Universidad del Valle de Guatemala
Departamento de Matemática
Licenciatura en Matemática Aplicada

Estudiante: Rudik Roberto Rompich
Correo: rom19857@uvg.edu.gt
Carné: 19857

MM2033 - Teoría de Conjuntos - Catedrático: Nancy Zurita
16 de julio de 2021

Ejercicio 2

Definición 1. *(Pareja ordenada) Si* $\Delta \neq \square \Rightarrow (x, y) = \{\{x, \Delta\}, \{y, \square\}\}$

Teorema 1. $\{x, y\} = \{u, v\} \implies (x = u \wedge y = v) \vee (x = v \wedge y = u)$.

Problema 0.1. $(x, y) = (u, v) \implies [x = u \wedge y = v]$.

Demostración. Considerando la definición 1,

$$(x, y) = (u, v) \implies \{\{x, \Delta\}, \{y, \square\}\} = \{\{u, \Delta\}, \{v, \square\}\}.$$

Por teorema 1, sabemos que

$$\underbrace{[(\{x, \Delta\} = \{u, \Delta\}) \wedge (\{y, \square\} = \{v, \square\})]}_{(1)} \vee \underbrace{[(\{x, \Delta\} = \{v, \square\}) \wedge (\{y, \square\} = \{u, \Delta\})]}_{(2)}.$$

Ahora bien, analizamos el caso (1): $(\{x, \Delta\} = \{u, \Delta\}) \wedge (\{y, \square\} = \{v, \square\})$. Aplicamos el teorema 1, nuevamente:

$$[(x = u \wedge \Delta = \Delta) \vee (x = \Delta \wedge \Delta = u)] \wedge [(y = v \wedge \square = \square) \vee (y = \square \wedge \square = v)] \implies$$
$$\implies [(x = u) \vee (x = u = \Delta)] \wedge [(y = v) \vee (y = v = \square)] \implies$$
$$\implies [x = u] \wedge [y = v].$$

El caso (2): $(\{x, \Delta\} = \{v, \square\}) \wedge (\{y, \square\} = \{u, \Delta\})$. Aplicando el teorema 1, tenemos:

$$\left[\underbrace{(x = v \wedge \Delta = \square)}_{falso} \vee (x = \square \wedge \Delta = v)\right] \wedge \left[\underbrace{(y = u \wedge \square = \Delta)}_{falso} \vee (y = \Delta \wedge \square = u)\right] \implies$$
$$\implies [(x = \square \wedge \Delta = v) \wedge (y = \Delta \wedge \square = u)] \implies [x = u] \wedge [y = v].$$

$\therefore (x, y) = (u, v) \implies [x = u \wedge y = v]$.

■