

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

MM2033- 2 SEMESTRE - 2021

LICENCIATURA EN MATEMÁTICA APLICADA

TEORÍA DE CONJUNTOS

Catedrático: Nancy Zurita

Estudiante: Rudik Roberto Rompich Cotzoyay

Carné: 19857

Correo: rom19857@uvg.edu.gt

11 de julio de 2021

Índice

| | |
|--------------------------|----------|
| 1 Sesión 2 | 1 |
| 1.1 Axiomática | 1 |

1. Sesión 2

1.1. Axiomática

A0: (Axioma de vacío) Existe vacío. Notación: \emptyset .

A1: (Axioma de extensión) $\forall x(x \in A \iff x \in B) \implies A = B$.

A2: (Esquema axiomático de separación) $\exists B \forall x \ni (x \in B \iff [x \in A \wedge \Phi(x)])$.

Definición 1. (*Conjunto*) y es conjunto $\iff (\exists x(x \in y)) \vee (y = \emptyset)$.

Definición 2. (*No pertenencia*) $x \notin y \iff \neg(x \in y)$.

Teorema 1. $\forall x, x \notin \emptyset$.

Teorema 2. $\forall x, x \notin A \iff A = \emptyset$.

Definición 3. (*Contención*) $A \subseteq B \iff \forall x(x \in A \implies x \in B)$.

Definición 4. (*Contención estricta*) $A \subset B \iff (A \subseteq B \wedge A \neq B)$.

Teorema 3. $A \subseteq \emptyset \implies A = \emptyset$.

Teorema 4. $\neg(A \subset A)$.

A0: AXIOMA DE VACÍO

Existe vacío.

Notación: \emptyset

A1: AXIOMA DE EXTENSIÓN

$$\forall x (x \in A \Leftrightarrow x \in B) \Rightarrow A = B$$

A2: ESQUEMA AXIOMÁTICO DE SEPARACIÓN

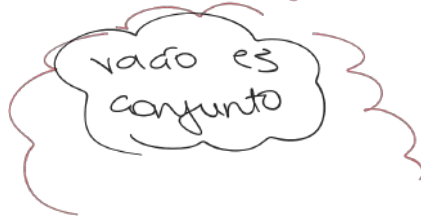
$$\exists B \forall x \exists (x \in B \Leftrightarrow [x \in A \wedge \Phi(x)])$$

DEFINICIÓN DE NO PERTENENCIA

$$x \notin y \Leftrightarrow \neg(x \in y)$$

DEFINICIÓN DE CONJUNTO

$$y \text{ es conjunto} \Leftrightarrow (\exists x (x \in y) \vee y = \emptyset)$$

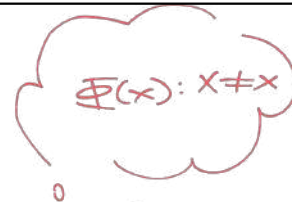


Construye
conjunto.

TEOREMAS

$$1. \forall x, x \notin \emptyset$$

dem. Sea $\Phi(x)$ la expresión $x \neq x$. Por esquema axiomático de separación,
 $\exists B \forall x \exists (x \in B \Leftrightarrow x \neq x)$. Supóngase
 $\exists x \in B \Rightarrow x \neq x$ (falso) $\Rightarrow \forall x, x \notin B$. Por
 definición de conjunto $B = \emptyset \Rightarrow \forall x, x \notin \emptyset$. \square



A2: ESQUEMA AXIOMÁTICO DE SEPARACIÓN

$$\exists B \forall x \exists (x \in B \Leftrightarrow [x \in A \wedge \Phi(x)])$$

conjunto !!

$$2. \forall x, x \notin A \Leftrightarrow A = \emptyset$$

vacío
único
es como
conjunto

dem.

(\Rightarrow) Si $\forall x, x \notin A \Rightarrow$ Por definición
de conjunto, $A = \emptyset$.

(\Leftarrow) Si $A = \emptyset \Rightarrow$ Por teorema anterior
 $\forall x, x \notin \emptyset = A \Rightarrow \forall x, x \notin A$.



$$(P \Rightarrow Q) \equiv (\bar{Q} \Rightarrow \bar{P})$$

* DEFINICIÓN DE CONTENCIÓN

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

** DEFINICIÓN DE CONTENCIÓN Estricta

$$A \subset B \Leftrightarrow (A \subseteq B \text{ y } A \neq B)$$

| P | Q | P \Rightarrow Q |
|---|---|-------------------|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

TEOREMAS

1. $A \subseteq \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$

dem: Sea A un conjunto $\neg A \subseteq \emptyset$.
 $\Rightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in \emptyset)$. Se asume que
 la implicación es verdadera, también lo
 es su contrapuesta. Es decir, $\forall x (x \notin \emptyset \Rightarrow x \notin A)$.
 Como $\forall x, x \notin \emptyset$ es siempre verdadero \Rightarrow
 $\forall x, x \notin A$ es verdadero $\Rightarrow A = \emptyset$ \square

2. $\neg(A \subset A)$

dem: Sea A un conjunto. Supóngase
 que $A \subset A \Rightarrow A \subseteq A \text{ y } A \neq A \Rightarrow A \neq A$.
 Además, $A \subseteq A \Rightarrow A \subseteq A \text{ y } A \subseteq A \Rightarrow$
 $\forall x [x \in A \Rightarrow x \in A] \text{ y } \forall x [x \in A \Rightarrow x \in A]$
 $\Rightarrow \forall x [x \in A \Leftrightarrow x \in A] \Rightarrow A = A$ por
 Axioma de Extensión. ~~(\times)~~.

$\therefore \neg(A \subset A)$ \square