

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

СПЛАЙН-МЕТОД. МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Цели работы:

1. Применить полученные в предыдущей работе алгоритмы для построения трехмерных сплайновых кривых линий и бикубических поверхностей (двухпараметрические множества).
2. Составить программу для реализации одной из форм построения сплайновых кривых поверхностей по заданному точечному каркасу.
3. Провести сравнение условий гладкости кривых, построенных разными способами по одному и тому же точечному базису.

Краткие теоретические сведения

Параметрической кубической кривой является кривая, в которой x, y, z – многочлены третьего порядка относительно некоторого параметра t .

$$P(t) = at^3 + bt^2 + ct + d.$$

Форма Эрмита

Форма Эрмита приведена на [рис. 4.1](#).

Зададим концевые точки $P1$ и $P4$ и касательные векторы $R1$ и $R4$.

Тогда $x(t) = T \times Mh \times Ghx$,

$y(t) = T \times Mh \times Ghy$,

$z(t) = T \times Mh \times Ghz$,

где T – вектор-строка степени t ; Mh – эрмитова матрица; Gh – геометрический вектор Эрмита.

$$Mh = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad Ghx = \begin{pmatrix} P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 \end{pmatrix}$$

Форма Безье

Форма Безье (см. [рис. 4.2](#)) очень близка к эрмитовой форме, однако отличается от неё заданием касательных векторов в конечных точках. В форме Безье используются четыре точки. Касательные векторы в конечных точках задаются отрезками $P1P2$ и $P3P4$.

$$\begin{aligned}x(t) &= T \times Mb \times Gbx, \\y(t) &= T \times Mb \times Gby, \\z(t) &= T \times Mb \times Gbz,\end{aligned}$$

где T – вектор-строка степени t ; Mb – матрица Безье; Gb – геометрический вектор.

$$Mb = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad Gbx = \begin{pmatrix} P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 \end{pmatrix}$$

Форма B-сплайнов

Кривая, представленная в виде кубического B-сплайна (см. [рис. 4.3](#)), в общем случае может проходить через любые управляющие точки, однако она непрерывна и непрерывностью изменения обладают ее касательный вектор и кривизна.

$$\begin{aligned}x(t) &= T \times Ms \times Gsx, \\y(t) &= T \times Ms \times Gsy, \\z(t) &= T \times Ms \times Gsz,\end{aligned}$$

$$Ms = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad Gsx = \begin{pmatrix} Pi-1 \\ Pi2 \\ Pi+1 \\ Pi+2 \end{pmatrix}$$

Бикубические поверхности

Бикубические поверхности задаются кубическими уравнениями от двух переменных s и t . Изменив оба параметра от 0 до 1, можно определить все точки на куске поверхности. Если одному из параметров присвоить постоянное значение, а другой изменять в диапазоне 0–1, то в результате получим кубическую кривую.

Куски в форме B-сплайнов представляют в виде

$$\begin{aligned}x(s, t) &= S \times Ms \times Px \times Ms^T \times T^T, \\y(s, t) &= S \times Ms \times Py \times Ms^T \times T^T, \\z(s, t) &= S \times Ms \times Pz \times Ms^T \times T^T.\end{aligned}$$

Здесь, как и для кривых в форме B -сплайнов, достигается C^2 -непрерывность. Матрица, состоящая из 16 управляющих точек, описывает кусок, а также в общем случае и точки, не лежащие на самом куске.

