FUERZA GRAVITATORIA

$$\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}(\hat{r})$$

FUERZA ELÉCTRICA

$$\vec{F} = \pm\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}(\hat{r})$$

G "constante de Cavendish"

$$G = 6.67\times10^{-11}\ \frac{N\cdot m^2}{kg^2}$$

ε_0 "constante de permitividad del vacío"

$$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ \frac{C^2}{N\cdot m^2}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.988\times10^{9}\ \frac{N\cdot m^2}{C^2}$$

Campos Electrostáticos

- Vamos a estudiar el campo eléctrico bajo el punto de vista estático (no depende del tiempo) y lo haremos en el vacío.
- Le llamaremos electrostática y se aplica en transmisión de potencia eléctrica, máquinas de rayos X y protección contra caída de rayos. Además se utiliza en dispositivos utilizados en electrónica del estado sólido como resistencias, capacitores, transistores bipolares y transistores de efecto de campo (FET). También se utilizan en computadoras, pads, teclados, tubos de rayos catódicos, pantallas de cristal líquido e impresoras. Como herramientas de diagnóstico se utilizan electrocardiogramas y electroencefalogramas. Se utilizan en pintura con spray, electrodeposición, electroquímica y para separar partículas finas.

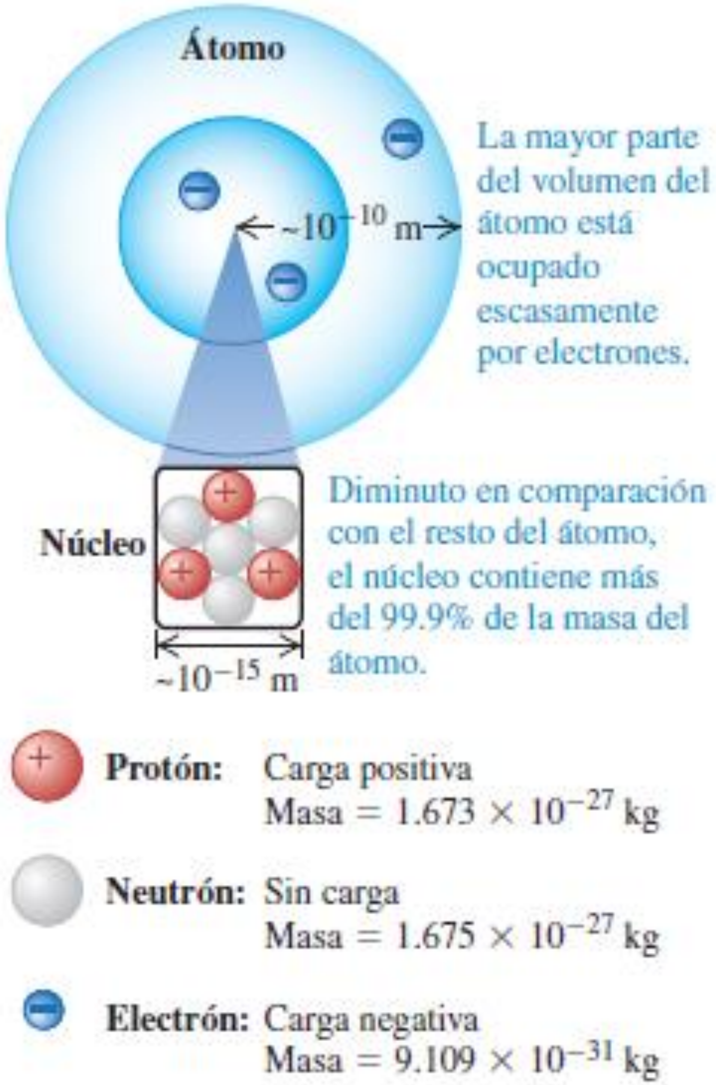
atributo "CARGA ELÉCTRICA"

600 a.C. FROTAR AMBAR CON LANA
(SE ATRAÍAN OBJETOS)

ELÉCTRICO → ELECTRÓN → ELEKTRON → AMBAR

BENJAMIN FRANKLIN (1706-1790)
NEGATIVA POSITIVA

21.3 La estructura de un átomo. El átomo que se ilustra es el de litio (véase la figura 21.4*a*).



$$\text{Masa del electrón} = m_e = 9.10938215(45) \times 10^{-31}\ \text{kg}$$

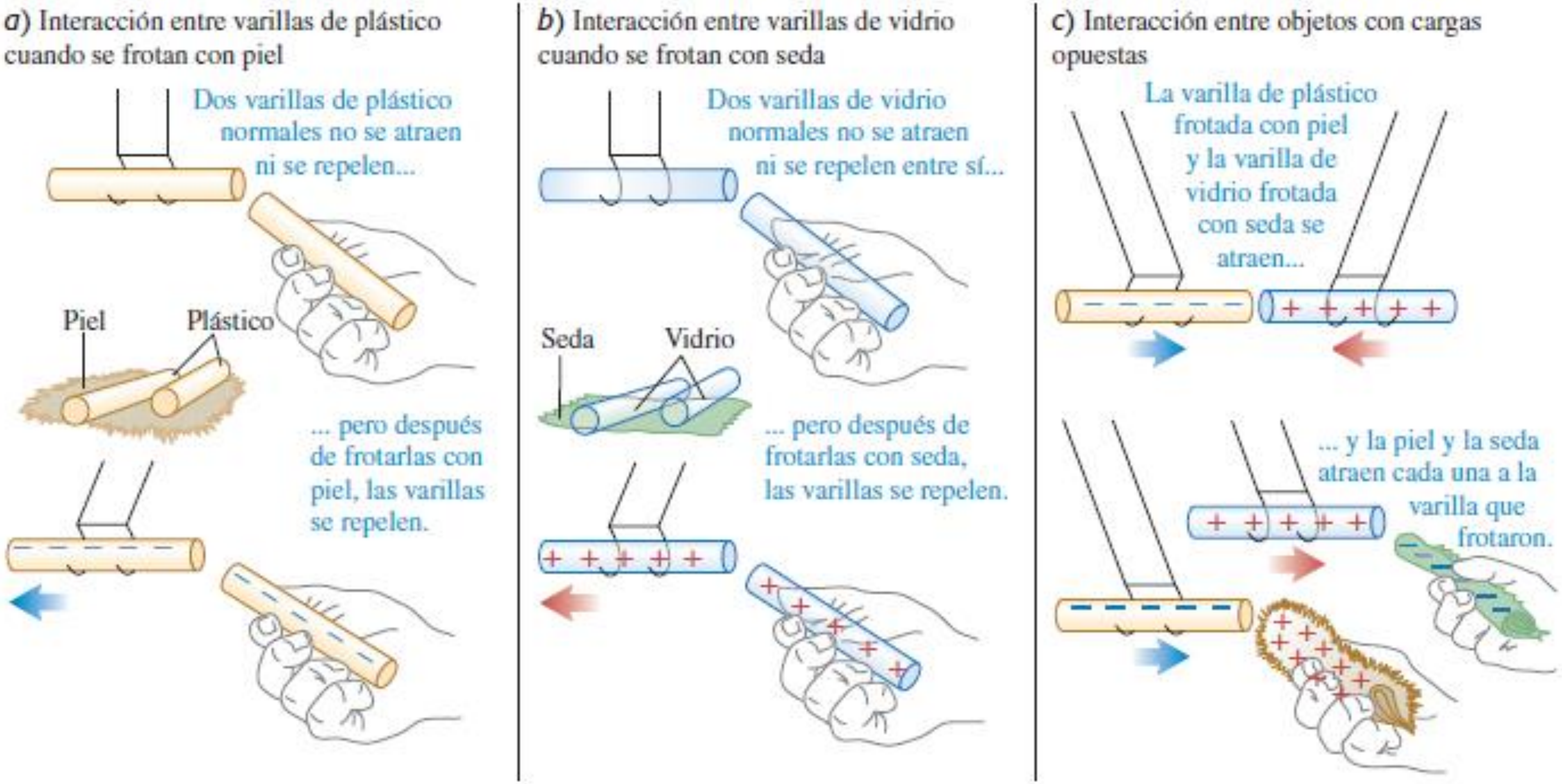
$$\text{Masa del protón} = m_p = 1.672621637(83) \times 10^{-27}\ \text{kg}$$

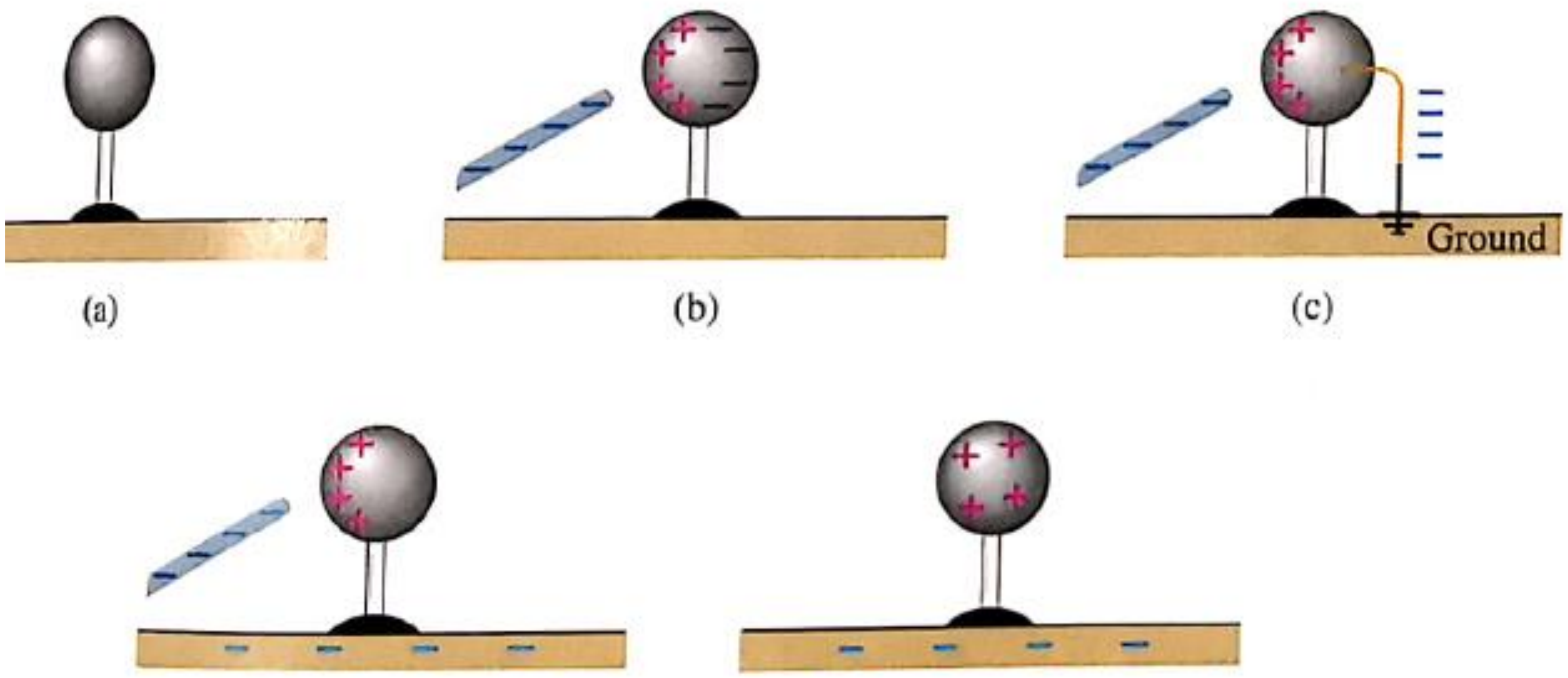
$$\text{Masa del neutrón} = m_n = 1.674927211(84) \times 10^{-27}\ \text{kg}$$

CARGAR
- contacto
- inducción

CONVECCIÓN

Experimentos de electrostática. *a*) Los objetos cargados negativamente se repelen entre sí. *b*) Los objetos cargados positivamente se repelen entre sí. *c*) Los objetos con carga positiva se atraen con los objetos que tienen carga negativa.





(a) (b) (c)

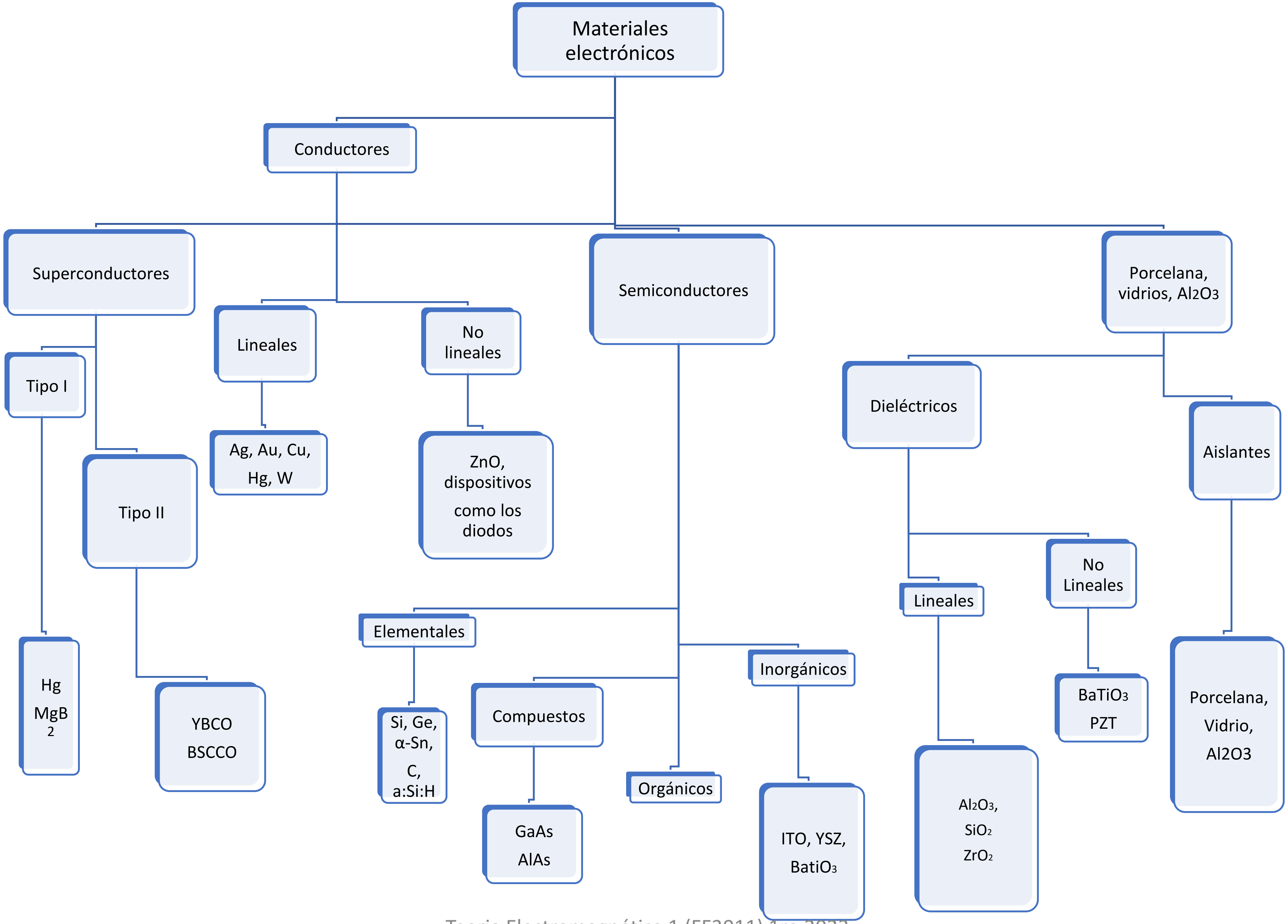
(d) (e)

LA CARGA ELÉCTRICA SE CONSERVA

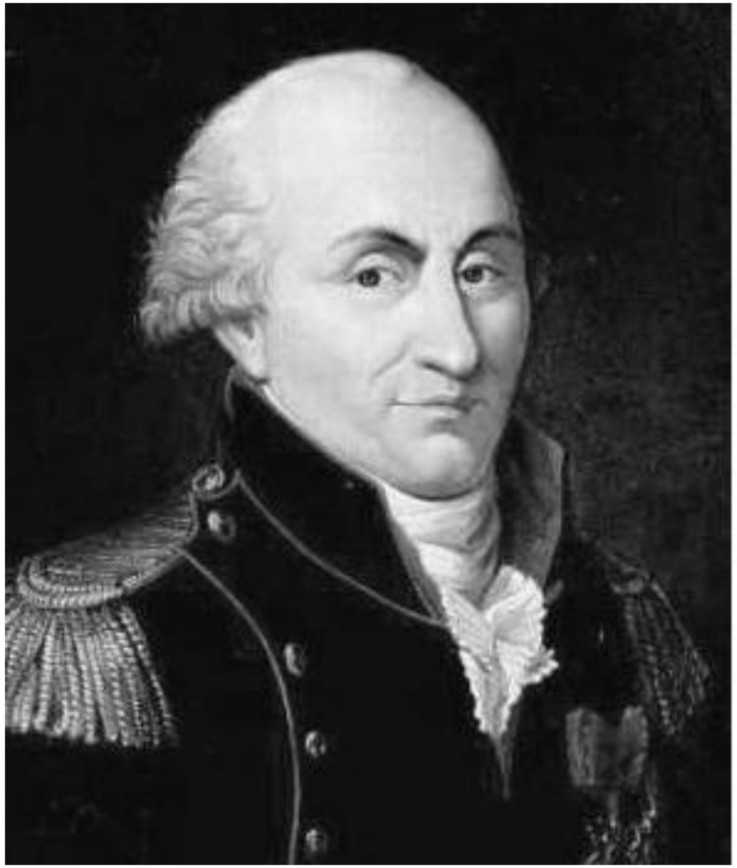
LA SUMA ALGEBRAICA DE TODAS LAS CARGAS ELÉCTRICAS EN CUALQUIER SISTEMA CERRADO ES CONSTANTE

