Universidad del Valle de Guatemala
4 de febrero de 2021
Rudik R. Rompich - Carné: 19857

Matemática Discreta 1 - MM2015 - Mario Castillo

Tarea 1

1. Ejercicios del tema 1

Ejercicio 7 Sean p, q, r, s cuatro proposiciones simples cuyos valores son:

p verdadera
q verdadera
r verdadera
s falsa.
Diga cuáles de las proposiciones compuestas que aparecen a continuación son verdaderas:

1. $(\sim p \to q) \to (s \to r)$.

   Solución:

$$
\begin{aligned}
(\sim V \to V) \to (F \to V) && (1)\\
(F \to V) \to (F \to V) && (2)\\
(V) \to (V) && (3)\\
V && (4)\\
\therefore \text{ es verdadera.} && (5)
\end{aligned}
$$

2. $(p \to q) \to [(q \to r) \to (r \to s)]$

   Solución:

$$
\begin{aligned}
(V \to V) \to [(V \to V) \to (V \to F)] && (6)\\
(V \to V) \to [(V) \to (F)] && (7)\\
(V) \to [F] && (8)\\
F && (9)\\
\therefore \text{ es falsa.} && (10)
\end{aligned}
$$

3. p → [q → (r → s)]

   Solución:

$$\text{V} \rightarrow [\text{V} \rightarrow (\text{V} \rightarrow \text{F})] \tag{11}$$
$$V \rightarrow [V \rightarrow F] \tag{12}$$
$$V \rightarrow [F] \tag{13}$$
$$F \tag{14}$$
$$\therefore \text{es falsa} \tag{15}$$

4. p y q ↔ r y ∼ s

   Solución:

   Cambiamos la notación a una más cómoda:

$$p \wedge q \leftrightarrow r \wedge \sim s \tag{16}$$

   Entonces tenemos:

$$V \wedge V \leftrightarrow V \wedge \sim F \tag{17}$$
$$V \wedge V \leftrightarrow V \wedge V \tag{18}$$
$$V \leftrightarrow V \tag{19}$$
$$V \tag{20}$$
$$\therefore \text{verdadera} \tag{21}$$

5. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (s \leftrightarrow r)$

   Solución:

$$(V \leftrightarrow V) \rightarrow (F \leftrightarrow V) \tag{22}$$
$$V \rightarrow F \tag{23}$$
$$F \tag{24}$$
$$\therefore falsa. \tag{25}$$

Ejercicio 9 Sea p una proposición tal que para cualquier proposición q, es verdadera la proposición $p \vee q$. ¿Qué puede decir acerca del valor de verdad de p?

Solución. Debido a la naturaleza de la operación $p \vee q$; solamente es necesario que exista una proposición p o un q que sea verdadera para que se cumpla la operación mencionada. Entonces, se puede afirmar que por lo menos p es verdadera y en caso p no es verdadera, entonces q es verdadera; cumpliendo $p \vee q$. ■

Ejercicio 11 Hacer la tabla de verdad para cada una de las proposiciones siguientes:

- $[(p\vee \sim q) \wedge (\sim p \wedge q) \rightarrow (\sim p\wedge \sim q)]$

p	q	$(p \vee \neg q)$	$(\neg p \wedge q)$	$(\neg p \wedge \neg q)$	$(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \wedge q)$	$(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \wedge q) \implies (\neg p \wedge \neg q)$
T	T	T	F	F	F	T
T	F	T	F	F	F	T
F	T	F	T	F	F	T
F	F	T	F	T	F	T

- $[(\sim p \vee q) \wedge (p \wedge q)] \rightarrow (p\wedge \sim q)$

p	q	$(\neg p \vee q)$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge \neg q)$	$(\neg p \vee q) \wedge (p \wedge q)$	$\implies$
T	T	T	T	F	T	F
T	F	F	F	T	F	T
F	T	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	F	T

