1.1 SEGMENTOS LINEALES DIRIGIDOS

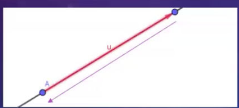
- Sea l una línea recta
- A,B puntos que pertenecen a l   (A,B ϵ l)
- Llamamos $\overline{AB}$ segmento de l

SEGMENTO DIRIGIDO

- En la geometría elemental, lo que más utilizamos es la longitud del segmento.
- Para nuestro curso vamos a necesitar el concepto de segmentos dirigidos, es decir vamos a considerar una dirección

SEGMENTOS DIRIGIDOS

- El segmento dirigido de A a B   lo indicamos $\overrightarrow{AB}$



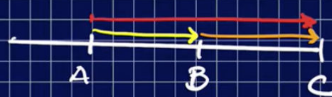
- El segmento dirigido de B a A lo indicamos como $\overrightarrow{BA}$

PROPIEDADES

- $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ o $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = 0$
- $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BA}|$
- Sean A,B,C ϵ l
- $\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$
- Un segmento dirigido puede tener longitud cero $|\overrightarrow{AB}|$=0 si $A = B$

$\vec{AB} = -\vec{BA} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{AB} + \vec{BA} = 0 \\ \vec{AA} = 0 \end{array} \right.$

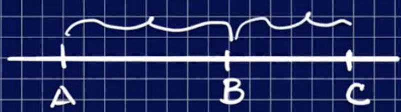
$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$



Icona Matemática
- Objetos
- Axiomas
- Teoremas
- Definiciones

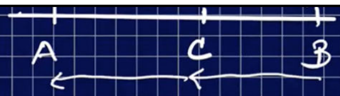
A B C

Sean A, B, C $\in l$ (puntos colineales)



ii) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$

$\vec{AC} + \vec{CA} = \vec{0}$



Definir $|\overrightarrow{AB}|$ longitud

Propiedades:

$$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BA}|$$

$$|\overrightarrow{AB}| = 0 \Rightarrow A = B$$

1 Teorema de Euler:

Sean $A, B, C, D \in \ell \Rightarrow$

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC} = 0$$

Demostrar:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC} = 0$$

Demostración:

Expresemos todos los segmentos dejando un punto fijo:

$$\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{CD} + (\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})\,\overrightarrow{BC}$$

$$\cancel{\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{CD}} + \cancel{\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{DC}} + \cancel{\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{CB}} + \cancel{\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{DC}} + \cancel{\overrightarrow{BC}\,\overrightarrow{CB}}$$

$$\cancel{\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{BC}} + \cancel{\overrightarrow{BC}\,\overrightarrow{BC}} + \cancel{\overrightarrow{CD}\,\overrightarrow{BC}}$$

$$= 0$$

Otra forma:

$$\overline{AB}(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}) + AC(DA+AB)$$

$$\cancel{\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{CD}} + \cancel{\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{DC}} + \cancel{\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{CB}} + \cancel{\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{DC}} + \cancel{\overrightarrow{BC}\,\overrightarrow{CB}}$$

$$\cancel{\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{BC}} + \cancel{\overrightarrow{BC}\,\overrightarrow{BC}} + \cancel{\overrightarrow{CD}\,\overrightarrow{BC}}$$

$$= 0$$

Otra forma:

$$\overline{AB}(\overline{CA}+\overline{AD}) + \overline{AC}(\overline{DA}+\overline{AB}) + AD(\overline{BA}+\overline{AC})$$

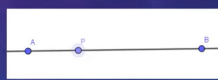
$$\cancel{\overline{AB}\cdot\overline{CA}} + \cancel{\overline{AB}\,\overline{AD}} + \cancel{\overline{AC}\cdot\overline{DA}} + \cancel{\overline{AC}\,\overline{AB}} + \cancel{\overline{AD}\,\overline{BA}} + \cancel{\overline{AD}\,\overline{AC}}$$

$$= 0$$

PARTICIÓN DE UN SEGMENTO DE LINEA

- Sea l una línea, A,B ϵ l, $A \neq B$ $\quad$ *Tomemos el segmento* $\overrightarrow{AB}$
- Sea P ϵ $\overrightarrow{AB}$