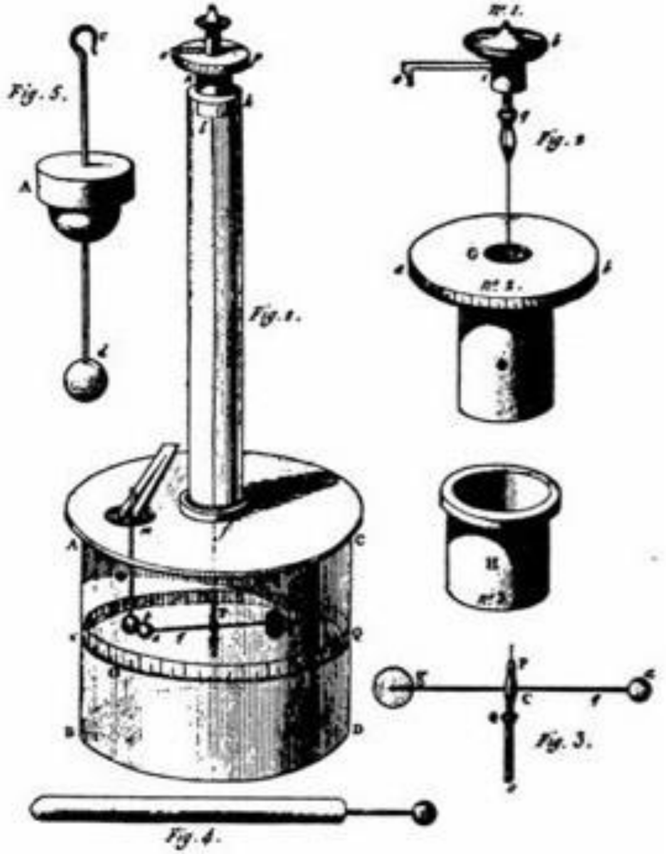
PROCESO DE CARGA → NO SE CREA NI SE DES-
TRUYE → SE TRANSFIERE DE UN CUERPO
A OTRO

LA MAGNITUD DE LA CARGA DEL ELECTRÓN O DEL PROTÓN ES LA UNIDAD DE CARGA


Materiales electrónicos
Conductores
Superconductores
Lineales
No lineales
Semiconductores
Porcelana, vidrios, Al2O3
Tipo I
Tipo II
Ag, Au, Cu, Hg, W
ZnO, dispositivos como los diodos
Dieléctricos
Aislantes
Hg
MgB
2
YBCO
BSCCO
Elementales
Si, Ge, α-Sn, C, a:Si:H
Compuestos
GaAs
AlAs
Orgánicos
Inorgánicos
ITO, YSZ, BatiO3
Lineales
Al2O3, SiO2, ZrO2
No Lineales
BaTiO3
PZT
Porcelana, Vidrio, Al2O3

Ley de Coulomb





Charles Augustin Coulomb (1736-1806)

Ley de Coulomb

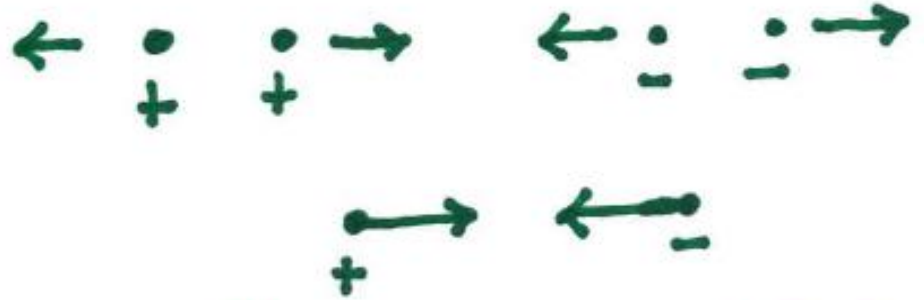
- La fuerza **F** entre dos cargas puntuales Q_1 y Q_2 es:
- 1) a lo largo de la línea que las separa.
- 2) directamente proporcional al producto de las cargas Q_1Q_2
- 3) Inversamente proporcional al cuadrado de la distancia R entre ellas.

$$\vec{F} \propto \frac{Q_1 Q_2}{R^2}$$

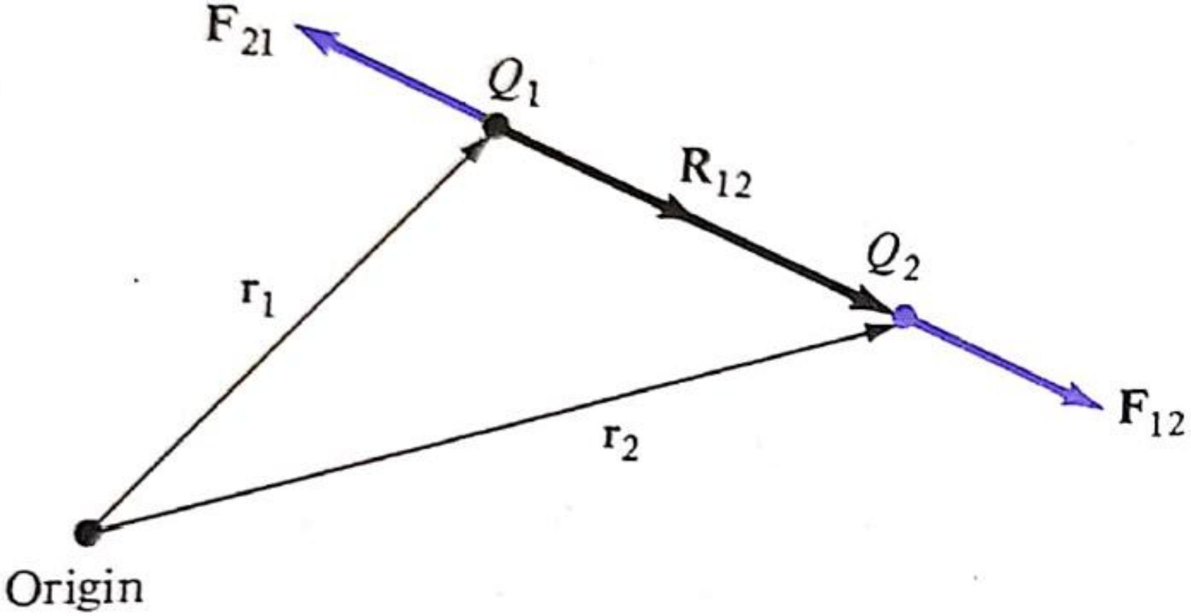
$$\vec{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{R^2} \hat{R}$$

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^{9} \frac{Nm^2}{C^2}$$



Si hay una carga puntual Q_1 ubicada en r_1 y otra carga puntual Q_2 ubicada en r_2.



$$Q_1 \xleftrightarrow{\quad R \quad} Q_2$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{R^2}\,\hat{a}_{R_{12}}$$

$$\hat{a}_{R_{12}} = \frac{\vec{R}_{12}}{R}$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{R^3}\,\vec{R}_{12}$$

si $R_{12} = r_2 - r_1$

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

PARA N CARGAS POR SUPERPOSICIÓN

$$\vec{F} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1}^{N} \frac{Q_k(\vec{r}-\vec{r}_k)}{|\vec{r}-\vec{r}_k|^3}$$

SEAN LAS CARGAS PUNTUALES 1 mC UBICADA EN (3, 2, −1) Y −2 mC UBICADA EN (−1, −1, 4). CALCULAR LA FUERZA ELÉCTRICA EN UNA CARGA DE 10 nC LOCALIZADA EN (0, 3, 1)

PARA N CARGAS POR SUPERPOSICIÓN

$$\vec{F} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1}^{N} \frac{Q_k(\vec{r}-\vec{r}_k)}{|\vec{r}-\vec{r}_k|^3}$$

lA piden sobre $Q = 10\,nC$ ubicada EN $(0,3,1)$

SEA $Q_1 = 1\,mC$ y $Q_2 = -2\,mC$

$$\vec{F} = \vec{F}_{QQ_1} + \vec{F}_{QQ_2}$$

$$\vec{F} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1}^{2} \frac{Q_k(\vec{r}-\vec{r}_k)}{|\vec{r}-\vec{r}_k|^3}$$

$$\vec{F} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{Q_1(\vec{r}-\vec{r}_1)}{|\vec{r}-\vec{r}_1|^3} + \frac{Q_2(\vec{r}-\vec{r}_2)}{|\vec{r}-\vec{r}_2|^3}\right]$$

$$\vec{F} = \frac{Q\,Q_1(\vec{r}-\vec{r}_1)}{4\pi\varepsilon_0|\vec{r}-\vec{r}_1|^3} + \frac{Q\,Q_2(\vec{r}-\vec{r}_2)}{4\pi\varepsilon_0|\vec{r}-\vec{r}_2|^3}$$

$$\vec{F} = \frac{(10\times 10^{-9})(1\times 10^{-3})}{4\pi\varepsilon_0}\frac{[(0,3,1)-(3,2,-1)]}{|(0,3,1)-(3,2,-1)|^3} +$$

$$\frac{(10\times 10^{-9})(-2\times 10^{-3})}{4\pi\varepsilon_0}\frac{[(0,3,1)-(-1,-1,4)]}{|(0,3,1)-(-1,-1,4)|^3}$$

$$\vec{F} = (9\times10^{9})(10\times10^{-9})(1\times10^{-3})\left[\frac{(-3,1,2)}{\left(\sqrt{9+1+4}\right)^{3}}\right]$$

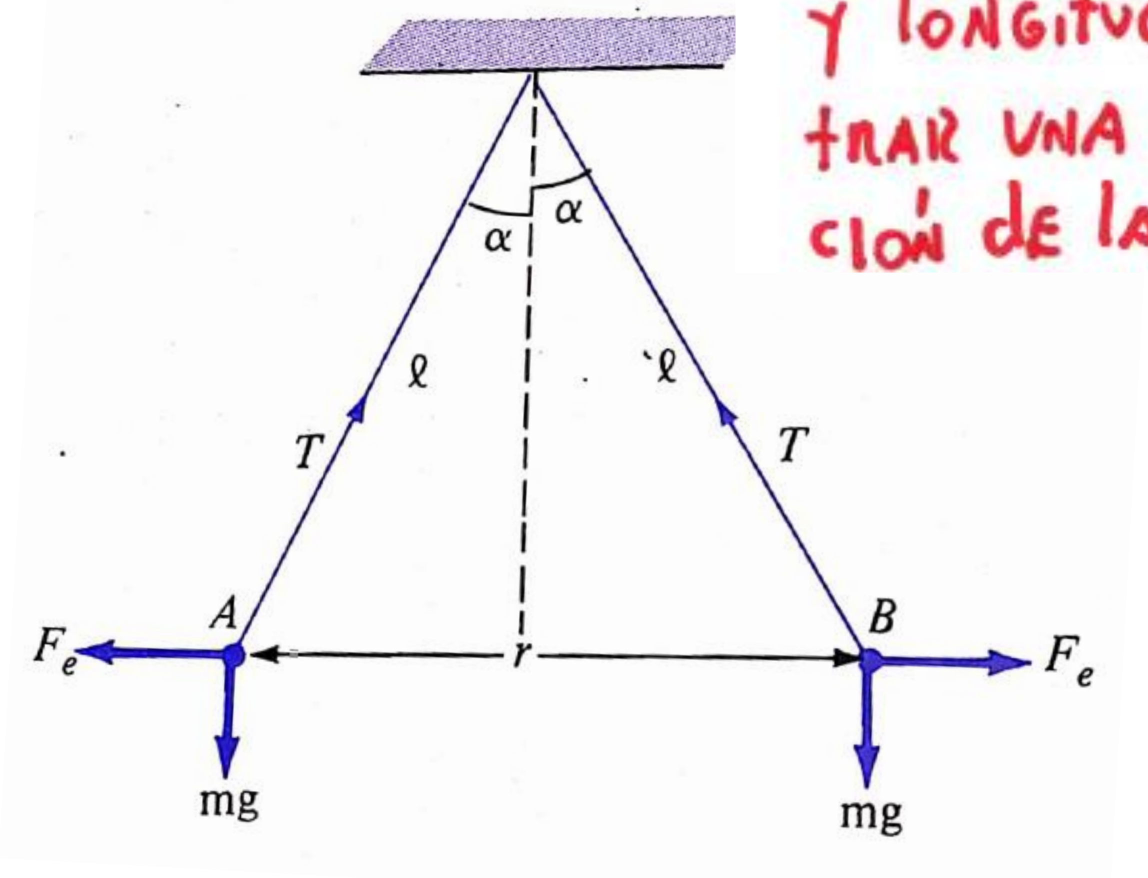
$$+\,(9\times10^{9})(10\times10^{-9})(-2\times10^{-3})\left[\frac{(1,4,-3)}{\left|\sqrt{(1+16+9)}\right|^{3}}\right]$$

$$\vec{F} = \frac{0.09(-3,1,2)}{14^{3/2}} - \frac{0.18(1,4,-3)}{26^{3/2}}$$

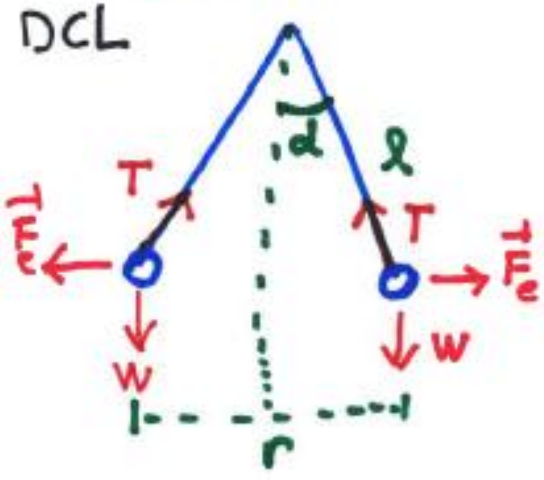
$$\vec{F} = (0.001718)(-3,1,2) - (0.00136)(1,4,-3)$$

$$\vec{F} = (-0.006514, -0.003722, 0.007516)\ \text{N}$$

Dos cargas puntuales de masa m y carga Q estan suspendidas de un punto común por medio de dos cuerdas de masa despreciable y longitud ℓ. Si ambas se repelen, encontrar una expresión para la carga en función de la longitud y el ángulo.



DCL



$r = 2\ell\,\text{sen}\,\alpha$

$\sum \vec{F}_y = ma = 0$

$T\cos\alpha - mg = 0$

$T = \dfrac{mg}{\cos\alpha}$

$\sum \vec{F}_x = ma = 0$

$T\,\text{sen}\,\alpha - F_e = 0$

$T\,\text{sen}\,\alpha = F_e$

$T\,\text{sen}\,\alpha = \dfrac{QQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$\dfrac{mg}{\cos\alpha}\,\text{sen}\,\alpha = \dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 (2\ell\,\text{sen}\,\alpha)^2}$

$Q^2 = 16\pi\varepsilon_0 \ell^2\,\text{sen}^2\alpha\,\tan\alpha\,\underline{mg}$

SI α ES PEQUEÑO

$\tan\alpha \simeq \text{sen}\,\alpha \simeq \alpha$

$Q^2 = 16\pi\varepsilon_0 \ell^2 \alpha^3\,\underline{mg}$

CAMPO ELECTRICO

PENSAR EN "ACCIÓN A distancia"

"Modificar de algún modo las propiedades del espacio que le rodea"

" INTERACCIÓN ENTRE dos CUERPOS"

cargados

UNA de Ellas produce UN CAMPO Eléctrico "circundante" pero NO EJERCE UNA FUERZA NETA sobre la CARGA que lo creo

"UN CUERPO NO puede EJERCER UNA FUERZA NETA sobre SI MISMO"

UVG UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

¿cómo lo detectamos?

ACERCAMOS UNA CARGA PRUEBA (q_0)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

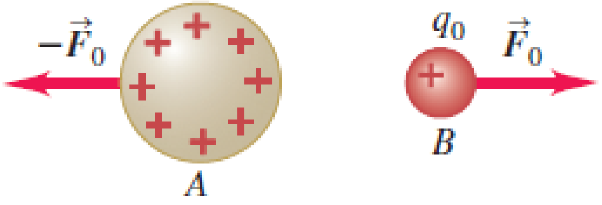
unidad N/C

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

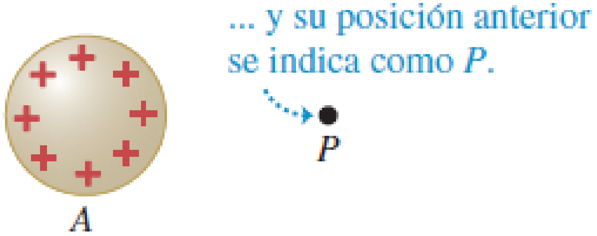
$$e = 1.602176487(40) \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

Un cuerpo cargado crea un campo eléctrico en el espacio que lo rodea.

