Universidad del Valle de Guatemala
Departamento de Matemática
Licenciatura en Matemática Aplicada
Fecha de entrega: 26 de febrero de 2021
Rudik R. Rompich - Carné: 19857

Estadística 2 - Eugenio Aristondo

Tarea 2

1. Capítulo 13

1.1. Ejercicio 1

	Tratamiento		
	A	**B**	**C**
	162	142	126
	142	156	122
	165	124	138
	145	142	140
	148	136	150
	174	152	128
Media muestral	156	142	134
Varianza muestral	164.4	131.2	110.4

1. Calcule la suma de cuadrados entre tratamientos.

   Solución.

   Se sabe que:

$$
\begin{aligned}
SCTR &= \sum_{j=1}^{k} n_j(\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2 && (1)\\
&= 6\left[(156-144)^2 + (142-144)^2 + (134-144)^2\right] && (2)\\
&= 1488 && (3)
\end{aligned}
$$

   ■

2. Calcule el cuadrado medio entre tratamientos

Solución.

Considerando a k como el número de grupos:

$$\begin{aligned} CMTR &= \frac{SCTR}{k-1} && (1)\\ &= \frac{1488}{3-1} && (2)\\ &= \frac{1488}{2} && (3)\\ &= 744 && (4) \end{aligned}$$

■

3. Determine la suma de cuadrados debido al error.

Solución.

Considerando s_j^2 como la varianza, entonces:

$$\begin{aligned} SCE &= \sum_{j=1}^{k}(n_j-1)s_j^2 && (1)\\ &= (6-1)[164,4+131,2+110,4] && (2)\\ &= 2030 && (3) \end{aligned}$$

■

4. Calcule el cuadrado medio debido al error.

Solución.

$$\begin{aligned} CME &= \frac{SCE}{n_T-k} && (1)\\ &= \frac{2030}{18-3} = 135{,}3\bar{3} && (2) \end{aligned}$$

■

5. Establezca la tabla ANOVA para este problema.

Solución. Considerando la solución de Excel:

ANOVA						
Source of Variation	*SS*	*df*	*MS*	*F*	*P-value*	*F crit*
Between Groups	1488	2	744	5.49753695	0.01618086	3.68232034
Within Groups	2030	15	135.333333			
Total	3518	17				

■

6. Con $\alpha = 0{,}05$, pruebe si las medias de los tres tratamientos son iguales.

Solución.

$$F = \frac{CMTR}{CME} = \frac{744}{135,3\bar{3}} = 5,498 \quad (1)$$

Considerando los grados de libertad:

$$\text{g.l.d} = n_T - k = 18 - 3 = 15 \quad (2)$$

$$\text{g.l.n} = k - 1 = 3 - 1 = 2 \quad (3)$$

Tomando como referencia la tabla B de distribución F de la página 986 del libro de texto, tenemos:

$$F = 3,68 \quad (4)$$

Por lo tanto, se rechaza la H_0 ya que $F > F_\alpha$. Las medias no son iguales. ■

1.2. Ejercicio 2

En un diseño completamente aleatorizado, para cada uno de los cinco niveles del factor se usaron siete unidades experimentales. Complete la tabla ANOVA siguiente.

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F	valor-*p*
Tratamientos	300	5-1=4	300/4 = 75	75/5,33 =14,07	<0.01
Error	160	35-5=30	160/30=5,333		
Total	460	34			

1.3. Ejercicio 7

Un ingeniero propone tres métodos distintos para ensamblar un producto. Para determinar el número de unidades ensambladas correctamente con cada método, se selecciona al azar a 30 empleados y se asignan de manera aleatoria a los tres enfoques propuestos, de manera que cada método sea empleado por 10 trabajadores. Se anota el número de unidades producidas correctamente y a estos datos se les aplica el análisis de varianza. Los resultados son los siguientes: STC= 10 800; SCTR = 4560.

1. Establezca la tabla ANOVA de este problema.

Solución.

