CORRECTION

ARITHMÉTIQUE (1)

Exercice 1

a.

$$
\begin{array}{r|l}
351 & 3 \\ \hline
-3 & 117 \\
05 & \\
-3 & \\ \hline
21 & \\
-21 & \\ \hline
0 &
\end{array}
$$

donc $351 = 3 \times 117$.
(351 est divisible par 3 !)

b.

$$
\begin{array}{r|l}
874 & 15 \\ \hline
-75 & 58 \\ \hline
124 & \\
-120 & \\ \hline
4 &
\end{array}
$$

donc $874 = 15 \times 58 + 4$
(874 n'est pas divisible par 15 !)

c.

$$
\begin{array}{r|l}
630 & 9 \\ \hline
-63 & 70 \\ \hline
00 & \\
-0 & \\ \hline
0 &
\end{array}
$$

donc $630 = 9 \times 70$.
(630 est divisible par 9 !)

Exercice 3

Brouillon :
$22 \times 10 = 220$
$22 \times 5 = 110$
$22 \times 6 = 132$

$$
\begin{array}{r|l}
360 & 22 \\ \hline
-22 & 16 \\ \hline
140 & \\
-132 & \\ \hline
8 &
\end{array}
$$

donc $360 = 22 \times 16 + 8$

Il lui faudra 17 étagères :
- 16 étagères remplies
- 1 étagère avec 8 livres !

Exercice 4

a. 12 ; 30 ; 444 et 4 238 sont divisibles par 2, car leur chiffre des unités est pair !

b. 12 ; 30 ; 27 et 444 sont divisibles par 3, car la somme des chiffres du nombre est un multiple de 3.

Ex : $444 \rightarrow 4 + 4 + 4 = 12$ or $12 = \underline{\underline{3}} \times 4$

c. 444 est divisible par 4, car le nombre formé par les chiffres des dizaines et des unités est un multiple de 4.

$44 = \underline{\underline{4}} \times 11$

d. 30 et 325 sont divisibles par 5, car le chiffre des unités est 0 ou 5.

e. 27 est divisible par 9, car la somme des chiffres du nombre est un multiple de 9.

$27 \rightarrow 2 + 7 = 9$. or $9 = \underline{\underline{9}} \times 1$

f. 30 est divisible par 10, car le chiffre des unités est 0.

g.

$$\begin{array}{r|l} 444 & 11 \\ \cline{2-2} -44 & 40 \\ \cline{1-1} 04 & \\ -0 & \\ \cline{1-1} 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 325 & 11 \\ \cline{2-2} -22 & 29 \\ \cline{1-1} 105 & \\ -99 & \\ \cline{1-1} 6 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4\,238 & 11 \\ \cline{2-2} -33 & 385 \\ \cline{1-1} 93 & \\ -88 & \\ \cline{1-1} 58 & \\ -55 & \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 6\,139 & 11 \\ \cline{2-2} -55 & 558 \\ \cline{1-1} 63 & \\ -55 & \\ \cline{1-1} 89 & \\ -88 & \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Aucun nombre n'est divisible par 11 !

(Remarque : il existe un critère de divisibilité pour 11).

Exercice 5

2×16

a. Les diviseurs de 32 : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32

4×8 1×32

b. Les diviseurs de 67 : 1 ; 67

c. Les diviseurs de 81 : 1 ; 3 ; 9 ; 9 ; 27 ; 81

d. Les diviseurs de 144 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 18 ; 24 ; 36 ; 48 ; 72 ; 144

;12;

e. Les diviseurs de 42 : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 ; 21 ; 42

Exercice 6.

a. Des multiples de 20 :

$20 \times 0 = 0$
$20 \times 1 = 20$
$20 \times 2 = 40$
$20 \times 3 = 60$
$20 \times 4 = 80$

b. ___ 6 :

$6 \times 5 = 30$
$6 \times 6 = 36$
$6 \times 7 = 42$
$6 \times 8 = 48$

c. ___ 12 :

$12 \times 0 = 0$
$12 \times 1 = 12$
$12 \times 2 = 24$
$12 \times 3 = 36$.
$12 \times 4 = 48$.

d. ___ 44 :

44
88
132
176
220

Exercice 7

a. 9 est un diviseur de 81 car $81 \div 9 = 9$
(ou $9 \times 9 = 81$)

b. 9 est un diviseur de 351 car :
$3 + 5 + 1 = 9$ or $9 = \underline{9 \times} 1$
(d'après le critère de divisibilité par 9)

c. 9 n'est pas un diviseur de 101 car :
$1 + 0 + 1 = 2$ or 2 n'est pas un multiple de 9.

d. 9 est un diviseur de 7 191
$7 + 1 + 9 + 1 = 18$ or $18 = \underline{9 \times} 2$

Exercice 8

$$\begin{array}{r|l} 2\,622 & 19 \\ \cline{2-2} -1\,9 & 138 \\ \cline{1-1} 72 & \\ -57 & \\ \cline{1-1} 152 & \\ -152 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

...