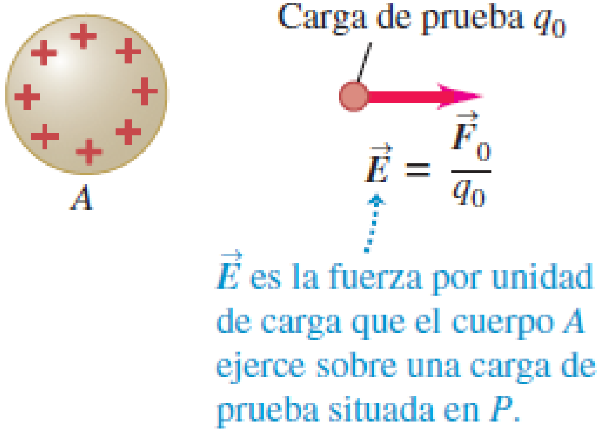
a) Los cuerpos *A* y *B* ejercen fuerzas eléctricas uno sobre el otro.



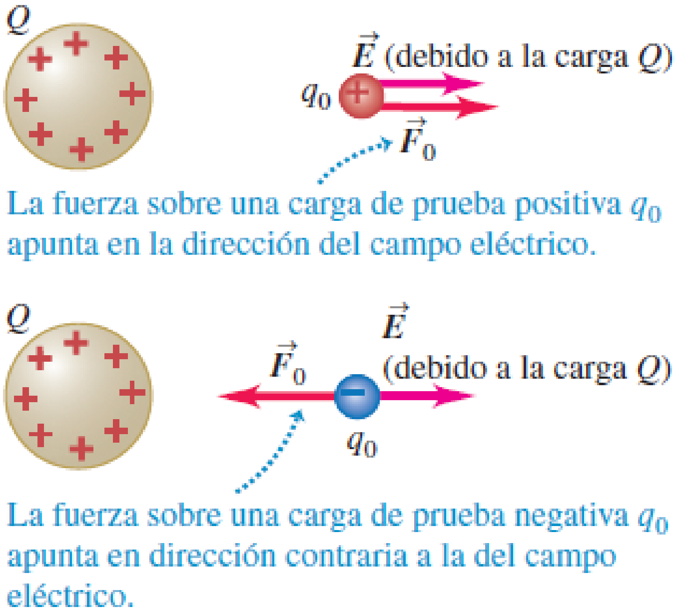
b) Se retira el cuerpo *B*...



c) El cuerpo A genera un campo eléctrico $\vec{E}$ en el punto P.



Fuerza $\vec{F}_0 = q_0\vec{E}$ ejercida sobre una carga puntual q_0 colocada en un campo eléctrico $\vec{E}$.



La fuerza eléctrica sobre un cuerpo cargado es ejercida por el campo eléctrico que *otros* cuerpos cargados originan.

Campo Eléctrico

- La intensidad del campo eléctrico **E** es la fuerza por carga unitaria cuando es colocada en un campo eléctrico.

$$\vec{E} = \lim_{Q \to 0} \frac{\vec{F}}{Q}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^2} \vec{a}_R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1}^{N} \frac{Q_k(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}_k|^3}$$

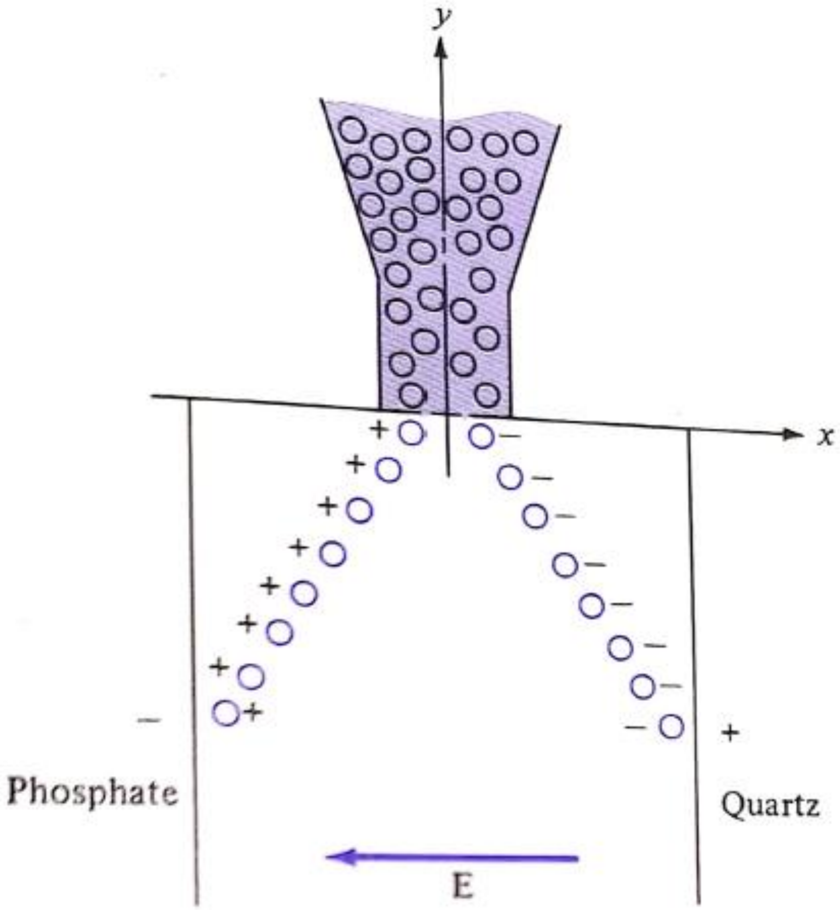
PARA N CARGAS

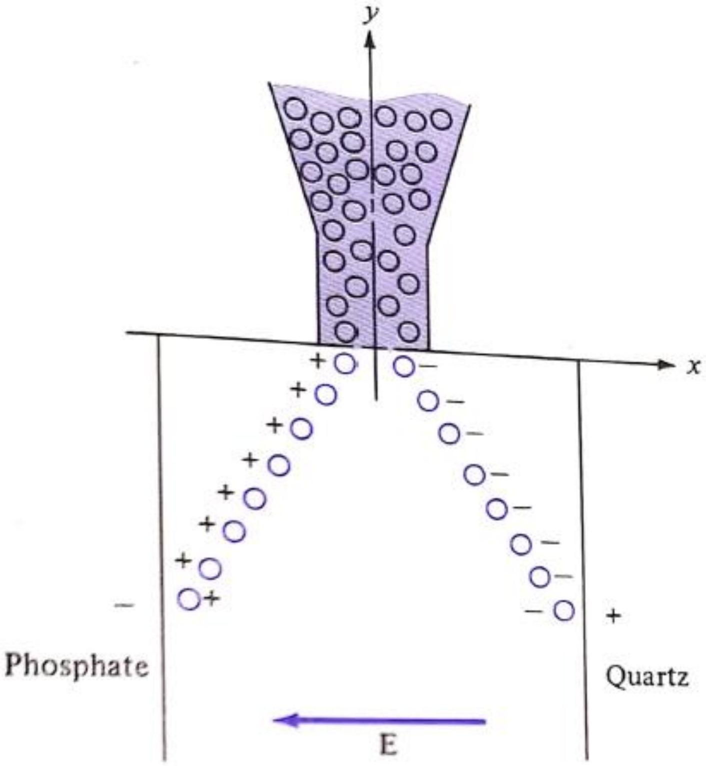
Aplicación

Separación de sólidos

Si aplicamos un campo eléctrico uniforme podemos separar cuarzo y fosfato.

Si se supone una velocidad y un desplazamiento inicial de cero, encontrar la separación de las partículas luego de caer 80 cm. Sea **E=500 KV/m** y Q/m=9µC/kg para ambas partículas, las de carga positiva y las de carga negativa.





$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d^2x}{dt^2}\vec{a}_x$$

$$\vec{F} = Q\vec{E} = m\frac{d^2x}{dt^2}\vec{a}_x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{QE}{m} \rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{QE}{m}t + c_1$$

$$x = \frac{QE}{m}\frac{t^2}{2} + c_1 t + C_2$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d^2y}{dt^2} \rightarrow -mg = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g \rightarrow \frac{dy}{dt} = -gt + C_3$$

$$y = -g\frac{t^2}{2} + C_3 t + C_4$$

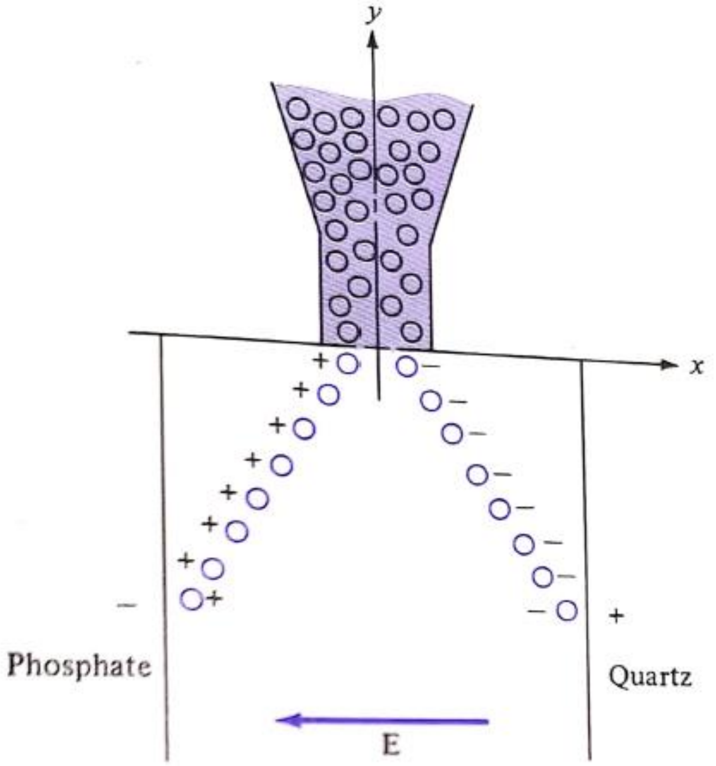
SI $x(t=0)$ $\quad C_2=0$

$y(t=0)$ $\quad C_4=0$

ADEMAS

$\left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0}$ $\quad C_1=C_3=0$

$\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0}$



$$x=\frac{QEt^2}{2m} \qquad y=-\frac{1}{2}gt^2$$

Al VALUAR EN $y=-0.8\,m$

$$t=0.404\,s$$

$$x=\left(\frac{Q}{m}\right)E\,\frac{t^2}{2}$$

$$x=\frac{1}{2}*9*10^{-6}*500\times10^{3}*0.404^2$$

$$x=0.3673$$

$$d=0.7345\ m$$

Enlaces utilizados en clase

- Aplicaciones de electrostática
- https://courses.lumenlearning.com/physics/chapter/18-8-applications-of-electrostatics/
- Quick Physics: Electroscope - how it works
- https://www.youtube.com/watch?v=B1WmizUghMo
- CHARGING BY INDUCTION
- https://www.youtube.com/watch?v=0Ggo1wGugI0
- Van de Graff Generator
- https://www.youtube.com/watch?v=3Ptu07enIsY

• Q PUNTUAL

LINEAL $dq = \lambda\, dl$

SUPERFICIAL $dq = \sigma\, dA$

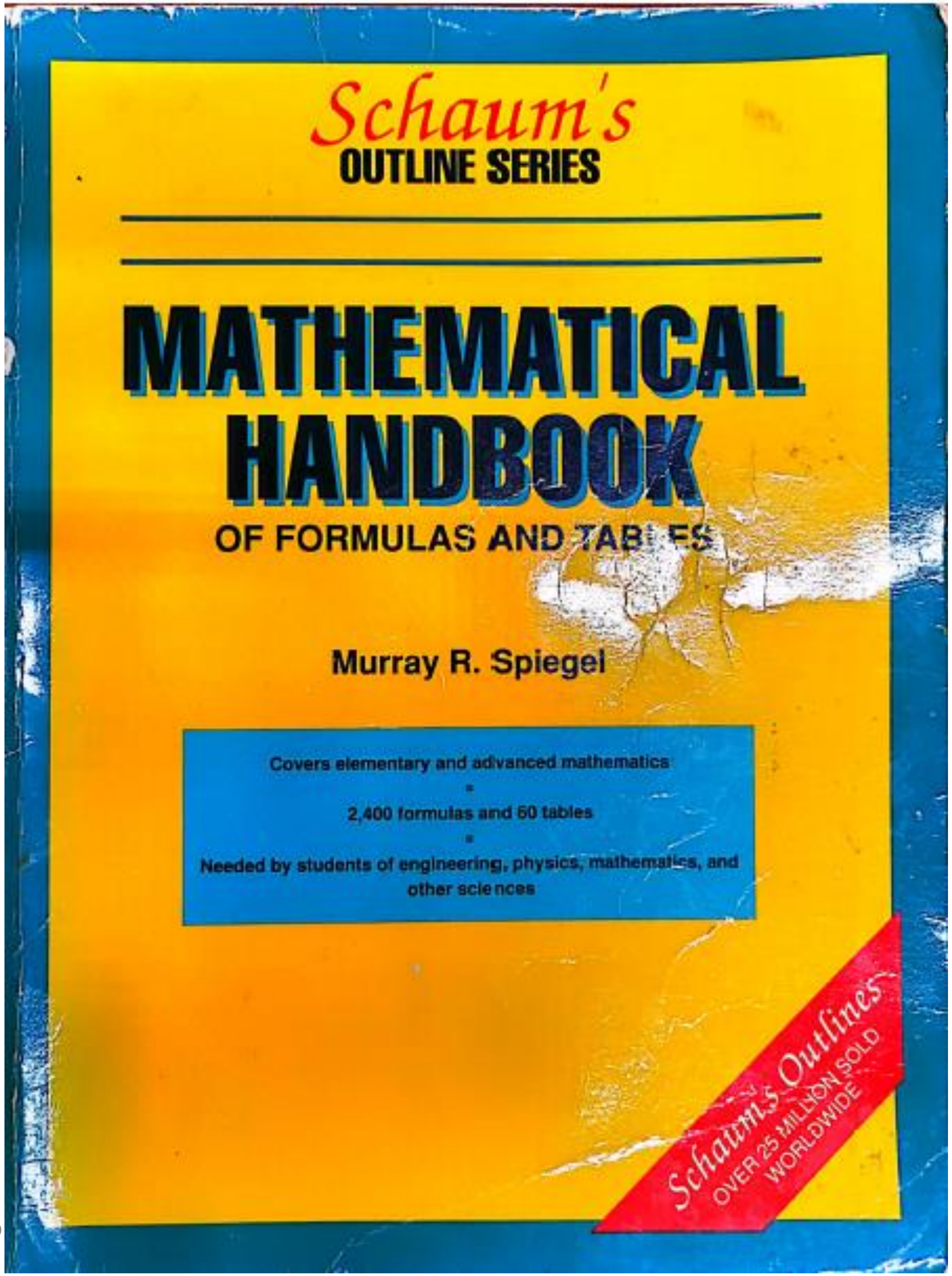
VOLUMÉTRICA $dq = \rho\, dVol$

$$\vec{E} = \int \frac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\, \vec{a}_R$$

$$\vec{E} = \int \frac{\sigma\, dA}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\, \vec{a}_R$$

$$\vec{E} = \int \frac{\rho\, dVol}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\, \vec{a}_R$$

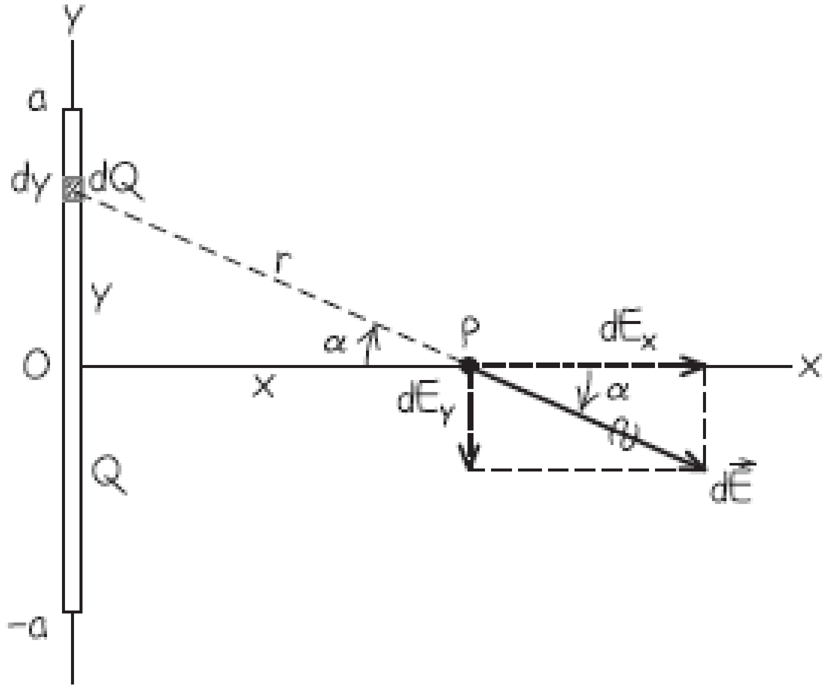
¿y qué hago para resolver integrales?



