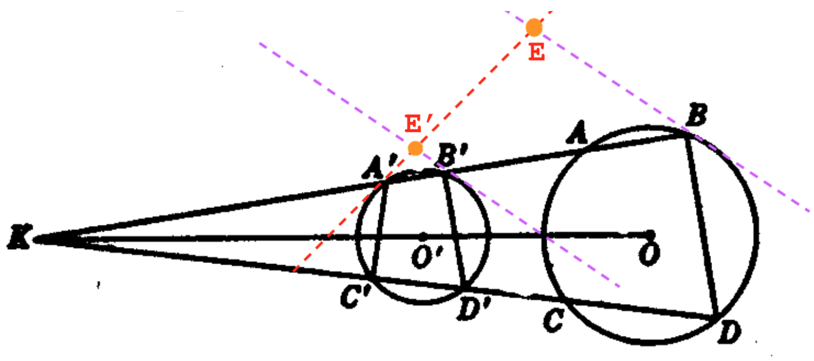
Universidad del Valle de Guatemala
Departamento de Matemática
Licenciatura en Matemática Aplicada

Estudiante: Rudik Roberto Rompich
Correo: rom19857@uvg.edu.gt
Carné: 19857

MM2031 - Geometría Moderna - Catedrático: María Eugenia Pinillos
23 de agosto de 2021

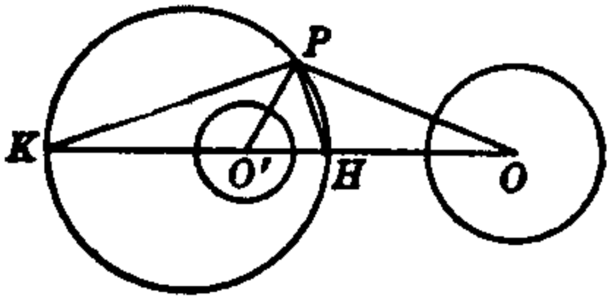
Tarea 3

Problema 1. *Tangentes a las circunferencias en A' y B forman ángulos iguales con la línea $A'B$. Si estas tangentes se intersecan en E el triángulo $EA'B$ es isósceles.*



Demostración. Nótese que por hipótesis A', A, B, B', C, C' y D, D' son homólogos. $\implies$ Como las circunferencias son homotéticas, entonces la tangente que pasa por BE es paralela a la tangente que pasa por $B'E'$ tal que $BE' \parallel B'E$. $\implies$ Por el teorema de paralelas y transversas $\angle A'B'E' = \angle A'B'E$. $\implies$ Por la definición de tangentes a circunferencias $\angle E'A'B' = \angle A'B'E'$. $\implies$ $\triangle E'A'B'$ es isósceles. $\implies$ Por congruencia de los ángulos y teorema de similaridad para triángulos $\angle EA'B = \angle A'BE$. Por lo tanto, $\triangle EA'B$ es isósceles. ■

Problema 2. *La circunferencia de similitud de dos circunferencias no concéntricas es el lugar geométrico de los puntos (1) tales que las razones de sus distancias a los centros de las circunferencias son iguales a las razones entre los radios; y (2) desde los cuales las dos circunferencias subtienden ángulos iguales.*



Demostración. A probar:

1. $P \in$ circunferencia de similitud $\implies PO/PO' = r/r'$. Supóngase que tenemos un punto O'' en el segmento de los centros, tal que el segmento PH es la bisectriz de $\angle O''PO'$. $\implies$ Por el teorema de Thales, $PH \perp PK$ bisectan los $\angle$ interiores y exteriores en P de $\triangle O''PO'$. $\implies$

$$\frac{O''H}{HO'} = -\frac{O''K}{KO'} \quad \text{y} \quad \frac{OH}{HO'} = -\frac{OK}{KO'} \implies \frac{H}{O''}\frac{O''}{K} = \frac{HO}{OK} \implies O'' = O.$$

   Por lo tanto,

$$\frac{PO}{PO'} = \frac{r}{r'}.$$

2. $PO/PO' = r/r \implies P \in$ circunferencia de similitud. Por el teorema de la bisectriz, PH es la bisectriz del $\angle$ interior en P de $\triangle OPO'$. Por otra parte, por el teorema de la bisectriz PK es la bisectriz del $\angle$ exterior en P de $\triangle OPO'$. Por lo tanto, $PH \perp PK$ y $P \in$ circunferencia de similitud.

■