Universidad del Valle de Guatemala
22 de enero de 2021
Rudik R. Rompich - Carné: 19857

Matemática Discreta 1 - MM2015 - Mario Castillo

Sesión 4 (Asíncrona)

Instrucciones: Resuelva los siguientes ejercicios de forma clara y ordenada, dejando constancia de todo su razonamiento.

1. Escriba en lenguaje simbólico la definición de cada una de las siguientes operaciones entre conjuntos:

- Unión - Dados dos conjuntos A y $B \rightarrow A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$
- Intersección - Dados dos conjuntos A y $B \rightarrow A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$
- Diferencia - Dados dos conjuntos A y $B \rightarrow A - B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$
- Diferencia simétrica - Dados dos conjuntos A y $B \rightarrow A \Delta B = \{x \mid x \in A - B \vee x \in B - A\} = (A - B) \cup (B - A)$
- Complemento - Sea A un subconjunto de $\mathcal{U}$, siendo $\mathcal{U}$ un conjunto universal de una teoría. $A^0 = \{x \mid x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A\} = \mathcal{U} - A$

2. Use la doble contención para demostrar la distributividad de la intersección respecto de la unión, es decir la igualdad:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Sugerencia: Use la demostración presentada en las páginas 29 a 32 como guía.
Demostración:
Por doble contención:

1. $A \cap (B \cup C) \subset (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$$\rightarrow x \in A \wedge x \in (B \cup C) \tag{1}$$
$$\rightarrow x \in A \wedge \{x \in B \vee x \in C\} \tag{2}$$

Por lo que se tiene:

$$\rightarrow \{x \in A \wedge x \in B\} \vee \{x \in A \wedge x \in C\} \tag{3}$$
$$\rightarrow \{x \in A \cap B\} \vee \{x \in A \cap C\} \tag{4}$$
$$\rightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap C) \tag{5}$$
$$\therefore A \cap (B \cup C) \subset (A \cap B) \cup (A \cap C) \tag{6}$$

2. $(A \cap B) \cup (A \cap C) \subset A \cap (B \cup C)$

$$\begin{align}
&\rightarrow \{x \in A \wedge x \in B\} \vee \{x \in A \wedge x \in C\} \tag{1}\\
&\rightarrow x \in A \wedge \{x \in B \vee x \in C\} \tag{2}\\
&\rightarrow x \in A \wedge \{x \in B \cup C\} \tag{3}\\
&\rightarrow A \cap (B \cup C) \tag{4}
\end{align}$$

$$\therefore A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

3. Demuestre que:

$$A - B = A \cap B'$$

Nota: B' es el complemento del conjunto B. *Doble contención:*

1. $A - B \subset A \cap B'$
   $x \in A \wedge x \notin B \rightarrow x \notin B \iff x \in B' \rightarrow x \in A \wedge x \in B' \rightarrow A - B \subset A \cap B'$.

2. $A \cap B' = A - B$
   $x \in A \wedge x \in B' \rightarrow x \in B' \iff x \notin B \rightarrow x \in A \wedge x \notin B \rightarrow A \cap B' \subset A - B$.

$\therefore A - B = A \cap B'$