Ejemplos de situaciones que se pueden estudiar

Campo de una línea de carga

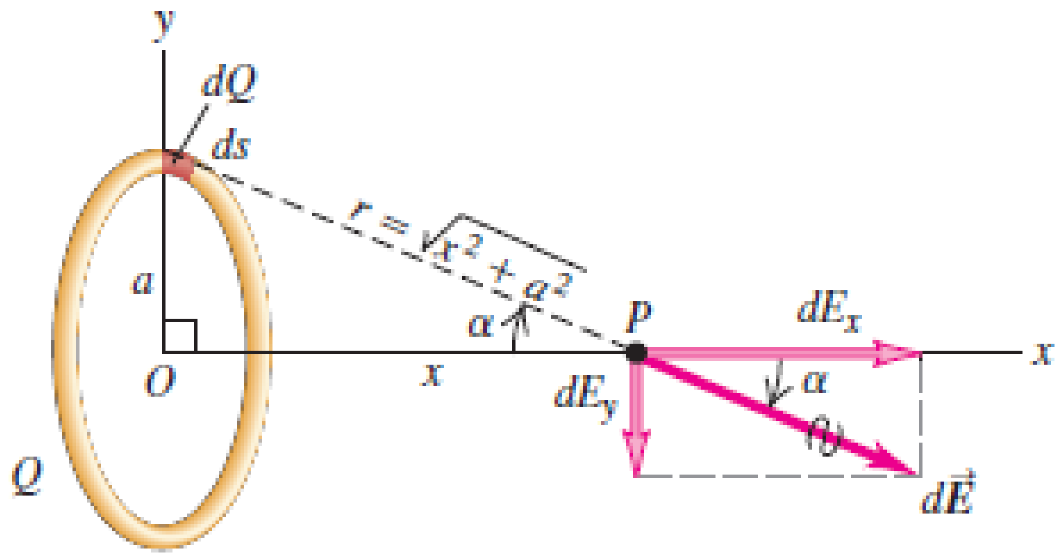
Una carga eléctrica, Q, positiva está distribuida de manera uniforme a lo largo del eje y entre $y = -a$ y $y = +a$. Calcule el campo eléctrico en el punto P sobre el eje x, a una distancia x del origen.



Ejemplos de situaciones que se pueden estudiar

Campo de un anillo con carga

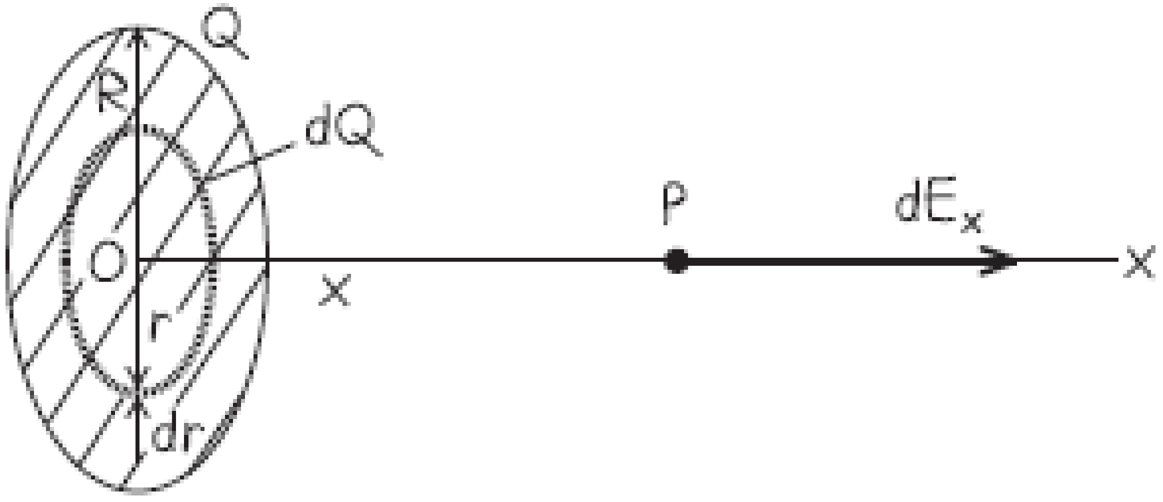
La carga Q está distribuida de manera uniforme alrededor de un anillo de radio a (figura 21.23). Calcule el campo eléctrico en el punto P, que se localiza sobre el eje del anillo a una distancia x del centro.



Ejemplos de situaciones que se pueden estudiar

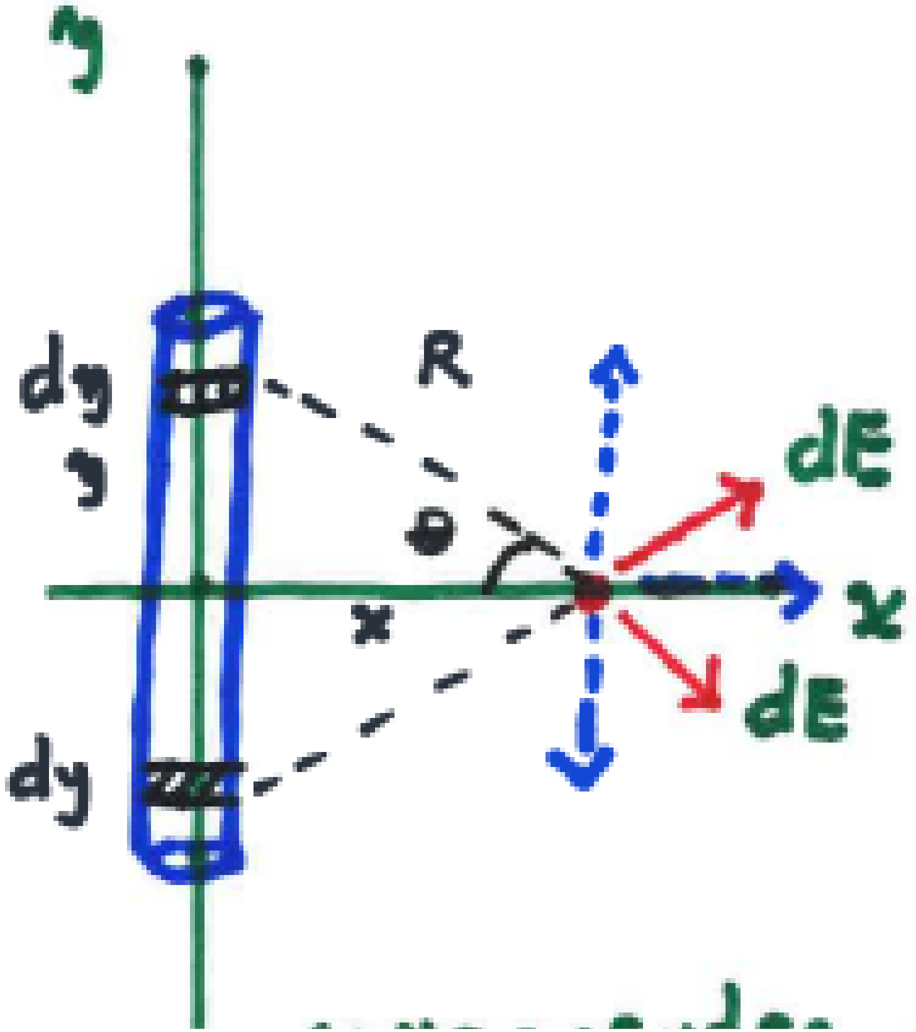
Campo de un disco con carga uniforme

Un disco no conductor de radio R tiene una densidad de carga superficial positiva y uniforme, σ. Calcule el campo eléctrico en un punto sobre el eje del disco a una distancia x de su centro. Suponga que x es positiva.



- Consideremos el caso de cuál es el campo que produce una distribución de carga lineal (un alambre) en un punto dado.
- El alambre posee una distribución lineal de carga.
- Vamos a asumir que está es constante.
- Adicionalmente el alambre puede ser de longitud “infinita” o de longitud finita.

CAMPO debido A una Línea de CARGA



distribución
Lineal y constante
ubicación
EJE y

$$dq = \lambda\, dy$$

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\lambda\, dy}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

Componentes de $d\vec{E}$

$$d\vec{E}_x = d\vec{E}\cos\theta$$

$$d\vec{E}_x = \frac{\lambda\, dy}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\left(\frac{x}{R}\right)$$

$$d\vec{E}_x = \frac{\lambda\, x\, dy}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$d\vec{E}_y = d\vec{E}\,\mathrm{sen}\,\theta$$

$$d\vec{E}_y = \frac{\lambda\, dy}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\,\frac{y}{R}$$

$$d\vec{E}_y = \frac{\lambda\, y\, dy}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2)^{3/2}}$$

CASO 1

SUPONGAMOS UNA LÍNEA DE CARGA "INFINITA"

$$\vec{E}_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\lambda x \, dy}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{\lambda x}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{y}{x^2\sqrt{x^2+y^2}}\right]_{-\infty}^{+\infty}$$

$$\vec{E}_x = \frac{\lambda x}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\left[\frac{\frac{y}{y}}{\sqrt{\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{y^2}}}\right]_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\lambda x}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\left(1-(-1)\right)$$

$$\vec{E}_x = \frac{2\lambda x}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} \quad \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_x = \frac{2\lambda x}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} \quad \frac{N}{C}$$

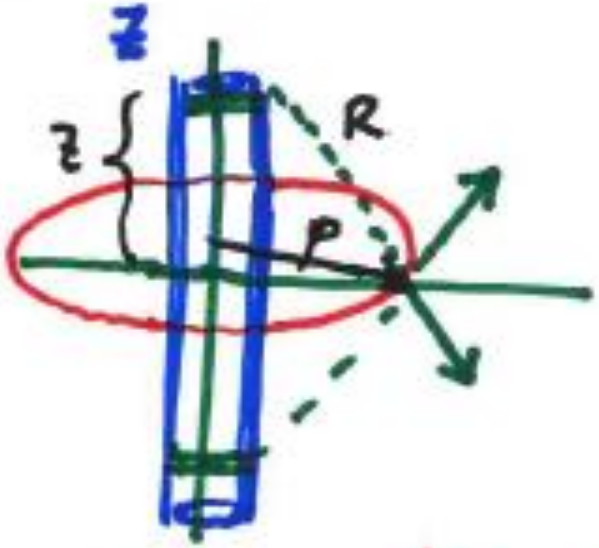
PARA $\vec{E}_y$

$$\vec{E}_y = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda\, y\, dy}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{-1}{(y^2+x^2)^{1/2}}\right]_{-\infty}^{+\infty}$$

$$\vec{E}_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}(0) \Rightarrow \vec{E}_y = 0$$

(SE MIRABA POR SIMETRIÁ)

También se puede trabajar por coordenadas cilíndricas



$$dq = \lambda\, dz$$

vector $(\vec{a}_\rho, 0, \vec{a}_z)$

$$(\rho, 0, 0) - (0, 0, z)$$

$$(\rho, 0, -z)$$

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\left(\frac{\rho\,\vec{a}_\rho - z\,\vec{a}_z}{(\rho^2+z^2)^{1/2}}\right)$$

$$d\vec{E} = \frac{\lambda\, dz}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{(\rho\,\vec{a}_\rho - z\,\vec{a}_z)}{(\rho^2+z^2)^{3/2}}$$

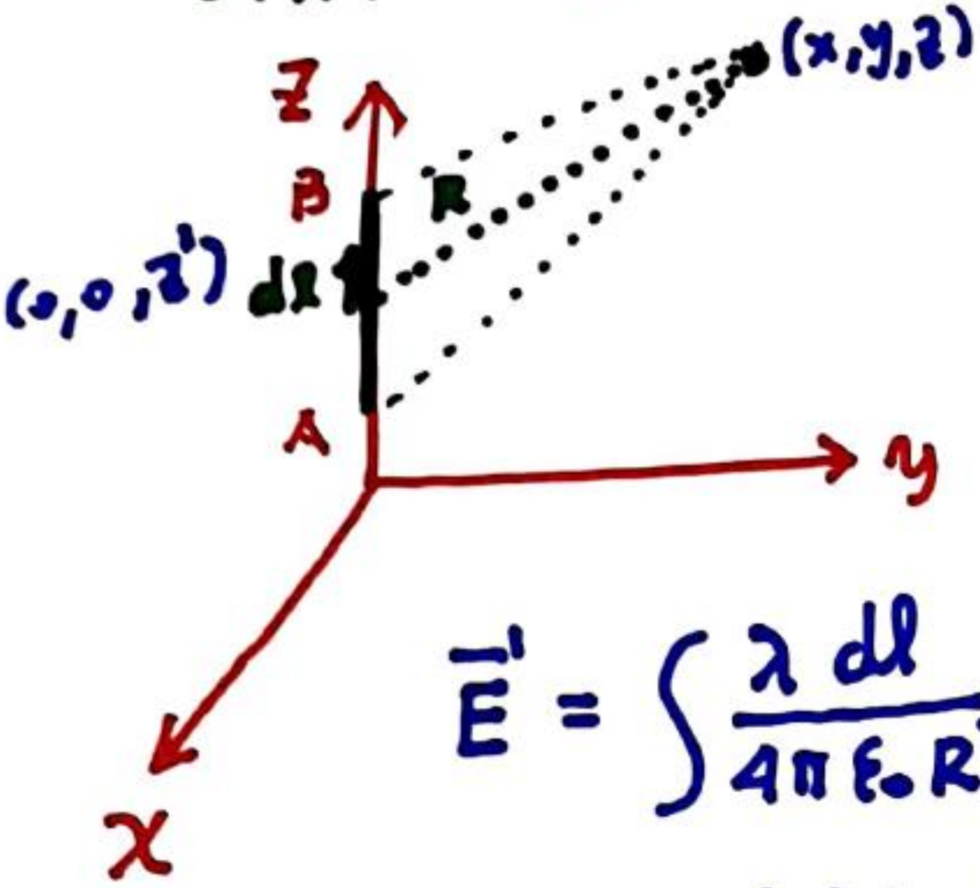
ASÍ EN ρ

$$\vec{E} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda \rho \, dz}{4\pi\varepsilon_0 (\rho^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 \rho} \vec{a}_\rho$$

PARA z

$$\vec{E} = 0$$

UNA LÍNEA DE CARGA



$$dl = (0,0,dz')$$

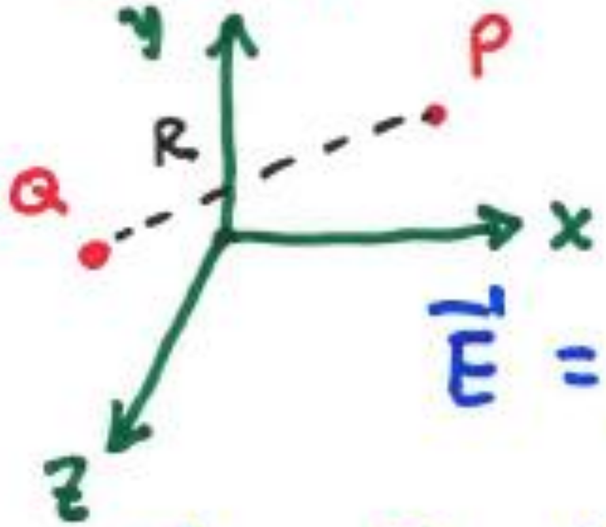
$$R = (x,y,z) - (0,0,z')$$

$$R = (x, y, z-z')$$

$$\vec{E} = \int \frac{\lambda\, dl}{4\pi \varepsilon_0 R^2}\,\vec{a}_R$$

$$\vec{E} = \int \frac{\lambda\, dz' \left(x\,\vec{a}_x + y\,\vec{a}_y + (z-z')\,\vec{a}_z \right)}{4\pi \varepsilon_0 \left(x^2 + y^2 + (z-z')^2 \right)^{3/2}}$$

SUPONGAMOS QUE DEBEMOS HALLAR UNA EXPRESIÓN PARA EL CAMPO ELÉCTRICO EN $P(x,y,z)$ DEBIDO A UNA CARGA PUNTUAL Q UBICADA EN (x_1, y_1, z_1)



$$R = (x,y,z) - (x_1, y_1, z_1)$$

$$R = (x - x_1, y - y_1, z - z_1)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}\vec{a}_R$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(x-x_1)\vec{a}_x + (y-y_1)\vec{a}_y + (z-z_1)\vec{a}_z}{\left((x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2\right)^{3/2}}$$

¿qué pasa si coloco Q en el origen?

