

Universidad del Valle de Guatemala

Departamento de Matemática

Licenciatura en Matemática Aplicada

**Estudiante:** Rudik Roberto Rompich

**Correo:** rom19857@uvg.edu.gt

**Carné:** 19857

MM2034 - Análisis de Variable Real 2 - Catedrático: Dorval Carías

14 de julio de 2021

## HT 1

**Problema 1.** Suponga que  $f \geq 0$ ,  $f$  es continua en  $[a, b]$ , y  $\int_a^b f(x)dx = 0$ . Demuestre que  $f(x) = 0, \forall x \in [a, b]$ .

*Demostración.* content... ■

**Problema 2.** Sean  $f, g$  y  $h$  funciones acotadas en  $[a, b]$ .

1. Demuestre que si  $h(x) = 0$  en  $[a, b]$ , excepto en un número finito de puntos de  $[a, b]$ , entonces  $h$  es Riemann integrable en  $[a, b]$  y se tiene que  $\int_a^b h = 0$ .

*Demostración.* content... ■

2. Demuestre que si  $f$  y  $g$  son Riemann integrables en  $[a, b]$  y  $f(x) = g(x)$  en  $[a, b]$ , excepto en un número finito de puntos de ese intervalo, entonces se tiene que:

$$\int_a^b f = \int_a^b g$$

*Demostración.* content... ■

**Problema 3.** Sea  $f$  una función acotada en  $[a, b]$ . Suponga que  $f$  es integrable en todo intervalo de la forma  $[c, d]$ , con  $a < c < d < b$ . Demuestre que  $f$  es integrable en  $[a, b]$ .

*Demostración.* content... ■

**Problema 4.** Considere  $f$  la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & , x \in \mathbb{Q} \\ x & , x \in \mathbb{Irr} \end{cases}$$

¿Es  $f$  integrable en  $[0, 1]$  ?

*Solución.* content... □

**Problema 5.** Suponga que  $f$  es una función acotada de valores reales sobre  $[a, b]$ , y que  $f^2 \in R[a, b]$ . ¿Implica lo anterior que  $f \in R[a, b]$  ?

*Demostración.* content... ■