- $(\mathrm{p}\wedge \sim \mathrm{q}) \leftrightarrow (\sim \mathrm{p} \wedge \mathrm{q})$

p	q	$(p \wedge \neg q)$	$(\neg p \wedge q)$	$\leftrightarrow$
T	T	F	F	T
T	F	T	F	F
F	T	F	T	F
F	F	F	F	T

Ejercicio 22 Sean los conjuntos:
$A = \{4, 2, 3\}$
$\mathrm{B} = \{\mathrm{x} \mid \mathrm{x}^2 = 4 \text{ y x positivo } \} = \{2\}$
$\mathrm{C} = \{\mathrm{x} \mid \text{x es par } \} = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$
$\mathrm{D} = \{\mathrm{x} \mid \mathrm{x}^2 - 6\mathrm{x} + 8 = 0\} = \{2, 4\}$
Completar las siguientes proposiciones escribiendo los simbolos $\subset, \supset$ 6ϕ entre cada par de conjuntos:

1. $A \supset B$
2. $A \not\subset C$
3. $B \subset C$
4. $A \supset D$
5. $B \subset D$
6. $C \supset D$

Ejercicio 25 Sean los conjuntos:
$A = \{x \mid x \in Z, x > 8 \text{ y } x < 16\}$
$\mathrm{B} = \{\mathrm{x} \mid \mathrm{x} \in \mathrm{Z}, \mathrm{x} \text{ positivo par y } \mathrm{x} \leqslant 12\}$
$\mathrm{C} = \{\mathrm{x} \mid \mathrm{x} \in \mathrm{Z}, \mathrm{x} \text{ múltiplo de 3 y } 5 < \mathrm{x} < 20\}$
Encontrar:

a) $A \cup (B \cap C) = \{6, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$.
b) $A - B = \{9, 11, 13, 14, 15\}$.
c) $(B - A) - C = \{2, 4, 8\}$.
d) $(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) \cap (\mathrm{A} \cup \mathrm{C}) = \{6, 9, 10, 12, 13, 14, 15\}$

Ejercicio 26 Demostrar, por doble contención, que para conjuntos A, B, C, cualesquiera:
a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

$\subset$

$$A \cap (B \cup C) \tag{26}$$
$$x \in A \wedge x \in (B \cup C) \tag{27}$$
$$x \in A \wedge [x \in B \vee x \in C] \tag{28}$$
$$[x \in A \wedge x \in B] \vee [x \in A \wedge x \in C] \tag{29}$$
$$A \cap (B \cup C) \subset (A \cap B) \cup (A \cap C) \tag{30}$$

$\supset$

$$x \in (A \cap B) \vee x \in (A \cap C) \tag{31}$$
$$[x \in A \wedge x \in B] \vee [x \in A \wedge x \in C] \tag{32}$$
$$x \in A \wedge [x \in B \vee x \in C] \tag{33}$$
$$x \in A \wedge x \in (B \cup C)) \tag{34}$$
$$A \cap B) \cup (A \cap C) \subset A \cap (B \cup C) \tag{35}$$

b) $A \cap B = (A^\circ \cup B^c)^\circ$.

$\subset$

$$x \in A \wedge x \in B \tag{36}$$
$$x \notin A^c \wedge x \notin B^c \tag{37}$$
$$x \notin (A^c \wedge B^c) \tag{38}$$
$$x \in (A^c \wedge B^c)^c \tag{39}$$
$$A \cap B \subset (A^\circ \cup B^c)^\circ \tag{40}$$

$\supset$

$$x \in (A^c \cup B^c)^c \tag{41}$$
$$x \notin (A^c \cup B^c) \tag{42}$$
$$x \notin A^c \wedge x \notin B^c \tag{43}$$
$$x \in A \wedge x \in B \tag{44}$$
$$x \in (A \wedge B) \tag{45}$$
$$(A^\circ \cup B^c)^\circ \subset A \cap B \tag{46}$$

c) $A - B = A \cap B^c$

$\subset$

$$x \in A \wedge x \notin B \tag{47}$$
$$x \in A \wedge x \in B^c \tag{48}$$
$$x \in (A \wedge B^c) \tag{49}$$
$$A - B \subset A \cap B^c \tag{50}$$

