

Universidad del Valle de Guatemala

Departamento de Matemática

Licenciatura en Matemática Aplicada

Estudiante: Rudik Roberto Rompich

Correo: rom19857@uvg.edu.gt

Carné: 19857

MM2033 - Teoría de Conjuntos - Catedrático: Nancy Zurita

10 de julio de 2021

HT 1

1. Sección A

Problemas de [1] - Sección 1.1

Problema 1.1 (Problema 1). *Probar el **teorema 1.8**. Para todas las oraciones P, Q y R , las siguientes expresiones son verdaderas:*

i) $P \vee Q \iff Q \vee P$.

Demostración. Tenemos:

P	Q	$P \wedge Q$	$Q \wedge P$	$P \wedge Q \iff Q \wedge P$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

■

i)' $P \wedge Q \iff Q \wedge P$.

Demostración. Tenemos:

P	Q	$P \wedge Q$	$Q \wedge P$	$P \wedge Q \iff Q \wedge P$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

■

$$ii) P \vee (Q \vee R) \iff (P \vee Q) \vee R.$$

Demostración. Tenemos:

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \vee Q$	$P \vee (Q \vee R)$	$(P \vee Q) \vee R$	$P \vee (Q \vee R) \iff (P \vee Q) \vee R.$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V
F	F	F	F	F	F	F	V

■

$$ii)' P \wedge (Q \wedge R) \iff (P \wedge Q) \wedge R.$$

Demostración. Tenemos:

P	Q	R	$Q \wedge R$	$P \wedge Q$	$P \wedge (Q \wedge R)$	$(P \wedge Q) \wedge R$	$P \wedge (Q \wedge R) \iff (P \wedge Q) \wedge R$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	V	F	F	F	F	V
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	F	F	V
F	V	F	F	F	F	F	V
F	F	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	V

■

$$iii) P \wedge (Q \vee R) \iff (P \wedge Q) \vee (P \wedge R).$$

Demostración. Tenemos:

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \wedge Q$	$P \wedge R$	$P \wedge (Q \vee R)$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	$P \wedge (Q \vee R) \iff (P \wedge Q) \vee (P \wedge R).$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	F	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	V

■

$$iii)' P \vee (Q \wedge R) \iff (P \vee Q) \wedge (P \vee R).$$

Demostración. Tenemos:

P	Q	R	$(Q \wedge R)$	$(P \vee Q)$	$(P \vee R)$	$P \vee (Q \wedge R)$	$(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	$P \vee (Q \wedge R) \iff (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	F	F	V
F	F	V	F	F	V	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	V

■

iv) $P \vee P \iff P$.

Demostración. Tenemos:

P	$P \vee P$	$P \vee P \iff P$
V	V	V
F	F	V

■

iv)' $P \wedge P \iff P$.

Demostración. Tenemos:

P	$P \wedge P$	$P \wedge P \iff P$
V	V	V
F	F	V

■

Problema 1.2 (Problema 4). *Probar que las siguientes expresiones son verdaderas para todo P y Q .*

1. $(P \Rightarrow Q) \iff (\neg Q \Rightarrow \neg P)$.

Demostración. Tenemos:

P	Q	$\neg Q$	$\neg P$	$(P \Rightarrow Q)$	$(\neg Q \Rightarrow \neg P)$	$(P \Rightarrow Q) \iff (\neg Q \Rightarrow \neg P)$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

■

2. $(P \Rightarrow Q) \iff (\neg P \vee Q)$.