1. P se encuentra entre A y B



2. P se encuentra fuera del segmento

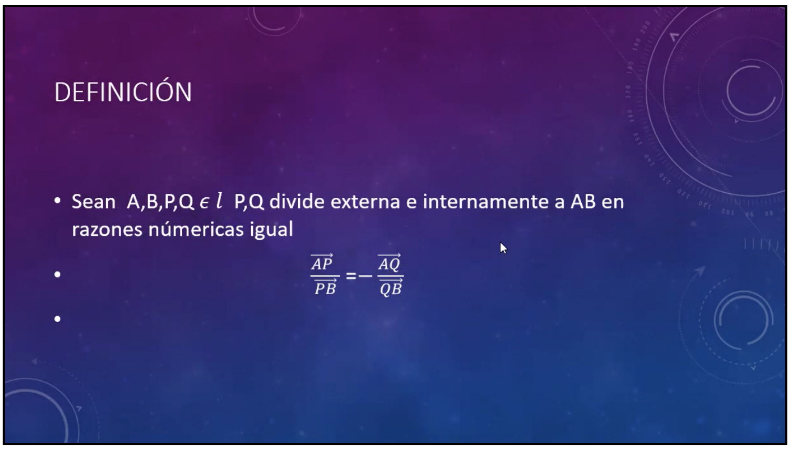
DEFINICIÓN

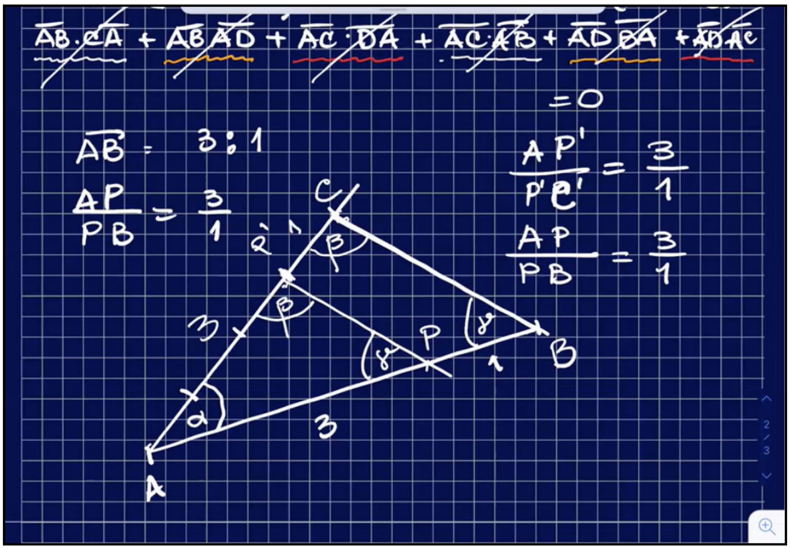
Se dice que P divide el segmento AB en la razón $\frac{\overrightarrow{AP}}{\overrightarrow{PB}}$=k

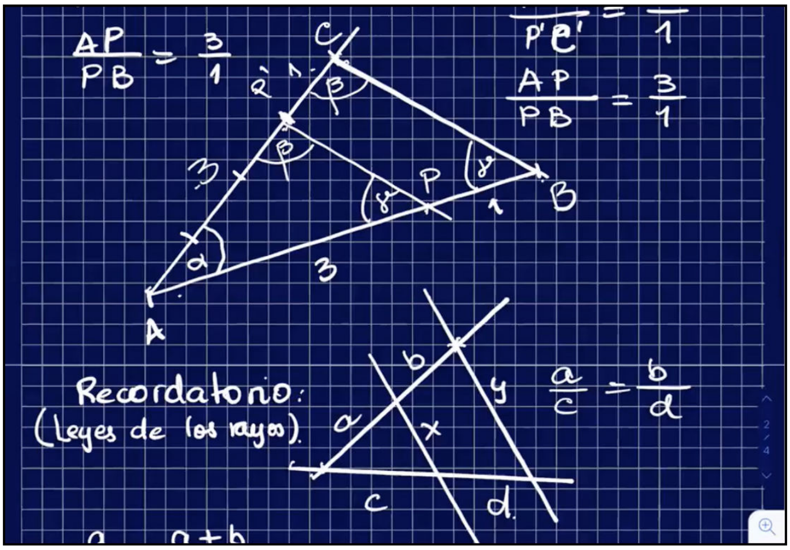
1. Si P está en el interior de AB, entonces k>0 (división interna)
2. Si P está en el exterior de AB entonces k<0 (división externa)