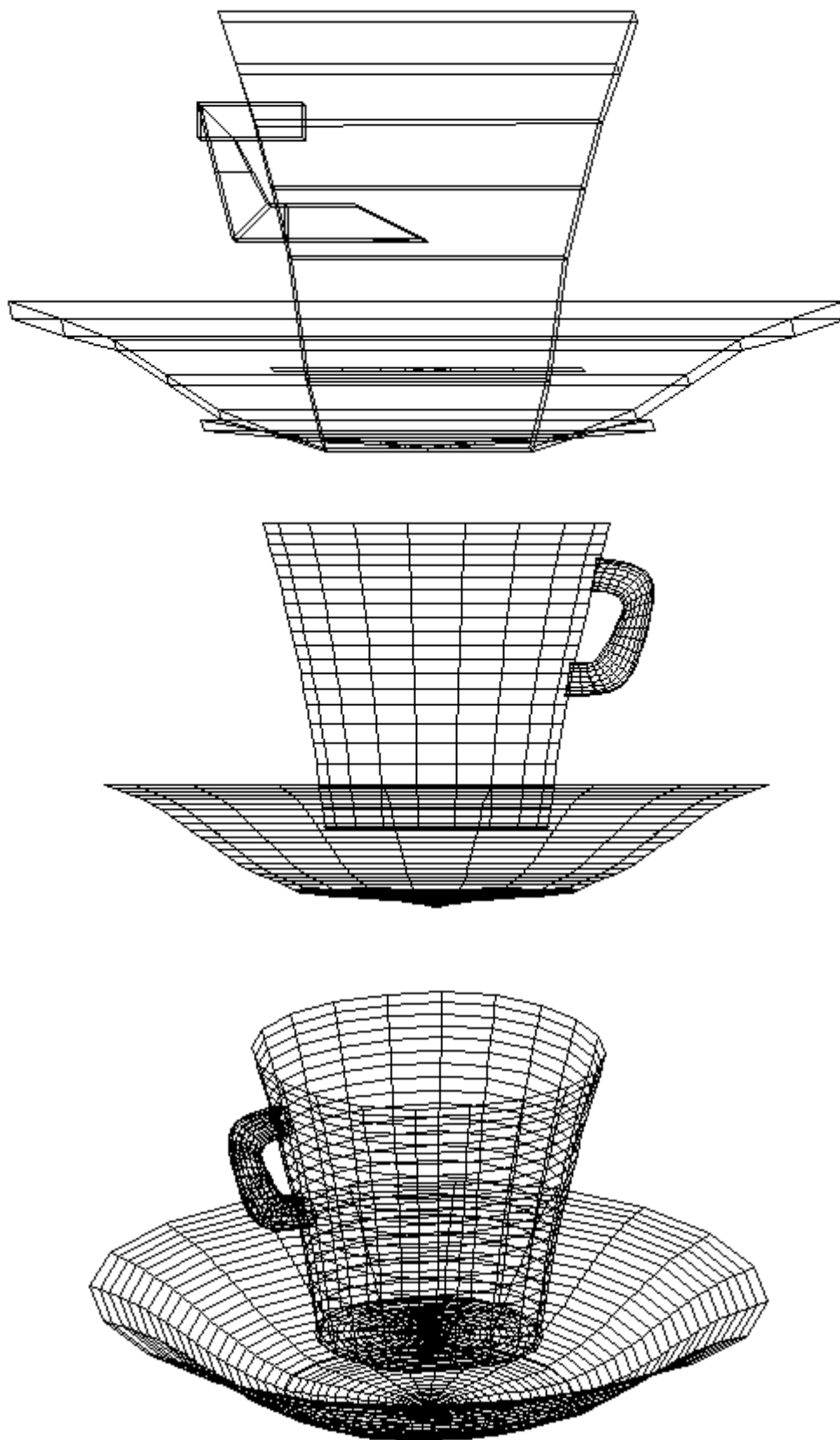
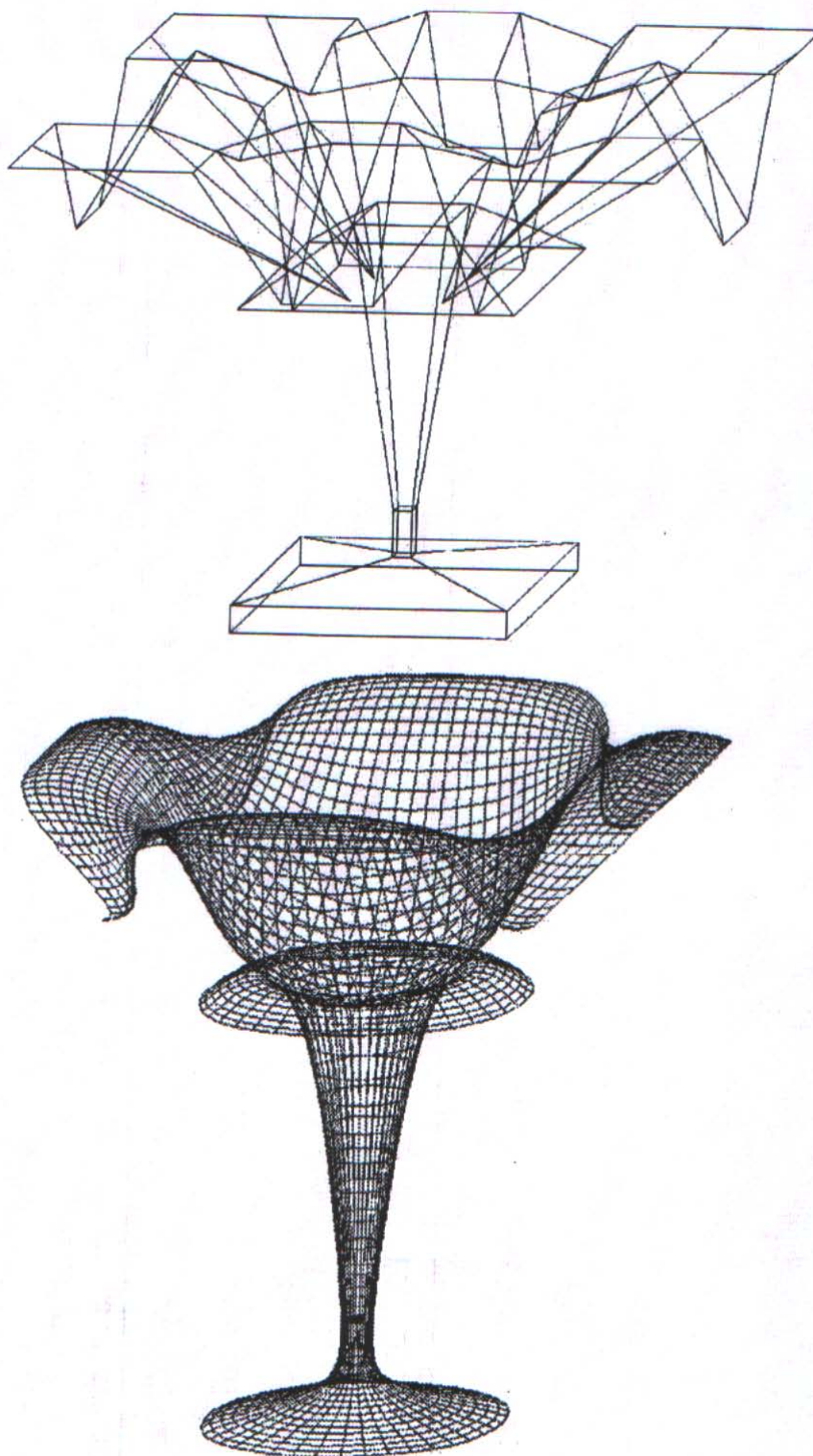


