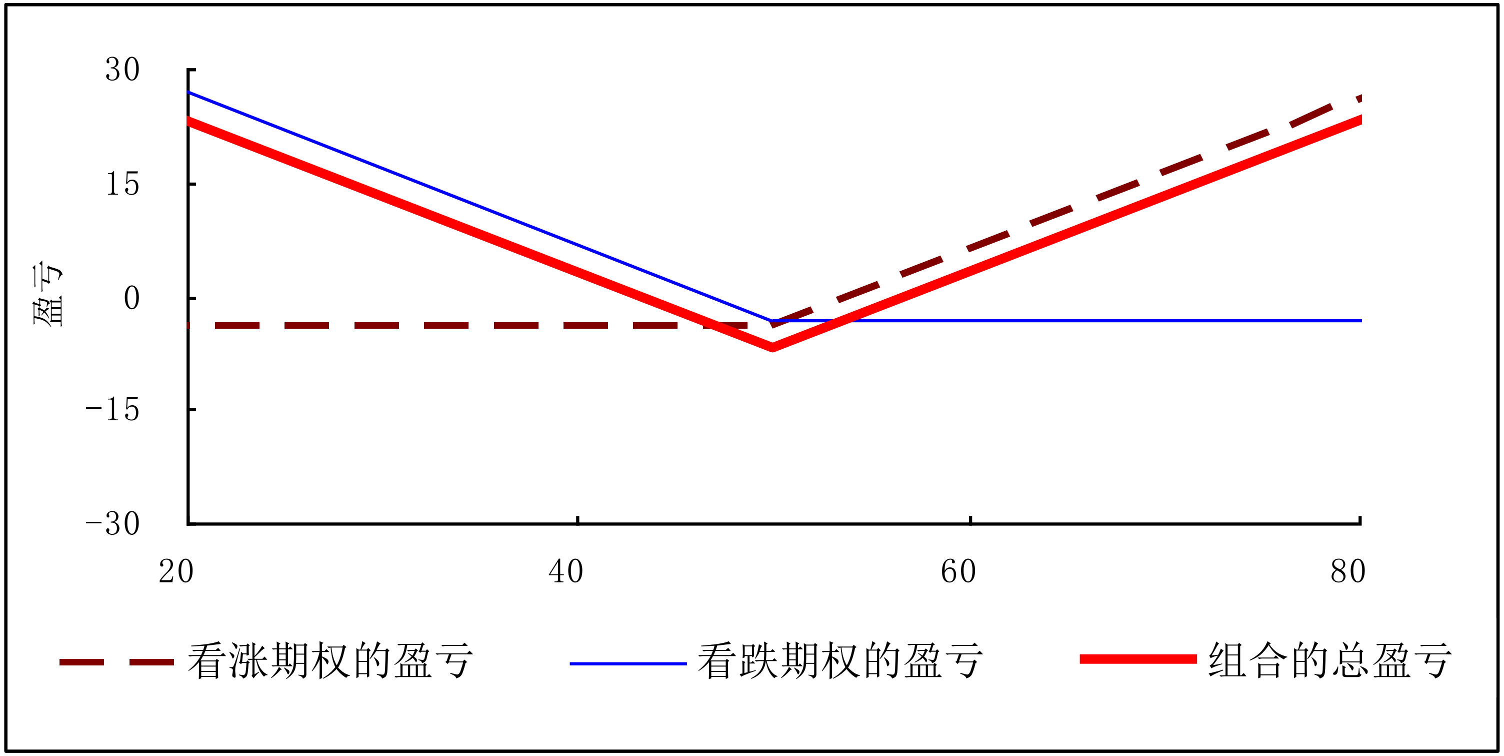


看跌期权的正向蝶式差价

执行价格分别为K_1和K_3的看跌期权多头，两份执行价格为K_2的看跌期权空头

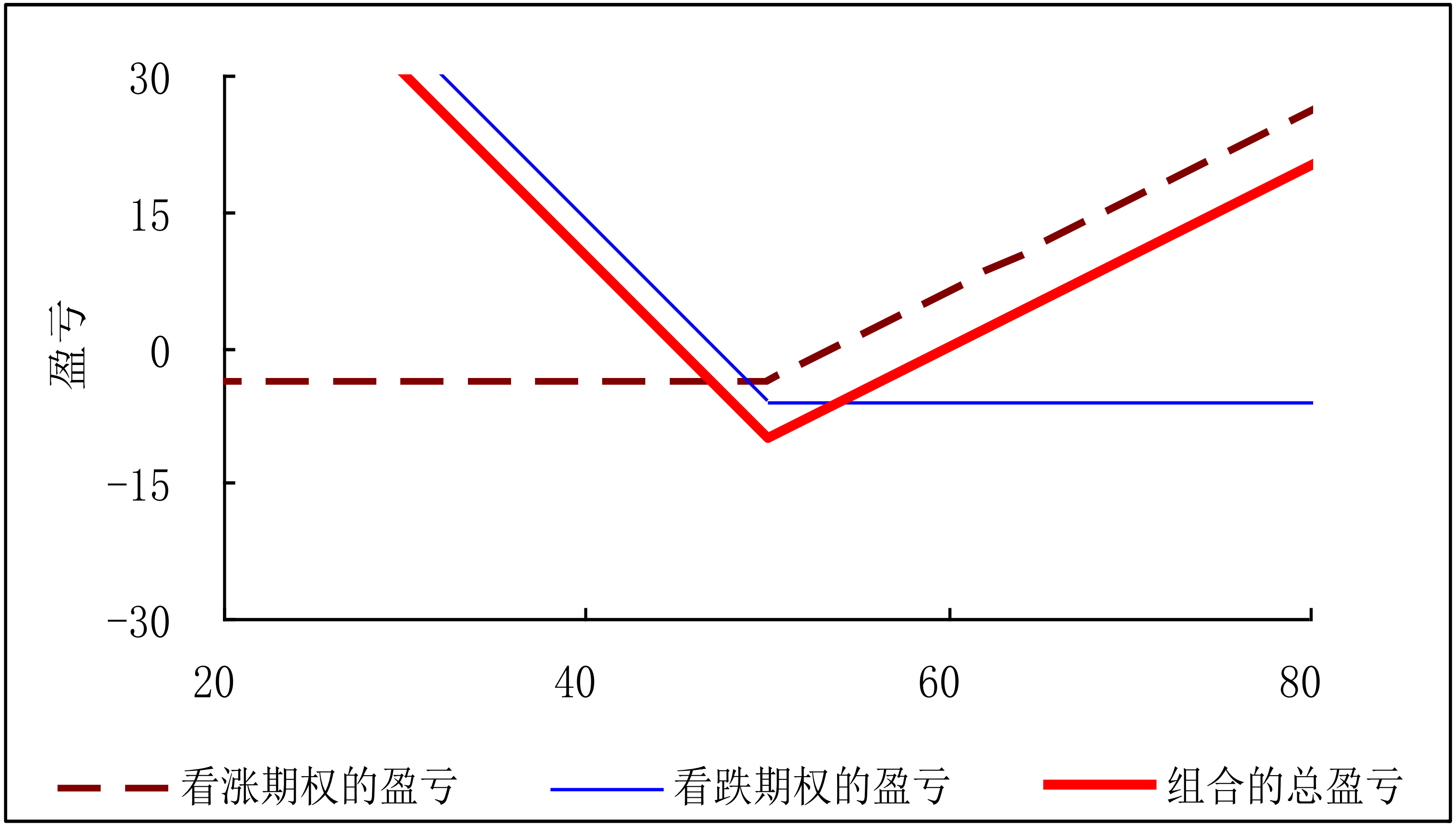


- **混合期权：** 由看涨期权和看跌期权混合而成。
  - **跨式（straddle）：** 由执行价格相同、期限相同的一份看涨期权和一份看跌期权组成
    - 底部跨式：由多头组成
    - 顶部跨式：由空头组成。



