R Notebook

Problema 6

Si la producción diaria de la máquina de una fábrica tiene más de 10% de artículos defectuosos, es necesario repararla. Una muestra aleatoria de 100 piezas de la producción del día contiene 15 piezas defectuosas y el supervisor decide que la máquina debe ser reparada. ¿La evidencia muestral apoya su decisión? Use una prueba con nivel .01.

Si Y denota el número de piezas defectuosas observado, entonces Y es una variable aleatoria binomial, con p denotando la probabilidad de que una pieza seleccionada al azar sea defectuosa. En consecuencia, deseamos probar la hipótesis nula $H_0 : p = .10$ contra la alternativa $H_a : p > .10$. El estadístico de prueba, que está basado en $\hat{p} = Y/n$ (el estimador puntual insesgado de p), está dado por

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sigma_{\hat{p}}} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0\left(1 - p_0\right)/n}}$$

Podríamos haber usado $\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})/n}$ para aproximar el error estándar de $\hat{p}$, pero como estamos considerando la distribución de Z bajo H_0, es más apropiado usar $\sqrt{p_0\left(1 - p_0\right)/n}$, el valor verdadero del error estándar de $\hat{p}$ cuando H_0 es verdadera.Calculamos la región de rechazo como:

```
qnorm(1-0.01)
```

```
## [1] 2.326348
```

El valor observado del estadístico de prueba está dado por:

```
phat <- 0.15
pcero <- 0.10
n <- 100
dv <- sqrt(pcero*(1-pcero)/n)
z <- (phat-pcero)/dv
z
```

```
## [1] 1.666667
```

Como el valor observado de Z no está en la región de rechazo, no podemos rechazar $H_0 : p = .10$ a favor de $H_a : p > .10$. En términos de su aplicación, concluimos que, en el nivel de significancia de $\alpha = .01$, la evidencia no apoya la decisión del supervisor.

Ejemplo 10.14

El Ejemplo 8.12 indica el tiempo requerido para completar un procedimiento de ensamble usando dos métodos diferentes de capacitación. Los datos muestrales son los que aparecen en la Tabla 10.3. ¿Hay suficiente evidencia para indicar una diferencia en los verdaderos tiempos medios de ensamble para quienes se capacitan usando los dos métodos? Pruebe al nivel $\alpha = 0.05$ de significancia.

Datos del procedimiento de ensamble usual

$n_1 = 9$
$\bar{y_1} = 35.22$ segundos
$\sum_{i=i}^{9}(y_{1i} - \bar{y_1})^2 = 195.56$

Datos del procedimiento de ensamble nuevo

$n_2 = 9$
$\bar{y_2} = 31.6$ segundos
$\sum_{i=i}^{9}(y_{2i} - \bar{y_2})^2 = 160.22$

Hipótesis: $H_0 = (\mu_1 - \mu_2) = 0$ y $H_a = (\mu_1 - \mu_2) \neq 0$. Se debe aplicar una prueba de dos colas por el planteamiento de hipótesis.

$$T = \frac{(\bar{Y_1} - \bar{Y_2}) - D_0}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde D_0 y la región de rechazo $\alpha = 0.05$ es $|t| > t_{\alpha/2} = t_{0.025}$. En este caso, ya que t está basada en $(n_1 + n_2 - 2) = 9 + 9 - 2 = 16$ grados de libertad, entonces $t_{0.025}$ es

```r
print(qt(0.025, df=16, ncp=0, lower.tail=FALSE, log.p=FALSE))
```

```
## [1] 2.119905
```

Ahora calculamos el valor observado del estadístico de prueba se cencuentra al calcular primero

$$S_p = \sqrt{s_p^2} = \sqrt{\frac{195.56 + 160.22}{9 + 9 - 2}} \approx 4.716$$

Y como

$$t = \frac{y_1 - y_2}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$t = \frac{35.22 - 31.56}{4.716\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{9}}} \approx 1.65$$

Este valor no cae en la región de rechazo por no ser mayor, en valor absoluto, a 2.1199 aproximadamente. Con 5% de confianza no es posible establecer si los dos métodos difieren en su tiempo de ensamble.

Ejemplo 10.17

Determine el valor p relacionado con la prueba estadística del Ejemplo 10.16

Ejemplo 10.16

Una compañía produce piezas maquinadas para motor que se supone tienen una varianza en diámetro no mayor que 0.0002 (diámetros medidos en pulgadas). Una muestra aleatoria de diez piezas dio una varianza muestral de 0.0003. Pruebe, en el nivel de 5%, $H_0 : \sigma^2 = 0.0002$ contra $H_a : \sigma^2 > 0.0002$.

```r
x <- 9*0.0003/0.0002
```

Asumiendo que los datos del diámetro medido siguen una distribución normal, el estadístico de prueba será

$$\mathcal{X}^2 = \frac{(n-1)^2 S^2}{\sigma_0^2} = \frac{9(0000.3)}{0.0002} = 13.5$$

Note que los grados de libertad $v = n - 1 = 10 - 1 = 9$, entonces $\mathcal{X}^2_{0.05}$ es:

```r
df <- 9
xc <- qchisq(0.05, df, ncp = 0, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)
print(xc)
```

```
## [1] 16.91898
```

Como es una prueba de cola derecha, se concluye que como 13.5 no es mayor 16.91898, entonces no se puede rechazar H_0 por lo que con un 5% de confianza, no existe evidencia estadística de que $\sigma^2 > 0.0002$.

Ahora para encontrar el valor-p

```
p <- pchisq(x, df, ncp = 0, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)
print(p)
```

```
## [1] 0.1412558
```

Ahora con el valor-p= $0.1412558 \leq 0.05$ no se puede rechazar H_0, entonces con un 5% de confianza, no existe evidencia estadística de que σ^2 >0.0002.

Problema 19

Suponga que deseamos comparar la variación en los diámetros de las piezas producidas por la empresa del Ejemplo 10.16, con la variación en los diámetros de las piezas producidas por un competidor. Recordamos que la varianza muestral para nuestra compañía, basada en $n = 10$ diámetros, fue $s_1^2 = .0003$. En contraste, la varianza muestral de las mediciones de diámetro para 20 de las piezas del competidor fue $s_2^2 = .0001$. ¿Los datos proporcionan suficiente información para indicar una variación más pequeña en diámetros para el competidor? Pruebe usando $\alpha = .05$.

Estamos probando $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ contra la alternativa $H_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ El estadístico de prueba, $F = \left(S_1^2/S_2^2\right)$, está basado en $v_1 = 9$ grados de libertad en el numerador y $v_2 = 19$ en el denominador, y rechazamos H_0 para valores de F mayores que

```
muestras1 = 10
muestras2 = 20
gl_1= muestras1 -1
gl_2= muestras2-1
qf(0.05,gl_1,gl_2,lower.tail=FALSE)
```

```
## [1] 2.422699
```

Como el valor observado del estadístico de prueba es

```
F= .0003/.0001
F
```

```
## [1] 3
```

vemos que $F > F_{.05}$; por tanto, en el nivel $\alpha = .05$, rechazamos $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ a favor de $H_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ y concluimos que la compañía competidora produce piezas con menor variación en sus diámetros.