Arithmétiques (2)

Exercice 1

Nombres premiers : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ....

1.
$$\begin{array}{r|l} 156 & 2 \\ 78 & 2 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ \boxed{1} & \end{array}$$

STOP !

donc $156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$
$= 2^2 \times 3 \times 13$

2.
$$\begin{array}{r|l} 130 & 2 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ \boxed{1} & \end{array}$$

donc $130 = 2 \times 5 \times 13$

3.
$$\frac{156}{130} = \frac{2 \times \cancel{2} \times 3 \times \cancel{13}}{\cancel{2} \times 5 \times \cancel{13}}$$
$$= \frac{2 \times 3}{5}$$
$$= \frac{6}{5}$$
fraction irréductible

Exercice 2

1.
$$\begin{array}{r|l} 675 & 3 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ \boxed{1} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 375 & 3 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ \boxed{1} & \end{array}$$

$675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$
$= 3^3 \times \underline{5^2}$

$375 = 3 \times 5 \times 5 \times 5$
$= \underline{3} \times 5^3$.

$\text{PGCD}(675 ; 375) = 3 \times 5^2$
$= 3 \times 25$
$= 75$.

(c'est le diviseur commun à 675 et 375 le plus grand !)

2.

$$\begin{array}{r|l} 3\,850 & 2 \\ 1\,925 & 5 \\ 385 & 5 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ \boxed{1} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4\,840 & 2 \\ 2\,420 & 2 \\ 1\,210 & 2 \\ 605 & 5 \\ 121 & 11 \\ 11 & 11 \\ \boxed{1} & \end{array}$$

Si vous avez la calculatrice, profitez en !

$$3\,850 = 2 \times 5 \times 5 \times 7 \times 11 = 2 \times 5^2 \times 7 \times 11$$

$$4\,840 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 11 \times 11 = 2^3 \times 5 \times 11^2$$

$$PGCD(3\,850 ; 4\,840) = 2 \times 5 \times 11 = 10 \times 11 = 110.$$

3.

$$\begin{array}{r|l} 34 & 2 \\ 17 & 17 \\ \boxed{1} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 99 & 3 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ \boxed{1} & \end{array}$$

$$34 = 2 \times 17 \qquad 99 = 3 \times 3 \times 11$$

$$PGCD(34 ; 99) = 1$$

il n'y a pas d'autres diviseurs en commun à 34 et 99.

34 et 99 sont . . . premiers entre eux !

Exercice 3.

1. 682 et 352 ne sont pas premiers entre eux car ils sont pairs, ils ont au moins un diviseur commun autre que 1 $\longrightarrow$ 2 !

2. On peut donc simplifier $\frac{682}{352}$ (par 2) et la fraction n'est pas irréductible.

3. $\begin{array}{r|l} 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ \boxed{1} & \end{array}$ et $\begin{array}{r|l} 712 & 2 \\ 356 & 2 \\ 178 & 2 \\ 89 & 89 \\ \boxed{1} & \end{array}$

$231 = 3 \times 7 \times 11$

$712 = 2 \times 2 \times 2 \times 89$
$= 2^3 \times 89$

PGCD $(231 ; 712) = 1.$

Donc oui, la fraction $\frac{231}{712}$ est irréductible !

Exercice 4

"le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes les fleurs."

 $\longrightarrow$ PGCD !

1. $\begin{array}{r|l} 182 & 2 \\ 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ \boxed{1} & \end{array}$ et $\begin{array}{r|l} 78 & 2 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ \boxed{1} & \end{array}$

$182 = \underline{2} \times 7 \times \underline{13}$

$78 = \underline{2} \times 3 \times \underline{13}$

PGCD $(182 ; 78) = 2 \times 13 = 26$

Elle pourra faire <u>26 bouquets identiques</u> !

2. Or $182 = 2 \times 7 \times 13 = 26 \times 7 \rightarrow$ 7 brins de muguet

et $78 = 2 \times 3 \times 13 = 26 \times 3 \rightarrow$ 3 roses

Chaque bouquet contiendra <u>7 brins de muguet et 3 roses</u> !