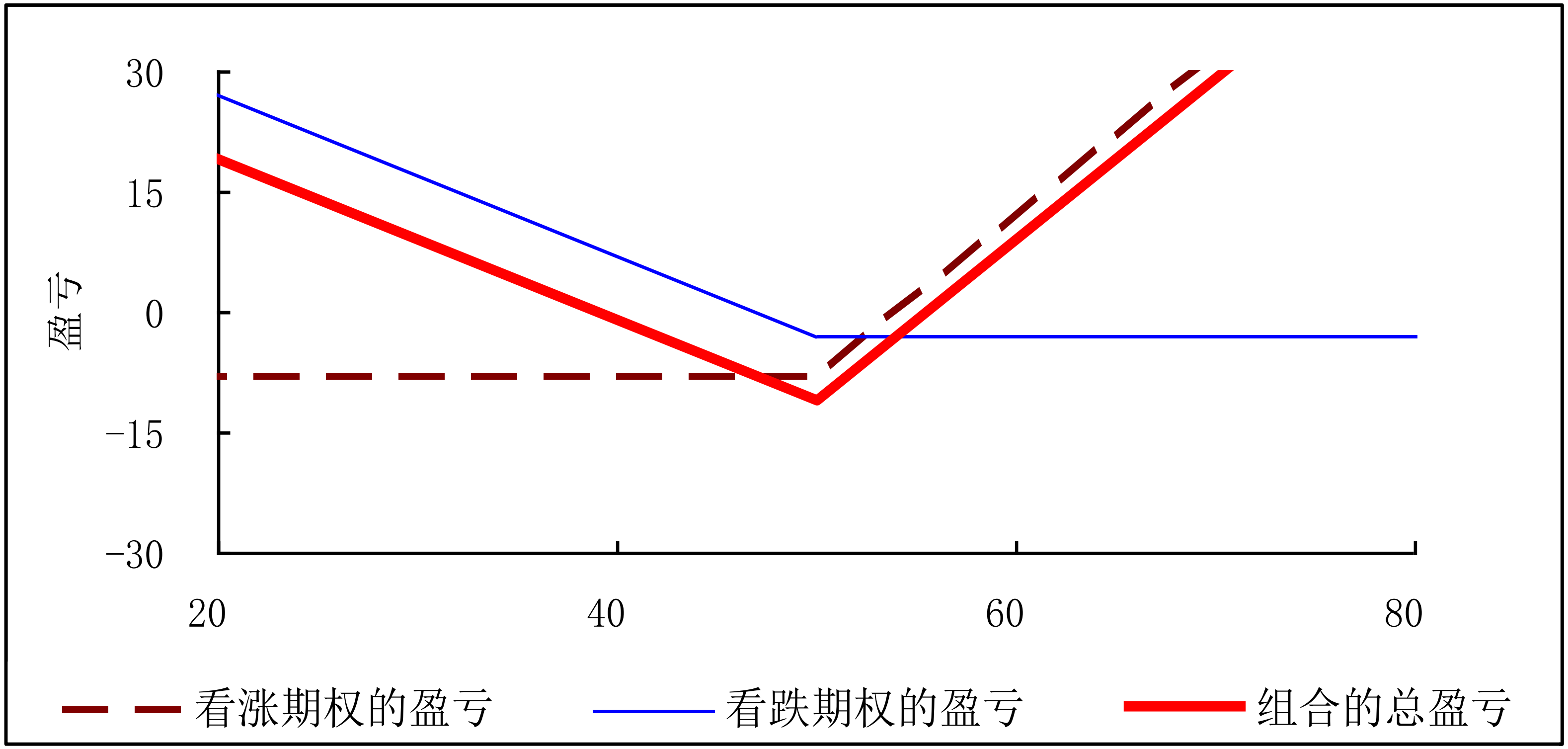
底部跨式股价上升和下降的影响相同

- **条式（strip）：** 由执行价格相同、期限相同的一份看涨期权和两份看跌期权组成。
  - 底部条式：由多头组成
  - 顶部条式：由空头组成



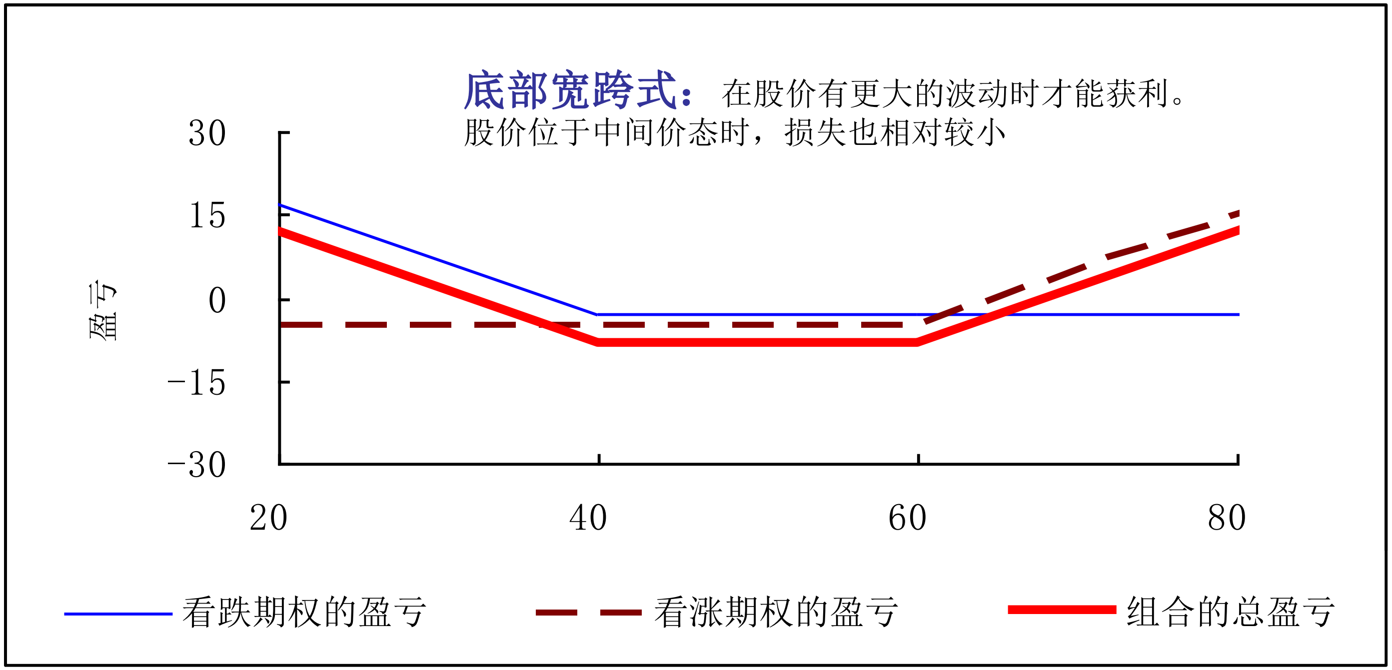
底部条式股价下跌时的收益较高

- **带式（strap）**：由执行价格相同、期限相同的的两份看涨期权和一份看跌期权组成。
  - 底部带式：由多头组成
  - 顶部带式：由空头组成

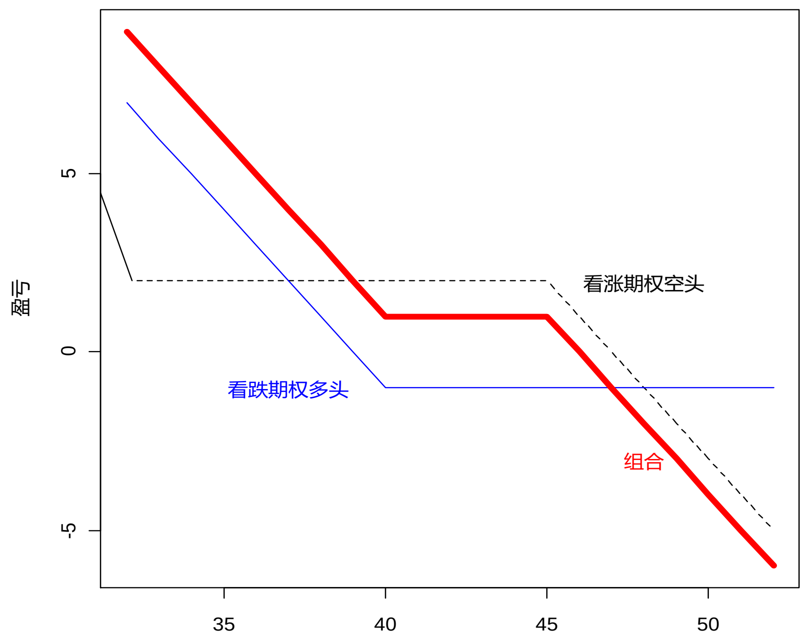


底部带式股价上升时的收益较高

- **宽跨式（strangle）**：由到期日相同、执行价格不同的一份看涨期权和一份看跌期权组成，其中看涨期权的执行价格高于看跌期权。