ANOVA					
Fuente	*SC*	*gl*	*CM*	*F*	*Valor-P*
Tratamiento	4560	3-1 = 2	6240/2= 2280	13,5	<0.01
Error	6240	30-3= 27	4560/27=168,9		
Total	10800	29			
Grupos	3				
Datos	30				
n	10				

■

2. Use $\alpha = 0{,}05$ para determinar si existen diferencias significativas entre las medias de los tres métodos de ensamble.

   Solución. Se determinó que el Valor-P es $< 0{,}01$ por lo cual se rechaza H_0 y se termina que las medias no son iguales. ■

1.4. Ejercicio 10

En una auditoría, los auditores tienen que emitir opiniones acerca de diversos aspectos con base en sus propias experiencias directas (Direct), indirectas (Indirect) o la combinación (Combination) de ambas. En un estudio se pidió a los auditores que dieran su opinión acerca de la frecuencia con que se presentan errores en una auditoría. Luego se compararon estas opiniones con los resultados reales. Suponga que los resultados que se presentan a continuación se obtu- vieron de un estudio similar; los valores bajos indican opiniones más acertadas.

Solución. Considerando:

Anova: Single Factor

SUMMARY

Groups	*Count*	*Sum*	*Average*	*Variance*
Direct	7	119	17	5.01
Indirect	7	142.8	20.4	6.25667
Combination	7	175	25	4.01

ANOVA

Source of Variation	*SS*	*df*	*MS*	*F*	*P-value*	*F crit*
Between Groups	225.68	2	112.84	22.1593	1.4E-05	3.55456
Within Groups	91.66	18	5.09222			
Total	317.34	20				

Se puede determinar por la prueba del valor-P que $1{,}4E - 05 < \alpha = 0{,}05$. Por lo tanto, se rechaza la H_0, diciendo que las medias no son iguales. Es decir el tipo de experiencia en que se basa la opinión afecta no afecta su calidad. ■

1.5. Ejercicio 12

La Encuesta de satisfacción de clientes de restaurantes de Consumer Reports se basa en más de 148599 visitas a diferentes cadenas de restaurantes de servicio completo (sitio web de Consumer Reports). Una de las variables en el estudio es el precio de los alimentos, la cantidad promedio que paga una persona por la comida y la bebida, menos la propina. Suponga que un reportero del Sun Coast Times cree que sería de interés para sus lectores realizar un estudio similar en los restaurantes ubicados en la zona del Grand Strand en Myrtle Beach, Carolina del Sur. El reportero seleccionó una muestra de ocho restaurantes de mariscos (Seafood) ocho italianos (Italian) y ocho de carnes (Steakhouse). Los datos a continuación muestran los precios de la comida en dólares de los 24 negocios muestreados. Utilice $\alpha = 0{,}05$ para probar si hay una diferencia significativa entre el precio medio de la comida en los tres tipos de restaurantes.

Solución. Considerando:

Anova: Single Factor						
SUMMARY						
Groups	*Count*	*Sum*	*Average*	*Variance*		
Italian	8	136	17	14.85714		
Seafood	8	152	19	13.71429		
Steakhouse	8	192	24	14		
ANOVA						
Source of Variation	*SS*	*df*	*MS*	*F*	*P-value*	*F crit*
Between Groups	208	2	104	7.328859	0.003852	3.4668
Within Groups	298	21	14.19048			
Total	506	23				

Por lo tanto, por la prueba del valor-p se rechaza la H_0 ya que $0{,}003852 < \alpha = 0{,}05$. Esto, quiere decir que sí hay una diferencia significativa en el precio medio de la comida. ■

1.6. Ejercicio 15

Con el fin de probar si la media del tiempo necesario para mezclar un lote de un material es la misma si emplea las máquinas de tres fabricantes, Jacobs Chemical obtiene los datos siguientes sobre el tiempo (en minutos) requerido para mezclar el material.

1. Use estos datos para probar si las medias poblacionales de los tiempos necesarios para mezclar un lote de material usando las máquinas de estos tres fabricantes difieren. Use $\alpha = 0{,}05$.