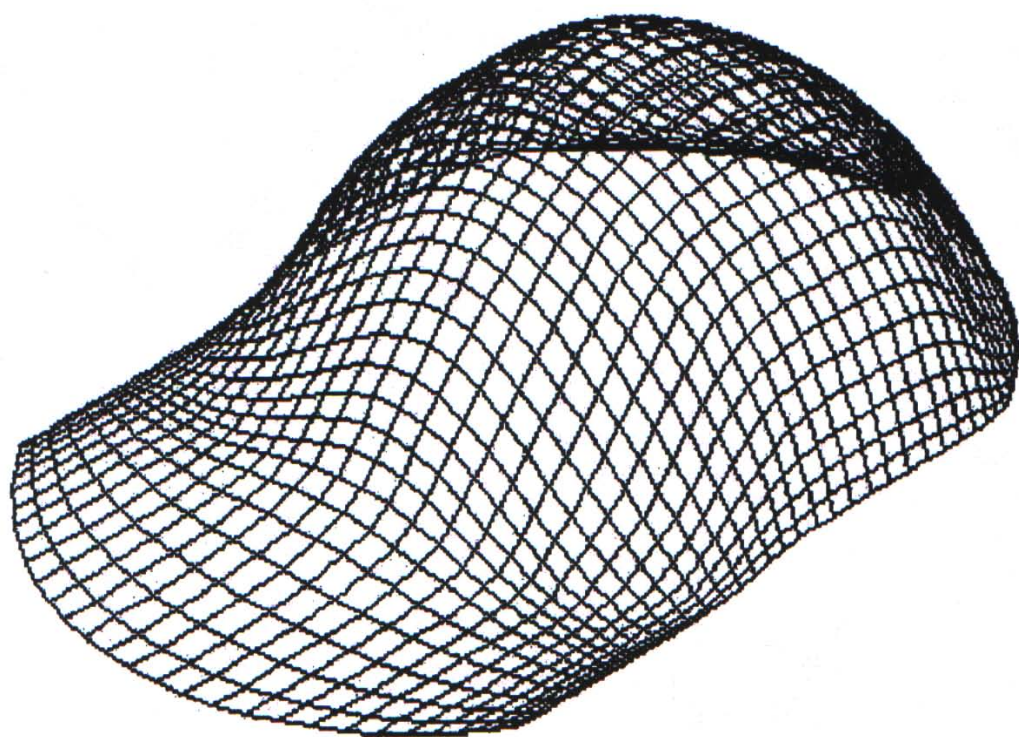
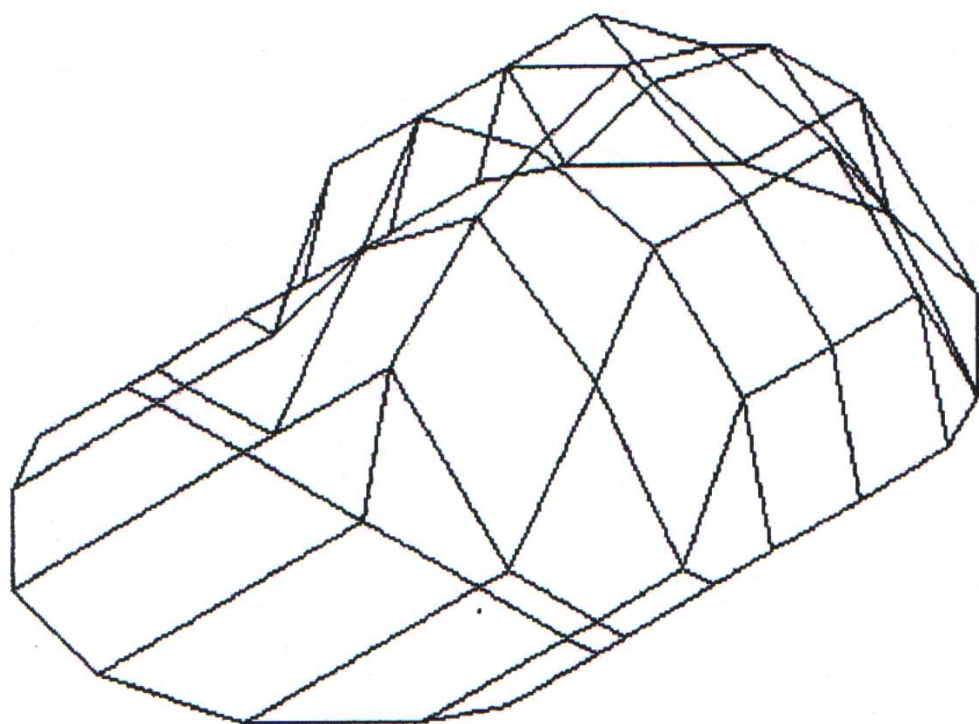
Рис. 5.1. B -сплайновая поверхность