  - 底部宽跨式：由多头组成
  - 顶部宽跨式：由空头组成



- **衣领策略**：购买一个较低执行价格的看跌期权，出售一个较高执行价格的看涨期权，这两个期权具有相同的到期日和标的资产。
  - 衣领宽度（collar width）：两个不同执行价格的差
  - 零成本衣领（zero-cost collar）：选择适当的执行价格，使两笔期权费相等

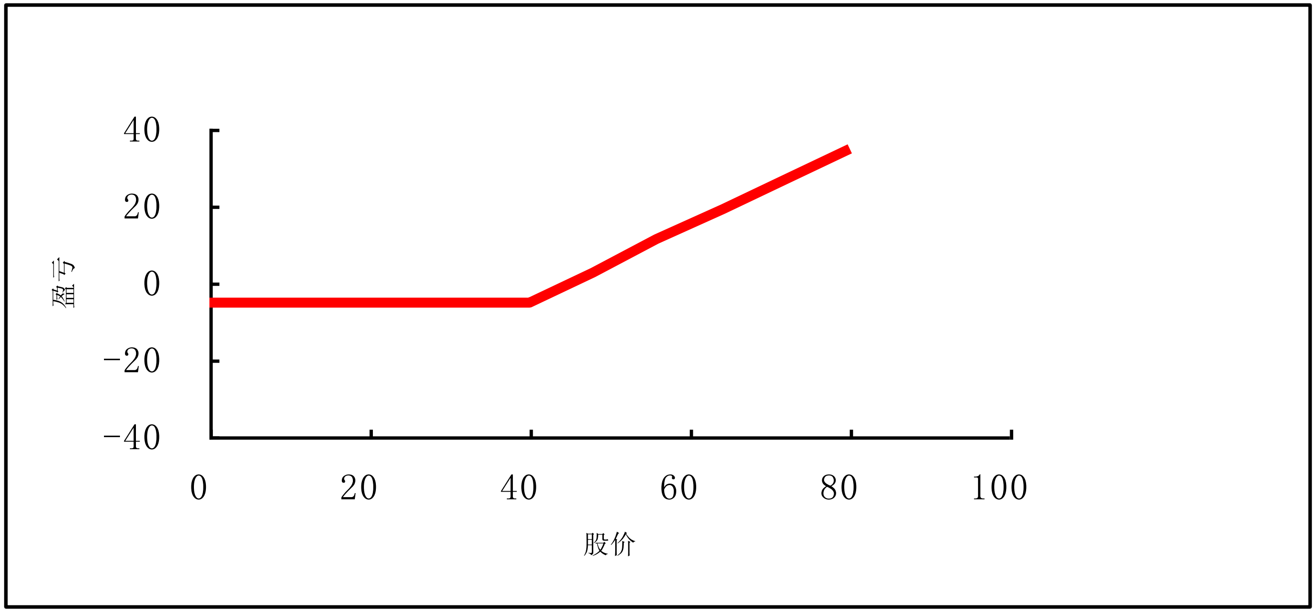


- **期权策略的符号表示**
  - （＋1）：期权交易的结果在盈亏图上出现正斜率。
  - （－1）：期权交易的结果在盈亏图上出现负斜率。
  - （0）：期权交易的结果在盈亏图上出现零斜率。
- 如果盈亏图出现折点，就用逗号隔开。