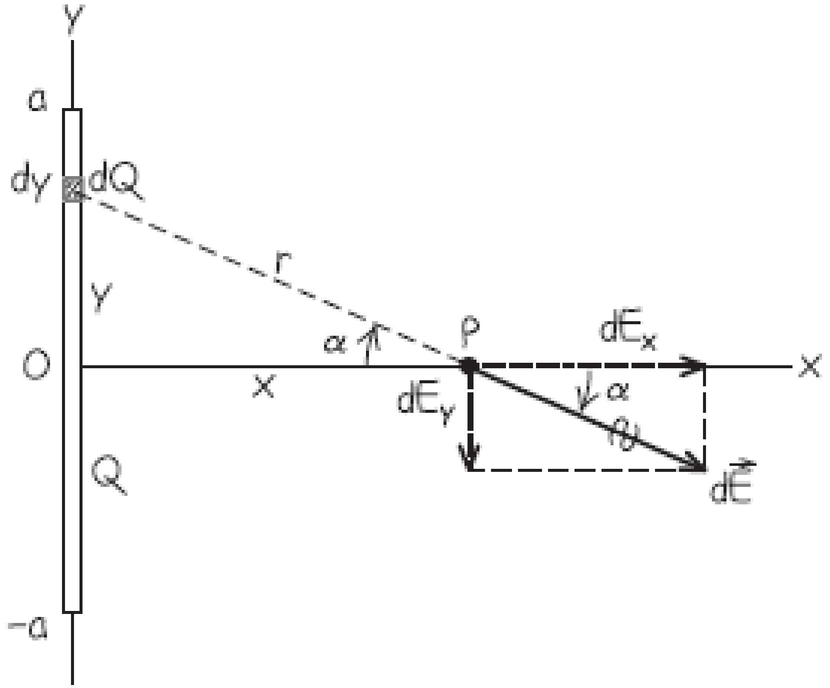
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x\vec{a}_x + y\vec{a}_y + z\vec{a}_z}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{a}_r$$ (EN ESFÉRICAS)

Material adicional: Solución

Campo de una línea de carga

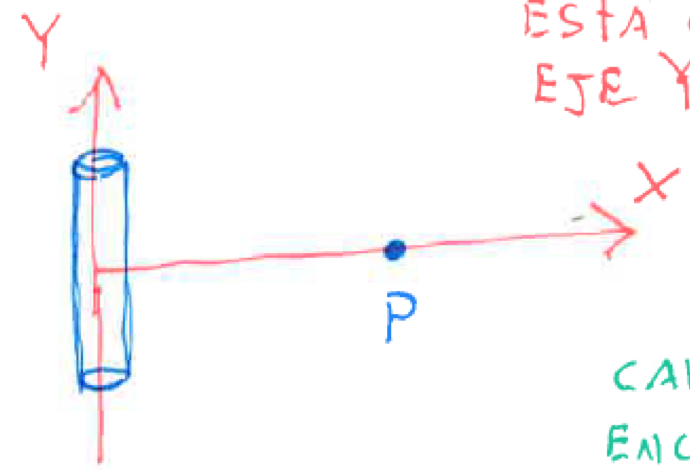
Una carga eléctrica, Q, positiva está distribuida de manera uniforme a lo largo del eje y entre $y = -a$ y $y = +a$. Calcule el campo eléctrico en el punto P sobre el eje x, a una distancia x del origen.



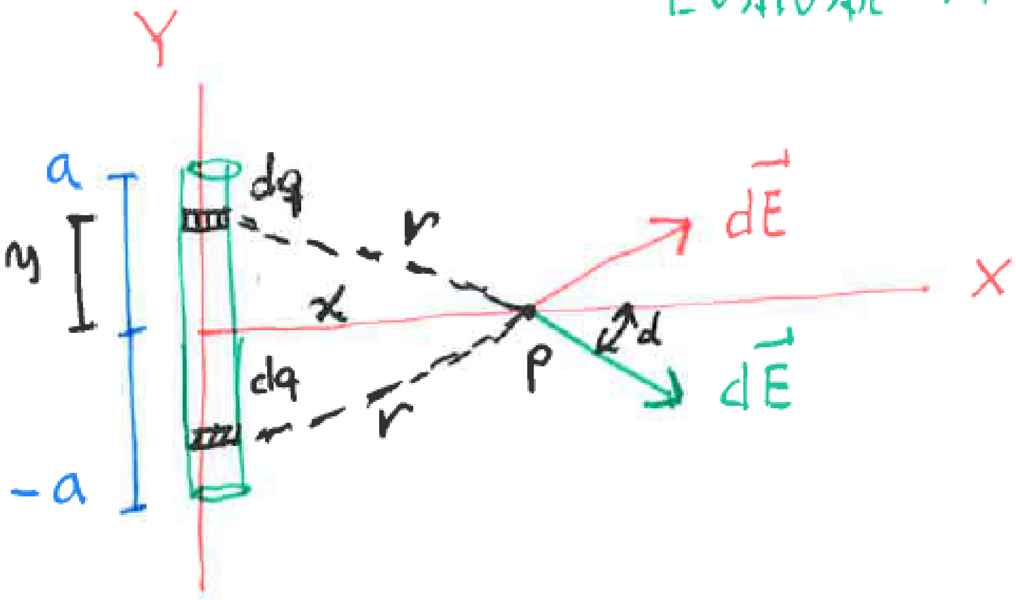
El alambre es finito

Alambre

Una carga eléctrica Q positiva está distribuida a lo largo del eje Y entre $y = -a$, $y = +a$.
Hallar el campo eléctrico en el punto P.



Carga distribuida sobre una línea
Encontrar un "pedazo de carga" dq
Evaluar el efecto en P



$$dQ = \lambda \, d\ell$$

$$d\ell = dy$$

$$dQ = \lambda \, dy$$

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

COMPONENTES

$$dE_x = dE\cos\alpha \rightarrow \qquad dE_y = dE\,\text{sen}\,\alpha$$

$$dE_x = \frac{x}{r}\,dE \rightarrow \qquad dE_y = \frac{y}{r}\,dE$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} \qquad dE_y = 0 \quad \text{SIMETRIA}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\,dy}{(x^2+y^2)}$$

$$dE_x = dE\cos\alpha = \frac{x}{r}\,dE$$

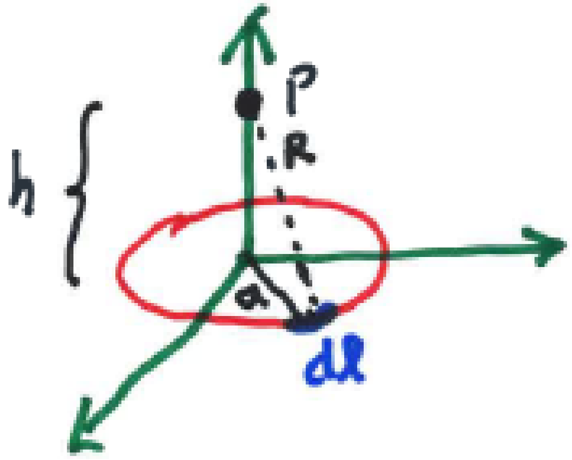
$$\int dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-a}^{a} \frac{x\,dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{\lambda x}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-a}^{a} \frac{dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

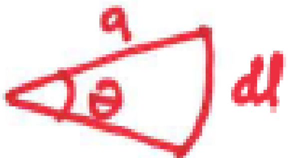
$$E_x = \frac{\lambda x}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2a}{x^2\sqrt{a^2+x^2}} \quad N/C$$

SEA UN ANILLO DE RADIO "a" CON UNA distribucion DE CARGA λ Y QUE SE COLOCA EN EL plano XY, MOSTRAR QUE EN EL EJE Z

$$\vec{E}(0,0,h) = \frac{\lambda a h}{2\varepsilon_0 [h^2+a^2]^{3/2}}$$



$$dq = \lambda\, dl = \lambda a\, d\theta$$



$$R = (0,0,h) - (a,0,0)$$

$$R = (-a,0,h)$$

$$R = -a\,\vec{a}_\rho + h\,\vec{a}_z$$

$$\vec{a}_R = \frac{R}{|R|} = \frac{-a\vec{a}_\rho + h\vec{a}_z}{(a^2+h^2)^{1/2}}$$

$$d\vec{E} = \frac{\lambda \quad a\,d\theta}{4\pi\varepsilon_0 \; R^2_{2\pi}}\,\vec{a}_R$$

$$d\vec{E} = \frac{\lambda a}{4\pi\varepsilon_0}\int_0 \frac{-a\,\vec{a}_\rho + h\,\vec{a}_z}{(a^2+h^2)^{3/2}}\,d\theta$$

$\vec{E}_\rho = 0$ POR SIMETRIA

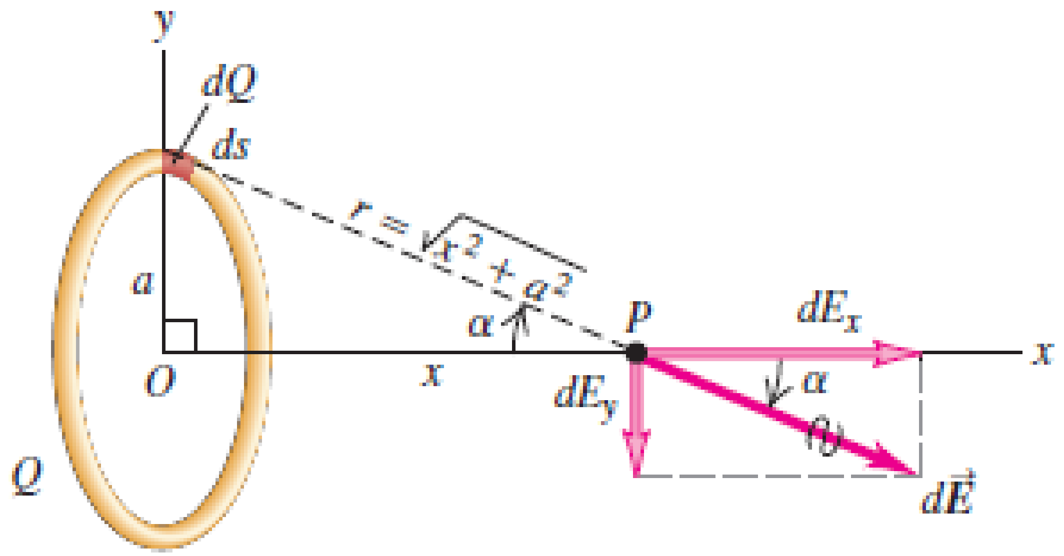
$$E_z = \frac{\lambda a h \int d\theta}{4\pi\varepsilon_0 (a^2+h^2)^{3/2}} = \frac{\lambda a h\, 2\pi}{4\pi\varepsilon_0 (a^2+h^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E}_z = \frac{\lambda a h}{2\varepsilon_0 (a^2+h^2)^{3/2}}$$

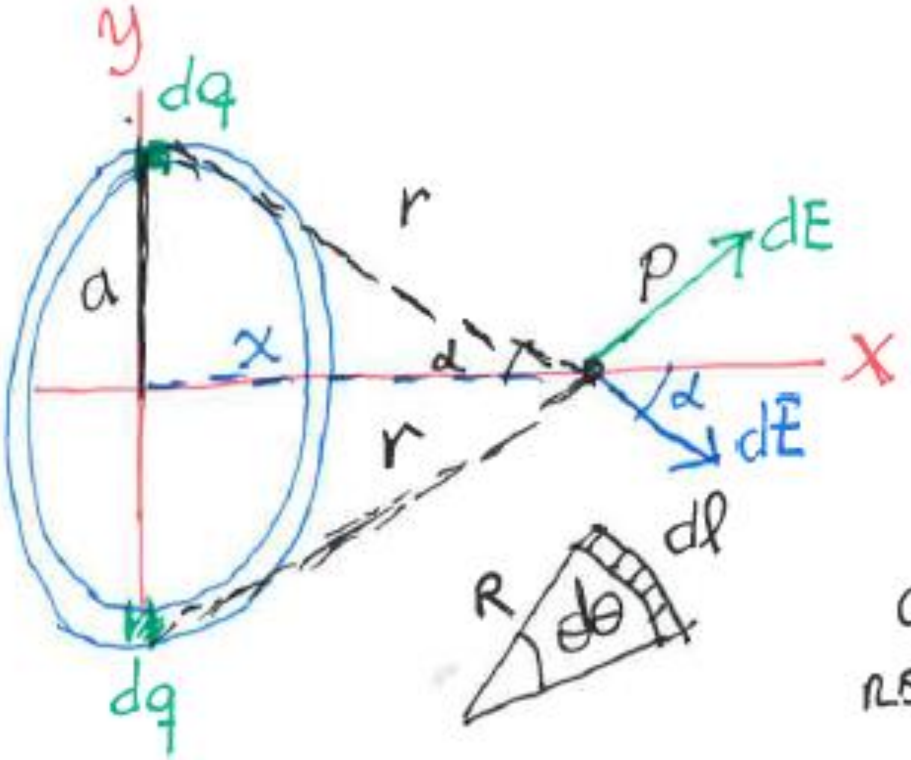
Material adicional: Solución

Campo de un anillo con carga

La carga Q está distribuida de manera uniforme alrededor de un anillo de radio a (figura 21.23). Calcule el campo eléctrico en el punto P, que se localiza sobre el eje del anillo a una distancia x del centro.



Anillo



$$\frac{dq}{dl} = \lambda$$

$$dq = \lambda\, dl$$

$$dl = R\, d\theta \qquad (R = a)$$

recordar

$$\frac{\text{arco}}{\text{radio}} = \text{ángulo} \qquad (\text{rad})$$

por simetría se cancela dE_y

$$dE_x = dE \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda a\, d\theta}{x^2+a^2}$$

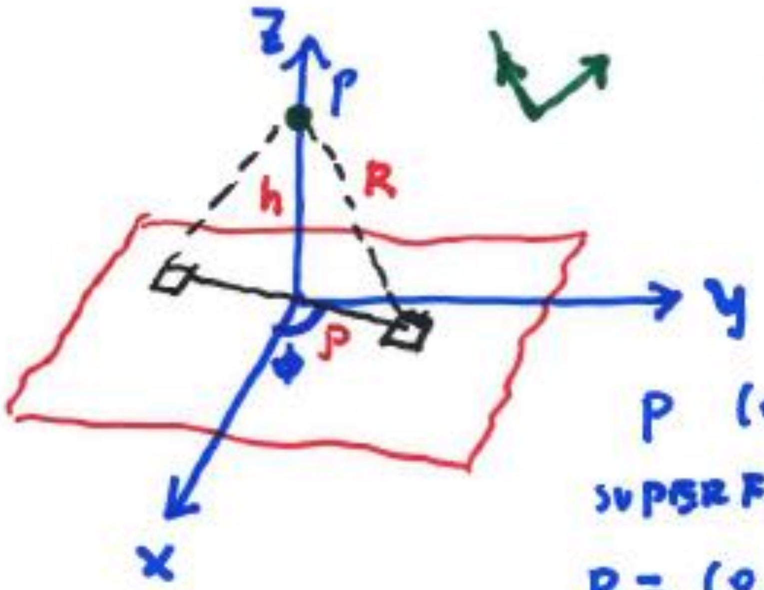
$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \cdot a\, d\theta}{x^2+a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$dE_x = \frac{\lambda a}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\, d\theta$$

$$E_x = \frac{\lambda a x}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+a^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\lambda a x\, 2\pi}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{\lambda\, 2\pi a\, x}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+a^2)^{3/2}} \quad N/C$$

CONSIDEREMOS UNA DISTRIBUCIÓN SUPERFICIAL DE CARGA UNIFORME EN PLANO XY $\quad dq = \sigma\, dA = \sigma\, dS$



$$dq = \sigma\, dA$$
$$dq = \sigma\, dA$$
$$dq = \sigma\, \rho\, d\phi\, d\rho$$

$P \quad (0,0,h)$

SUPERFICIE $\quad (\rho,0,0)$

$$R = (0,0,h) - (\rho,0,0)$$
$$R = (-\rho,0,h)$$
$$R = -\rho\,\vec{a}_\rho + h\,\vec{a}_z$$
$$\vec{a}_R = \frac{R}{|R|} = \frac{-\rho\,\vec{a}_\rho + h\,\vec{a}_z}{(\rho^2+h^2)^{1/2}}$$

$$d\vec{E} = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\vec{a}_R$$

$$d\vec{E} = \frac{\sigma\rho\, d\phi\, d\rho}{4\pi\varepsilon_0(\rho^2+h^2)}\frac{(-\rho\vec{a}_\rho + h\vec{a}_z)}{(\rho^2+h^2)^{1/2}}$$

$$d\vec{E} = \frac{-\rho^2\sigma\, d\phi\, d\rho\, \vec{a}_\rho}{4\pi\varepsilon_0(\rho^2+h^2)^{3/2}} + \frac{\sigma\rho h\, d\phi\, d\rho\, \vec{a}_z}{(\rho^2+h^2)^{3/2}4\pi\varepsilon_0}$$

CERO POR SIMETRIA

$$E = \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} \frac{\sigma \rho h \, d\phi \, d\rho}{4\pi\varepsilon_0 (\rho^2 + h^2)^{3/2}} \vec{a}_z$$

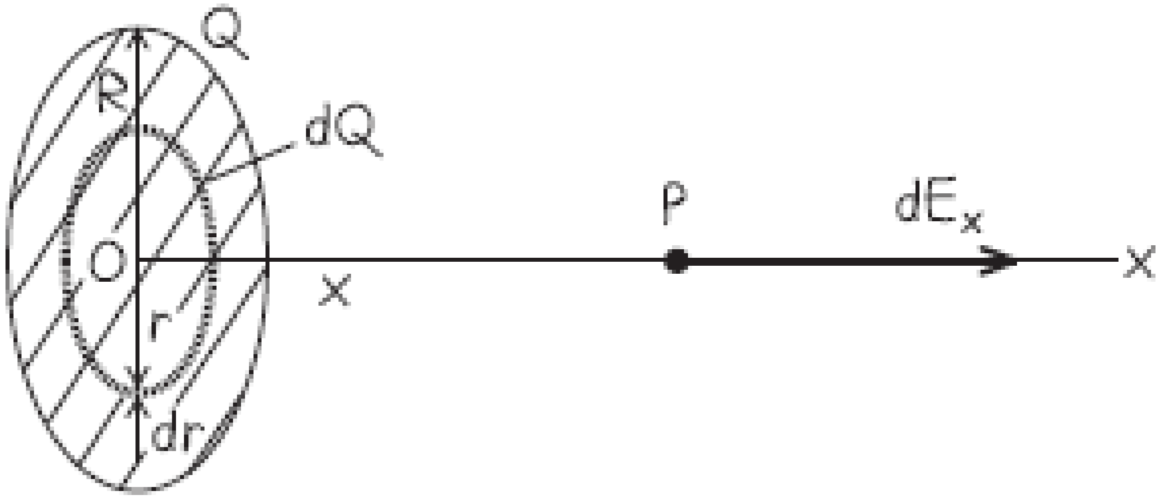
$$E = \frac{\sigma h}{4\pi\varepsilon_0} (2\pi) \int_0^{\infty} \frac{\rho \, d\rho}{(\rho^2 + h^2)^{3/2}}$$