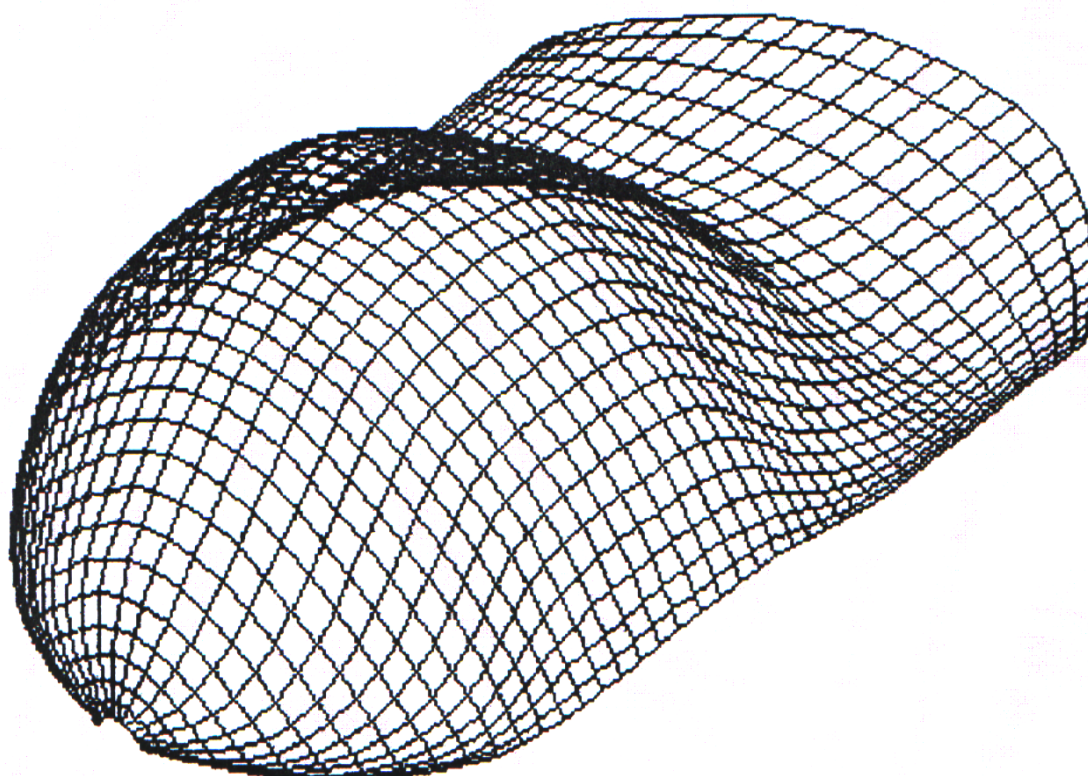
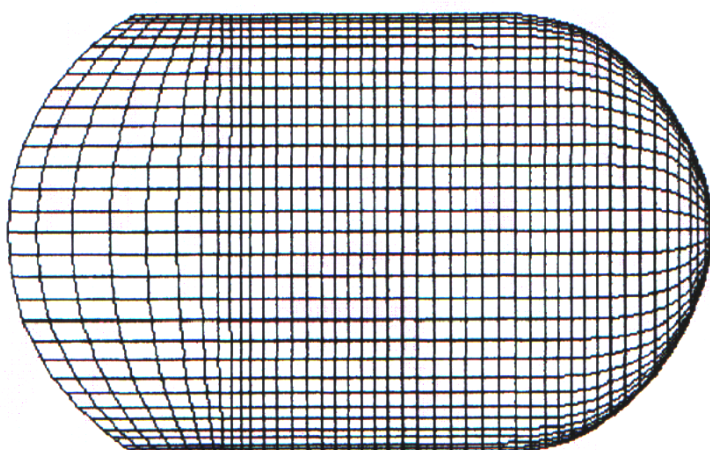
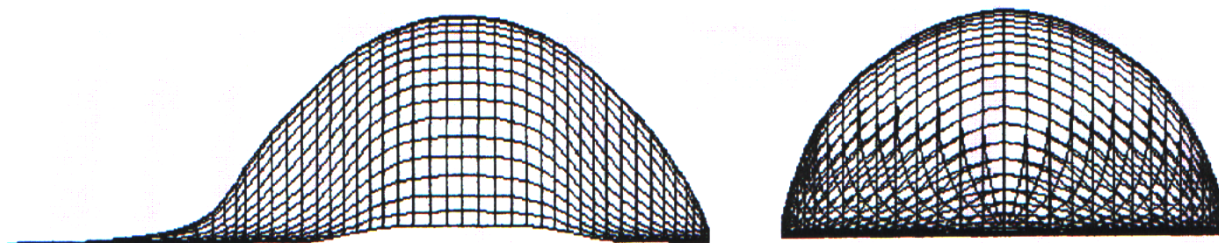
Варианты заданий