Brouillon :
$19 \times 1 = 19$
$19 \times 2 = 38$
$19 \times 3 = 57$
$19 \times 4 = 76$
$19 \times 5 = 95$
⋮
$19 \times 8 = 152$

et

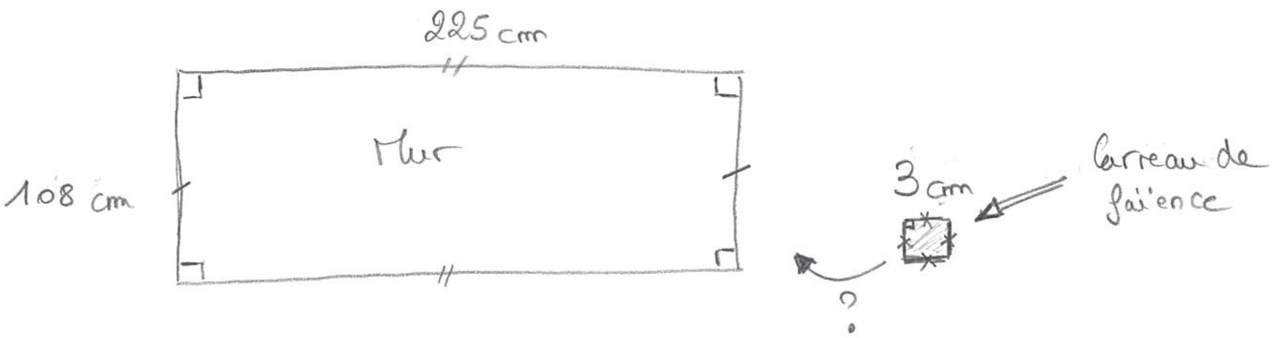
$$\begin{array}{r|l} 2\,530 & 19 \\ \cline{2-2} -1\,9 & 133 \\ \cline{1-1} 63 & \\ -57 & \\ \cline{1-1} 60 & \\ -57 & \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

- $2\,530 = 19 \times 133 + 3$

- $2\,622 = 19 \times 155$

19 ne divise pas 2 530 ... Malheureusement, il restera des poissons en chocolat si le chocolatier veut faire 19 paquets, ce n'est pas ce qu'il souhaite !

Exercice 9 ○○○ Pour ce genre d'exercices, faire un dessin !



1. $225 \rightarrow 2+2+5=9$ or $9 = \underline{3} \times 3$

$108 \rightarrow 1+8=9$ or $9 = \underline{3} \times 3$

donc 3 divise 225 et 108 !

Oui, Carole peut utiliser des carreaux de côté 3 cm.

2.

225	3
− 21	75
15	
− 15	
0	

Elle aura donc 75 carreaux en longueur.

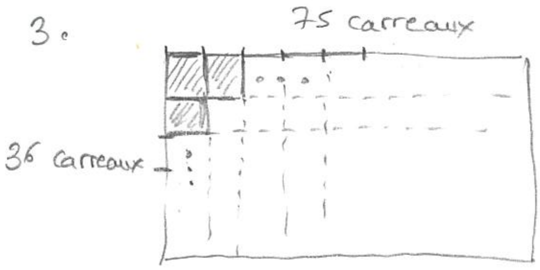
$225 = 3 \times 75$

108	3
− 9	36
18	
− 18	
0	

Elle aura donc 36 carreaux en largeur

$108 = 3 \times 36$

3.



$36 \times 75 = 2\,700$.

Carole utilisera 2 700 carreaux pour sa mosaïque.

Exercice 10

a. 23 → premier (exactement 2 diviseurs : 1 et 23)

b. 11 → premier (idem)

c. 51 → $5+1=6$ or $6=\underline{\underline{3}}\times 2$, donc non premier (3 divise 51)

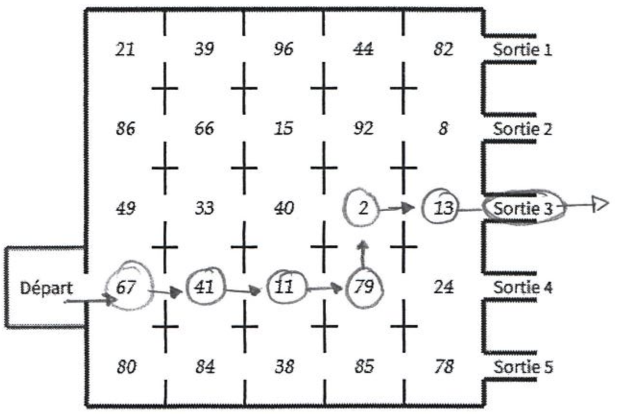
d. 108 → 108 est pair, donc non premier (2 divise 108)

e. 123 → $1+2+3=6$ or $6=\underline{\underline{3}}\times 2$, donc non premier (3 divise 123)

f. 456 → $4+5+6=15$ or $15=\underline{\underline{3}}\times 5$, donc non premier (3 divise 456)

Exercice 11.