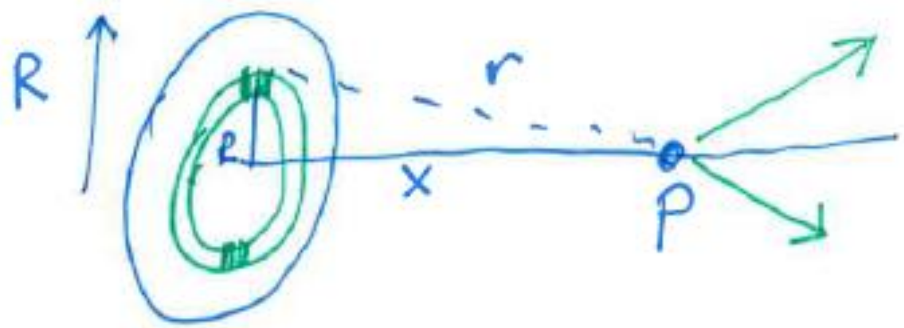
$$E = \frac{2\pi\sigma h}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{-1}{(\rho^2 + h^2)^{1/2}} \right) \Big|_0^{\infty} = \frac{2\pi\sigma h}{4\pi\varepsilon_0 h}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{a}_n \quad \text{(resultado general)}$$

Campo de un disco con carga uniforme

Un disco no conductor de radio R tiene una densidad de carga superficial positiva y uniforme, σ. Calcule el campo eléctrico en un punto sobre el eje del disco a una distancia x de su centro. Suponga que x es positiva.





disco

$$dq = \sigma\, dA$$

$$dA = 2\pi R\, dR$$

(PERIMETRO * GROSOR)

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\, 2\pi R\, dR}{R^2+x^2}$$

$$dE_x = dE\cos\alpha = dE\,\frac{x}{r}$$

$$dE_x = \frac{x}{(x^2+R^2)^{1/2}}\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\sigma\, 2\pi R\, dR}{R^2+x^2}$$

$$dE_x = \frac{x\,2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{R\,dR}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]$$

Ahora si el disco es muy grande

$$R >>> x$$

$$E_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]$$

Reescribirlo como

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{x}{x} - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]$$ multiplico por x

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]$$ Factor común x^2 de la $\sqrt{\ }$

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{R^2}{x^2}\right)}}\right]$$

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{R^2}{x^2}}}\right]$$

→ valor mucho menor que 1

$$E_x \simeq \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Campo electrico producido por una lámina cargada plana e infinita.
Es independiente de la distancia a la lámina

A circular disk of radius a is uniformly charged with ρ_S C/m^2. If the disk lies on the $z = 0$ plane with its axis along the z-axis,

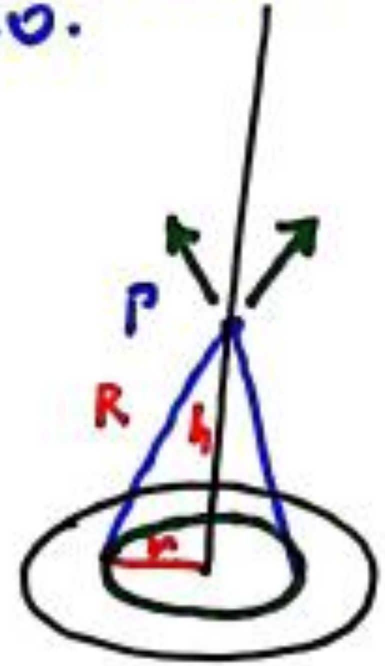
(a) Show that at point $(0, 0, h)$

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_S}{2\varepsilon_o}\left\{1 - \frac{h}{[h^2 + a^2]^{1/2}}\right\}\mathbf{a}_z$$

(b) From this, derive the $\mathbf{E}$ field due to an infinite sheet of charge on the $z = 0$ plane.

(c) If $a \ll h$, show that $\mathbf{E}$ is similar to the field due to a point charge.

DISCO DE RADIO a CON UNA CARGA UNIFORME SUPERFICIAL EN EL PLANO Z=0.



$$dq = \sigma\, dA$$

$$dq = \sigma\, 2\pi r\, dr$$

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\,\vec{a}_R$$

$$\vec{R} = (0,0,h) - (r,0,0)$$

$$\vec{R} = (-r,0,h)$$

$$|R| = \sqrt{h^2 + r^2}$$

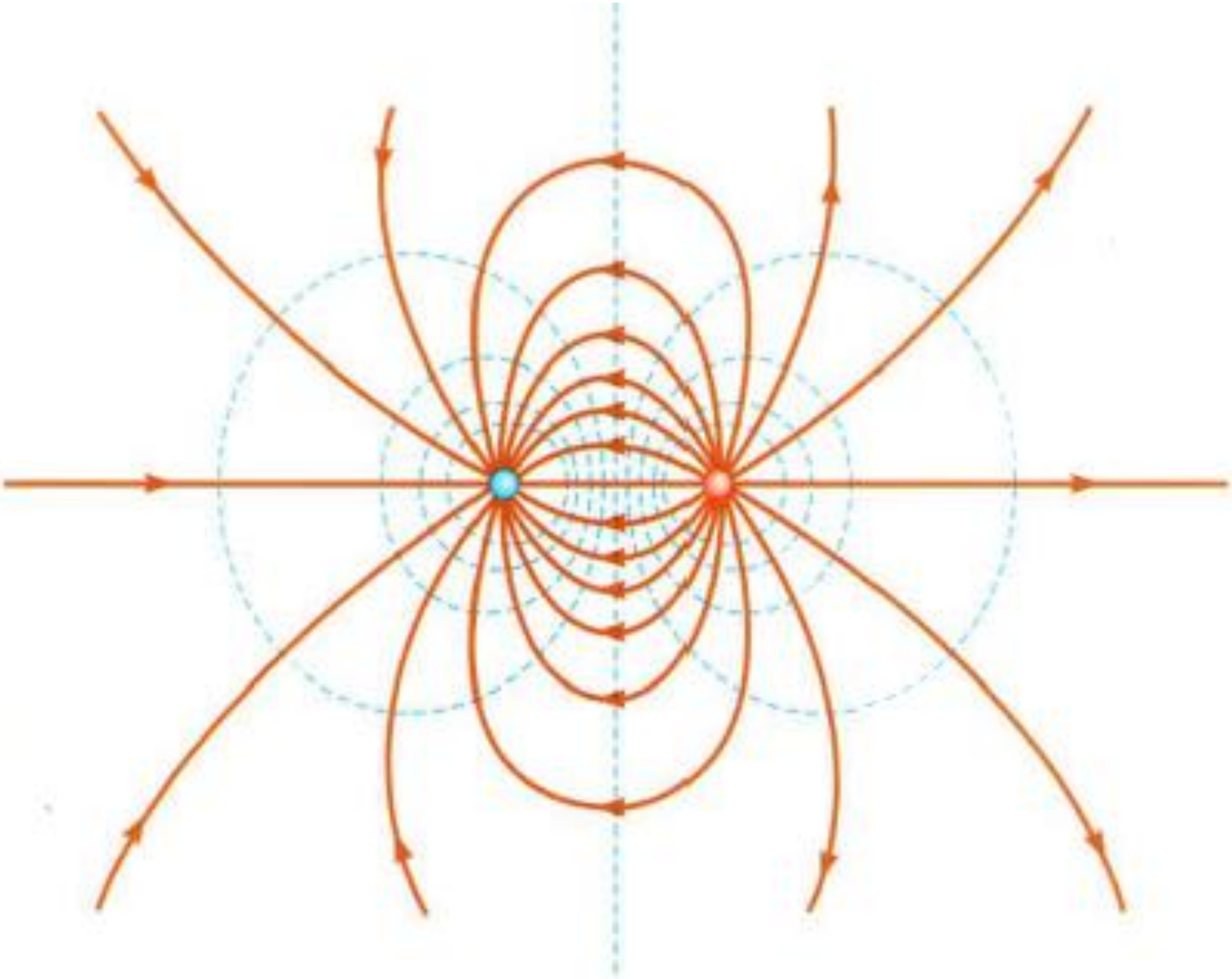
$$d\vec{E}_z = \frac{2\pi r \sigma\, dr}{4\pi \varepsilon_0 (h^2+r^2)} \left(\frac{h}{(h^2+r^2)^{1/2}}\right)$$

$$d\vec{E}_z = \frac{2\pi \sigma h\, r\, dr}{4\pi \varepsilon_0 (h^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E}_z = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0} \int_0^a \frac{r\, dr}{(h^2+r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0} \left[\frac{-1}{\sqrt{h^2+r^2}}\right]_0^a$$

$$\vec{E}_z = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0} \left(\frac{-1}{\sqrt{h^2+a^2}} - \left(-\frac{1}{h}\right)\right)$$

$$\vec{E}_z = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0} \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{\sqrt{h^2+a^2}}\right) = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0 h} \left(1 - \frac{h}{\sqrt{h^2+a^2}}\right)$$



FLUJO

$$\Psi = \int_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{A} \cdot \hat{n}\, dS$$

EN CUALQUIER PUNTO DE S, HAY UN VECTOR NORMAL $\vec{a}_n$ ó $\hat{n}$ A S

UNA SUPERFICIE CERRADA S DEFINE UN VOLUMEN

$$\Psi = \oint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

Flujo neto

otros libros usan Φ para flujo

Recordamos fluidos

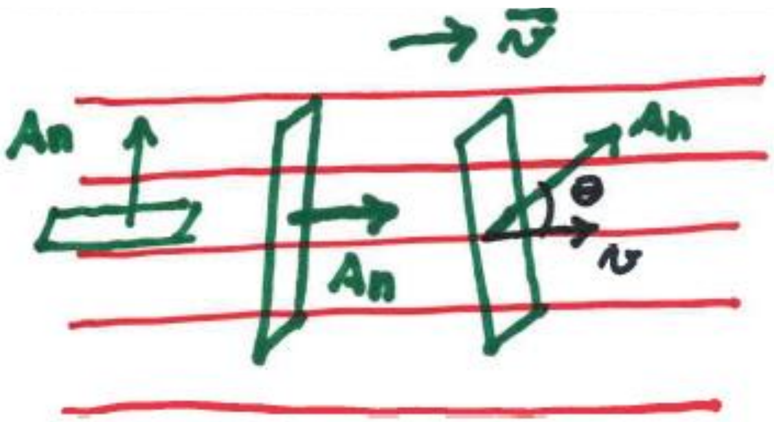
$$\psi = \rho A v$$

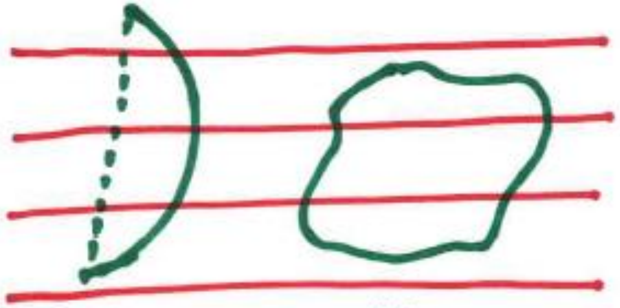
ecuación continuidad

$$A v = cte$$

vectorialmente

$$\psi = \rho \vec{v} \cdot \vec{A}_n$$





$$\psi = 0$$

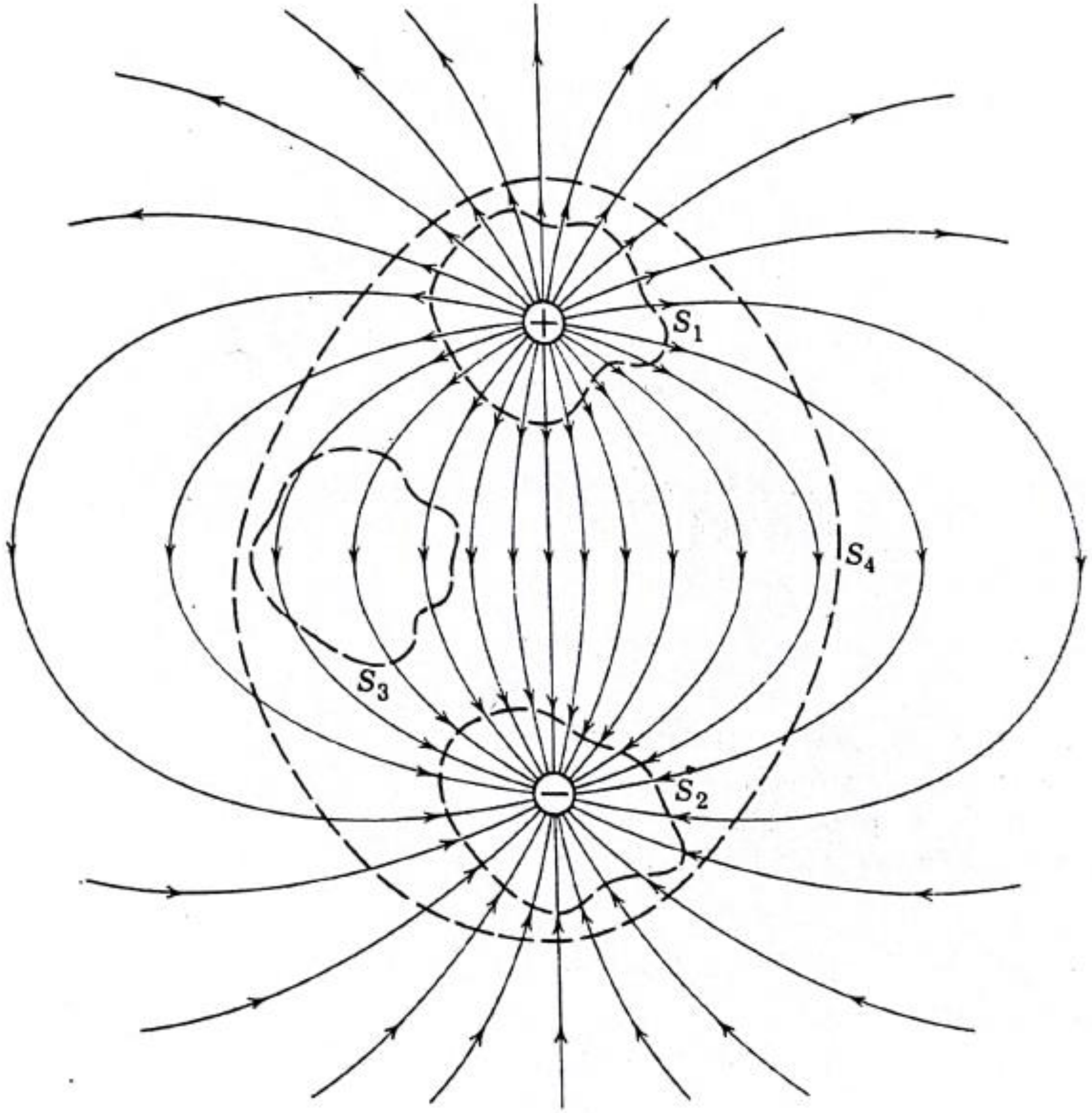
cantidad que entra por la izquierda es igual a la que sale por la derecha

¿cómo es el flujo en el campo eléctrico?

