

Universidad del Valle de Guatemala
Departamento de Matemática
Licenciatura en Matemática Aplicada

Estudiante: Rudik Roberto Rompich
Correo: rom19857@uvg.edu.gt
Carné: 19857

CC3039 - Modelación y Simulación - Catedrático: Oseas Paredes
10 de septiembre de 2021

Miniproyecto 4

Problema 1. *Trosper Tire Company* decidió contratar a un nuevo mecánico para que se encargue de todos los cambios para clientes que piden un nuevo juego de llantas. Dos mecánicos solicitaron el trabajo. Uno tiene experiencia limitada y puede ser contratado a \$14 por hora y puede atender a un promedio de tres clientes por hora. El otro tiene varios años de experiencia y puede atender a un promedio de cuatro clientes por hora, pero debe ser contratado a \$20 por hora. Suponga que los clientes llegan a Trosper a razón de dos por hora.

1. ¿Cuáles son las características de operación con cada mecánico, suponiendo llegadas Poisson y tiempos de servicio exponenciales?

Solución. A continuación se listan las características de operación de cada mecánico:

Single-Server Waiting Line Model				
Assumptions				
Poisson Arrivals				
Exponential Service Times				
Arrival Rate	2	2	horas	
Service Rate	3	4	horas	
Operating Characteristics				
		Inexperto	Experto	
Probability that no customers are in the system, P_0		0.3333	0.5000	
Average number of customers in the waiting line, L_q		1.3333	0.5000	
Average number of customers in the system, L		2.0000	1.0000	
Average time a customer spends in the waiting line, W_q		0.6667	0.2500	horas
Average time a customer spends in the system, W		1.0000	0.5000	horas
Probability an arriving customer has to wait, P_w		0.6667	0.5000	

Figura 1: Plantilla de Quantitative Methods for Business de Andersen et al.

□

2. Si la empresa asigna un costo de \$30 por hora a un cliente que espera, ¿cuál mecánico ofrece el menor costo de operación?

Solución. El costo de operación se calcula así:

$$\text{Operación} = \text{Costo_espera} * \text{Promedio_clientes_en_el_sistema} + \text{Costo_contratación}$$

De los cuales obtenemos lo siguiente:

Economic Analysis (Optional)			
	Inexperto	Experto	
The waiting cost per unit	30	30	
The service cost per channel	14	20	
Total cost per time period		\$ 74.00	\$ 50.00

Figura 2: Plantilla de Quantitative Methods for Business de Andersen et al.

Por lo tanto, el mecánico experimentado tiene un menor costo de operación. □

Problema 2. *Agan Interior Design ofrece asesoría de decoración de casas y oficinas a sus clientes. En operación normal, llega un promedio de 2.5 clientes cada hora. Un asesor de diseño está disponible para responder las preguntas de los clientes y para recomendar productos. El asesor promedia 10 minutos con cada cliente.*

1. Calcule las características de operación de la línea de espera de clientes, suponiendo llegadas Poisson y tiempos de servicio exponenciales.

Solución. Nótese que el servicio se trabajará en horas, por lo tanto son 6 clientes que se atienden por hora tal que:

Single-Server Waiting Line Model			
Assumptions			
Poisson Arrivals			
Exponential Service Times			
Arrival Rate	2.5	horas	
Service Rate	6	hora	
Operating Characteristics			
Probability that no customers are in the system, P_0			0.5833
Average number of customers in the waiting line, L_q			0.2976
Average number of customers in the system, L			0.7143
Average time a customer spends in the waiting line, W_q			0.1190
Average time a customer spends in the system, W			0.2857
Probability an arriving customer has to wait, P_w			0.4167

Figura 3: Plantilla de Quantitative Methods for Business de Andersen et al.

□

2. Las metas de servicio dictan que un cliente que llega no deberá esperar a que lo atiendan más de un promedio de 5 minutos. ¿Se está cumpliendo esta meta? Si no, ¿qué acción recomienda?

Solución. Tenemos en promedio de espera:

$$0,1190 \text{ hora} * \frac{60 \text{ minutos}}{1 \text{ hora}} = 7,14 \text{ minutos.}$$

Por lo tanto, no se está cumpliendo la meta. Se recomienda que el asesor mejore sus tiempos de servicio o en su defecto, contratar a otro asesor. \square

3. Si el asesor puede reducir el tiempo empleado por cliente a 8 minutos, ¿cuál es la tasa media de servicios? ¿Se cumplirá con la meta de servicio?