Вариант 1

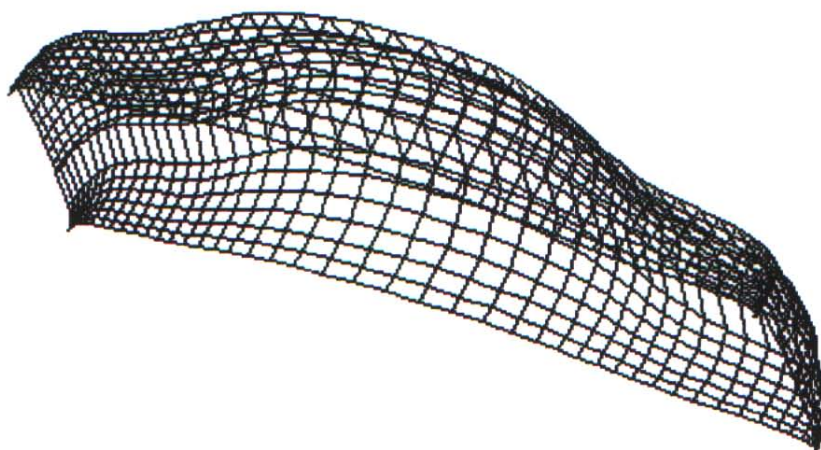
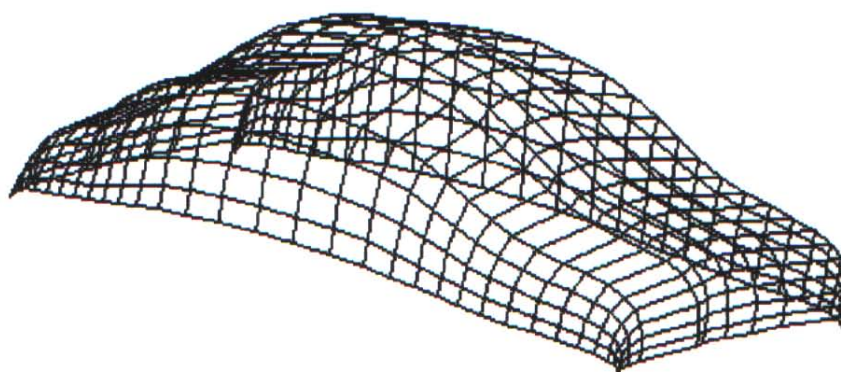
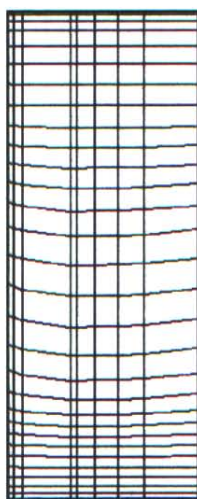
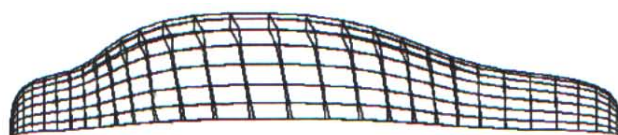
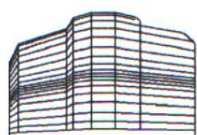