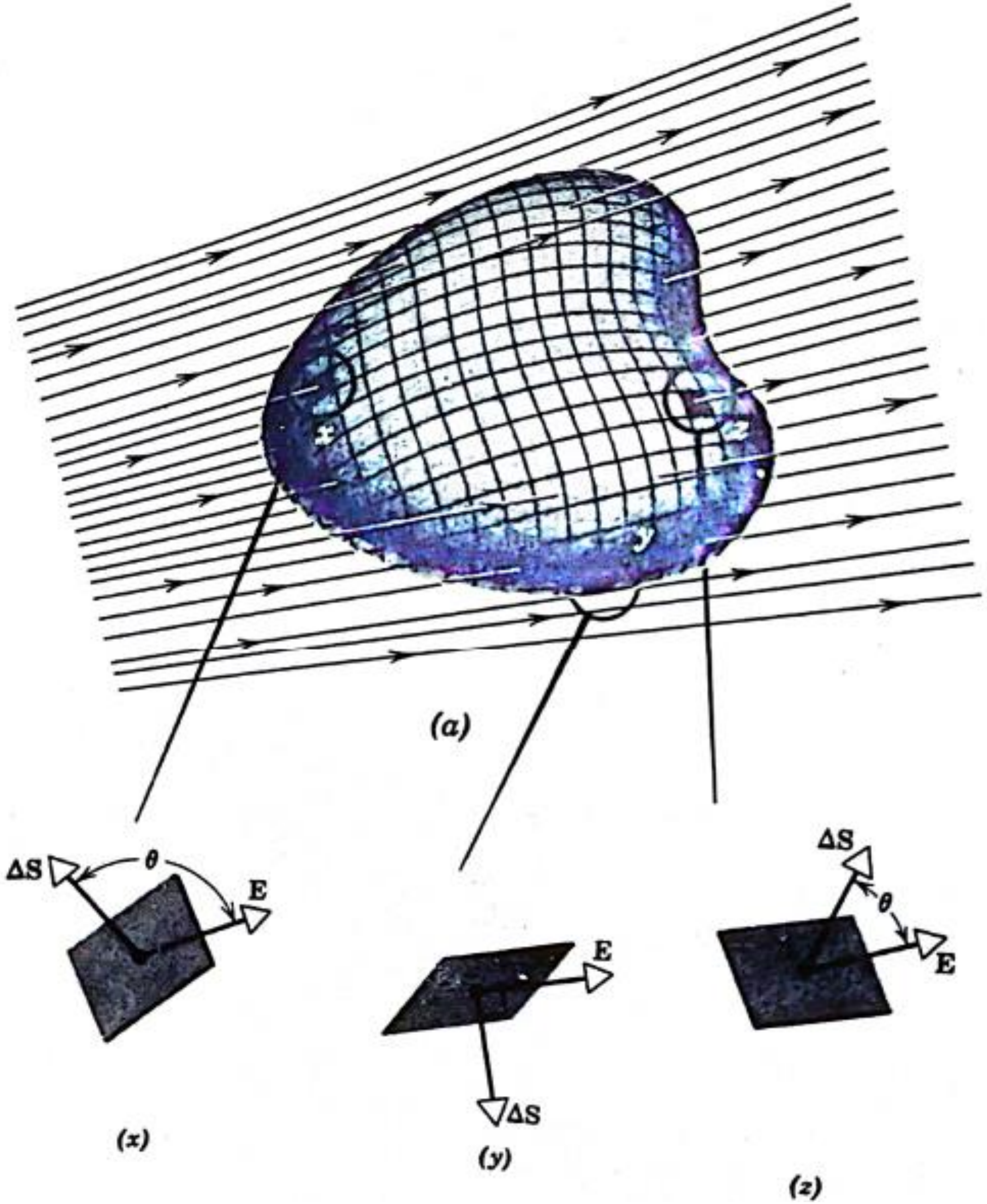
SI UNA SUPERFICIE CERRADA ESTÁ EN UN CAMPO ELÉCTRICO, EL Ψ ES POSITIVO SI EN TODA LA SUPERFICIE LAS LÍNEAS DE FUERZA APUNTAN HACIA AFUERA Y NEGATIVAS SI APUNTAN HACIA ADENTRO

PARA DEFINIR EL FLUJO CON PRECISIÓN CONSIDEREMOS UNA SUPERFICIE CERRADA ARBITRARIA EN UN CAMPO ELÉCTRICO NO UNIFORME

CUADRICULEMOS LA SUPERFICIE EN CUADRADOS ELEMENTALES ΔS, CADA UNO DE LOS CUALES ES LO SUFICIENTEMENTE PEQUEÑO COMO PARA CONSIDERARLOS PLANOS



+
S_1
S_4
S_3
−
S_2


(a)
ΔS
θ
E
(x)
E
ΔS
(y)
ΔS
θ
E
(z)

Representemos los elementos de superficie como vectores $\Delta\vec{S}$ cuya magnitud es el área ΔS y la dirección de $\Delta\vec{S}$ es perpendicular y hacia afuera de la superficie

$$\Psi = \sum \vec{E}\cdot\Delta\vec{S}$$

$$\Psi = \oint \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

Karl Friedrich Gauss (1777-1855) desarrolló el Teorema de la Divergencia

Ley de Gauss

El flujo total Ψ que atraviesa una superficie cerrada es igual a la carga total encerrada por esa superficie

$$\Psi = Q_{ENC}$$

$$Q_{ENC} = \varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS$$

$$\oint \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

SEA

$$\oint \varepsilon_0 \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = Q_{ENC}$$

llamemos $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$

$$Q_{ENC} = \oint \vec{D} \cdot \hat{n}\, dS$$

pero $Q_{ENC} = \int_{Vol} \rho_{Vol}\, dVol$

$$Q_{ENC} = \oint \vec{D} \cdot \hat{n}\, dS = \int_{Vol} \rho_{Vol}\, dVol$$

teorema de la DIVERGENCIA

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int_{Vol} \nabla \cdot \vec{A}\, dVol$$

Así

$$\oint \vec{D}\cdot\hat{n}\,dS = \int_{Vol} \nabla\cdot\vec{D}\,dVol$$

$$\int_{Vol} \nabla\cdot\vec{D}\,dVol = \int_{Vol} \rho_{vol}\,dVol$$

$$\nabla\cdot\vec{D} = \rho_{vol}$$

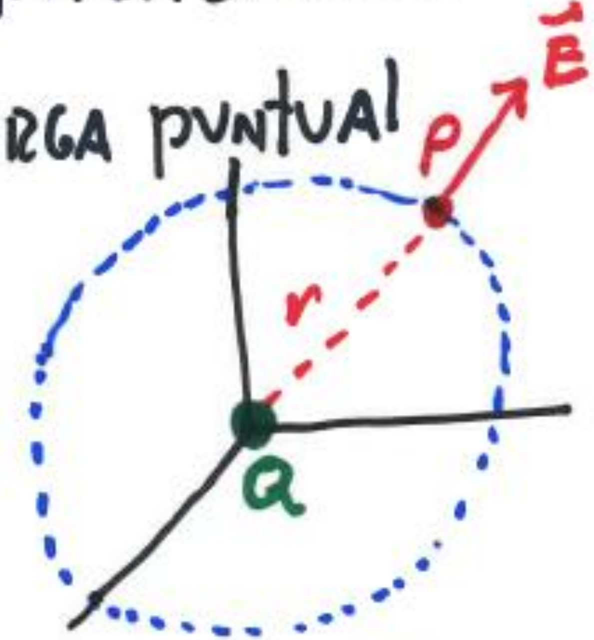
$$\nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho_{vol}}{\varepsilon_0}$$

PRIMERA ECUACIÓN DE MAXWELL

LA LEY DE GAUSS ES UNA ALTERNATIVA DE LA LEY DE COULOMB PERO BAJO DISTRIBUCIONES SIMÉTRICAS DE CARGA

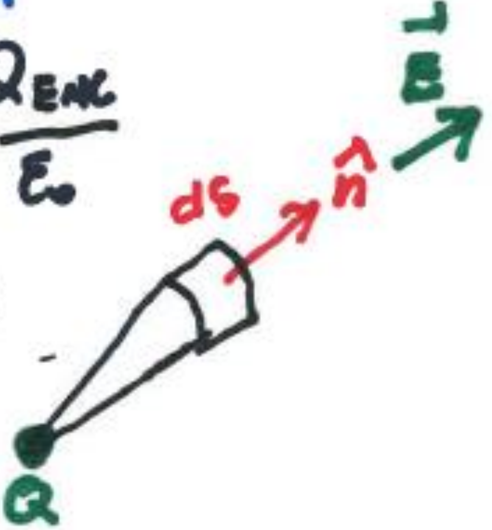
Aplicaciones

CARGA puntual



SUPERFICIE GAUSSIANA
"ESFERA"

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\, ds = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$



E UNIFORME

$$\oint E\, n \cos\theta\, ds = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

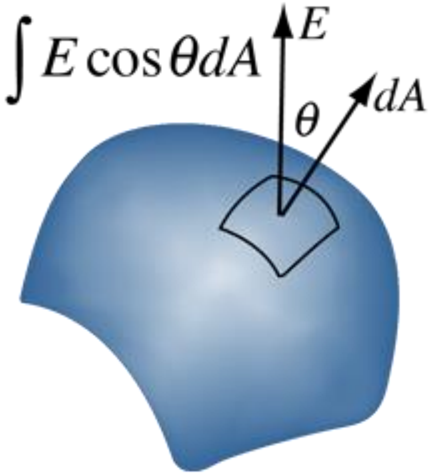
$$E \int ds = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

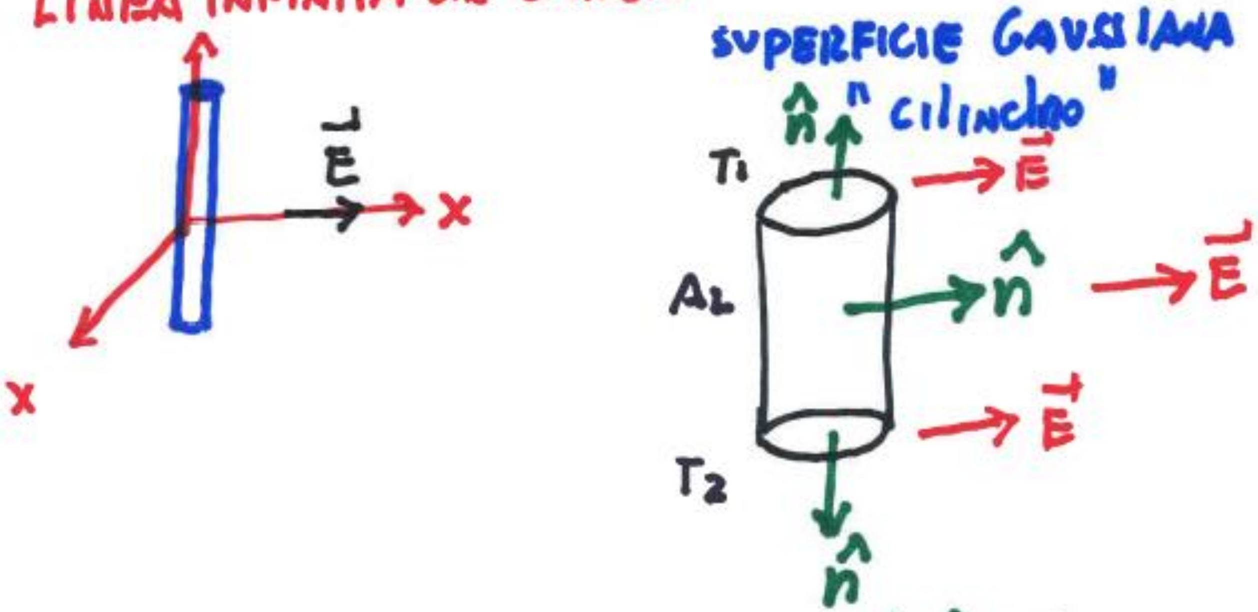
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{a}_r$$

Electric flux:

$$\Phi = \int E \cos\theta\, dA$$



Línea infinita de carga



$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS = \int_{T_1} \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS + \int_{A_L} \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS + \int_{T_2} \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS$$

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS = \int_{T_1} En\,\cancelto{0}{\cos 90}\,dS + \int_{A_L} En\cos 0\,dS + \int_{T_2} En\,\cancelto{0}{\cos(-90)}\,dS$$

$$E \int_{AL} dS = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi r l) = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{a}_r$$

¡GENIAL!

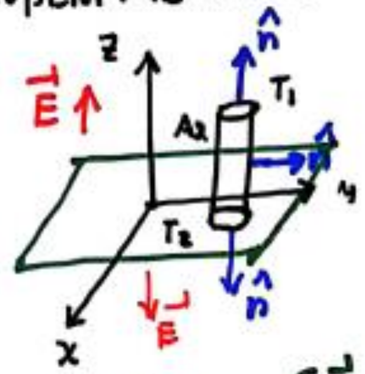
conductor

lA CARGA SE CONCENTRA EN lA SUPERFICIE

dieléctrico (No conductor)

lA CARGA SE distribuye EN todo El CUERPO

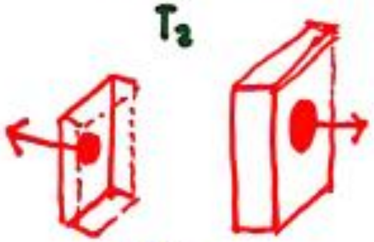
SUPERFICIE INFINITA DE CARGA (DIELÉCTRICA)



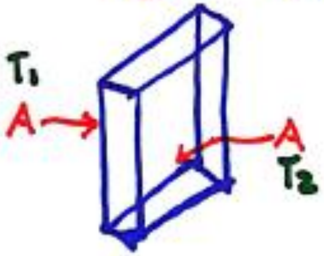
SUPERFICIE GAUSSIANA
"CAJA"
"CILINDRO"

$$\oint \vec E\cdot\hat n\, dS = \int_{T_1} \vec E\cdot\hat n\, dS + \int_{A_\ell} \vec E\cdot\hat n\, dS + \int_{T_2} \vec E\cdot\hat n\, dS$$

$$= \int_{T_1} E n\, dS + \int_{A_\ell} E n \cancelto{0}{\cos 90}\, dS + \int_{T_2} E n\, dS$$



$$= EA + EA = 2EA$$



$$\oint \vec E\cdot\hat n\, dS = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\vec a_z$$

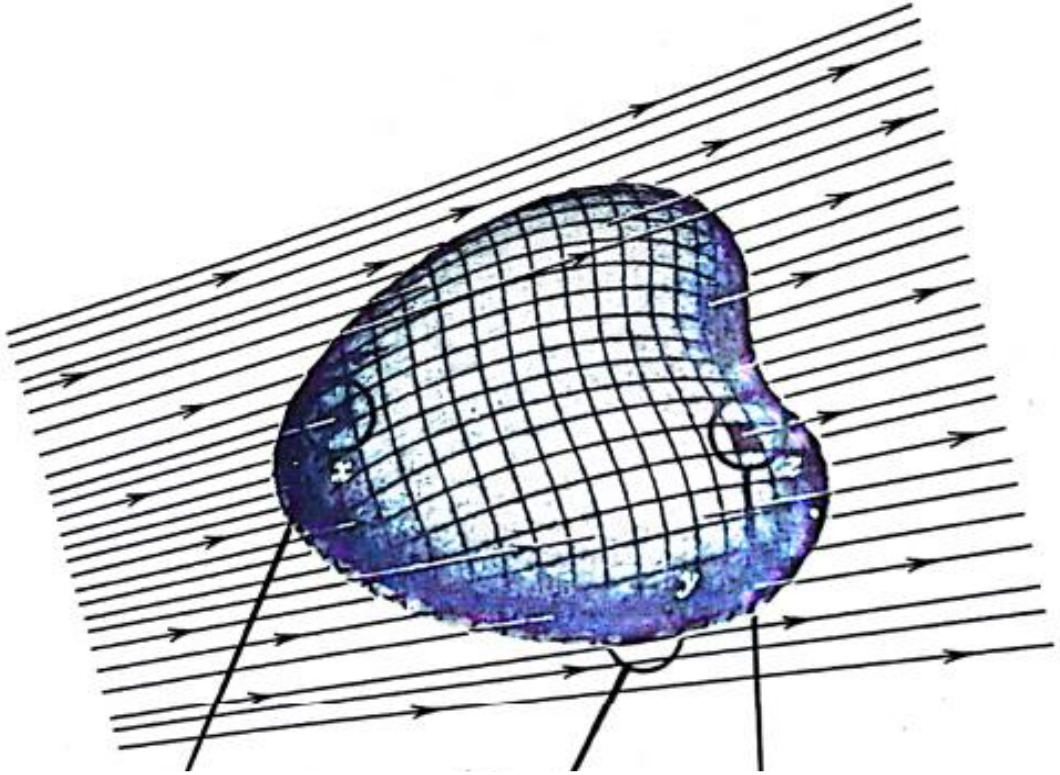
¡GENIAL!