Solución. Como los clientes son en horas, entonces la **tasa media de servicios** es $60/8=7.5$ clientes por hora tal que,

Single-Server Waiting Line Model			
Assumptions			
Poisson Arrivals			
Exponential Service Times			
Arrival Rate	2.5	horas	
Service Rate	7.5	hora	
Operating Characteristics			
Probability that no customers are in the system, P_0		0.6667	
Average number of customers in the waiting line, L_q		0.1667	
Average number of customers in the system, L		0.5000	
Average time a customer spends in the waiting line, W_q		0.0667	horas
Average time a customer spends in the system, W		0.2000	horas
Probability an arriving customer has to wait, P_w		0.3333	

Figura 4: Plantilla de Quantitative Methods for Business de Andersen et al.

Por lo que

$$0,0667 \text{ hora} * \frac{60 \text{ minutos}}{1 \text{ hora}} = 4,002 \text{ minutos.}$$

\square

Por lo tanto, con una tasa media de servicios de 7.5 clientes por hora, la meta sí se cumple.

Problema 3. Todos los pasajeros en el aeropuerto regional de Lake City deben pasar por un área de revisión de seguridad antes de proseguir al área de abordaje. El aeropuerto cuenta con tres estaciones de revisión disponibles, y el director debe decidir cuántas tienen que estar abiertas en cualquier momento particular. La tasa de servicios para procesar los pasajeros en cada estación de revisión es de 3 pasajeros por minuto. En la mañana del lunes la tasa de llegadas es de 5.4 pasajeros por minuto. Suponga que los tiempos de procesamiento en esta estación de revisión siguen una distribución exponencial y que las llegadas siguen una distribución de Poisson.

1. Suponga que dos de las tres estaciones de revisión están abiertas en la mañana de los lunes. Calcule las características de operación de la estación de revisión.

Solución. Las características de operación son las siguientes:

Multiple-Server Waiting Line Model			
Assumptions			
Poisson Arrivals			
Exponential Service Times			
Number of Servers	2		
Arrival Rate	5.4	minutos	
Service Rate For Each Server	3	minutos	
Operating Characteristics			
Probability that no customers are in the system, P_0		0.0526	
Average number of customers in the waiting line, L_q		7.6737	
Average number of customers in the system, L		9.4737	
Average time a customer spends in the waiting line, W_q		1.4211	minutos
Average time a customer spends in the system, W		1.7544	minutos
Probability an arriving customer has to wait, P_w		0.8526	

Figura 5: Plantilla de Quantitative Methods for Business de Andersen et al.

□

2. Debido a consideraciones de espacio, la meta del director de la estación es limitar el número de pasajeros promedio que esperan en línea a 10 o menos. ¿Serán capaces las dos estaciones de revisión de satisfacer la meta del director?

Solución. Sí, la meta del director se cumplirá; ya que en promedio solo 7.67 personas estarán en la línea de espera. □

3. ¿Cuál es el tiempo promedio requerido para que un pasajero pase por la revisión de seguridad?

Solución. Es de aproximadamente 1.7544 minutos. □

Problema 4. Remítase a la situación de Agan Interior Design en el problema 2. A la gerencia de Agan le gustaría evaluar dos alternativas:

1. Utilizar un asesor con un tiempo de servicio promedio de 8 minutos por cliente.

Multiple-Server Waiting Line Model			
Assumptions			
Poisson Arrivals			
Exponential Service Times			
Number of Servers	1		
Arrival Rate	2.5	horas	
Service Rate For Each Server	7.5	horas	
Operating Characteristics			
Probability that no customers are in the system, P_0			0.6667
Average number of customers in the waiting line, L_q			0.1667
Average number of customers in the system, L			0.5000
Average time a customer spends in the waiting line, W_q			0.0667 horas
Average time a customer spends in the system, W			0.2000 horas
Probability an arriving customer has to wait, P_w			0.3333
Economic Analysis (Optional)			
The waiting cost per unit	25		
The service cost per server	16		
Total cost per time period			\$ 28.50

Figura 6: Plantilla de Quantitative Methods for Business de Andersen et al.