Вариант 2

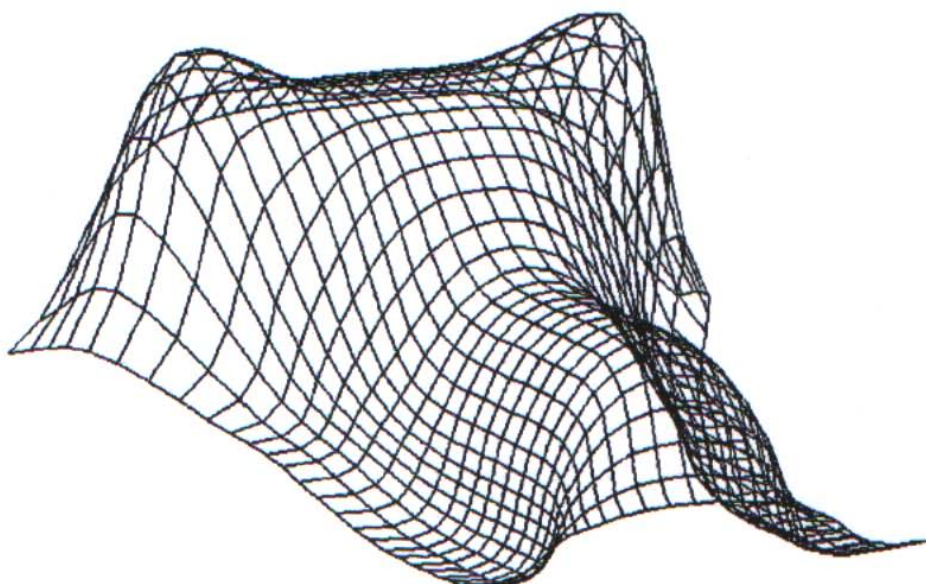
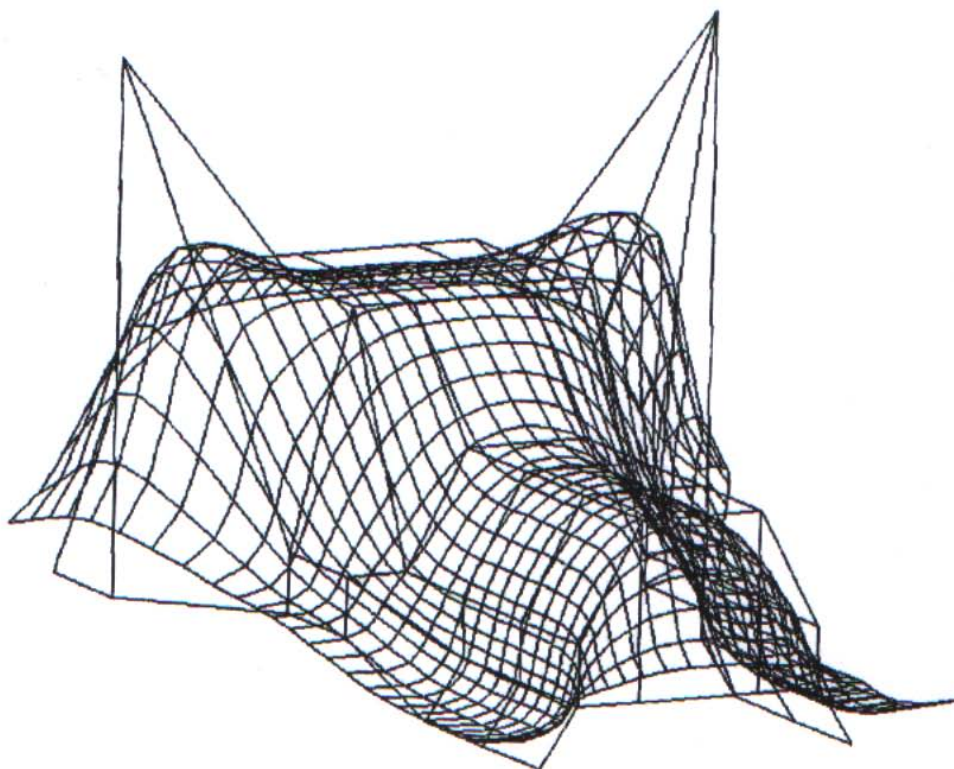