$\supset$

$$x \in A \cap B^c \tag{51}$$
$$x \in A \wedge x \in B^c \tag{52}$$
$$x \in A \wedge x \notin B \tag{53}$$
$$x \in (A - B) \tag{54}$$

d) $(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) - \mathrm{C} = (\mathrm{A} - \mathrm{C})$
$\cup\, (\mathrm{B} - \mathrm{C})$

$\subset$

$$x \in A \cup B \wedge x \notin C \tag{55}$$
$$[x \in A \vee x \in B] \wedge x \notin C \tag{56}$$
$$[x \notin C \wedge x \in A] \vee [x \in B \wedge x \notin C] \tag{57}$$
$$(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) - \mathrm{C} \subset (\mathrm{A} - \mathrm{C}) \tag{58}$$
$$\cup(\mathrm{B} - \mathrm{C}) \tag{59}$$

$\supset$

$$[x \in A \wedge x \notin C] \wedge [x \in B \wedge x \notin C] \tag{60}$$
$$x \notin C \wedge [x \in A \vee x \in B] \tag{61}$$
$$x \in A \cup B \wedge x \notin C \tag{62}$$
$$(\mathrm{A} - \mathrm{C}) \tag{63}$$
$$\cup(\mathrm{B} - \mathrm{C}) \subset (\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) - \mathrm{C} \tag{64}$$

e) $(A^{\circ})^{\circ} = A$.

$\subset$

$$x \in (A^c)^c \tag{65}$$
$$x \notin A^c \tag{66}$$
$$x \in A \tag{67}$$
$$(A^c)^c \subset A \tag{68}$$

$\supset$

$$x \in A \tag{69}$$
$$x \notin A^c \tag{70}$$
$$x \in (A^c)^c \tag{71}$$
$$A \subset (A^c)^c \tag{72}$$

2. Hoja de trabajo 1

Ejercicio 3 Dados los conjuntos:
U $= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
$A = \{1,2,3,4\}$
B $= \{3,4\}$
C $= \{3,5,6,7\}$
D $= \{8,9\}$
Expresar en forma enumerativa los conjuntos:

i) $A \cup B = \{1,2,3,4\}$.
ii) $A \cup D = \{1,2,3,4,8,9\}$.
iii) $A \cap B = \{3,4\}$.
iv) $A \cap C = \{3\}$.
v) $A \cap D = \emptyset$.
vi) $A - B = \{1,2\}$.
vii) $A - C = \{1,2,4\}$.
viii) $A - D = \{1,2,3,4\}$
ix) C − A $= \{5,6,7\}$.
x) $A^c = (-\infty, 1) \cup (4, \infty)$.
xii) $\mathrm{C}^c = (-\infty, 3) \cup (3, 5) \cup (7, \infty)$.
xiii) $\mathrm{D}^c = (-\infty, 8) \cup (9, \infty)$.

Ejercicio 4 $A - B = A \cap B^c$

$\subset$

$$x \in A \wedge x \notin B \tag{73}$$
$$x \in A \wedge x \in B^c \tag{74}$$
$$x \in (A \wedge B^c) \tag{75}$$
$$A - B \subset A \cap B^c \tag{76}$$

$\supset$

$$x \in (A \cap B^c) \tag{77}$$
$$x \in A \wedge x \in B^c \tag{78}$$
$$x \in A \wedge x \notin B \tag{79}$$
$$x \in (A - B) \tag{80}$$
$$A \cap B^c \subset A - B \tag{81}$$

Ejercicio 16
La proposición A $\rightarrow$ B es una implicación.

Ejercicio 17 En $A \rightarrow B$, a A se le llama hipótesis de la implicación y a B se le llama tesis.

Ejercicio 18
Cuál es la única distribución de valores que hace falsa la proposición $A \rightarrow B$. La única distribución consiste en una hipótesis verdadera, pero tiene un tesis falsa.

Ejercicio 19
¿Qué es una tautología?
Es una proposición lógica que siempre es verdadera; no importando sus operaciones.