**Universidad del Valle de Guatemala**
Departamento de Matemática
Licenciatura en Matemática Aplicada

**Estudiante:** Rudik Roberto Rompich
**Correo:** rom19857@uvg.edu.gt
**Carné:** 19857

MM2033 - Teoría de Conjuntos - Catedrático: Nancy Zurita
10 de septiembre de 2021

---

# Ejercicio 6

## 1. Problema

**Problema 1.1.** *Sea $f : A \to B$ una función y $G$ la relación definida por $f$. Se definen entonces las siguientes funciones:*

1. $r : A \to A/G \ni r(x) = [x]$
2. $s : A/G \to \bar{f}(A) \ni s([x]) = f(x), \forall x \in A$
3. $t : \bar{f}(A) \to B \ni t(y) = y, \forall y \in A$

$$\bar{f}(A) = \{y \in B | \exists x \in A \ni y = f(x)\}$$

*Demostrar:*

1. *$r$ es sobreyectiva.*

   ***Demostración.*** Por la definición de sobreyectividad,

$$\forall [x] \in A/G, \exists x \in A \ni r(x) = [x].$$

■

2. *$s$ biyectiva.*

   ***Demostración.*** A probar: $s$ es sobreyectiva e inyectiva.

   *a*) Sobreyectiva. Por la definición,

$$\forall f(x) \in \bar{f}(A),\ \exists x \in A,\ \exists [x] \in A/G \ni s([x]) = f(x).$$

b) Inyectiva. Sean $x, y \in A \ni$

$$s([x]) = s([y])$$
$$f(x) = f(y)$$

Como $(x, y) \in G$

$$[x] = [y].$$

Por lo tanto, $s$ es biyectiva. ■

3. *$t$ inyectiva.*

***Demostración.*** Sean $x, y \in A \ni$

$$t(x) = t(y)$$
$$x = y$$

Por lo tanto, $t$ es inyectiva. ■

4. *$f = t \circ s \circ r$*

***Demostración.*** Sea $x \in A \ni$

$$t\left(s\left(r(x)\right)\right) \implies t\left(s\left([x]\right)\right) \implies t(f(x)) \implies f(x).$$

Entonces,

$$\left[t \circ s \circ r\right](x) = f(x), \forall x \in A$$

Por el teorema 2.5 de Pinter podemos concluir que

$$\left[t \circ s \circ r\right] = f.$$

■