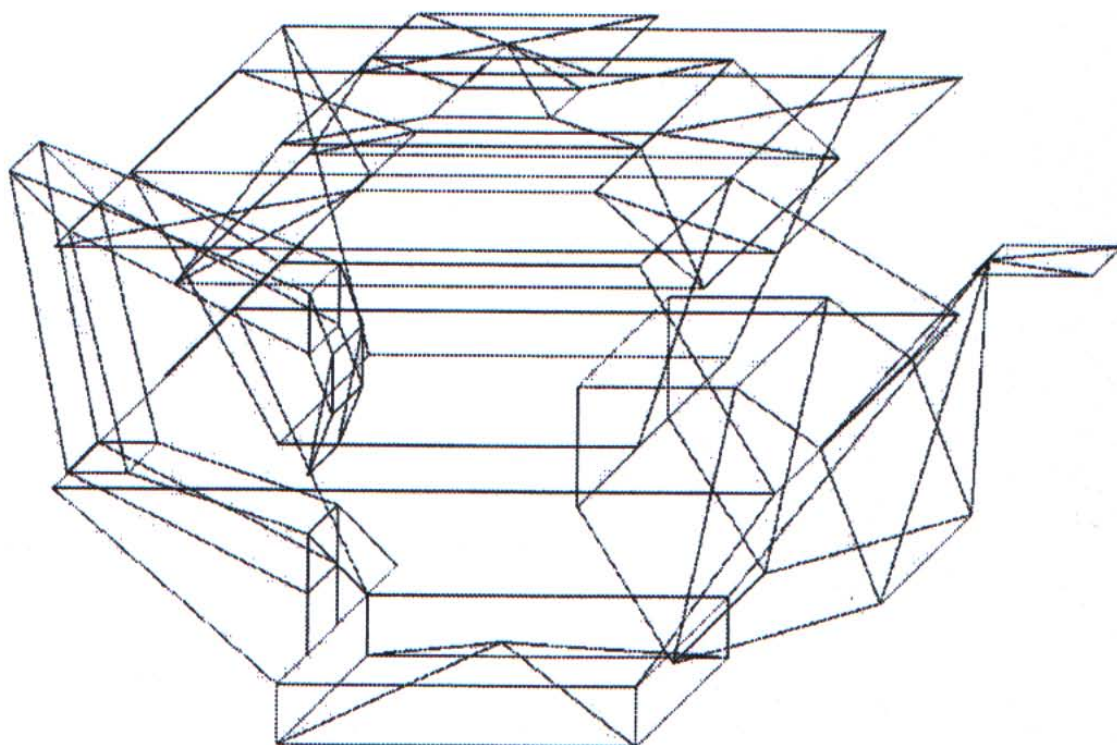
Вариант 3



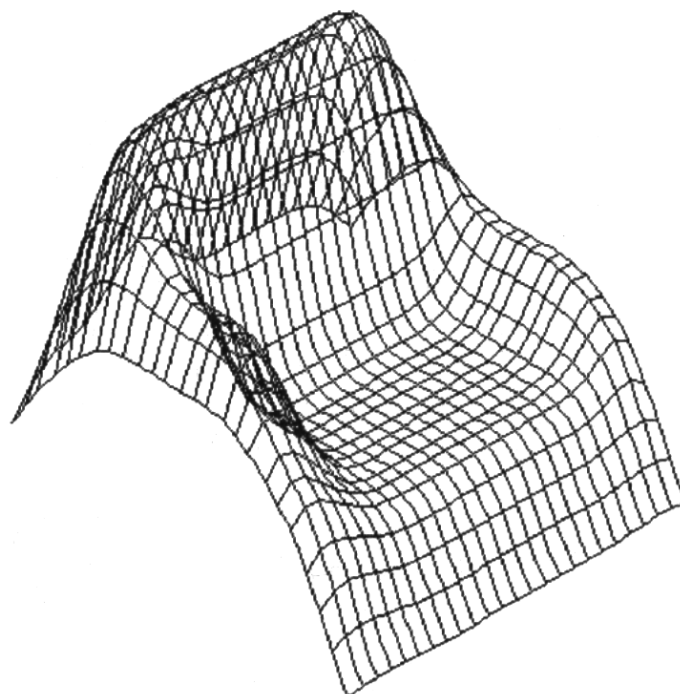
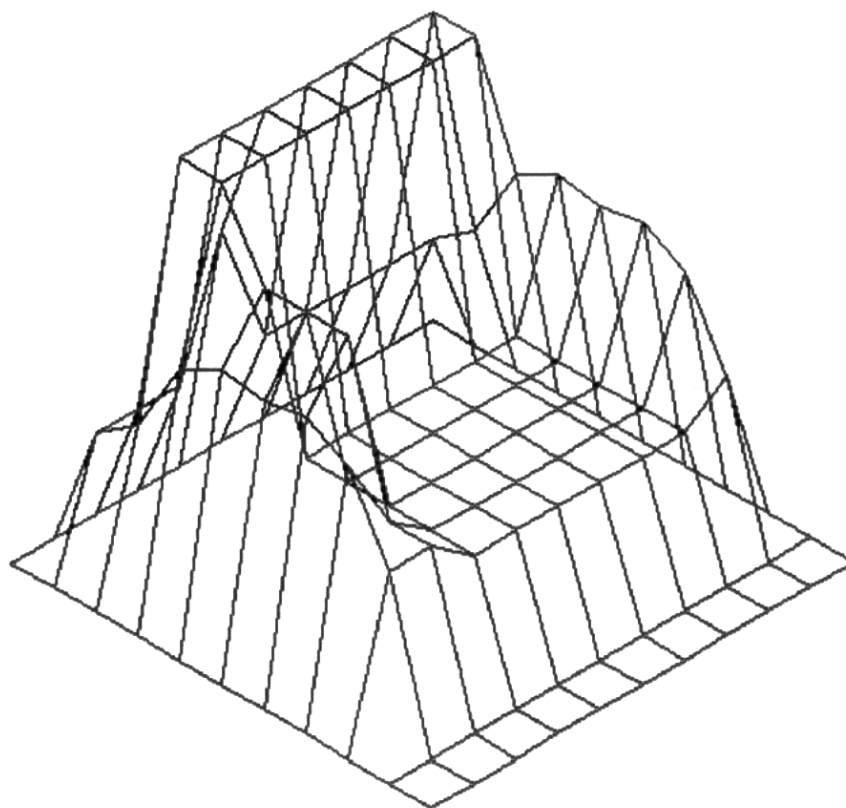
Вариант 4



