**Universidad del Valle de Guatemala**
Departamento de Matemática
Licenciatura en Matemática Aplicada

**Estudiante:** Rudik Roberto Rompich
**Correo:** rom19857@uvg.edu.gt
**Carné:** 19857

MM2033 - Teoría de Conjuntos - Catedrático: Nancy Zurita
15 de agosto de 2021

---

# HT 5

**Instrucciones:** Del libro de Set Theory de Charles Pinter, resuelva los ejercicios 3, 6, 8, 9 de la sección 1.5 del Capítulo 1.

## 1. Problemas

**Problema 1.1.** *(Ejercicio 3) Probar el teorema 1.38. Sean $G$ y $H$ los gráficos. Si* $\operatorname{ran} H \subseteq \operatorname{dom} G$ *entonces* $\operatorname{dom}(G \circ H) = \operatorname{dom} H$.

*Demostración.* Sean $G$ y $H$ gráficas.

($\implies$) Supóngase $x \in \operatorname{dom}(G \circ H) \implies \exists y \ni (x, y) \in G \circ H \implies \exists z \wedge \exists y \ni (x, z) \in H \wedge (z, y) \in G \implies \operatorname{dom} H \wedge \operatorname{ran} G \implies \operatorname{dom} H$. Por lo tanto, $\operatorname{dom}(G \circ H) \subseteq \operatorname{dom} H$

($\impliedby$) Supóngase $x \in \operatorname{dom} H \implies \exists u \ni (x, u) \in H$. Por hipótesis, $(u \in \operatorname{ran} H \implies u \in \operatorname{dom} G) \iff (\exists v \ni (v, u) \in H \implies \exists w \ni (u, w) \in G)$, entonces tenemos $\exists u \wedge \exists w \ni (x, u) \in H \wedge (u, w) \in G \iff \exists w \ni (x, w) \in G \circ H \iff x \in \operatorname{dom}(G \circ H) \implies (x \in \mathrm{H} \implies x \in \operatorname{dom}(G \circ H)) \implies \operatorname{dom} H \subseteq \operatorname{dom}(G \circ H)$.

Por lo tanto, $\operatorname{dom}(G \circ H) = \operatorname{dom} H$. ■

**Problema 1.2.** *(Ejercicio 6) Si $G, H, J,$ y $K$ son gráficos, probar:*

1. *Si $G \subseteq H$ y $J \subseteq K$, entonces $G \circ J \subseteq H \circ K$,*
2. *$G \subseteq H$ si y solo si $G^{-1} \subseteq H^{-1}$.*

**Problema 1.3.** *(Ejercicio 8) Sean $G$ y $H$ gráficos, probar:*

*Si $G \subseteq A \times B$, entonces $G^{-1} \subseteq B \times A$.*

*Si $G \subseteq A \times B$ y $H \subseteq B \times C$, entonces $H \circ G \subseteq A \times C$.*

**Problema 1.4.** *(Ejercicio 9) Si $G$ y $H$ son gráficos, probar:*

1. $\operatorname{dom}(G \cup H) = (\operatorname{dom} G) \cup (\operatorname{dom} H)$.

2. $\operatorname{ran}(G \cup H) = (\operatorname{ran} G) \cup (\operatorname{ran} H)$.
3. $\operatorname{dom} G - \operatorname{dom} H \subseteq \operatorname{dom}(G - H)$.
4. $\operatorname{ran} G - \operatorname{ran} H \subseteq \operatorname{ran}(G - H)$.