2. Utilizar dos asesores, cada uno con tiempo de servicio promedio de 10 minutos por cliente.

Multiple-Server Waiting Line Model			
Assumptions			
Poisson Arrivals			
Exponential Service Times			
Number of Servers	2		
Arrival Rate	2.5	horas	
Service Rate For Each Server	6	horas	
Operating Characteristics			
Probability that no customers are in the system, P_0			0.6552
Average number of customers in the waiting line, L_q			0.0189
Average number of customers in the system, L			0.4356
Average time a customer spends in the waiting line, W_q			0.0076 horas
Average time a customer spends in the system, W			0.1742 horas
Probability an arriving customer has to wait, P_w			0.0718
Economic Analysis (Optional)			
The waiting cost per unit	25		
The service cost per server	16		
Total cost per time period			\$ 42.89

Figura 7: Plantilla de Quantitative Methods for Business de Andersen et al.

Si el salario de los asesores es de \$16 por hora y el costo del tiempo de espera de cada cliente es de \$25 por hora antes de ser atendido, ¿Deberá Agan ampliar el sistema a dos asesores? Explique.

Solución. El resultado dependerá de los objetivos específicos de la empresa, sin embargo nótese que con un asesor y 8 minutos por servicio el costo es de \$ 28.50 mientras que con dos asesores y 10 minutos por servicio el costo es de \$42.89. Por lo que la opción de un asesor parece ser la mejor y no sería necesario ampliar a 2 asesores. \square

Problema 5. *Cinco asistentes administrativos utilizan una copiadora. El tiempo promedio entre llegadas de cada asistente es de 40 minutos, el cual equivale a una tasa de llegadas de $1/40=0.025$ llegadas por minuto. El tiempo medio que un asistente pasa en la copiadora es de 5 minutos, el cual equivale a una tasa de servicios de $1/5=0.20$ por minuto. Utilice el modelo $M/M/1$ con una población finita para determinar lo siguiente:*

Waiting Line Model with a Finite Calling Population		
Assumptions		
Poisson Arrivals		
Exponential Service Times		
Finite Calling Population		
Number of Servers	1	
Arrival Rate For Each Unit	0.025	
Service Rate For Each Server	0.2	
Population Size	5	
Operating Characteristics		
Probability that no customers are in the system, P_0		0.4790
Average number of customers in the waiting line, L_q		0.3111
Average number of customers in the system, L		0.8321
Average time a customer spends in the waiting line, W_q		2.9854
Average time a customer spends in the system, W		7.9854
Probability an arriving customer has to wait, P_w		0.5210

Figura 8: Plantilla de Quantitative Methods for Business de Andersen et al.

1. La probabilidad de que la copiadora esté desocupada.

Solución. $P_0 = 0,4790$. \square

2. El número promedio de asistentes administrativos en la línea de espera.

Solución. $L_q = 0,3110$ asistentes. \square

3. El número promedio de asistentes administrativos en la copiadora.

Solución. $L = 0,8321$ asistentes. \square

4. El tiempo promedio que un asistente pasa en espera de la copiadora.

Solución. $W_q = 2,9854$ minutos. \square

5. El tiempo promedio que un asistente pasa en la copiadora.

Solución. $W = 7,9854$ minutos. \square

6. Durante un día de trabajo de 8 horas.

a) ¿Cuántos minutos pasa un asistente en la copiadora?

Solución. Procederemos a calcular la cantidad de veces que se va a la fotocopiadora, tal que:

$$8 \text{ horas} * \frac{60 \text{ minutos}}{1 \text{ hora}} * 0,025 = 12 \text{ viajes al día.}$$

Entonces, los minutos que pasa un asistente en la fotocopiadora es:

$$12 \text{ viajes} * 7,9854 \text{ minutos} = 95,8 \text{ minutos por día.}$$

□

b) ¿Cuánto de este tiempo es de espera?

Solución. El tiempo de espera es:

$$12 \text{ viajes} * 2,9854 \text{ minutos} = 35,8 \text{ minutos por día.}$$

□

7. ¿La gerencia deberá considerar adquirir una segunda copiadora? Explique.

Solución. Para responder la pregunta, vamos a calcular el tiempo que se pierde por esperar a utilizar la copiadora, tal que

$$35,8 \text{ minutos por día.} * 5 \text{ asistentes} = 175 \text{ minutos} = 3 \text{ horas.}$$

Por lo tanto, 3 horas de productividad son las que se pierden únicamente esperando; por lo que se podría concluir que sí sería necesario adquirir otra copiadora. □