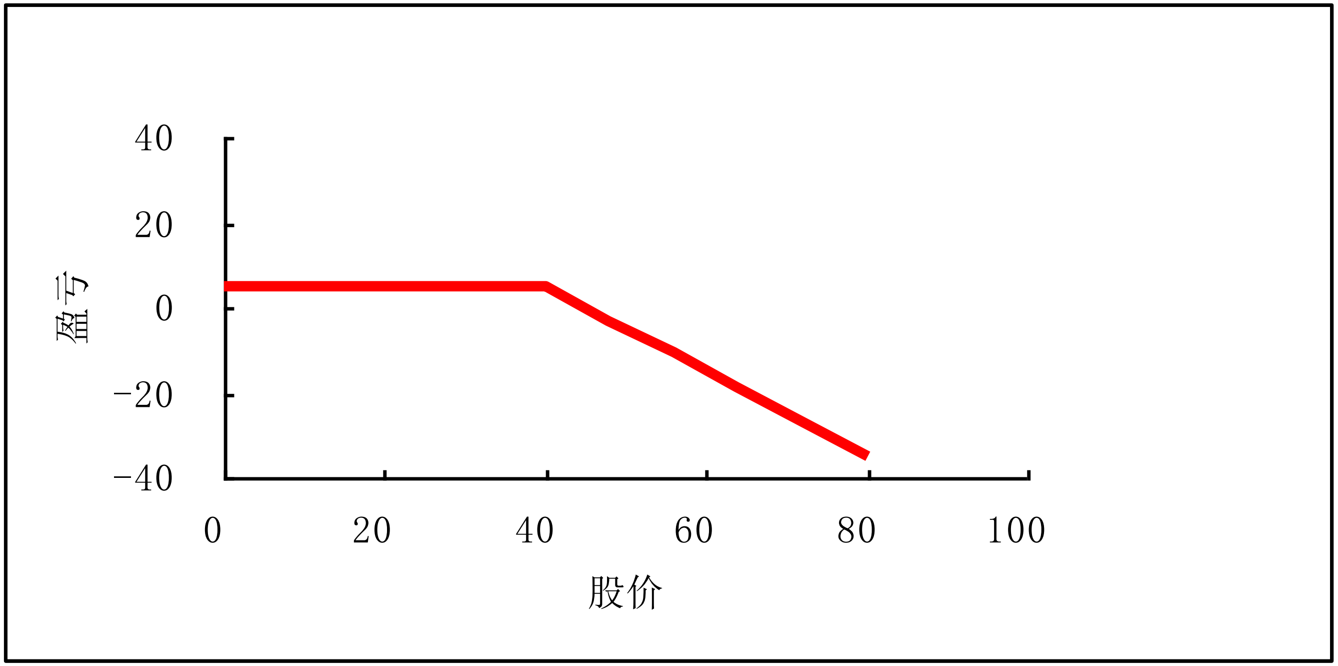
  譬如，看涨期权多头的盈亏图由斜率为零的直线和斜率为正的直线组成

  其盈亏状态可以表示为（0，＋1）。

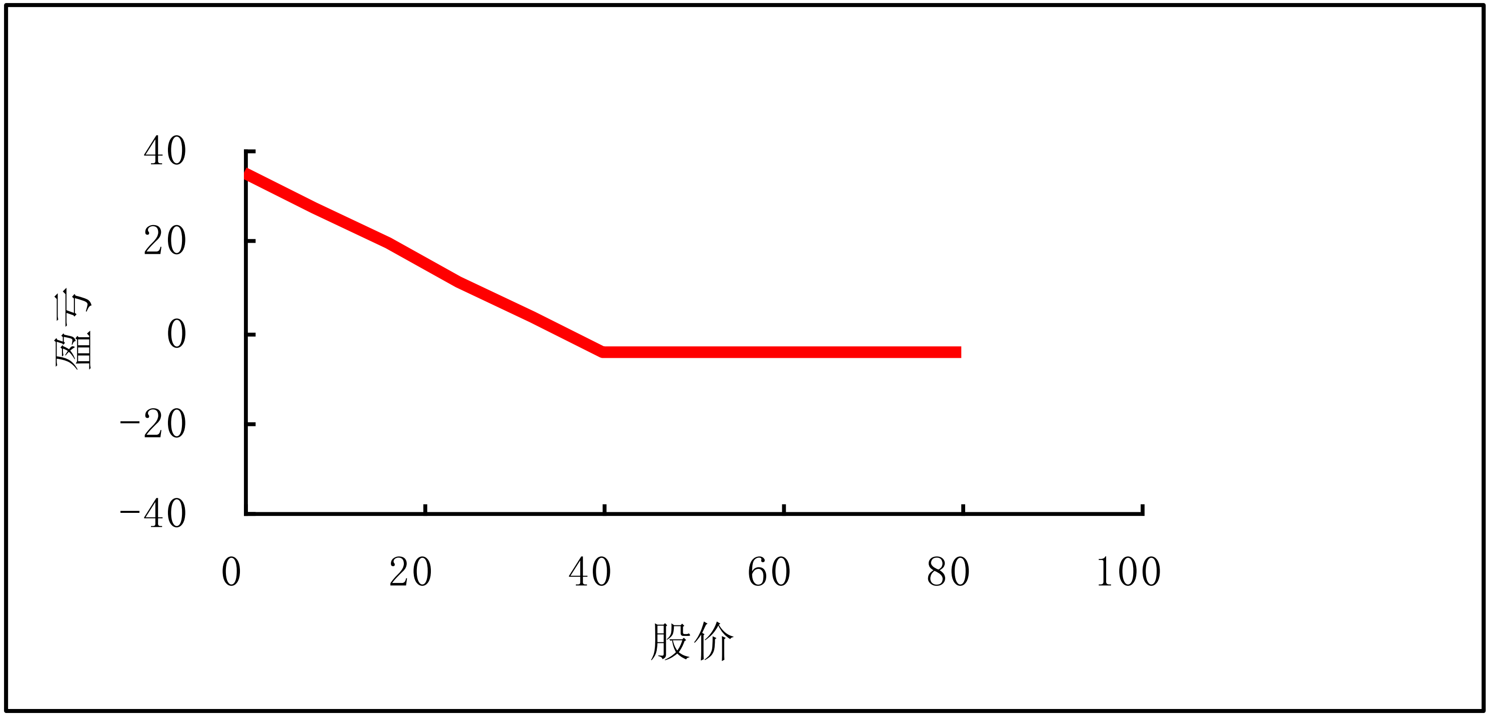
- **基本头寸的盈亏状态：**
  - 看涨期权多头：（0，＋1）