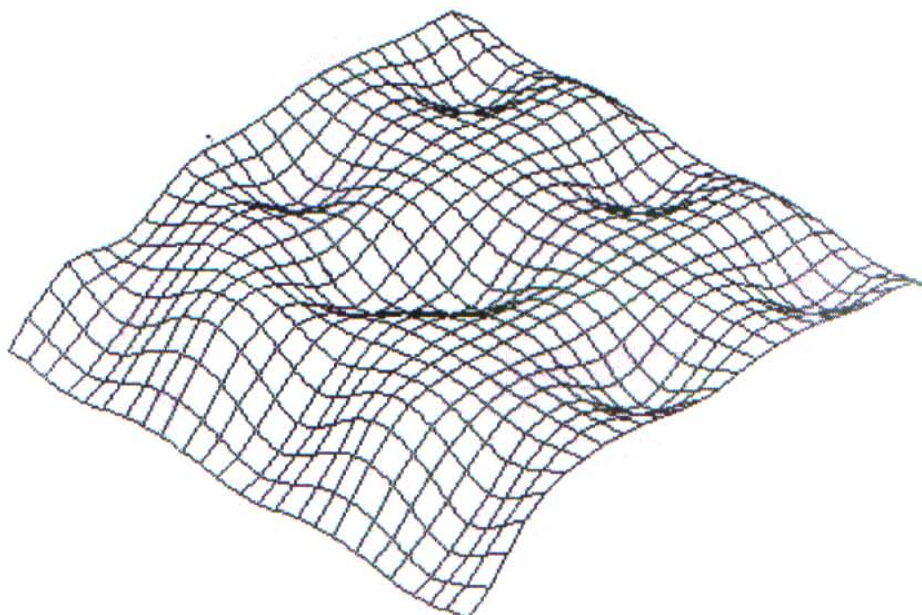
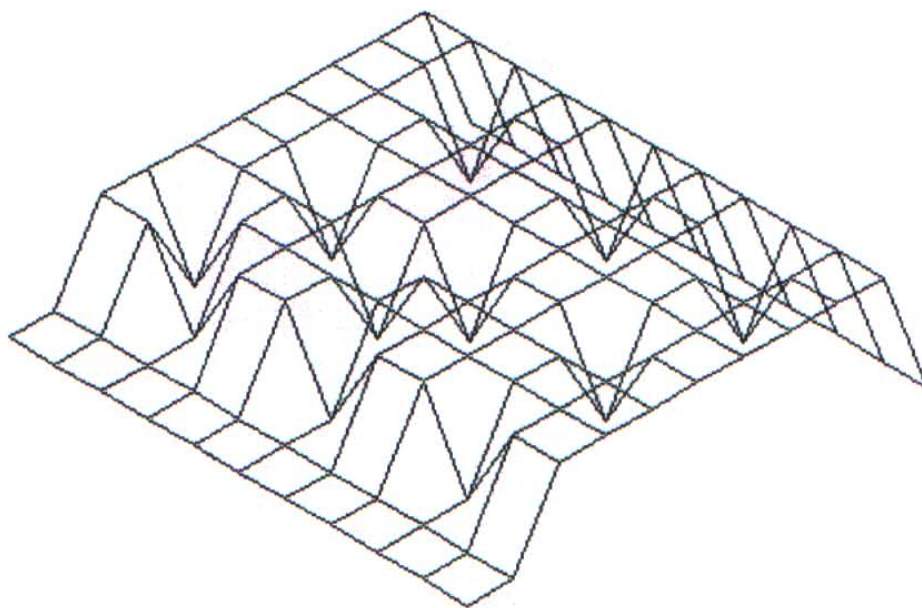
Вариант 5



Вариант 6



Вариант 7



Оформление отчета по лабораторной работе

В отчете должны быть представлены результаты всех этапов лабораторной работы. Структура отчета следующая:

1. Постановка задачи и выбор объекта. Результаты предварительной работы с изображениями объекта – оцифровка объекта.
2. Краткое математическое описание выполняемых геометрических преобразований (единичных преобразований и композиций) в матричной форме.
3. Листинг программы, реализующей геометрические преобразования объекта.
4. Результаты выполненных преобразований в виде копий графического экрана: ортогональные проекции, прямоугольные аксонометрические проекции (диметрия и изометрия) и три вида перспективных проекций (с разным количеством точек схода лучей).