

Arithmétiques (2)

Exercice 1

$$\begin{array}{r} 156 \\ \hline 2 \\ 78 \\ \hline 2 \\ 39 \\ \hline 3 \\ 13 \\ \hline 1 \end{array}$$

STOP!

Nombres premiers:
2; 3; 5; 7; 11; 13; 17;
19; 23 ...

$$\begin{aligned} \text{donc } 156 &= 2 \times 2 \times 3 \times 13 \\ &= 2^2 \times 3 \times 13 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 130 \\ \hline 2 \\ 65 \\ \hline 5 \\ 13 \\ \hline 1 \end{array}$$

donc $130 = 2 \times 5 \times 13$

$$\begin{aligned} \frac{156}{130} &= \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{13}}{\cancel{2} \times \cancel{5} \times \cancel{13}} \\ &= \frac{2 \times 3}{5} \\ &= \frac{6}{5} \quad \text{fraction irréductible} \end{aligned}$$

Exercice 2

$$\begin{array}{r} 675 \\ \hline 3 \\ 225 \\ \hline 3 \\ 75 \\ \hline 3 \\ 25 \\ \hline 5 \\ 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 675 &= 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \\ &= 3^3 \times \underline{5^2} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 375 \\ \hline 3 \\ 125 \\ \hline 5 \\ 25 \\ \hline 5 \\ 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

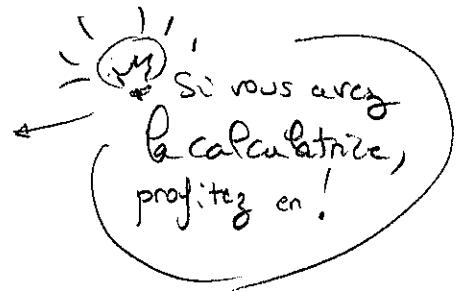
$$\begin{aligned} 375 &= 3 \times 5 \times 5 \times 5 \\ &= \frac{3}{4} \times 5^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{PGCD}(675; 375) &= 3 \times 5^2 \\ &= 3 \times 25 \\ &= 75 \end{aligned}$$

(c'est le diviseur commun à 675 et 375 le plus grand!)

3	850	2
1	925	5
	385	5
	77	7
	11	11
1		

4	840	2
2	420	2
1	210	2
	605	5
	121	11
	11	11
1		



$$\begin{aligned}3\ 850 &= 2 \times 5 \times 5 \times 7 \times 11 \\&= \underbrace{2 \times 5^2}_{\uparrow} \times \underbrace{7 \times 11}_{\uparrow}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4\ 840 &= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 11 \times 11 \\&= \underbrace{2^3}_{\uparrow} \times \underbrace{5}_{\uparrow} \times \underbrace{11^2}_{\uparrow}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{PGCD}(3\ 850; 4\ 840) &= 2 \times 5 \times 11 \\&= 10 \times 11 \\&= 110.\end{aligned}$$

34	2
17	17
1	

99	3
33	3
11	11
1	

$$34 = 2 \times 17 \qquad 99 = 3 \times 3 \times 11$$

$$\text{PGCD}(34, 99) = 1$$



Il n'y a pas d'autres diviseurs en commun à 34 et 99.

34 et 99 sont... premiers entre eux!

Exercice 3-

1. 682 et 352 ne sont pas premiers entre eux car ils sont pairs, ils ont au moins un diviseur commun autre que 1 → 2 !

2. On peut donc simplifier $\frac{682}{352}$ (par 2) et la fraction n'est pas irréductible.

$$3. \quad \begin{array}{c|cc} 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\text{et} \quad \begin{array}{c|cc} 712 & 2 \\ 356 & 2 \\ 178 & 2 \\ 89 & 89 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$231 = 3 \times 7 \times 11$$

$$712 = 2 \times 2 \times 2 \times 89 \\ = 2^3 \times 89$$

$$\text{PGCD}(231, 712) = 1.$$

Donc oui, la fraction $\frac{231}{712}$ est irréductible !

Exercice 4

→ "le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes les fleurs."
 Puisque → PGCD !

$$1. \quad \begin{array}{c|cc} 182 & 2 \\ 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\text{et} \quad \begin{array}{c|cc} 78 & 2 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$182 = \underline{2 \times 7 \times 13}$$

$$78 = \underline{2 \times 3 \times 13}$$

$$\text{PGCD}(182, 78) = 2 \times 13 = 26$$

Elle pourra faire 26 bouquets identiques !

$$2. \quad \text{Or } 182 = \underline{(2 \times 7 \times 13)} = 26 \times 7 \rightarrow 7 \text{ brins de muguet}$$

$$\text{et } 78 = \underline{(2 \times 3 \times 13)} = 26 \times 3 \rightarrow 3 \text{ roses}$$

Chaque bouquet contiendra 7 brins de muguet et 3 roses !