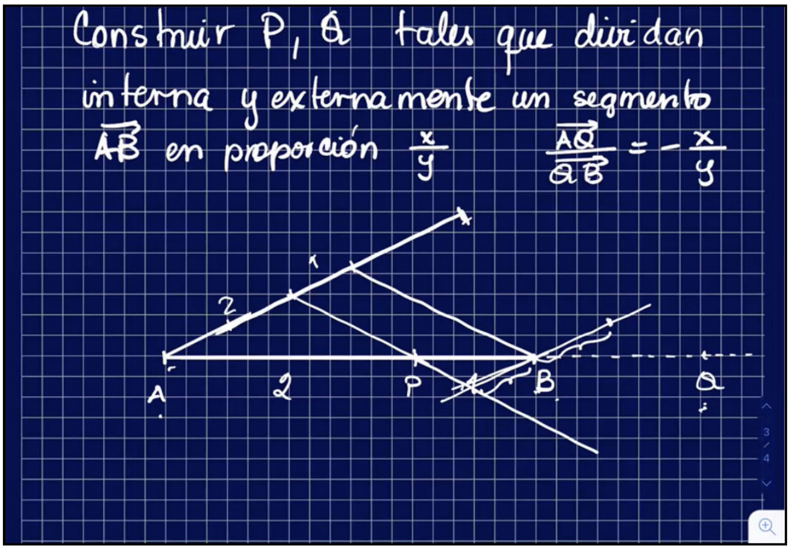
DIVISIÓN IMPROPIA

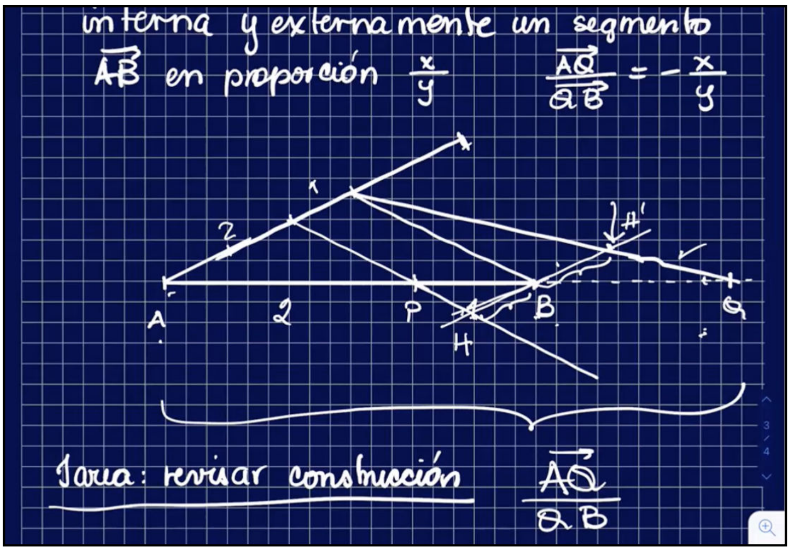
- Si P coincide con A o con B entonces decimos que P divide impropiamente el segmento AB, la razón puede ser 0 o ∞


DEFINICIÓN
Sean A,B,P,Q ϵ l P,Q divide externa e internamente a AB en razones númericas igual
$\frac{\overrightarrow{AP}}{\overrightarrow{PB}} = -\frac{\overrightarrow{AQ}}{\overrightarrow{QB}}$


=0
$\overline{AB}$ = 3:1
$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{1}$
$\frac{AP'}{P'C'} = \frac{3}{1}$
$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{1}$
A
B
C
P
3
1


$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{1}$
$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{1}$
Recordatorio:
(Leyes de los rayos)
$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$


Construir P, Q tales que dividan interna y externamente un segmento $\overline{AB}$ en proporción $\frac{x}{y}$
$\frac{\overline{AQ}}{\overline{QB}} = -\frac{x}{y}$
A
P
B
Q


interna y externamente un segmento $\overline{AB}$ en proporción $\frac{x}{y}$
$\frac{\overline{AQ}}{\overline{QB}} = -\frac{x}{y}$
A
P
B
Q
H
H'
Tarea: revisar construcción