Trouver la sortie en ne passant que par les cases contenant un nombre premier. ooo (Penser aux tables de × !)



Exercice 12.

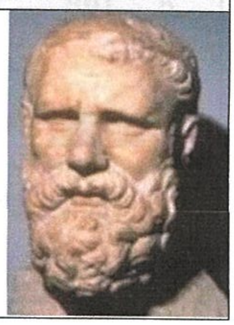
Observer le tableau des 100 premiers nombres entiers ci-dessous

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

1. Barrer 1, puis barrer tous les multiples de 2 sauf 2.
2. Le premier nombre non barré après 2 est 3.
   Barrer tous les multiples de 3 sauf 3.
3. Le premier nombre non barré après 3 est 5.
   Barrer tous les multiples de 5 sauf 5.
4. Continuer ainsi le procédé.
5. Comment s'appelle les nombres non-barrés ?
   Nombres premiers
   Quelle est leur particularité ?
   Ils ont exactement 2 diviseurs : 1 et le nombre lui-même

POINT D'HISTOIRE

Tous les nombres non barrés sont des nombres PREMIERS inférieurs à 100.
Ce procédé est appelé **le crible d'Eratosthène** du nom du mathématicien grec (IIIe siècle av. J.-C.) qui l'a établi.



Exercice 13

a. $96 = 2\times 48$
$= 2\times 2\times 24$
$= 2\times 2\times 2\times 12$
$= 2\times 2\times 2\times 2\times 6$
$= 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 3$
$= 2^5 \times 3$

ou

96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
$\boxed{1}$	

$96 = 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 3$
$= 2^5 \times 3$

b. $\begin{array}{r|l} 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ \boxed{1} & \end{array}$

donc $165 = 3 \times 5 \times 11$

c. $\begin{array}{r|l} 268 & 2 \\ 134 & 2 \\ 67 & 67 \\ \boxed{1} & \end{array}$

donc $268 = 2 \times 2 \times 67$
$= 2^2 \times 67$

d. $\begin{array}{r|l} 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ \boxed{1} & \end{array}$

donc $196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7$
$= 2^2 \times 7^2$.

Exercice 14

1. $\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ \boxed{1} & \end{array}$

donc $300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$
$= 2^2 \times 3 \times 5^2$

2. Diviseurs de 300 :

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 25 ; 30 ; 50 ; 60 ; 75 ; 100 ; 150 ; 300

3. $\begin{array}{r|l} 1\,250 & 2 \\ 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ \boxed{1} & \end{array}$

donc $1\,250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$
$= 2 \times 5^4$

4. Diviseurs de 1 250 :

1 ; 2 ; 5 ; 10 ; 25 ; 50 ; 125 ; 250 ; 625 ; 1 250

5. Les diviseurs <u>communs</u> à 300 et 1 250 sont :

1 ; 2 ; 5 ; 10 ; 25 et 50.

Pour aller + loin (et se préparer au prochain chapitre)

Exercice 15.* *Sur ton cahier d'exercices*
On donne le programme de calcul suivant :

Entrée (x)

- E0 ▪ Choisir un nombre entier positif
- E1 ▪ Ajouter 2
- E2 ▪ Multiplier le résultat par 8
- E3 ▪ Soustraire le triple du nombre de départ
- E4 ▪ Soustraire 16

Sortie

1. Tester le programme avec 10, 13 et 24.
2. Ce programme donne-t-il toujours un multiple de 5 comme résultat ? Justifier

1. $E0 \rightarrow 10$

$E1 \rightarrow 10 + 2 = 12$

$E2 \rightarrow 12 \times 8 = 96$

$E3 \rightarrow 96 - 3 \times 10 = 96 - 30 = 66$

$E4 \rightarrow 66 - 16 = 50$.

Si on choisit 10, on obtient 50 avec ce programme.

$E0 \rightarrow 13$

$E1 \rightarrow 13 + 2 = 15$.

$E2 \rightarrow 15 \times 8 = 120$

$E3 \rightarrow 120 - 3 \times 13 = 120 - 39 = 81$

$E4 \rightarrow 81 - 16 = 65$

Si on choisit 13, on obtient 65 avec ce programme.

