

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

MM2034 - 2 SEMESTRE - 2022

LICENCIATURA EN MATEMÁTICA APLICADA

LÓGICA

Catedrático: Paulo Mejía

Estudiante: Rudik Roberto Rompich Cotzoyay

Carné: 19857

Correo: rom19857@uvg.edu.gt

10 de enero de 2023

Índice

1	Álgebra booleana	1
---	------------------	---

+

1. Álgebra booleana

Clase: 05/07/2022

Definición 1. Sea A un conjunto y $\text{Rel}(A) \subseteq A \times A$ una relación binaria definida en A . La $\text{Rel}(A)$ es de orden parcial:

1. Reflexiva: $(x, x) \in \text{Rel}(A), \forall x \in A$.
2. Antisimetría: $(x, y) \in \text{Rel}(A) \wedge (y, x) \in \text{Rel}(A) \implies x = y$.
3. Transitiva: $(x, y) \in \text{Rel}(A) \wedge (y, z) \in \text{Rel}(A) \implies (x, z) \in \text{Rel}(A), \forall x, y, z \in A$.

Ejemplo 1. En \mathbb{Z}^+ , se define $(a, b) \in \mathbb{Z}^+ \iff a|b$.

Solución. Propiedades:

- Reflexiva: Sea $a \in \mathbb{Z}^+$. Como $a = 1 \cdot a \implies a|a \implies (a, a) \in \text{Rel}(\mathbb{Z}^+)$
- Antisimetría: Sea $a, b \in \mathbb{Z}^+$. Si $(a, b) \in \text{Rel}(A)$ y $(b, a) \in \text{Rel}(A) \implies a|b$ y $b|a \implies \exists c$ y $b = ca$ y $\exists d \in \mathbb{Z}^+ \ni a = db \implies b = (cd)b \implies cd = 1 \implies c = 1 \wedge d = 1 \implies b = ca = 1 \cdot a = a$.
- Transitividad: Sea $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$. Si $(a, b) \in \text{Rel}(A)$ y $(b, c) \in \text{Rel}(A) \implies a|b \wedge b|c \implies \exists e \in \mathbb{Z}^+ \ni b = ea$ y $\exists f \in \mathbb{Z}^+ \ni c = fb \implies c = fb = f(ea) = (fe)a \implies a|c$.

□

NOTA. (A, \leq) . Conjunto ordenado y relación de orden.

$$a \leq b \iff (a, b) \in \text{Rel}(A)$$

Ejemplo 2. Sea $(P(A), \subseteq)$.

- $A = \{1, 2\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$
- $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ y $P(B) = \{\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$. Nótese que en el potencia de B , $\{1\} \not\subseteq \{2, 3\}$.

NOTA. a y b de A se dicen comparables si $a \leq b$ o $b \leq a$ (es lo mismo que $(a, b) \in \text{Rel}(A) \vee (b, a) \in \text{Rel}(A)$).