

A0: AXIOMA DE VACÍO

Existe vacío.

Notación: \emptyset

A1: AXIOMA DE EXTENSIÓN

$$\forall x (x \in A \Leftrightarrow x \in B) \Rightarrow A = B$$

A2: ESQUEMA AXIOMÁTICO DE SEPARACIÓN

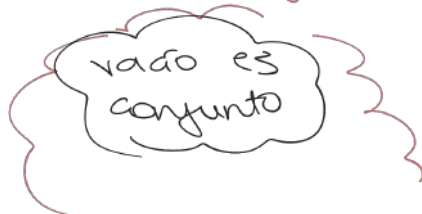
$$\exists B \forall x \exists (x \in B \Leftrightarrow [x \in A \wedge \Phi(x)])$$

DEFINICIÓN DE NO PERTENENCIA

$$x \notin y \Leftrightarrow \neg(x \in y)$$

DEFINICIÓN DE CONJUNTO

$$y \text{ es conjunto} \Leftrightarrow (\exists x (x \in y) \vee y = \emptyset)$$

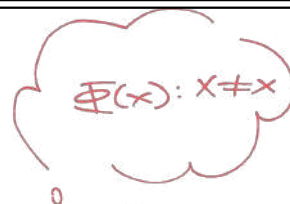


Construye
conjunto.

TEOREMAS

$$1. \forall x, x \notin \emptyset$$

dem. Sea $\Phi(x)$ la expresión $x \neq x$. Por esquema axiomático de separación,
 $\exists B \forall x \exists (x \in B \Leftrightarrow x \neq x)$. Supóngase
 $\exists x \in B \Rightarrow x \neq x$ (falso) $\Rightarrow \forall x, x \notin B$. Por
 definición de conjunto $B = \emptyset \Rightarrow \forall x, x \notin \emptyset$. \square



A2: ESQUEMA AXIOMÁTICO DE SEPARACIÓN

$$\exists B \forall x \exists (x \in B \Leftrightarrow [x \in A \wedge \Phi(x)])$$

conjunto !!

$$2. \forall x, x \notin A \Leftrightarrow A = \emptyset$$

vacío
único
es como
conjunto

dem.

(\Rightarrow) Si $\forall x, x \notin A \Rightarrow$ Por definición
de conjunto, $A = \emptyset$.

(\Leftarrow) Si $A = \emptyset \Rightarrow$ Por teorema anterior
 $\forall x, x \notin \emptyset = A \Rightarrow \forall x, x \notin A$.



$$(P \Rightarrow Q) \equiv (\bar{Q} \Rightarrow \bar{P})$$

* DEFINICIÓN DE CONTENCIÓN

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

** DEFINICIÓN DE CONTENCIÓN Estricta

$$A \subset B \Leftrightarrow (A \subseteq B \text{ y } A \neq B)$$

P	Q	$P \Rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

TEOREMAS

1. $A \subseteq \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$

dem: Sea A un conjunto $\neg A \subseteq \emptyset$.
 $\Rightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in \emptyset)$. Se asume que
 la implicación es verdadera, también lo
 es su contrapuesta. Es decir, $\forall x (x \notin \emptyset \Rightarrow x \notin A)$
 Como $\forall x, x \notin \emptyset$ es siempre verdadero \Rightarrow
 $\forall x, x \notin A$ es verdadero $\Rightarrow A = \emptyset$ \square

2. $\neg(A \subset A)$

dem: Sea A un conjunto. Supóngase
 que $A \subset A \Rightarrow A \subseteq A \text{ y } A \neq A \Rightarrow A \neq A$.
 Además, $A \subseteq A \Rightarrow A \subseteq A \text{ y } A \subseteq A \Rightarrow$
 $\forall x [x \in A \Rightarrow x \in A] \text{ y } \forall x [x \in A \Rightarrow x \in A]$
 $\Rightarrow \forall x [x \in A \Leftrightarrow x \in A] \Rightarrow A = A$ por
 Axioma de Extensión. ~~\neg~~

$\therefore \neg(A \subset A)$ \square