$E0 \rightarrow 24$

$E1 \rightarrow 24 + 2 = 26$

$E2 \rightarrow 26 \times 8 = 208$

$E3 \rightarrow 208 - 3 \times 24 = 208 - 72 = 136$

$E4 \rightarrow 136 - 16 = 120$

Si on choisit 24, on obtient 120 avec ce programme.

2. On remarque que $50 = 5 \times 10$

$65 = 5 \times 13$

$120 = 5 \times 24$

Il semblerait que ce programme donne un multiple de 5 comme résultat. Il faut le prouver !

① Pour montrer que c'est FAUX
↳ Trouver un contre-exemple

ou

② Pour montrer que c'est vrai.
↳ le montrer pour x.

1. $E0 \rightarrow x$

$E1 \rightarrow x + 2$

$E2 \rightarrow (x+2) \times 8 = 8(x+2)$

$E3 \rightarrow 8(x+2) - 3x$.

$E4 \rightarrow 8(x+2) - 3x - 16$.

② (suite)

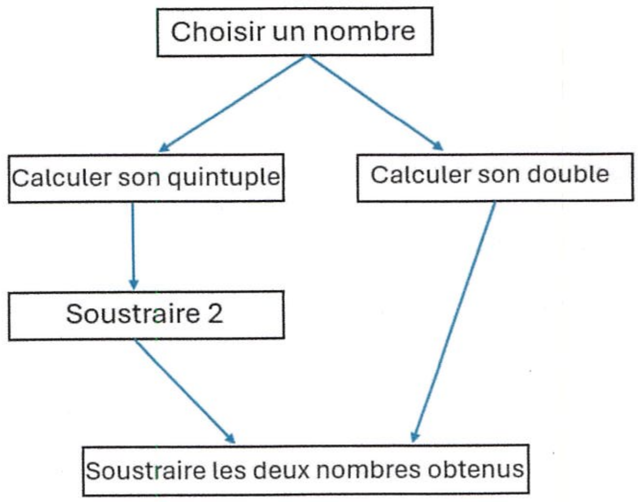
On a (en développant et en réduisant) :

$$8(x+2) - 3x - 16$$
$$= 8 \times x + 8 \times 2 - 3x - 16$$
$$= \underline{8x} + 16 \underline{- 3x} - 16$$
$$= 8x - 3x + \cancel{16} - \cancel{16}$$
$$= 5x \quad (= 5 \times x)$$

Donc oui, ce programme donne bien un multiple de 5 comme résultat !

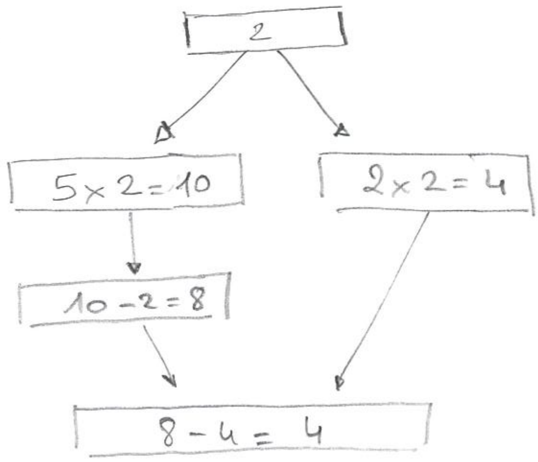
Exercice 16.* *Sur ton cahier d'exercices*

On donne le programme de calcul suivant :



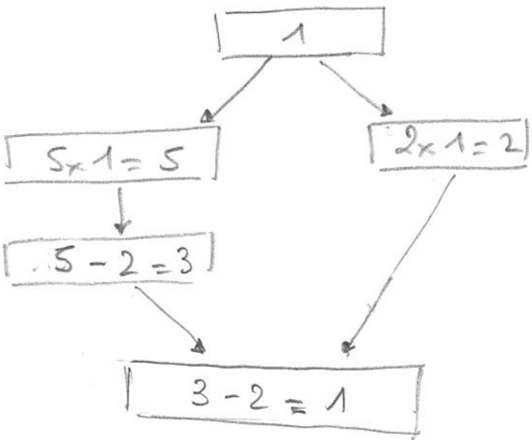
1. Tester le programme avec 2.
2. Ce programme donne-t-il toujours nombre pair ? Justifier

1.



Si on choisit 2, on obtient 4 avec ce programme de calcul.

2. Pour montrer que c'est faux, il suffit de trouver un contre-exemple :



Si on choisit 1, on obtient 1 qui n'est pas un nombre pair !
Donc non, ce programme ne donne pas toujours un nombre pair.