SI FUERA SUPERFICIE CONDUCTORA

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{a}_z$$

(sólo hay carga en una de las tapas)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$



ESFERA CONDUCTORA DE RADIO a

CONSIDEREMOS UNA SUPERFICIE GAUSSIANA DE UNA ESFERA EN

$r<a$

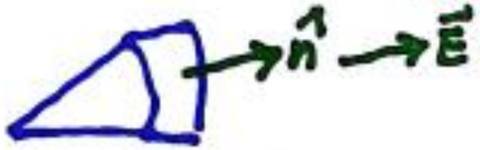
$r=a$

$r>a$

conductor toda la carga en la superficie

si $r<a$

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,ds = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$



$$\int E_n \cos\theta\, ds = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E\int ds = E(4\pi r^2) = \frac{0}{\epsilon_0}$$

NO ENCIE-RRA CARGA

$$E=0 \qquad r<a$$

Si $r = a$

$$\oint E_n \cos\theta \, dS = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

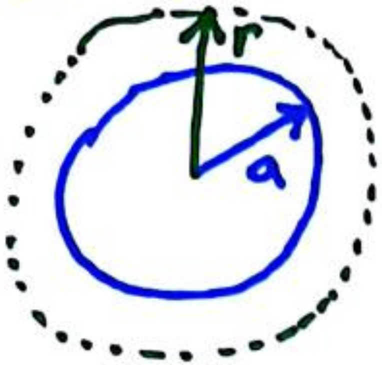
$$E \oint dS = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi a^2 \varepsilon_0} \qquad r = a$$

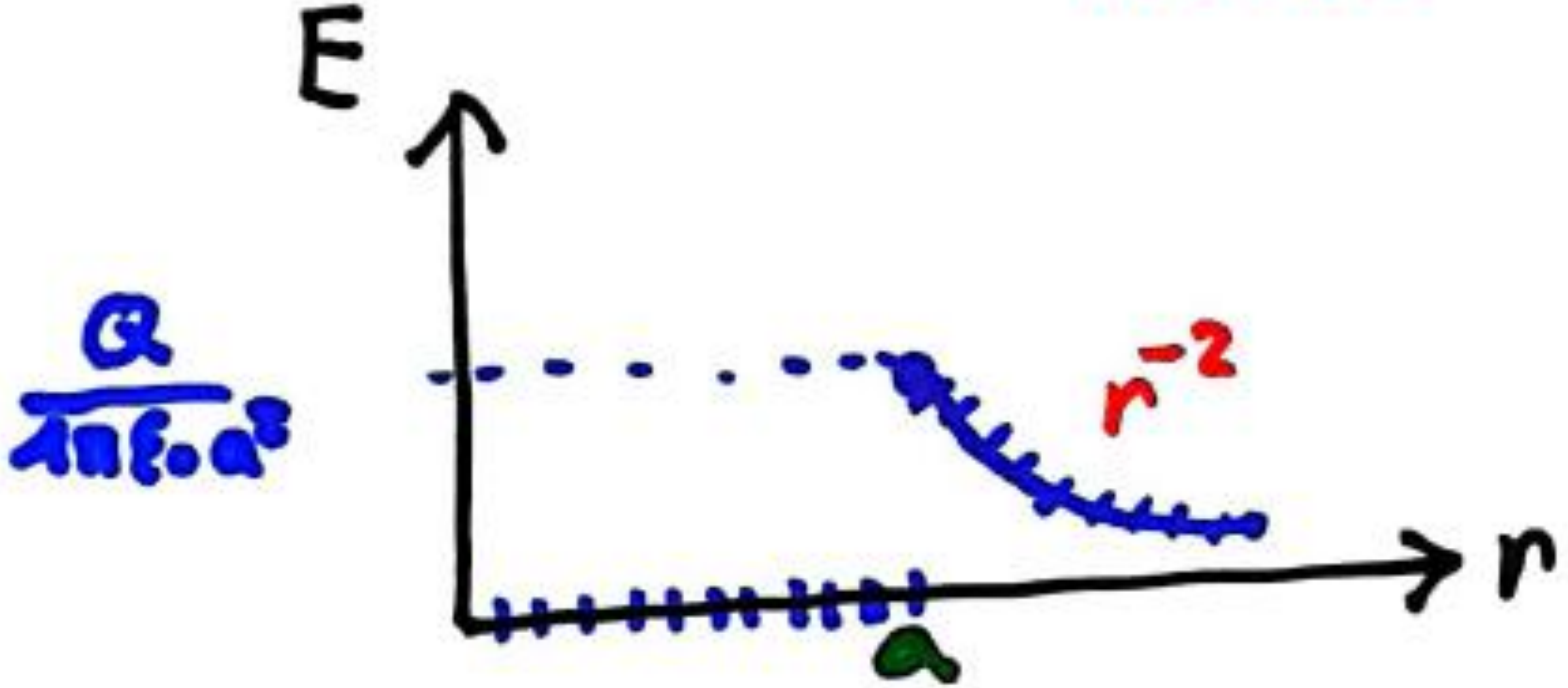
ENCIERRO toda LA CARGA QUE hay

Si $r > a$



Aquí estoy fuera de la esfera. Al estar en esta región ya no visualizo a la esfera, sino lo veo como una carga puntual en el origen

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$


E
Q
4πε₀a³
r⁻²
r
a

ESFERA dieléctrica de $r=a$

Estudiamos $r<a$

$r=a$

$r>a$

$dq = \rho_{vol}\, dVol$

SUPERFICIE GAUSSIANA ES UNA ESFERA

$$dVol = r^2 \operatorname{sen}\theta \, dr\, d\theta\, d\phi$$

SI LA distribución ES UNIFORE ρ_{vol}

$r<a$

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\, dS = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

$$Q_{ENC} = \int \rho_{vol}\, dVol$$

$$Q_{ENC} = \rho_{vol}\, \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\, dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\, \frac{4}{3}\pi r^3\, \rho_{vol}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\rho_{vol}}{\varepsilon_0}\, \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\vec{E} = \frac{\rho_{vol}\, r}{3\varepsilon_0}\, \hat{r}$$

EN $r = a$

$$Q_{ENC} = \rho_{Vol} \frac{4}{3} \pi a^3$$

$$\oint \vec{E} \cdot \hat{n} \, dS = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\rho_{Vol}}{\varepsilon_0} \frac{4}{3} \pi a^3$$

$$\vec{E} = \frac{\rho_{Vol} \, a^3}{3 \varepsilon_0 r^2} \hat{r}$$

Si $r>a$ salí de la distribución y veo la carga total

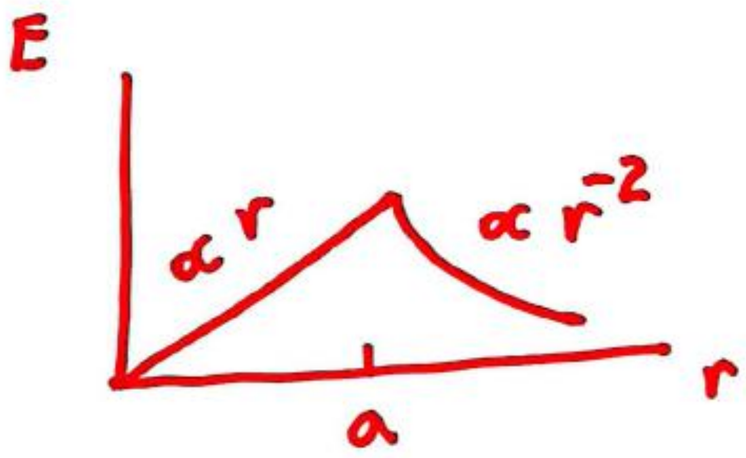
$$\vec{E} = \frac{\rho_{Vol}\, a^3}{3\varepsilon_0 r^2}$$

$dQ = \rho_{Vol}\, dVol$

$Q = \rho_{Vol}\, \frac{4}{3}\pi a^3$

$$\vec{E} = \rho_{Vol}\, \frac{4}{4}\, \frac{\pi}{\pi}\, \frac{a^3}{3\varepsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



SEA UNA distribución CON simetría ESFÉRICA CUYA densidad ES:

$$\rho_{vol} \begin{cases} \dfrac{\rho_0 r}{R} & 0 \leq r \leq R \\ 0 & \text{si } r > R \end{cases}$$

Hallar El campo $\vec{E}$.

Evaluemos las REGIONES $0 \leq r \leq R$ y $r > R$

Ahora ρ_{vol} ES UNA FUNCIÓN $\rho_{vol}(r)$

SI $0 \leq r \leq R$

$$Q_{ENC} = \int \rho_{vol}\, dVol$$

$$dVol = r^2 \operatorname{sen}\theta \, dr\, d\theta\, d\phi$$

como sólo depende de r

$$dVol = 4\pi r^2 dr$$

$$Q_{ENC} = \int_0^r \rho_{vol}\, dVol = \int_0^r \left(\frac{\rho_0 r}{R}\right) 4\pi r^2 dr$$

$$Q_{ENC} = \frac{4\pi \rho_0}{R} \int_0^r r^3 dr = \frac{4\pi \rho_0}{R}\left(\frac{r^4}{4}\right)$$

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\, dS = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{1}{\varepsilon_0}\,\frac{4\pi \rho_0 r^4}{4R}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\,\frac{r^2}{4R}\,\hat{r}$$

Si $r > R$

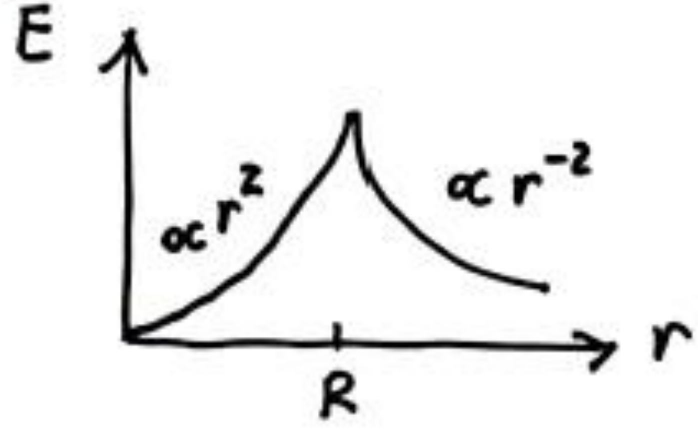
$$Q_{ENC} = \int_0^R \rho_{vol}\, dV_{ol} = \int_0^R \left(\frac{\rho_0 r}{R}\right) 4\pi r^2 dr$$

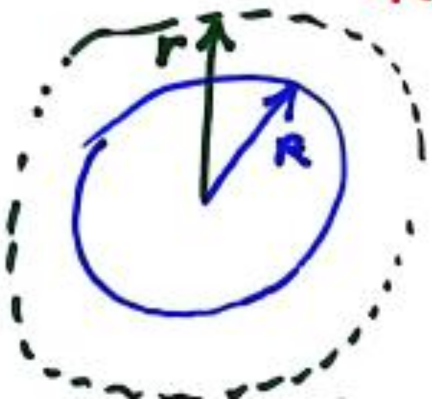
$$Q_{ENC} = \frac{4\pi \rho_0}{R}\left(\frac{R^4}{4}\right) = 4\pi \rho_0 \left(\frac{R^3}{4}\right)$$

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\, dS = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(4\pi \rho_0 \left(\frac{R^3}{4}\right)\right)$$

$$\vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{4\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$





AFUERA, salí de la distribución y veo la carga total

Potencial Electrico

Podemos obtener el campo eléctrico por medio de la ley de Coulomb o la ley de Gauss

Utilizaremos una nueva idea

"Obtener el campo eléctrico por medio de un escalar llamado potencial eléctrico V"

Recordemos la energía potencial

$$\Delta U = U_f - U_0 = -\int_0^f \vec{F} \cdot d\vec{s} = -W_{0f}$$

trabajo efectuado por la fuerza $\vec{F}$ cuando el objeto se mueve de o a f.

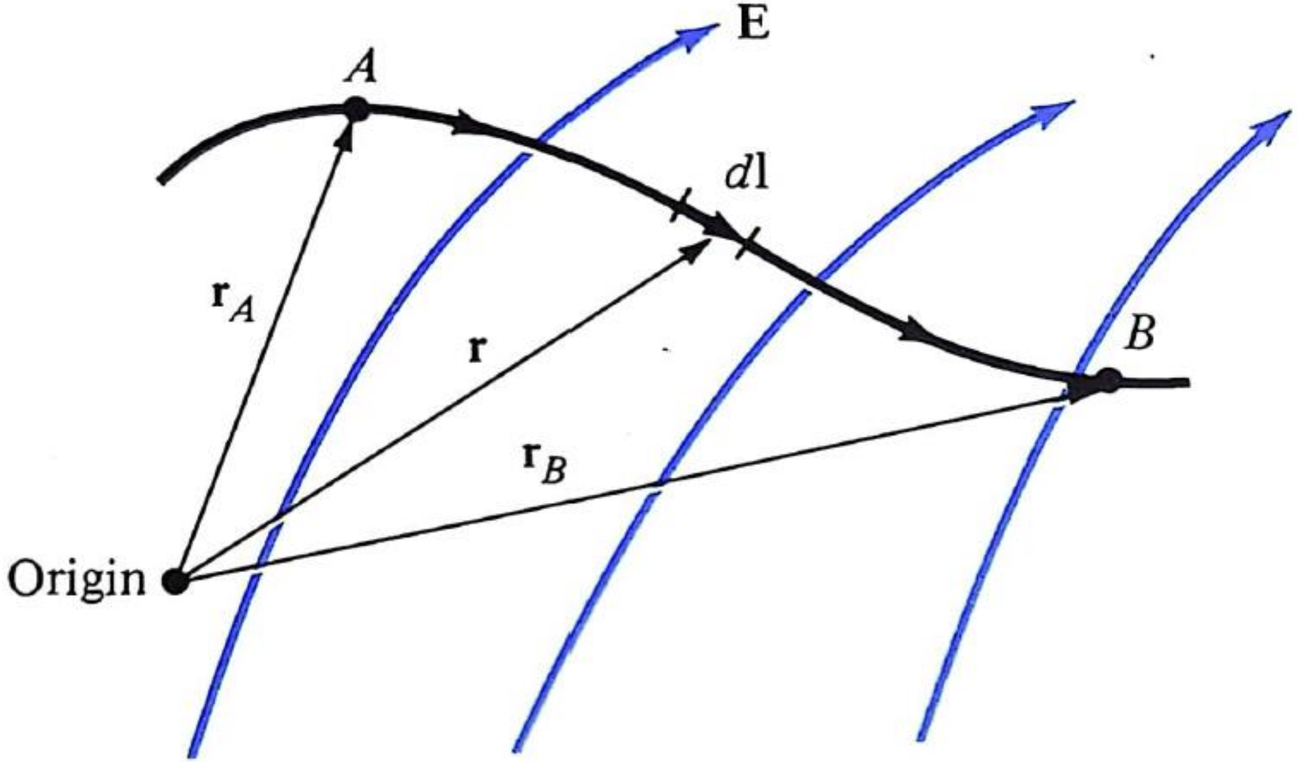
Asumamos que la fuerza electrostática es conservativa y por tanto una energía potencial se relaciona con la configuración (la posición relativa de los objetos) de un sistema donde operan fuerzas electrostáticas.

SUPONGAMOS QUE QUEREMOS MOVER UNA CARGA PUNTUAL Q DEL PUNTO A AL PUNTO B EN UN CAMPO ELECTRICO $\vec{E}$

$$dW = -\vec{F}\cdot d\vec{l} = -Q\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

SIGNO − INDICA QUE EL TRABAJO ES REALIZADO POR UN AGENTE EXTERNO

$$W = -Q\int^{B}\vec{E}\cdot d\vec{l}$$



$$W = -Q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

SEA

$$V_{AB} = \frac{W}{Q} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

↑

DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE LOS PUNTOS A Y B

NOTAR QUE:

1) EN V_{AB}, A ES EL PUNTO INICIAL Y B ES EL PUNTO FINAL.

2) SI V_{AB} ES NEGATIVO, HAY UNA PÉRDIDA DE ENERGÍA POTENCIAL AL MOVER Q DE A HACIA B. SI V_{AB} ES POSITIVA HAY UNA GANANCIA DE ENERGÍA POTENCIAL EN EL MOVIMIENTO Y UN AGENTE EXTERNO HACE EL TRABAJO.

3) V_{AB} ES INDEPENDIENTE DE LA TRAYECTORIA EMPLEADA

4) V_{AB} SE MIDE EN JOULES POR COULOMB Y QUE ES CONOCIDO COMO VOLTS

$$V = J/q$$

PARA LA CARGA PUNTUAL Q DE LA FIGURA

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{a}_r$$

$$V_{AB} = -\int_{r_A}^{r_B} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{a}_r \cdot dr\,\vec{a}_r$$

$$V_{AB} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]$$

$$V_{AB} = V_B - V_A$$

PENSEMOS EN COLOCAR UNA REFERENCIA DONDE EL POTENCIAL FUERA CERO

SI $V_A = 0$ $\quad r_A \to \infty$

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

El potencial en cualquier punto es la diferencia de potencial entre el punto y el punto que se escoge en donde el potencial es cero.

$$V = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 |r - r'|}$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1}^{n} \frac{Q_k}{|r - r_k|}$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{L} \frac{\lambda_L(r')\, dl'}{|r - r'|}$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{S} \frac{\sigma_s(r')\, ds'}{|r - r'|}$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{Vol} \frac{\rho_{vol}(r')\, dVol'}{|r - r'|}$$

Sean dos cargas puntuales de $-4\mu C$ y $5\mu C$ localizadas en $(2,-1,3)$ y $(0,4,-2)$, respectivamente. Encontrar el potencial en $(1,0,1)$

Sea $r=(1,0,1)$
$r_1=(2,-1,3)$
$r_2=(0,4,-2)$

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{k=1}^{2}\frac{Q_k}{|r-r_k|}$$

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{|r-r_1|}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{|r-r_2|}$$

$$|r-r_1|=|(1,0,1)-(2,-1,3)|=|(-1,1,-2)|=\sqrt{6}$$

$$|r-r_2|=|(1,0,1)-(0,4,-2)|=|(1,-4,3)|=\sqrt{26}$$

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(-4\times10^{-6})}{\sqrt{6}}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(5\times10^{-6})}{\sqrt{26}}$$

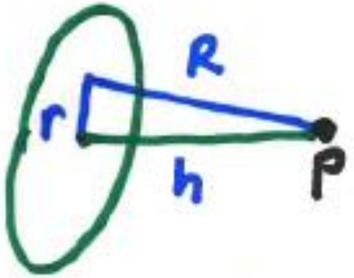
$$V(r)=-14697+8825=-5872$$

$$V(1,0,1)=-5872\text{ volts}=-5.872\text{ kV}$$

Disco de radio a, con una carga uniforme superficial. Hallar V en P.

$$dq = \sigma\, dA$$

$$dq = \sigma\, 2\pi r\, dr$$



$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\sigma\, dS}{R}$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\sigma(2\pi r\, dr)}{\sqrt{h^2+r^2}}$$

$$V = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\, dr}{\sqrt{h^2+r^2}} = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{2}\,\frac{du}{u^{1/2}}\right]$$

$$V = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{2}\,\frac{u^{1/2}}{1/2}\right] = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left[\sqrt{h^2+r^2}\right]_0^R$$

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{h^2+R^2} - h\right]$$