Universidad del Valle de Guatemala

MM2034 - 2 semestre - 2022

Licenciatura en matemática aplicada

LÓGICA

Catedrático: Paulo Mejía

Estudiante: Rudik Roberto Rompich Cotzojay
Carné: 19857
Correo: rom19857@uvg.edu.gt

31 de marzo de 2023

Índice

+

1. Álgebra booleana

Clase: 05/07/2022

Definición 1. *Sea A un conjunto y* $\mathrm{Rel}(A) \subseteq A \times A$ *una relación binaria definida en A. La* $\mathrm{Rel}(A)$ *es de orden parcial:*

1. *Reflexiva:* $(x, x) \in \mathrm{Rel}(A), \forall x \in A$.

2. *Antisimetría:* $(x, y) \in \mathrm{Rel(A)} \wedge (y, x) \in \mathrm{Rel}(A) \implies x = y$.

3. *Transitiva:* $(x, y) \in \mathrm{Rel}(A) \wedge (y, z) \in \mathrm{Rel}(A) \implies (x, z) \in \mathrm{Rel}(A), \forall x, y, z \in A$.

Ejemplo 1. *En* $\mathbb{Z}^+$*, se define* $(a, b) \in \mathrm{Z}^+ \iff a|b$.

Solución. Propiedades:

- Reflexiva: Sea $a \in \mathbb{Z}^+$. Como $a = 1 \cdot a \implies a|a \implies (a, a) \in \mathrm{Rel}(\mathbb{Z}^+)$

- Antisimetría: Sea $a, b \in \mathbb{Z}^+$. Si $(a, b) \in \mathrm{Rel}(A)$ y $(b, a) \in \mathrm{Rel}(A) \implies a|b$ y $b|a \implies \exists c$ y $b = ca$ y $\exists d \in \mathbb{Z}^+ \ni a = db \implies b = (cd)b \implies cd = 1 \implies c = 1 \wedge d = 1 \implies b = ca = 1 \cdot a = a$.

- Transitividad: Sea $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$. Si $(a, b) \in \mathrm{Rel}(A)$ y $(b, c) \in \mathrm{Rel}(A) \implies a|b \wedge b|c \implies \exists e \in \mathbb{Z}^+ \ni b = ea$ y $\exists f \in \mathbb{Z}^+$ y $c = fb. \implies c = fb = f(ea) = (fe)a \implies a|c$.

$\square$

NOTA. $(A, \leq)$. *Conjunto ordenado y relación de orden.*

$$a \leq b \iff (a, b) \in \mathrm{Rel}(A)$$

Ejemplo 2. *Sea* $(P(A), \subseteq)$.

- $A = \{1, 2\}$ *y* $B = \{1, 2, 3\}$

- $P(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ *y* $P(B) = \{\varnothing, \{1\}, \{3\}\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$. *Nótese que en el potencia de* B, $\{1\} \nsubseteq \{2, 3\}$.

NOTA. *a y b de A se dicen comparables si $a \leq b$ o $b \leq a$ (es lo mismo que* $(a, b) \in \mathrm{Rel}(A) \vee (b, a) \in \mathrm{Rel}(A)$*).*