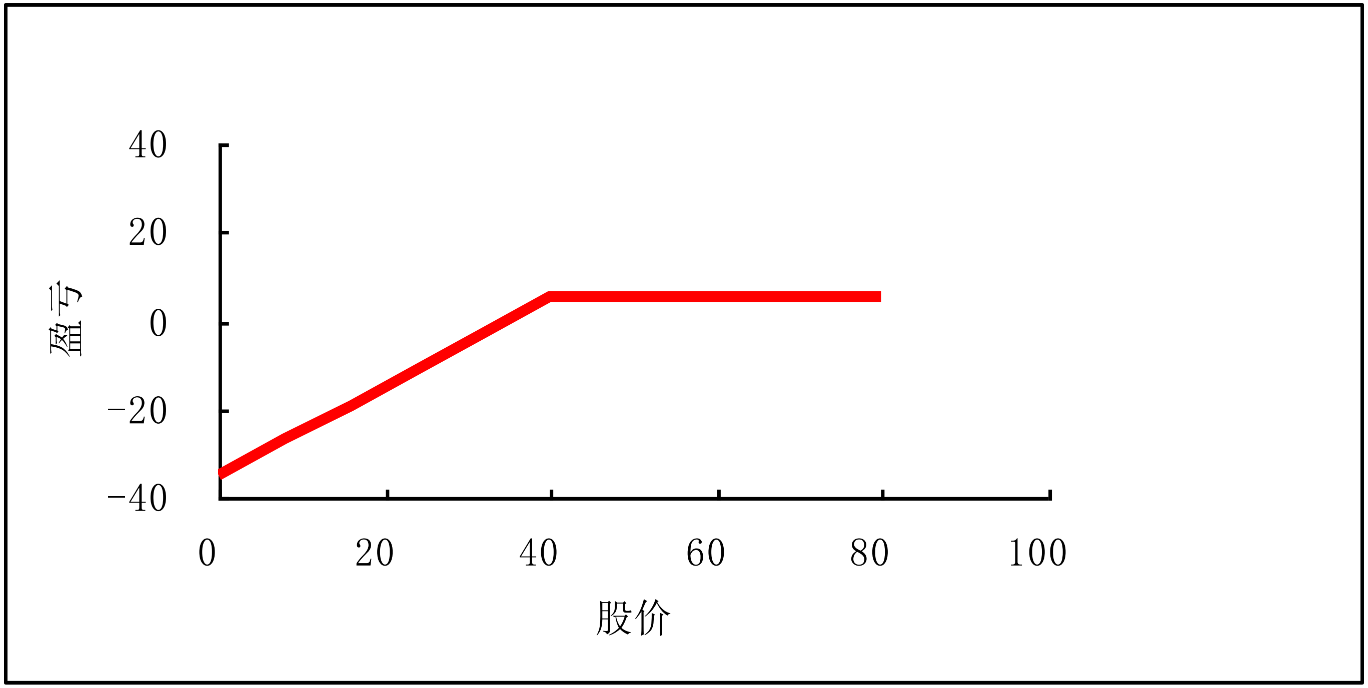
- **基本头寸的盈亏状态：**
  - 看涨期权空头：（0，－1）



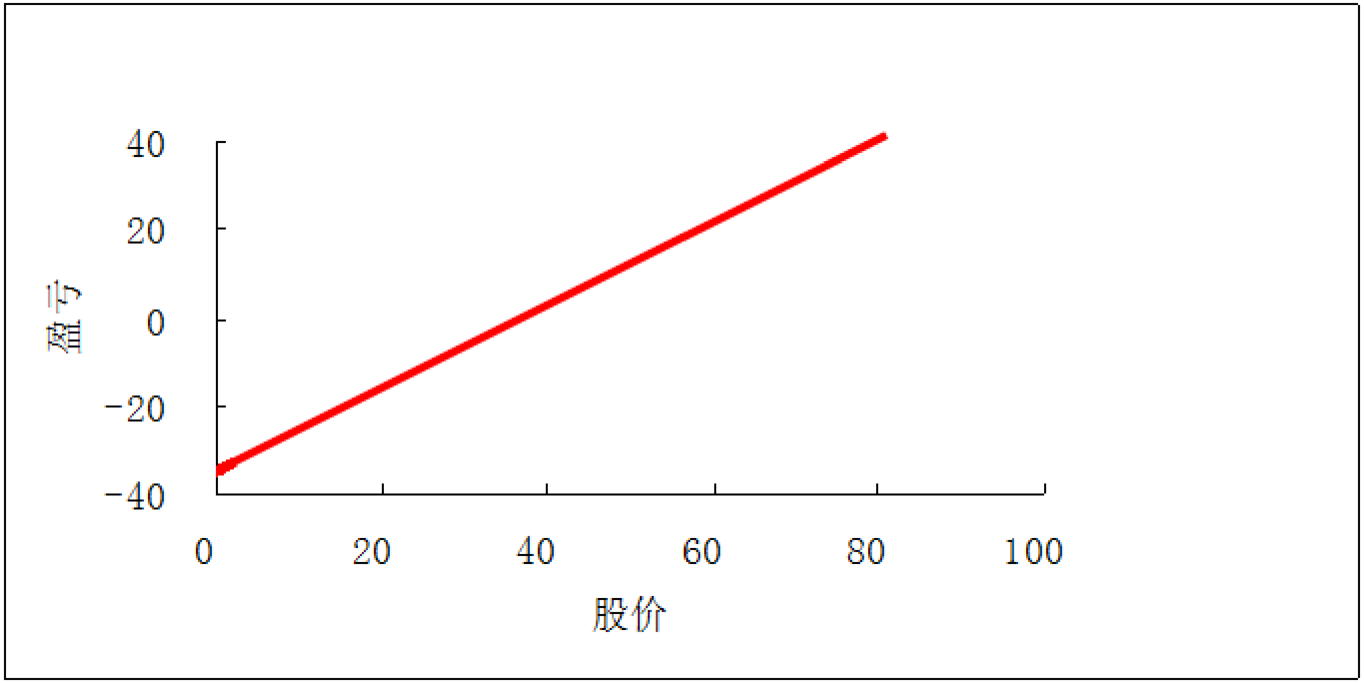
- **基本头寸的盈亏状态：**
  - 看跌期权多头：（－1，0）



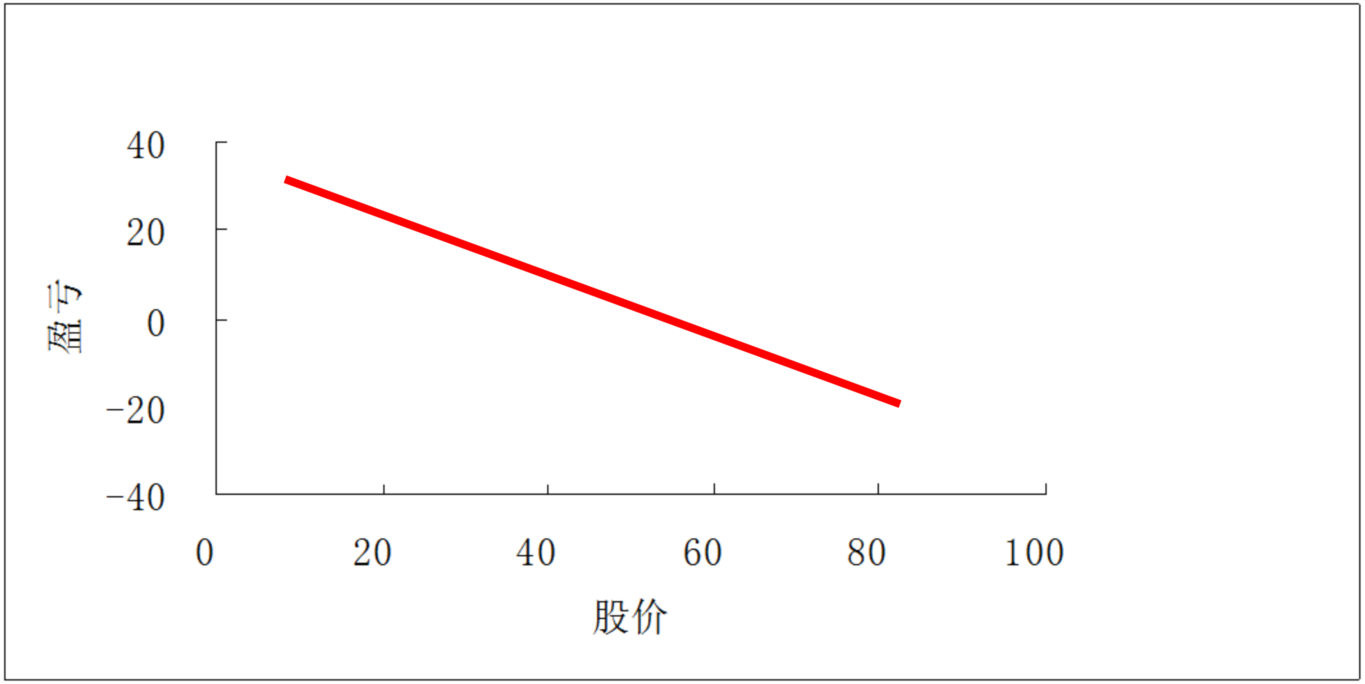