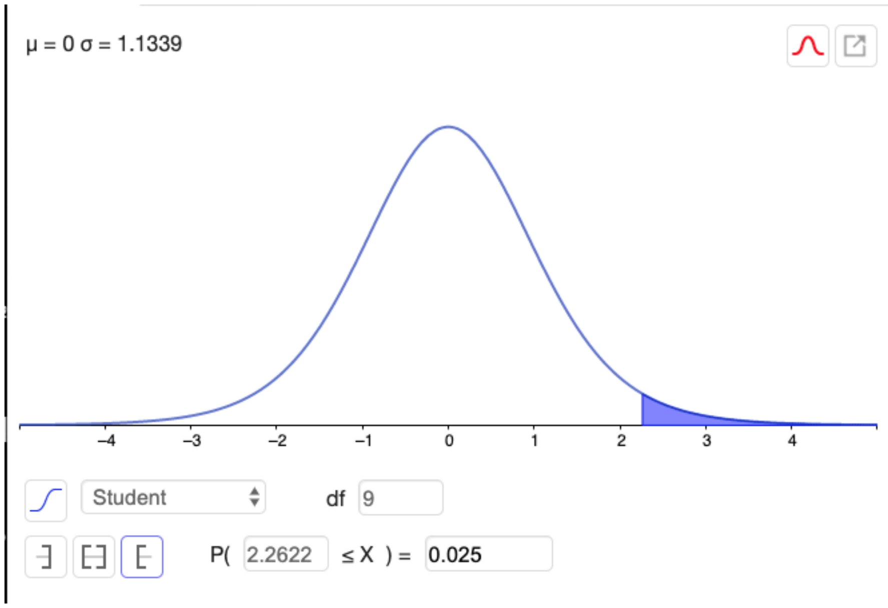
   Solución. Considerando:

Anova: Single Factor						
SUMMARY						
Groups	*Count*	*Sum*	*Average*	*Variance*		
1	4	92	23	6.66666667		
2	4	112	28	4.66666667		
3	4	84	21	3.33333333		
ANOVA						
Source of Variation	*SS*	*df*	*MS*	*F*	*P-value*	*F crit*
Between Groups	104	2	52	10.6363636	0.00425951	4.25649473
Within Groups	44	9	4.88888889			
Total	148	11				

   Por medio de la prueba F, se rechaza la H_0 ya que $F > F_\alpha$. Es decir, las medias no son iguales, es decir que las medias para mezclar un lote de material difieren. ■

2. Con $\alpha = 0{,}05$ como nivel de significancia, use el procedimiento LSD de Fisher para probar la igualdad entre las medias obtenidas con las máquinas del fabricante 1 y del fabricante 3. ¿Qué conclusión se obtiene después de realizar la prueba?

Solución. Considerando:



Para calcular el LSD:

$$\begin{aligned} LSD &= t_{\alpha/2}\sqrt{CME\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)} && (1)\\ &= t_{0{,}025}\sqrt{4{,}88889\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)} && (2)\\ &= 2{,}2622\sqrt{4{,}88889\left(\frac{2}{4}\right)} && (3)\\ &= 3{,}5366 && (4)\end{aligned}$$

Entonces, tenemos tres casos:

$$\begin{aligned} |x_1 - x_2| &= |23 - 28| = 5 > LSD \text{ se rechaza } H_0 && (5)\\ |x_1 - x_3| &= |23 - 21| = 2 < LSD \text{ no se rechaza } H_0 && (6)\\ |x_2 - x_3| &= |28 - 21| = 7 > LSD \text{ se rechaza } H_0 && (7)\\ & && (8)\end{aligned}$$

Esto, quiere decir que entre 1 y 3 no hay una diferencia significativa. Mientras que 1 con 2 y 2 con 3 sí existe una diferencia. ■

1.7. Ejercicio 18

Para probar si existe una diferencia significativa entre cuatro máquinas respecto del número de horas entre dos averías, se obtuvieron los datos siguientes.

