Proyecto 3

Rudik Rompich, Carlos Martínez

Instrucciones: Elabore un programa en R con la solución de los siguiente problema y cargue el script de R y un pantallazo de la ejecución en la tarea de Canvas.

Problema 1:

Suponga que es una variable aleatoria que indica la cantidad de líquido despachado por una máquina embotelladora y está distribuida normalmente con $\sigma = 1$ onza. Suponga que $\bar{Y}$ se calcula usando una muestra de tamaño n.

a)

Encontrar $\mathrm{P}(|\bar{Y} - \mu| \leq 0,3)$ para $n = 9, n = 16, n = 25, n = 36, n = 49$ y $n = 64$.

```r
#Basándose en el ejercicio 7.2 y 7.3 del libro de texto
media = 0.3
desviacion = 1
muestra = c(9,16,25,36,49,64)

for (val in muestra)
{
probabilidad = pnorm(media/(desviacion/sqrt(val)))-pnorm(-media/(desviacion/sqrt(val)))
print(probabilidad)
}
```

```
## [1] 0.6318797
## [1] 0.7698607
## [1] 0.8663856
## [1] 0.9281394
## [1] 0.9642712
## [1] 0.9836049
```

b)

¿Qué patrón observa entre los valores de $\mathrm{P}(|\bar{Y} - \mu| \leq 0,3)$ para diferentes valores de n?

Es un patrón creciente. A un n mayor, una probabilidad mayor. También tiene lógica que la varianza de $\bar{Y}$ decrece con n.

c)

¿Estos resultados del inciso a son consistentes con el resultado obtenido en el ejemplo 7.3?

Sí, ya que el libro apunta a que únicamente es necesario tener una muestra de 42 para obtener una probabilidad de .95 y los datos anteriores muestran que sí se cumple. (Valor 25 puntos)

Problema 2

Si Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 y Z_6 son una muestra aleatoria de una distribución normal estándar, determine $\mathrm{P}\left(\sum_{i=1}^{6} Z_i^2 \leq 6\right)$

```
b = 6
gl = 6

pchisq(b, gl, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
```

```
## [1] 0.5768099
```

(Valor 25 puntos)

Problema 3:

Suponga que T es una variable aleatoria con distribución t.

a)

Calcular el valor de $t_{0,10}$ (esto es, $\mathrm{P}\left(T > t_{0,10}\right) = 0.10$) para distribuciones t con 5,30 , 60 y 120gl.

```
#con 5 gl
qt(0.10,5, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 1.475884
```

```
#con 30 gl
qt(0.10,30, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 1.310415
```

```
#con 60 gl
qt(0.10,60, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 1.295821
```

```
#con 120 gl
qt(0.10,120, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 1.288646
```

b)

Calcular el valor de $z_{0,10}$. ¿Qué propiedad de la distribución t (cuando se compara con la distribución normal estándar) explica el hecho de que todos los valores obtenidos en el inciso c son mayores que $z_{0,10}$?

```
qnorm(0.10, mean = 0, sd= 1, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)
```

```
## [1] 1.281552
```

En este caso, según la figura 7.3 del libro Estadística Matemática con Aplicaciones Wackerly, William y Richard, la distribución t tiene áreas más grandes en los costados extremos que la distribución normal estándar. En otras palabras la densidad t tiene más masa de probabilidad que la distribución normal estándar. Por ello todos los valores obtenidos en a) superan a $z_{0.10}$.

c)

¿Qué observa sobre los tamaños de los valores de $t_{0,10}$ para distribuciones con 5,30 , 60 y 120 gl? Cuando se hace grande los gl, i a qué converge $t_{0,10}$? (Valor 25 puntos)

Note que conforme los grados de libertan se hacen m?s grandes el valor de $t_{0.10}$ se comienza a parecer cada vez más a $z_{0.10}$. Concluimos que cuando los grados de libertad tienden a infinito el valor de $t_{0.10}$ converge a $z_{0.10}$

Problema 4

Suponga que Y tiene una distribución F con $v_1 = 4$gl en el numerador y $v_2 = 6$ gl en el denominador.

a)

Encontrar $F_{0,025}$ (esto es, $\mathrm{P}\left(F > F_{0,025}\right) = 0.025$) y $F_{0,975}$ (esto es, $\mathrm{P}\left(F > F_{0,975}\right) = 0.975$).

```
qf(0.025,4,6, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 6.227161
```

```
qf(0.975,4,6, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 0.1087274
```

b)

Si U tiene una distribución F con $v_1 = 6$gl en el numerador y $v_2 = 4$ en el denominador, encuentre $F_{0,025}$

```
qf(0.025,6,4, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 9.197311
```

c)

¿ Cuál es la relación entre $F_{0,975}$ (4 gl en el numerador y 6 gl en el denominador) *y* $F_{0,025}$(6gl en el numerador y 4gl en el denominador)? (Valor 25 puntos)

```
qf(0.975,4,6, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 0.1087274
```

```
qf(0.025,6,4, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 9.197311
```

Una posible relación podría en las colas. Ya que por lo general la cola derecha es la que se toma en cuenta, pero también es posible hallar el F_α con la cola izquierda; únicamente cambiando el valor crítido y colocando TRUE en el parámetro del comando.

```
qf(0.025,4,6, lower.tail = TRUE)
```

```
## [1] 0.1087274
```

```
qf(0.975,6,4, lower.tail = TRUE)
```

```
## [1] 9.197311
```

Sin embargo, también se detectó que:

$$\frac{1}{0.1087274} = 9.197311 \quad \text{y} \quad \frac{1}{9.197311} = 0.1087274$$

Lo que implicaría que existe una relación entre recíprocos. Es decir, generalizando, la relación sería:

$$\frac{1}{F_{\alpha-1}} = F_\alpha$$