- **基本头寸的盈亏状态：**
  - 看跌期权空头：（＋1，0）



- **基本头寸的盈亏状态：**
  - 标的资产多头：（＋1，＋1）

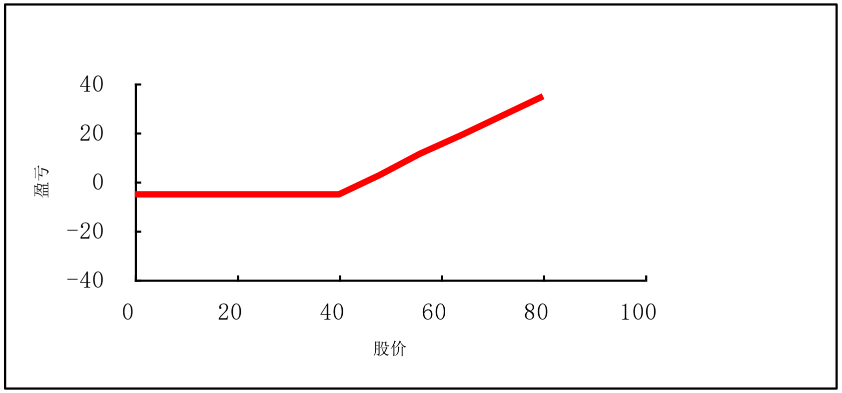


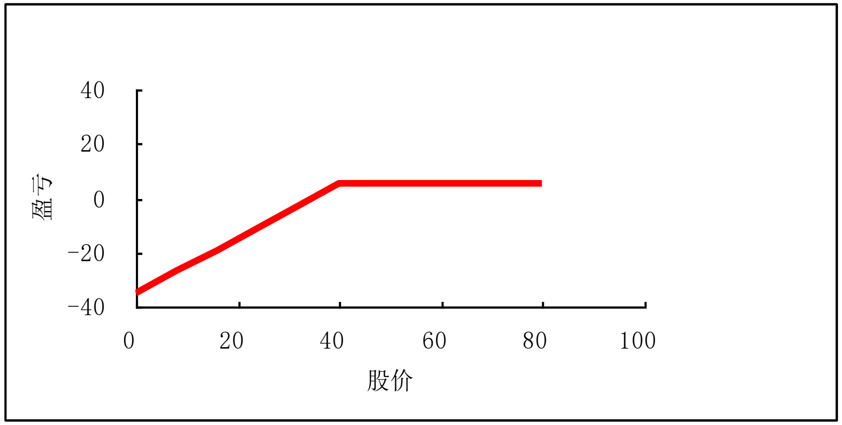
- **基本头寸的盈亏状态：**