1. Con $\alpha = 0{,}05$, como nivel de significancia, ¿cuál es la diferencia, si hay alguna, entre las medias poblacionales de los tiempos de las cuatro máquinas?

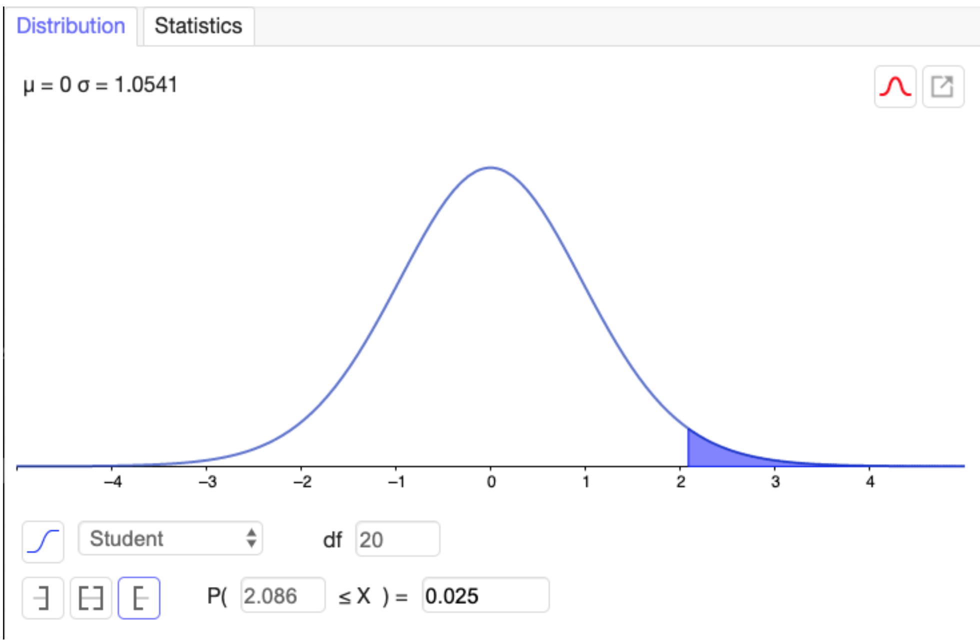
Solución. Considerando:

Anova: Single Factor						
SUMMARY						
Groups	*Count*	*Sum*	*Average*	*Variance*		
Máquina 1	6	42.6	7.1	1.208		
Máquina 2	6	54.6	9.1	0.928		
Máquina 3	6	59.4	9.9	0.7		
Máquina 4	6	68.4	11.4	1.016		
ANOVA						
Source of Variation	*SS*	*df*	*MS*	*F*	*P-value*	*F crit*
Between Groups	57.765	3	19.255	19.9948079	3.1076E-06	3.09839121
Within Groups	19.26	20	0.963			
Total	77.025	23				

Por medio de la prueba F, se rechaza la H_0 ya que $F > F_\alpha$. Es decir, las medias no son iguales, es decir que las medias para mezclar un lote de material difieren. ■

2. Use el procedimiento LSD de Fisher para probar la igualdad de las medias en las máquinas 2 y 4. Utilice 0.05 como nivel de significancia.

Solución. Considerando:



Sabemos que:

$$
\begin{align}
LSD &= t_{\alpha/2}\sqrt{CME\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)} \tag{1}\\
&= t_{0,025}\sqrt{0,963\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)} \tag{2}\\
&= 2,086\sqrt{0,963\left(\frac{2}{6}\right)} \tag{3}\\
&= 1,1819 \tag{4}
\end{align}
$$

Entonces, haciendo el test:

$$
\begin{align}
|x_2 - x_4| &= |(9,1) - (11,4)| \tag{5}\\
&= 2{,}3 \text{ Se rechaza } H_0\text{, ya que } |x_2 - x_4| > LSD \tag{6}
\end{align}
$$

En conclusión, sí existe una diferencia significativa. ■