Demostración. Tenemos:

P	Q	$\neg P$	$(P \Rightarrow Q)$	$(\neg P \vee Q)$	$(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	v

■

3. $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q).$

Demostración. Tenemos:

P	Q	$\neg Q$	$\neg P$	$(P \Rightarrow Q)$	$(P \wedge \neg Q)$	$\neg(P \wedge \neg Q)$	$(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$
V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	V	F	F	V	F	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V

■

4. $[P \wedge (P \Rightarrow Q)] \Rightarrow Q$

Demostración. Tenemos:

P	Q	$(P \Rightarrow Q)$	$[P \wedge (P \Rightarrow Q)]$	$[P \wedge (P \Rightarrow Q)] \Rightarrow Q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

■

5. $[(P \vee Q) \wedge \neg P] \Rightarrow Q.$

Demostración. Tenemos:

P	Q	$\neg P$	$(P \vee Q)$	$[(P \vee Q) \wedge \neg P]$	$[(P \vee Q) \wedge \neg P] \Rightarrow Q$
V	V	F	V	F	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V

■

Problema 1.3 (Problema 5). *Probar que las siguientes expresiones son verdaderas para todo P y Q y R .*

1. $[(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)] \Rightarrow (P \Rightarrow R)$

Demostración. Tenemos:

P	Q	R	$(P \Rightarrow Q)$	$(Q \Rightarrow R)$	$[(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)]$	$(P \Rightarrow R)$	$[(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)] \Rightarrow (P \Rightarrow R)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

■

2. $[(P \Rightarrow Q) \wedge (R \Rightarrow Q)] \Leftrightarrow [(P \vee R) \Rightarrow Q]$.

P	Q	R	$(P \Rightarrow Q)$	$(R \Rightarrow Q)$	$(P \vee R)$	$[(P \Rightarrow Q) \wedge (R \Rightarrow Q)]$	$[(P \vee R) \Rightarrow Q]$	\Leftrightarrow
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	F	V	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	F	V	V	V

Demostración.

■

3. $[(P \Rightarrow Q) \wedge (P \Rightarrow R)] \Leftrightarrow [P \Rightarrow (Q \wedge R)]$.

Demostración. Tenemos:

P	Q	R	$(P \Rightarrow Q)$	$(Q \wedge R)$	$(P \Rightarrow (Q \wedge R))$	$[(P \Rightarrow Q) \wedge (P \Rightarrow R)]$	$[P \Rightarrow (Q \wedge R)]$	\Leftrightarrow
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V	V

■

Problema 1.4 (Problema 6). *Probar que, para todas las expresiones P, Q y R , si $Q \iff R$ es verdadero, entonces las siguientes expresiones son verdaderas:*

1. $P \vee Q \iff P \vee R$.

Demostración. Tenemos:

P	Q	R	$Q \iff R$	$P \vee Q$	$P \vee R$	$P \vee Q \iff P \vee R$	$(Q \iff R) \implies (P \vee Q \iff P \vee R)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	F	V
F	F	V	F	F	V	F	V
F	F	F	F	F	F	V	V

■

2. $P \wedge Q \iff P \wedge R$.

Demostración. Tenemos:

P	Q	R	$Q \iff R$	$P \wedge Q$	$P \wedge R$	$P \wedge Q \iff P \wedge R$	$(Q \iff R) \implies (P \wedge Q \iff P \wedge R)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V	V
F	V	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	F	F	V	V
F	F	V	F	F	F	V	V
F	F	F	F	F	F	V	V

■

3. $(P \Rightarrow Q) \iff (P \Rightarrow R)$.

Demostración. Tenemos:

P	Q	R	$Q \iff R$	$(P \Rightarrow Q)$	$(P \Rightarrow R)$	$[(P \Rightarrow Q) \iff (P \Rightarrow R)]$	$(Q \iff R) \implies [(P \Rightarrow Q) \iff (P \Rightarrow R)]$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V
V	F	F	V	F	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V

■

2. Sección B

Dado los conjuntos A , B y C , demuestre que:

Problema 2.1. $A \subseteq A$.

Problema 2.2. Si $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$ entonces $A = B$.

Problema 2.3. Si $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$ entonces $A \subseteq C$.

Problema 2.4. Si $A \subset B$ entonces $\neg(B \subset A)$.

Problema 2.5. Si $A \subset B$ entonces $A \subseteq B$.

Referencias

Pinter, C. C. (2014). *A book of set theory*. Courier Corporation.