  - 标的资产空头：（－1，－1）

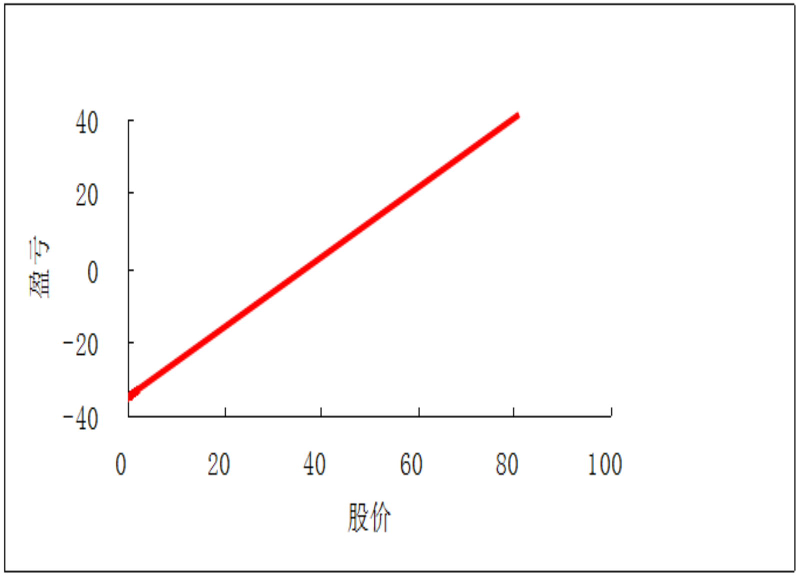


例：看涨期权多头加上看跌期权空头，等价于标的资产多头：

（0，＋1）＋（＋1，0）＝（＋1，＋1）







- **例**：标的资产空头加上看跌期权空头，等价于看涨期权空头：

（－1，－1）＋（＋1，0）＝（0，－1）